

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**EYLEYİCİ GECİKMESİNE BAĞLI DOYUMLU VE DAYANIKLI H_{∞}
DENETLEYİCİYLE DEPREM ETKİSİ ALTINDAKİ YAPISAL SİSTEMLERİN
TİTREŞİMLERİNİN KONTROLÜ**

HAKAN YAZICI

**DOKTORA TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MAKİNE TEORİSİ VE KONTROL PROGRAMI**

**DANIŞMAN
PROF.DR. RAHİMİ GÜÇLÜ**

İSTANBUL, 2011

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**EYLEYİCİ GECİKMESİNE BAĞLI DOYUMLU VE DAYANIKLI H_{∞}
DENETLEYİCİYLE DEPREM ETKİSİ ALTINDAKİ YAPISAL SİSTEMLERİN
TİTREŞİMLERİNİN KONTROLÜ**

Hakan YAZICI tarafından hazırlanan tez çalışması 04.04.2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. İsmail YÜKSEK
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Ünal ALDEMİR
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Nurkan YAĞIZ
İstanbul Üniversitesi

Prof. Dr. Faruk YİĞİT
Yıldız Teknik Üniversitesi

Bu çalışma, TÜBİTAK'ın 109M523 numaralı projesi ile desteklenmiştir.

ÖNSÖZ

Geri-beslemeli denetim sistemlerinde, eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerinin kararlılık ve performans kayıplarına neden olduğu bilinmektedir. Bu çalışmada, doyumlu eyleyiciye sahip, eyleyici gecikmeli, belirsizlik içeren yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için yeni bir gecikmeye-bağılı denetleyici sentez metodu geliştirilmiştir. Geliştirilen denetleyicinin üstünlüğü yapılan benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir.

Tüm Yüksek Lisans ve Doktora öğrenimim boyunca beni destekleyen, çalışma disiplininden ve bilgi birikiminden çok etkilendiğim, değerli bilgilerinden yararlandığım değerli hocam Sayın Prof.Dr. Rahmi GÜÇLÜ'ye teşekkürlerimi sunarım. Yine doktora çalışmam boyunca desteğini benden esirgemeyen kontrol kuramı ile tanışmamı sağlayan Sayın Prof.Dr. İsmail YÜKSEK'e teşekkürlerimi sunarım. Yapısal sistemlerin titreşimlerinin kontrolü alanındaki çalışmalarından yararlandığım Sayın Prof. Dr. Ünal Aldemir'e teşekkürlerimi sunarım. Doktora tezine, değerli görüş ve önerileriyle katkı sağlayan Sayın Prof. Dr. Faruk YİĞİT ve Sayın Prof. Dr. Nurkan YAĞIZ'a teşekkürlerimi sunarım. Yine çalışmam süresince yardımlarını ve ilgilerini esirgemeyen değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Selahattin ÖZÇELİK ve Sayın Doç. Dr. M.N. Alpaslan PARLAKÇI'ya teşekkürlerimi sunarım. Değerli çalışma arkadaşlarım, Yrd.Doç.Dr. Meral BAYRAKTAR, Arş.Gör. C. Oktay AZELOĞLU ve Arş.Gör. Muzaffer METİN'e sonsuz teşekkürler.

Bütün hayatım boyunca bana destek olan, hayatımda tanıdığım en iyi eğitimcilere, değerli Anne ve Babama, sonsuz sevgi ve saygılarımı sunarım. Doktora tezim süresince hep yanımda olan, anlayışı ve sabıyla tüm zorlukları kolaylaştıran değerli Eşime sonsuz teşekkürler.

Ve tez çalışmam süresince her an yanımda olan, beni dayanıklı denetim ve zaman gecikmesi kavramlarıyla tanıştıran, tüm sıkıntıları paylaştığım her zaman kendime örnek aldığım değerli hocam, Sayın Doç. Dr. İbrahim B. KÜÇÜKDEMİRAL'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Nisan, 2011

Hakan YAZICI

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	ix
KISALTMA LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xii
ÇİZELGE LİSTESİ	xv
ÖZET	xvi
ABSTRACT.....	xix
BÖLÜM 1	
GİRİŞ.....	1
1.1 Literatür Özeti.....	6
1.2 Tezin Amacı.....	26
1.3 Orijinal Katkı	31
BÖLÜM 2	
DEPREM ETKİSİNDEKİ YAPISAL SİSTEMLERİN MODELLENMESİ VE TİTREŞİMLERİNİN ANALİZİ.....	33
2.1. Yapısal Sistemin Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi	33
2.2. Yapısal Sisteme Uygulanan Bozucu Deprem Hareketleri	36
2.3. Parametre Belirsizliği İçeren Yapısal Sistem	37
BÖLÜM 3	
DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ YAKLAŞIMIYLA H_{∞} EN İYİLEŞTİRME PROBLEMİ	41
3.1. Dışbükey En İyileştirme	41
3.1.1. Parametre En İyileştirmesi	42
3.1.2. Fonksiyon En İyileştirmesi	43
3.1.3. Dışbükey Problemler	43
3.1.4. Dışbükey En İyileştirme Problemi.....	46

3.2. Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemlerin Doğrusal Matris Eşitsizlikleri İle Analizi	46
3.2.1. H_∞ Normu	47
3.2.2. H_∞ Normunun Hesaplanması.....	48
3.2.3. H_∞ En İyileştirme Denetim Problemi	51
3.2.4. Doğrusal Matris Eşitsizlikleri.....	52
3.2.5. DME'lerinin Kullanım Alanları.....	54
3.2.6. DME'lerinin Çözüm Yöntemleri	56
3.2.7. Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemler İçin DME Tabanlı Denetleyici Tasarımları ve Eyleyici Gecikmesi Probleminin Etkilerinin İncelenmesi.....	59
3.2.7.1. DME Tabanlı Durum Geri-Beslemeli Karma H_2/H_∞ Denetleyici (DGD) Tasarımı	59
3.2.7.2. DME Tabanlı Çıkış Geri-Beslemeli Dinamik H_∞ Denetleyici (ÇGD) Tasarımı	63
3.2.7.3. Deprem Etkisindeki Yapısal Bir Sistemin Titreşimlerinin DGD Ve ÇGD İle Azaltılması Ve Eyleyici Gecikmesi Probleminin Gösterilmesi İçin Benzetim Çalışmaları	65

BÖLÜM 4

DOYUMLU EYLEYİCİYE SAHİP EYLEYİCİ GECİKMELİ BELİRSİZLİK İÇEREN SİSTEMLER İÇİN EYLEYİCİ GECİKMESİNE BAĞLI DOYUMLU VE DAYANIKLI H_∞ DENETLEYİCİ TASARIMI ... 74

4.1. Zaman Gecikmeli Sistemlerin Kararlılığı	77
4.1.1. Fonksiyonel Diferansiyel Denklemler	78
4.1.2. Lyapunov-Krasovskii Kararlılık Problemi	80
4.2. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu Ve Dayanıklı H_∞ Denetleyici Tasarımı	82
4.2.1. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı H_∞ Denetleyici Tasarımı İçin Problemin Tanımlanması.....	83
4.2.2. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Başlıca Sonuçlar	84
4.2.3. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu H_∞ Denetleyici Tasarımı	94
4.2.3.1. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Doyumlu Eyleyicinin Denetim İşareti Üzerinden Elde Edilmesi	95
4.2.3.2. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Doyumlu Eyleyicinin Sistemin Dinamiğine Dahil Edildiği Eyleyici Doyumu Tasarımı....	97
4.2.4. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu Ve Dayanıklı H_∞ Denetleyicinin Elde Edilmesi	103
4.3. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_∞ Denetleyici Tasarımı	110
4.3.1. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_∞ Denetleyici Tasarımı İçin Problemin Tanımlanması	111
4.3.2. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Başlıca Sonuçlar ...	112
4.3.3. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu H_∞ Denetleyici Tasarımı	121

4.3.3.1. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Doyumlu Eyleyicinin Denetim İşareti Üzerinden Elde Edilmesi	121
4.3.3.2. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Doyumlu Eyleyicinin Sistemin Dinamiğine Dahil Edildiği Eyleyici Doyumu Tasarımı	123
4.4. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_∞ Denetleyici Tasarımı	127
BÖLÜM 5	
DEPREM ETKİSİ ALTINDAKİ EYLEYİCİ GECİKMELİ EYLEYİCİ DOYUMLU BELİRSİZLİK İÇEREN YAPISAL SİSTEMLERİN TİTREŞİMLERİNİN AKTİF KONTROLÜ İÇİN BENZETİM ÇALIŞMALARI.....	134
5.1. Benzetim Çalışmalarında Kullanılan Yapısal Sistemde Denetleyicinin Yerleştirileceği En İyi Katın Belirlenmesi.....	134
5.2. Örnek 1: Eyleyici Gecikmesi Problemi	137
5.2.1. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı H_∞ Denetleyici İçin Benzetim Çalışmaları	138
5.2.2. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı H_∞ Denetleyici İçin Benzetim Çalışmaları	141
5.2.3. Farklı Deprem Girişleri İçin Tasarlanan Denetleyicilerin Sönüm Performanslarının Karşılaştırılması.....	145
5.3. Örnek 2: Eyleyici Gecikmesi ve Eyleyici Doyumu Problemleri.....	148
5.3.1. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu H_∞ Denetleyici İçin Benzetim Çalışmaları	149
5.3.2. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine bağlı Doyumlu H_∞ Denetleyici İçin Benzetim Çalışmaları.....	152
5.3.3. Farklı Deprem Girişleri İçin Doyumlu Eyleyicilere Sahip Denetleyicilerin Sönüm Performanslarının Karşılaştırılması	155
5.4. Örnek 3: Eyleyici Gecikmesi, Eyleyici Doyumu ve Parametre Belirsizliği Problemleri	160
5.4.1. Tasarlanan Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_∞ Denetleyicinin Farklı Deprem Girişleri İçin Sönüm Performansının Gösterilmesi.....	167
BÖLÜM 6	
SONUÇ VE ÖNERİLER	172
KAYNAKLAR.....	176
EK-A	
KÜTLE, SÖNÜM VE RİJİTLİK MATRİSLERİ.....	186
EK-B	
ÖNERİLEN YÖNTEMİN m. DOSYASI.....	187

ÖZGEÇMİŞ.....	192
---------------	-----

SİMGE LİSTESİ

A	Sistem Matrisi
A^T	A Matrisinin Transpozesi
A^{-1}	A Matrisinin Tersi
ΔA	Parametre Belirsizliği Matrisi
$A > 0 (< 0)$	Simetrik Pozitif (Negatif) Tanımlı Matris
$A \geq 0 (\leq 0)$	Simetrik Pozitif (Negatif) Yarı Tanımlı Matris
B_h	Denetim Giriş Matrisi
B_w	Bozucu Giriş Matrisi
C	Ölçüm Matrisi
C_s	Sönüm Matrisi
$c_1, \dots, c_4$	Kat Sönüm Değerleri
C	Kompleks Sayılar Kümesi
C^n	n Bileşenli Kompleks Vektörler Kümesi
$C^{n \times m}$	$n \times m$ Boyutlu Kompleks Matrisler Kümesi
$\text{diag}(A_1, \dots, A_n)$	Diagonal Matris
E_A	Sistemdeki Belirsizliklerin Yapısını Tanımlayan Bilinen Sabit Reel Matris
$F(t)$	Lebesgue Sınırlı Ölçülebilir Bilinmeyen Matris Fonksiyonu
G	Sistemdeki Belirsizliklerin Yapısını Tanımlayan Bilinen Sabit Reel Matris
$\bar{h}$	Gecikme Zamanının Üst Sınırı Veren Bilinen Pozitif Sabit
I	Uygun Boyutlu Birim Matris
$\text{iz}(A)$	A Matrisinin İzi (Köşegen Elemanlarının Toplamı)
K	Denetim Kazanç Matrisi
K_s	Rijitlik Matrisi
$k_1, \dots, k_4$	Kat Rijitlik Değerleri
M_s	Kütle Matrisi
$m_1, \dots, m_4$	Kat Kütle Değerleri
$\bar{N}_1, \bar{N}_2$	Uygun Boyutlu Serbest Gevşetme Matrisleri
$\bar{p}$	Parametre Belirsizliği Değerinin Üst Sınırını Veren Bilinen Pozitif Sabit
$\Re$	Reel Sayılar Kümesi
$\Re^n$	Elemanları Reel Sayı Olan n Boyutlu Euclid Uzayı
$\Re^{n \times m}$	$n \times m$ Boyutlu Reel Matrisler Kümesi

$\Re_+$	Pozitif Reel Sayılar Kümesi
$\text{Re}(s)$	$s \in \mathbb{C}$ 'nin Reel Kısmı
$\bar{S}_1, \bar{S}_2$	Uygun Boyutlu Serbest Gevşetme Matrisleri
$\text{sat}(\cdot)$	Birim Seviyeli Geleneksel Doyum Fonksiyonu
$u(t)$	Denetim Giriş Vektörü
$V(x(t), t)$	Lyapunov Krasovskii Aday Fonksiyoneli
$w(t)$	Bozucu Giriş Vektörü
W_δ	Sınırlandırılmış Enerjili Fonksiyonların Kümesi
$x(t)$	Sistemin Durum Vektörünü
$z(t)$	Kontrol Edilmek İstenen Çıkış Vektörü
μ	Gecikme Zamanının Türevinin Üst Sınırını Veren Bilinen Pozitif Sabit
γ	En Küçük Bozucu Bastırma Seviyesi
χ	Genişletilmiş Durum Vektörü
ε	Herhangi bir Pozitif Sabit
$\lambda(A)$	A Matrisinin Özdeğeri
$\sigma(A)$	A Matrisinin En Büyük Tekil Değeri
$L_2[0, +\infty)$	$[0, +\infty)$ 'da Kare Entegre Edilebilir Fonksiyonlar Kümesi
$\ \cdot\ _\infty$	H_∞ normu
$\ \cdot\ _2$	H_2 normu
$:=$	Tanımsal Eşitlik
$\in$	Bir Kümenin Elemanı Olmak
$\square$	İspat Sonu

KISALTMA LİSTESİ

AAKD	Aktif Ayarlı Kütle Damperi
AGS	Aktif Gergi Sistemi
BD	Bulanık Denetim
CRE	Cebirsel Riccati Eşitliği
ÇGD	Çıkış Geri-Beslemeli Denetleyici
DGD	Durum Geri-Beslemeli Denetleyici
DKD	Doğrusal Kesirli Dönüşüm
DME	Doğrusal Matris Eşitsizliği
DOMÉ	Doğrusal Olmayan Matris Eşitsizliği
EA	Elipsoid Algoritması
GFDD	Gecikmeli Fonksiyonel Diferansiyel Denklem
İNA	İç Nokta Algoritması
inf	Bir Kümenin İnfimumu
sup	Bir Kümenin Supremumu
YTP	Yarı Tanımlı Programlama

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2. 1	4 serbestlik dereceli yapısal sistemin fiziksel modeli..... 34
Şekil 2. 2	(a) 1940 El-Centro depremi yer hareketi, (b) 1994 Northridge depremi yer hareketi, (c) 1995 Kobe depremi yer hareketi, (d)1999 Kocaeli depremi yer hareketi 37
Şekil 2. 3	1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye zaman cevapları 40
Şekil 3. 1	Standart H_{∞} blok diyagramı 51
Şekil 3. 2	Durum geri-beslemeli denetim yapısının blok diyagramı..... 60
Şekil 3. 3	1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının denetimli ve denetimsiz zaman cevapları..... 67
Şekil 3. 4	1995 Kobe depremi için denetim kuvvetlerindeki değişimler 67
Şekil 3. 5	İkinci ve dördüncü katın denetimli ve denetimsiz frekans cevapları..... 68
Şekil 3. 6	0.00021 Saniyelik eyleyici gecikmesi sonucu dördüncü katın yer değiştirmelerinin denetimsiz ve durum geri-beslemeli karma H_2/H_{∞} denetleyicili zaman cevapları..... 69
Şekil 3. 7	0.0059 Saniyelik eyleyici gecikmesi sonucu dördüncü katın yer değiştirmelerinin denetimsiz ve çıkış geri-beslemeli dinamik H_{∞} denetleyicili zaman cevapları 69
Şekil 5. 1	1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 1 ile zaman cevapları 139
Şekil 5. 2	1995 Kobe depremi için denetim kuvvetindeki değişim..... 139
Şekil 5. 3	Yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 1 ile frekans cevapları 140
Şekil 5. 4	Eyleyici gecikmesine bağlı olarak 4. katın Denetleyici 1 ile yer değiştirmelerinin tepe değerleri 141
Şekil 5. 5	1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları 142
Şekil 5. 6	1995 Kobe depremi için denetim kuvvetindeki değişim..... 143
Şekil 5. 7	Yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 2 ile frekans cevapları 143
Şekil 5. 8	Eyleyici gecikmesine bağlı olarak 4. katın Denetleyici 2 ile yer değiştirmelerinin tepe değerleri 144

Şekil 5. 9	1940 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz, Denetleyici 1 ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları	145
Şekil 5. 10	1994 Northridge depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 1 ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları	146
Şekil 5. 11	1999 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 1 ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları	146
Şekil 5. 12	1940 El-Centro depremi için denetim kuvvetindeki değişim	147
Şekil 5. 13	1995 Northridge depremi için denetim kuvvetindeki değişim	147
Şekil 5. 14	1999 Kocaeli depremi için denetim kuvvetindeki değişim	147
Şekil 5. 15	1940 El-Centro depremi için denetim kuvvetindeki değişim	148
Şekil 5. 16	1994 Northridge depremi için denetim kuvvetindeki değişim	148
Şekil 5. 17	1999 Kocaeli depremi için denetim kuvvetindeki değişim	148
Şekil 5. 18	1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 3 ile zaman cevapları	151
Şekil 5. 19	1995 Kobe depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)	151
Şekil 5. 20	Yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 3 ile frekans cevapları	152
Şekil 5. 21	1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 4 ile zaman cevapları	154
Şekil 5. 22	1995 Kobe depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)	154
Şekil 5. 23	Yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 4 ile frekans cevapları	155
Şekil 5. 24	1940 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 3 ve Denetleyici 4 ile zaman cevapları	156
Şekil 5. 25	1994 Northridge depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 3 ve Denetleyici 4 ile zaman cevapları	156
Şekil 5. 26	1999 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 3 ve Denetleyici 4 ile zaman cevapları	157
Şekil 5. 27	1940 El- Centro depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)	158
Şekil 5. 28	1995 Northridge depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)	158
Şekil 5. 29	1999 Kocaeli depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN) ...	158
Şekil 5. 30	1940 El-Centro depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)	159
Şekil 5. 31	1994 Northridge depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)	159
Şekil 5. 32	1999 Kocaeli depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN) ...	159
Şekil 5. 33	1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile Durum 1 için zaman cevapları	164
Şekil 5. 34	Durum1 için 1995 Kobe depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)	165

Şekil 5. 35	1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile Durum 2 için zaman cevapları	165
Şekil 5. 36	Durum 2 için 1995 Kobe depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)	166
Şekil 5. 37	Yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile Durum 1 için frekans cevapları	166
Şekil 5. 38	1940 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Durum 1 için denetimsiz ve Denetleyici 5 ile zaman cevapları	167
Şekil 5. 39	1994 Northridge depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Durum 1 için denetimsiz ve Denetleyici 5 ile zaman cevapları	168
Şekil 5. 40	1999 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Durum 1 için denetimsiz ve Denetleyici 5 ile zaman cevapları	168
Şekil 5. 41	Durum 1 için 1940 El-Centro depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)	169
Şekil 5. 42	Durum 1 için 1994 Northridge depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)	169
Şekil 5. 43	Durum 1 için 1999 Kocaeli depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)	169

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2. 1 Benzetim çalışmalarında kullanılan yapısal sisteme ait kat kütle, sönüm ve rijitlik parametreleri.....	39
Çizelge 3. 1 1940 El- Centro depremi için katların (tepeden-tepeye) eyleyici gecikmeli ve gecikmesiz olması durumuna göre denetimli ve denetimsiz zaman cevapları.....	70
Çizelge 3. 2 1994 Northridge depremi için katların (tepeden-tepeye) eyleyici gecikmeli ve gecikmesiz olması durumuna göre denetimli ve denetimsiz zaman cevapları.....	71
Çizelge 3. 3 1995 Kobe depremi için katların (tepeden-tepeye) eyleyici gecikmeli ve gecikmesiz olması durumuna göre denetimli ve denetimsiz zaman cevapları.....	71
Çizelge 3. 4 1999 Kocaeli depremi için katların (tepeden-tepeye) eyleyici gecikmeli ve gecikmesiz olması durumuna göre denetimli ve denetimsiz zaman cevapları.....	72

**EYLEYİCİ GECİKMESİNE BAĞLI DOYUMLU VE DAYANIKLI H_{∞}
DENETLEYİCİYLE DEPREM ETKİSİ ALTINDAKİ YAPISAL SİSTEMLERİN
TİTREŞİMLERİNİN KONTROLÜ**

Hakan YAZICI

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

Son yirmi yılda, Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) tabanlı dayanıklı denetim problemleri, kontrol mühendisliğinin birçok alanında yaygın olarak çalışılmaktadır. Sismik zorlanma altındaki yapıların aktif titreşim kontrolü bu araştırma çalışmalarının en önemlilerinden biridir ve hala bu alanda yeni denetleyici tasarımı çalışmalarına olan ilgi devam etmektedir. Yapılan deneysel ve teorik çalışmaların sonuçları, aktif kontrol metodlarının dinamik etkiler sonucunda yapısal sistemlerde oluşan maksimum etkileri başarılı bir şekilde azaltılabileceğini göstermektedir. Buna rağmen, aktif yapısal kontrolün önemli bir problemi zaman gecikmesi olayının varlığıdır. Aktif kontrol uygulamalarında denetim kanalında, yapının farklı yerlerine yerleştirilen uzun mesafelerdeki sensörlerden çevrim içi veri akışından, denetim kuvvetinin hesaplanmasından, veri ve sinyallerin eyleyiciye gönderilmesinden ve denetim kuvvetinin yapıya iletilmesinden kaynaklanan zaman gecikmelerinin oluşması kaçınılmazdır. Eyleyici gecikmesinden dolayı yapıya iletilen senkronize olmayan denetim kuvveti, denetim veriminin kötüleşmesine ve denetim sisteminde kararsızlıkların oluşmasına neden olabilmektedir. Eyleyici gecikmesinden başka, yapısal sistemlerin aktif titreşim kontrolü problemi için kararsızlığın başlıca kaynağı eyleyici doyumu olayıdır. Sismik yüklerin rastlantısal durumlarından dolayı, ihtiyaç duyulan gerekli denetim kuvvetinin, yapısal sistemin aktif titreşim kontrolü uygulamalarında kullanılan eyleyicilerin kapasitelerini aşabileceği düşünülebilir. Eyleyici doyumu

problemi, kapalı-çevrim performansında ciddi bozulmalar doğurabilir ve bununla birlikte kararsızlığa neden olabilir. Aktif kontrol probleminin diğer bir önemli konusu, yapısal sistemlerdeki parametre belirsizlikleridir. Modelleme hatalarından, malzeme özelliklerinin değişkenlik göstermesinden, deprem gibi değişken bozucu etkilerden dolayı yapısal sistemlerin tanımlanması kaçınılmaz olarak değişik nitelik ve seviyede belirsizlikleri içerir. Bu belirsizlikler, denetim sistemlerinin hem kararlılığını hem de performansını etkilediği için, yapısal sistemlerin aktif kontrolü uygulamalarında dayanıklı denetim metodları önerilmektedir. Eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemleri kapalı-çevrimin hem performansını hem de kararlılığını etkileyebildiği için titreşim denetim istemlerinin en kritik durumlarıdır. Aktif kontrol uygulamalarında bu problemlerin giderilmesi için, eyleyicinin doyumlu olduğu düşüncesi altında dayanıklı gecikmeye-bağlı denetleyici tasarımları denetim algoritması olarak tercih edilmelidir.

Bu doktora tezinde, sismik zorlanma altındaki sabit ve zamanla değişen eyleyici gecikmeli L_2 bozucuları etkisinde, zamanla değişen parametrik belirsizliklere ve doyumlu eyleyiciye sahip yapısal sistemler için durum geri-beslemeli gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyicilerin tasarımı sunulmuştur. İlk olarak gecikmeye-bağlı kararlılık koşulları, matris eşitsizlikleri tabanlı bir Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyoneli seçimi ile hem sabit hem de zamanla değişen eyleyici gecikmeli tip denetleyici için H_∞ sentezini kararlı kılmak amacıyla geliştirilmiştir. Daha sonra eyleyici doyumu olayı, DME kısıtları şeklinde denetleyici tasarımına eklenmiştir. Öne sürülen yöntem doyumlu eyleyicinin matematiksel ifadesini doğrusal geri-beslemeler ile oluşturulan bir dışbükey kabuk ile ifade etmek ve bu ifade üzerinden H_∞ denetleyici için DME şeklinde kısıtlamalar barındıran bir en iyileştirme problemi içermektedir. Ayrıca, H_∞ kararlı kılma koşulları normu sınırlı parametre belirsizliklerinin iyi bilinen sınırlama tekniği yapısı kullanılmasıyla kolaylıkla genişletilebilir. Bu çalışmada, yapısal sistemin rijitlik ve sönüm sabitlerinin normu sınırlı olarak zamanla değişen belirsizlik yapısında olduğu kabul edilmiştir. Tasarlanan denetleyicilerin yeterli kararlılık koşulları gecikmeye-bağlı doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri şeklinde elde edilmiştir. Gecikmeye-bağlı koşullardan kaynaklanan doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri problemini gidermek amacıyla uygun çözüm kümesinin bulunmasında konik tamamlayıcı doğrusallaştırma metodu kullanılmıştır. Önerilen bu metodla, alt en iyi denetleyici kazancı, gecikme zamanının erişilebilir üst sınırı ve en küçük bozucu bastırma seviyesi bir dışbükey en iyileştirme tekniği kullanılarak eş zamanlı olarak elde edilir.

Doğrusal matris eşitsizlikleri zaman gecikmeli sistemler için uygun denetleyicinin bulunmasında sıklıkla kullanılmaktadır. Ancak, ürettikleri çözümlerin tutucu olması beklenilmektedir. Doğrusal matris eşitsizliği yaklaşımının gevşetmelerinin genellikle sıkı olduğu bilinmektedir. Bununla birlikte, bu tezde çok amaçlı denetim probleminin, yapısal sistemlerin aktif titreşim kontrolüne uygulanması incelenmiştir. Bu çok amaçlı denetleyici tasarımında, eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu, parametre belirsizliği ve en küçük bozucu bastırma seviyesi arasında kabul edilebilir bir ödünleşme ya da başka bir deyişle bu etkiler arasında bir en iyi nokta araştırılması yapılmaktadır. Bu ödünleşmeler tasarlanan denetleyicilerin tutuculuğunu arttırmaktadır. Bu problemi gidermek için önerilen kararlılık ve kararlı kılma koşullarının gevşetilmesinde Newton-Leibnitz kuralı ile ilişkili olan çeşitli serbest gevşetme değişkenleri yaklaşımı

kullanılmıştır. Bununla birlikte, zamanla değişen eyleyici gecikmeli tip denetleyici tasarımlarında kullanılan serbest gevşetme matrisleri eyleyici gecikme zamanı ve parametre belirsizliği oranlarının üst sınırları üzerindeki kısıtlamaların azaltılmasına imkan vermektedir. Buna ek olarak, ilave karar değişkenleri ile daha fazla gevşetme sağlanmasını mümkün kılan tam kareye tamamlama metodu kullanılmıştır. Bu tezin başlıca amacı, en iyi performansı sağlayan eyleyici doyumu limitine bağlı olarak daha az tutucu, pratikte uygulanabilir gecikmeye-bağılı durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici elde etmek için basit kolayca gerçekleştirilebilir bir sentez metodu ortaya koymaktır.

Sonuç olarak, önerilen denetleyicilerin etkinliği sismik zorlanma altındaki çok serbestlik dereceli belirsizlik içeren yapısal sistemlerin cevaplarının verildiği benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. 1940 El-Centro, 1994 Northridge, 1995 Kobe ve 1999 Kocaeli depremlerinin gerçek datalarının kullanılmasıyla elde edilen benzetim çalışması sonuçları ile, tasarlanan zamanla değişen eyleyici gecikmeli denetleyicinin yapısal sistem katlarının titreşim genliklerinin azaltılmasında son derece başarılı olduğu görülmüştür. Belirlenen eyleyici doyumu kısıtlarında denetim sisteminin maksimum gecikme zamanı ve parametre belirsizliği sınırlarındaki kararlılığının garanti altına alındığı ortaya konulmuştur.

Anahtar Kelimeler: H_∞ Denetim, Eyleyici Gecikmesi, Eyleyici Doyumu, Norm Sınırlı Parametre Belirsizliği, Doğrusal Matris Eşitsizlikleri, Konik Tamamlayıcı Algoritması, Aktif Titreşim Kontrolü, Yapısal Sistem.

**VIBRATION CONTROL OF STRUCTURAL SYSTEMS UNDER EARTHQUAKE
EFFECT USING ACTUATOR SATURATED DELAY DEPENDENT AND ROBUST
 H_∞ CONTROLLER**

Hakan YAZICI

Department of Mechanical Engineering

PhD. Thesis

Advisor: Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

In the last two decades, Linear Matrix Inequalities (LMIs) based robust control problems have been studied effectively in many fields of control engineering. Active vibration control of seismic excited structures is one of the main topics in these research works and still remains attractive for new control design schemes. Theoretical and experimental results show that active control methods can reduce the maximum response of building structure against dynamic excitations successfully. However, one important issue of active structural control is the existence of time delay phenomenon. In active control process, unavoidable time-delay may appear especially in control channel which mainly results from on-line data acquisition from long distance sensors at different location of the structure, computing the control forces, transmitting data and signals to actuator and applying control forces to the structure. Due to time-delay in control input, unsynchronized control forces are applied to the structure and this may cause some amount of degradation in control efficiency or even instability of system. Apart from actuator delay, one of the main sources of instability is the actuator saturation phenomenon for the active vibration control problem of structural systems. Due to the stochastic nature of seismic and wind loadings, it is conceivable that the required control force may exceed the capacity of the actuator in active vibration control of structural systems application, resulting in actuator saturation.

Actuator saturation may cause serious deterioration in the performance of the closed-loop system, besides may lead to instability. Another important issue of the active vibration control problem is the existence of parameter uncertainties in the model of structural system. Due to the modelling errors, variation in material properties, and changing disturbance excitations such as strong winds and earthquakes, the description of structural systems inevitably contains uncertainties of different natures and levels. Since, these uncertainties can affect both the stability and performance of control systems, robust control methods are offered for the active control applications of structural systems. Actuator delay, actuator saturation and parameter uncertainty problems are the most critical aspects of vibration control system, since they can affect both the performance and stability of the control systems. In order to overcome these problems in active vibration control applications, robust delay-dependent controller design under consideration of actuator saturation may be preferred

In this Phd Thesis, the design of state feedback robust delay-dependent H_∞ controllers for vibration attenuation problem of a seismic excited structures having fixed and time varying actuator delay, L_2 disturbances, time varying parameter uncertainties and actuator saturation are presented. First, delay-dependent stability criteria are derived by choosing a Lyapunov-Krasovskii functional candidate based on matrix inequalities, in order to obtain H_∞ controllers for systems with actuators having fixed and time-varying delays. Then actuator saturation phenomenon is added to the controller design by the use of LMIs constraints. In the presented method, saturating actuator is expressed analytically with a convex hull of linear feedbacks and it is pursued from this expression for H_∞ control, then optimization problem having LMI type restrictions is formulated accordingly. Moreover, for the case of existence of norm bounded uncertainties, H_∞ stabilization criteria are easily extended by employing a well-known bounding technique where time-varying parameter uncertainties are assumed to be exist in variations of structural stiffness and damping coefficients. The sufficient conditions for designing such controllers are obtained in terms of delay-dependent bilinear matrix inequalities (BMIs). In order to overcome the problems associated with the nonconvex nature of BMIs involved in the delay-dependent conditions, a cone complementary linearization method is used to find a feasible solution set. Using proposed method, a suboptimal controller with maximum allowable delay bound, uncertainty bound and minimum allowable disturbance attenuation level under actuator saturation constraints can be easily obtained through a convex optimization technique.

Linear Matrix Inequalities are generally used to find adequate controller for time delay systems. However, their solutions are expected to be conservative. It is well known that the provided solutions are mostly tight. Additionally, in this thesis we investigate implementations of multi-objective control problem to active vibration control of structural systems. In this multiobjective control design, we seek acceptable tradeoff between actuator delay, actuator saturation, parameter uncertainties and minimum disturbance attenuation level or try to find an optimum relation between them. It is observed that this tradeoff increases the conservatism of the designed controllers. To overcome these problems, we introduce several free slack variables in relation with the Newton-Leibnitz formula to provide some kind of relaxation for the proposed

stability and stabilization criteria and this free slack matrices allow us to abrogate the restriction on the upper bound of rate delay and parameter uncertainty for the time varying actuator delay type controller design. In addition to this, we have also employed the method of completing to squares, which enables to provide further relaxation with some additional decision variables. Main purpose of this thesis is to introduce a simple, easily realizable synthesis method to obtain less-conservative, practically applicable robust delay-dependent state feedback controller which provides best performance while taking the actuator saturation limits into account.

Finally, the effectiveness of the proposed controller are illustrated through simulations of the responses of multi-degrees-of freedom uncertain structural systems under seismic excitations. Simulation results obtained by using real datas of 1940 El-Centro, 1994 Northridge, 1995 Kobe and 1999 Kocaeli earthquakes show that, in spite of the actuator saturation, the design controller having time varying actuator delay is all effective in reducing vibration amplituted of storeys and guarentees stability at maximum actuator delay and parameter uncertainty bounds under actuator saturation constraints.

Keywords: H_∞ Control, Actuator Delay, Actuator Saturation, Norm Bounded Uncertainty, Linear Matrix Inequalities, Cone Complementary Algorithm, Active Vibration Control, Structural System.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Son dönemlerde kontrol mühendisliği alanında yaşanan gelişmelere bağlı olarak, geri-beslemeli denetim sistemlerinde düşük performansa ve kararlılık problemine neden olan eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği gibi problemlerin çözümüne yönelik yeni yöntem ve tasarımlar gerçekleştirilmiştir. Bu alanda enerjisi sınırlı bozucu etkiler altındaki eyleyici gecikmeli, doyumlu eyleyiciye sahip, belirsizlik içeren sistemler için daha az tutucu denetleyici arayışı üzerine yapılan akademik çalışmalar hız kazanmıştır.

Fiziksel ve dinamik sistemlerin çoğu, kaçınılmaz olarak zaman gecikmesine maruz kalırlar. Genellikle uzun iletim hatları, veri akışında yaşanan gecikmeler ve veri işleme hızının sonlu olmasından kaynaklanan zaman gecikmesi olayı, sistemlerde performans kaybına, hatta kararsız davranışlara yol açabilir. Bu durum, özellikle geri-beslemeli denetim sistemlerinde pek çok uygulamada önemli bir problem olarak ortaya çıkmaktadır.

Denetleyici tasarımlarında dikkate alınması gereken diğer bir önemli olay ise sistem eyleyicilerinin doyumlu olmasıdır. Eyleyici içeren geri-beslemeli denetim uygulamalarında eyleyiciler üzerinde çok sıkı değişim sınırlamaları bulunmaktadır. Bununla birlikte eyleyici doyumu, kapalı-çevrim kararlılığını bozacak kadar önemli doğrusal olmayan bir problemdir.

Sistemlerdeki parametre belirsizlikleri denetleyici tasarımlarında dikkate alınması gereken diğer bir önemli problemdir. Birçok denetim sisteminde, sistem parametreleri ya tam olarak belirlenememekte ya da işletme şartlarına bağlı olarak zamanla değişiklik göstermektedir. Parametre belirsizliğinin sistemin performansı ve kararlılığı üzerinde

olumsuz etkileri vardır. Bu nedenle, denetleyici tasarımlarında parametre belirsizliği olayının matematiksel olarak sistemin dinamiğine dahil edilerek dayanıklı denetleyici tasarımlarının gerçekleştirilmesi gerekmektedir.

Literatürde kapalı-çevrim sistemler için kararlılık ve performans problemine neden olan zaman gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği olaylarının birlikte ele alınıp incelendiği çalışmalar oldukça sınırlıdır. Bu üç dinamik, özellikle bozucu girişler etkisi altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında, denetim performansının kötüleşmesine ve kapalı-çevrim döngüsünün kırılmasıyla sistemin kararsız davranış sergilemesine neden olan başlıca problemler olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu nedenle doktora tezinde, eyleyici gecikmeli, doyumlu eyleyiciye sahip, belirsizlik içeren çok serbestlik dereceli yapısal sistemelerin enerjisi sınırlı bozucu etkiler altındaki titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında etkin olarak kullanılabilecek, pratikte uygulanabilir, daha az tutucu, dayanıklı gecikmeye-bağlı yeni bir H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir.

Günümüzde yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmaları, elektronik endüstrisinin gösterdiği ilerlemelere paralel olarak uygulamaya konulabilecek düzeye erişmiştir. Aktif kontrol sistemleri, dışarıdan bir enerji kaynağı yardımıyla yapının yer değiştirmelerini istenilen düzeyde tutmak için geliştirilen sistemlerdir. Bu sistemler çok gelişmiş bilgisayarlar ile donatılmış olup, yapıda oluşan titreşimlerin etkilerini karşı bir hareket üreterek sönümlendirmeye çalışan ve çok yüksek yapısal sistemler için de uygun olan denetim sistemleridir. Aktif kontrol sistemleri ilk olarak Japonya'daki yapısal sistemlerde uygulanmaya başlanmış ve günümüzde birçok yapı bu teknoloji ile donatılmıştır. Aktif titreşim kontrolü genel olarak iki kısımdan meydana gelir. Birincisi, sisteme dışarıdan uygulanacak kuvveti yapıya tatbik edecek olan aktif kontrol mekanizması; ikincisi ise, sensörlerden gelen bilgiyi değerlendirip eyleyici tarafından üretilmesi gereken denetim kuvvetini hesaplayan denetim algoritmasıdır. Aktif Ayarlı Kütle Damperi (AAKD), aktif tendon ve MR (Manyeto-reolojik) damper, denetim mekanizmalarına örnek olarak verilebilir. Gerekli denetim kuvvetinin hesaplanmasında kullanılan algoritmalara ise, dayanıklı denetim (H_2 ve H_∞ , Kayan Kipli Denetim), Bulanık Denetim (BD) ve Adaptif Denetim metotları örnek olarak verilebilir.

Yapılan teorik ve pratik çalışmalar, yapısal sistemlerin dış etkiler karşısındaki titreşimlerinin etkin bir şekilde azaltılmasında, aktif kontrol sistemlerinin yarı aktif ve pasif kontrol sistemlerine göre daha üstün sönüm performansı gösterdiğini ortaya koymuştur. Aktif kontrol sistemlerinin tasarımında tercih edilen denetim algoritmasının, özellikle yapıya zemin yoluyla iletilen sismik etkileri azaltmada çok önemli rol oynadığı bilinmektedir. Literatürde, yapısal sistemlerin aktif kontrolü çalışmalarında eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumunu ve parametre belirsizlikleri gibi problemlerin aynı anda sistemin dinamiğine dahil edildiği bir denetleyici tasarımına rastlanmamıştır. Bu durum bizi bu alanda daha az tutucu, daha yüksek eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği sınırlarına ulaşabilecek eyleyici doyumlu yeni bir denetleyici tasarımı geliştirmek konusunda motive etmiştir. Bu noktadan hareketle, bu doktora tez çalışmasında eyleyici gecikmesinin, eyleyici doyumunun ve parametre belirsizliklerinin sistem dinamiği üzerindeki etkilerinin araştırılması ve gecikmeye-bağlı daha az tutucu yeni bir dayanıklı denetleyicinin tasarlanması hedeflenmiştir.

Doktora tezinde, sabit zamanlı eyleyici gecikmeli ve zamanla değişen eyleyici gecikmeli olmak üzere iki farklı gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Her iki tasarımında en önemli aracı dışbükey en iyileştirme temelindeki Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) olmuştur. Gecikmeye-bağlı yeterli kararlılık koşulları H_∞ sentezini kararlı kılmak amacıyla matris eşitsizlikleri yaklaşımıyla uygun Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyonellerinin seçimi ile elde edilmiştir. Daha sonra problem genişletilerek eyleyici doyumunu problemi sistemin dinamiğine dahil edilmiştir. Doyumlu eyleyici yapısının elde edilmesinde iki farklı yaklaşım kullanılmıştır. İlk olarak, modifiye edilmiş sektör koşulları kullanılarak denetim işareti üzerinden doğrusal matris eşitsizlikleri şeklinde türetilen kısıtlar ile doyumlu eyleyiciye sahip denetleyici yapısı elde edilmiştir. İkinci olarak, eyleyici doyumunun, denetim işaretinin bir grup dışbükey doğrusal geri-besleme kabuğu içinde tutulması yöntemi tercih edilmiştir. Bu yöntemde, eyleyici doyumunu olayı direkt olarak sistemin dinamiğine dahil edilmiştir. Burada, doğrusal olmayan doyum fonksiyonu, bir grup doğrusal geri-beslemenin oluşturacağı dışbükey bir kabuk içine sokularak doğrusal olmayan denetleyici tasarımı problemi bir dışbükey en iyileştirme problemine dönüştürülmüştür. Son olarak, probleme parametre belirsizliği, zamanla değişen normu sınırlı parametre belirsizliği yapısında dahil edilerek

dayanıklı denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Tasarım sonucu yeterli kararlılık koşullarının doğrusal olmayan matris eşitsizliği formunda elde edilmesi probleminin çözümü için, konik tamamlayıcı algoritmasından yararlanılmıştır. Daha az tutucu ve hızlı çözümler üretebilen konik tamamlayıcı algoritma ile dışbükey olmayan en iyileştirme problemi çözülerek, alt en iyi denetleyici kazancına, en düşük bozucu bastırma seviyesine, erişilebilir en üst eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği sınırlarına arzu edilen eyleyici doyumu limitinde kapalı-çevrim sistemin küresel asimtotik kararlılığı altında eş zamanlı olarak erişilmiştir. Sistemin dinamiği üzerinde olumsuz etkileri olan bu problemlerin, yeterli kararlılık kısıtlarındaki sınırlarının eş zamanlı olarak belirlenmesinde bir ödünleşmenin yaşanılması kaçınılmazdır. Çok amaçlı denetim problemlerinin çözümünde yaşanan bu ödünleşme olayı tutuculuğu arttırmaktadır. Bu nedenle doktora tezinde daha az tutucu denetleyici yapısına erişebilmek için, zamanla değişen eyleyici gecikmeli denetleyici tasarımında tutuculuğu azaltan serbest gevşetme matrisleri ve tam kareye tamamlama yöntemleri kullanılmıştır. Tasarlanan çok amaçlı denetleyicilerin performansları, eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği olaylarının önemli bir problem olarak ortaya çıktığı sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması problemi için yapılan benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. Özetle, bu doktora tezi, yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü uygulamalarında etkin olarak kullanılabilen, eyleyici gecikmeli, eyleyici doyumlu ve parametre belirsizliği içeren sistemlerin bozucu bastırma problemi üzerine bir en iyileştirme yöntemi sunmaktadır. Benzetim çalışmalarından elde edilen sonuçlar, özellikle serbest gevşetme matrislerinin kullanıldığı zamanla değişen eyleyici gecikmeli denetleyici tasarımının pek çok aktif denetim probleminin çözümüne kolaylık sağlayacağı ve literatürdeki bu açığı kapatmaya aday yeni bir denetleyici yapısı olduğunu göstermektedir.

Doktora tezi 6 bölümden oluşmaktadır. Sunulan bu giriş bölümü, literatür özeti tezin amacı ve orjinal katkısı gibi kısımlardan oluşmaktadır. İlk olarak, geniş bir literatür araştırması verilerek yapısal sistemlerin aktif kontrolü alanında bugüne kadar gerçekleştirilen çalışmalar anlatılmıştır. Sistemin dinamiği üzerinde olumsuz etkileri olan eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemleri üzerine yapılan çalışmalar detaylı bir şekilde açıklanarak doktora tezinin literatüre yapmış

olduğu katkı vurgulanmıştır. Daha sonra doktora tezinde çözülmesi amaçlanan problem tanıtarak, tezin motivasyon nedeni ve amacı açıklanmıştır. Son olarak, tezin orjinal katkısı ortaya konulmuştur.

Bölüm 2’de doktora tezinde tasarımı gerçekleştirilen denetleyicilerin performanslarının gözlemlenmesi amacıyla çok serbestlik dereceli yapısal bir sistemin matematik modeli tek bir yönde mesnet hareketi ve kat yerdeğiştirmeleri için kullanılan kayma bina modeli esas alınarak elde edilmiştir. Doktora tezinde aktif titreşim kontrolü çalışmalarında kullanmak için günümüze kadar dünyada olan büyük depremlerin kayıtları modellenerek değişik bozucu zemin girişleri elde edilmiştir. Daha sonra, yapısal sistemin kat sönüm ve rijitlik değerlerinin belirsizlik içermesi durumu için yeni bir parametre belirsizliği içeren yapısal model elde edilmiştir. Yapılan benzetim çalışmasıyla, deprem etkisinde nominal yapı modeli ve belirsizlik içeren yapı modeli kullanılarak parametre belirsizliği probleminin sistemin dinamiği üzerindeki olumsuz etkileri gösterilmiş ve bu alanda tasarlanacak denetleyicilerin dayanıklılık içermesi gerekliliği ortaya konulmuştur.

Bölüm 3’de doktora tezinde, denetleyici tasarımlarında en önemli araç olarak kullanılan dışbükey en iyileştirme temelindeki doğrusal matris eşitsizlikleri ve H_∞ denetimin temelleri hakkında kısa tanımlar yapılmıştır. DME yaklaşımının denetim problemine getirdiği yenilikler ve kullanım alanları hakkında bilgiler verilmiştir. DME’leri kullanılarak oluşturulan en iyileştirme problemlerinde çözüm için yaygın olarak kullanılan ve DME aracının popülerlik kazanmasında başlıca rol oynayan iç nokta algoritmasının çalışma prensibi açıklanmıştır. Bu bölümde, DME tabanlı durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici ile çıkış geri-beslemeli dinamik kazançlı H_∞ denetleyici tasarımları gerçekleştirilmiştir. Daha sonra, tasarlanan denetleyicilerin sönüm performansları deprem etkisindeki dört katlı yapısal bir sistem için yapılan benzetim çalışmalarıyla gözlemlenmiştir. Kapalı-çevrim sistemde eyleyici gecikmesi olmadığı durum için oldukça başarılı denetim performansı gösteren denetleyicilerin, denetim giriş sinyalinde çok küçük zaman gecikmesinin oluşması durumunda bile, sistem cevabının kararsızlığa gittiği zaman cevaplarıyla gösterilerek tezin motivasyon unsuru ortaya konulmuştur.

Bölüm 4'te doktora tezinde çözülmesi amaçlanan probleme yönelik iki farklı denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. İlk olarak zaman gecikmesi sabit yapıda alınarak eyleyici doyumlu dayanıklı gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyici yapısı elde edilmiştir. Daha sonra zamanla değişen eyleyici gecikmeli, doyumlu eyleyiciye sahip belirsizlik içeren sistemler için gecikmeye-bağlı yeni bir H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde, doktora tezinde geliştirilen denetleyici yapıları için öne sürülen teoremlerin ispatları, yararlanılan yardımcı teorem ve yöntemler ile detaylı olarak açıklanmıştır.

Bölüm 5'de doktora tezinde geliştirilen gecikmeye-bağlı denetleyicilerin pratikte uygulanabilirliklerinin artırılması ve en etkin sönüm performansının elde edilmesi için, aktif kontrolün yapısal sistemde yerleştirileceği en iyi yerin belirlenmesi çalışması yapılmıştır. Literatürde yayınlanan makalelerde, sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında denetleyicinin yerleştirileceği yerin belirlenmesi genellikle deneme yanılma yoluyla ve genel geçer yaklaşımlarla yapılmaktadır. Denetleyicinin yerleştirileceği en uygun yer, kapalı-çevrim sistemin yönetilebilirlik indeksinin analitik olarak bulunmasıyla belirlenmiştir. Daha sonra, doyumlu eyleyiciye sahip, eyleyici gecikmeli çok serbestlik dereceli belirsizlik içeren yapısal bir sistemin deprem etkisiyle oluşan titreşimlerinin aktif denetimi için, Bölüm 4'te geliştirilen denetleyicilerin sönüm performansları yapılan benzetim çalışmalarıyla test edilmiştir. Zaman ve frekans alanında yapılan analizler, bozucu etkisindeki yapısal titreşimlerin azaltılmasında önerilen denetleyicilerin yüksek sönüm performansı gösterdiğini ve denetim sisteminin istenilen eyleci doyumu limitinde yeter kararlılık sınırlarındaki maksimum gecikme zamanı ve parametre belirsizliği değerleri için kapalı-çevrim sistemin kararlılığının garanti altında olduğunu göstermiştir.

Bölüm 6'da doktora tezi ve elde edilen sonuçlar değerlendirilerek tezin literatüre katkısı vurgulanmış, gelecekte bu alanda yapılabilecek yeni çalışmalarla ilgili görüşler ve öneriler sunulmuştur.

1.1 Literatür Özeti

Bu bölümde, doktora tezinde incelenen, DME yaklaşımıyla H_∞ en iyileştirme denetim problemi, eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu, parametre belirsizliği, gecikmeye-bağlı

dayanıklı denetleyici tasarımı ve yapısal sistemlerin aktif titreşim problemine yönelik detaylı bir literatür araştırması verilmiştir. Daha sonra, doktora tezinin literatüre olan katkısı ortaya konularak yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü probleminin çözümüne getirdiği yenilikler vurgulanmıştır.

Geri-beslemeli denetim sistemi tasarımlarının temel amaçlarından biri bozucuların sistem cevabı üzerindeki etkilerinin azaltılmasıdır. Bozucuların etkilerinin en iyi olarak azaltılması, çeşitli performans ölçütlerinden biri seçilerek yapılır. Bu davranış ölçütlerinin en önemlilerinden biri, denetlenen çıkışlar ile bozucular arasındaki transfer fonksiyonu matrisinin H_∞ normudur. H_∞ en iyileştirme denetim probleminin çözümüne ait ilk çalışmalar, Francis [1] ve Doyle vd. [2] tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu ilk çalışmalarda, H_∞ en iyileştirme problemi, sistemin durum-uzay modeli göz önüne alınarak Riccati denklemlerinden yararlanılarak çözülmüştür. Daha sonra, günümüzde de denetim alanında sıkça kullanılan ve ilk defa basit olarak Lyapunov'un kararlılık analizinde (1890) ortaya çıkan doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımı ile H_∞ denetim probleminin çözümüne yeni bir yaklaşım getirilmiştir [3].

Dayanıklı kararlılık ve dayanıklı denetim problemlerinin çözümünde, Lyapunov fonksiyonu temelli tasarım sıklıkla kullanılmaktadır. Gahinet ve Apkarian [4], Chilali ve Gahinet [5] yaptıkları çalışmalarla; H_∞ en iyileştirme denetimi, H_2 en iyileştirme denetimi, kutup yerleştirme, dayanıklı kutup yerleştirme gibi birçok denetim probleminin doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımı ile çözülebileceğini ortaya koymuşlardır. Ancak DME yaklaşımının ürettiği çözümlerin tutucu olması araştırmacıları yeni arayışlara yönlendirmiş ve daha az tutucu denetleyici tasarımlarının elde edilmesine yönelik çalışmalar hız kazanmıştır. Daha az tutucu denetleyici yapılarının geliştirilmesi için, Gahinet vd. [6], de Oliveira vd. [7], [8], [9] parametrelerine bağımlı Lyapunov fonksiyonu kullanarak denetleyici tasarımları gerçekleştirmişlerdir. Oliveria vd. [10] ve Sato [11], geliştirdikleri parametrelerine bağlı çok terimli Lyapunov fonksiyonu tabanlı yaklaşım ile DME'leri üzerinde yeni açılımların oluşmasına zemin hazırlamışlardır. Scherer [12], DME gevşetmeleri üzerine yaptığı çalışma ile tutuculuğun azaltılması için iki yeni gevşetme yöntemi sunmuştur.

Boyd vd. [13] kitaplarında, DME yaklaşımının denetim problemlerinin çözümünde kullanılmasını incelemişlerdir. DME yaklaşımının sistem teorisi ve denetim problemlerinin çözümüne getirdiği yenilikler ve kolaylıklar ele alınmıştır.

Chilali vd. [14], DME yaklaşımıyla çok amaçlı çıkış geri-beslemeli denetleyici analizi ve sentezi üzerine bir çalışma yapmışlardır.

Akın [15], yüksek lisans tezinde H_∞ en iyileştirme denetim probleminin doğrusal matris eşitsizlikleri ile çözümü üzerine çalışmıştır. Tezde, DME yaklaşımının denetim problemlerinin çözümüne getirdiği yenilikler vurgulanarak değişik sistemler için nümerik benzetim çalışmaları yapılmıştır. Akın [16] doktora tezinde, H_∞ model eşleme problemini dinamik ve statik durum geri-besleme biçimleriyle önce H_∞ en iyileştirme denetim problemine indirgemiş, daha sonra DME tabanlı yeni bir H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmiştir.

Löfberg [17], yaptığı çalışmayla MATLAB paket programı için doğrusal matris eşitsizliklerinin çözümünde kullanılmak üzere yeni bir ayrıştırıcı yazılımı geliştirmiştir. DME'lerinin çözümünde kullanılan YALMIP ayrıştırıcı yazılımı, son yıllarda yapılan birçok çalışmada yaygın olarak kullanılmaktadır.

Strum [18], MATLAB paket programı ile uyumlu çalışacak şekilde hazırlanmış, doğrusal, karesel ve yarı tanımlılık kısıtları içeren en iyileştirme problemlerinin çözümünde kullanılacak yeni bir çözücü yazılımı geliştirmiştir. Geniş bir skaladaki en iyileştirme problemleri, ayrıklaştırma yönteminden yararlanılarak SEDUMI ile etkin bir şekilde çözülebilmektedir. Bununla beraber, SEDUMI çözücüsünün DME'lerinin MATLAB paket programı içerisinde uygun formda yazılmalarına imkan veren YALMIP ayrıştırıcısı ile de uyumlu çalışmaktadır. Makalede, SEDUMI çözücüsünün nasıl kullanılacağı verilen örneklerle açıklanmıştır.

Denetleyici tasarımlarının pratik uygulamalarındaki en önemli problemlerin başında, sistemlerin durumlarında ve denetim sinyali girişinde meydana gelen zaman gecikmesi olayları gelmektedir. Bilindiği gibi, fiziksel ve dinamik sistemlerde kaçınılmaz olarak zaman gecikmeleri oluşur. Havacılık, uzay, mekanik ve kimyasal prosesler gibi pek çok mühendislik alanında zaman gecikmelerinin sistem üzerindeki olumsuz etkileri bilinmektedir. Sistemlerde zaman gecikmelerinin oluşması performans kaybına ve

kararsız davranışlara yol açabilir. Bu nedenle, zaman gecikmeli sistemlerin kararlılığı ve denetimi üzerine günümüze kadar pekçok çalışma yapılmıştır. Zaman gecikmeli sistemler üzerine öncü çalışmalara örnek olarak; [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27] yayınları verilebilir.

Zaman gecikmeli sistemler genellikle iki farklı şekilde analiz edilebilir. Sistemlerin kararlılığı zaman gecikmesine bağlı veya zaman gecikmesinden bağımsız olarak belirlenebilir. Literatürde yapılan çalışmalar, gecikmeye-bağılı yöntemlerin genellikle gecikmeden bağımsız yöntemlere göre daha az tutucu sonuçlar verdiğini göstermektedir. Bununla birlikte, pek çok zaman gecikmesi problemi sistemdeki belirsizlikler sistemin dinamiğine dahil edilerek dayanıklı kararlılık ve dayanıklı performans problemi üzerine gecikmeye-bağılı tasarımlar gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle, son dönemlerde durum ve giriş gecikmeli sistemlerin gecikmeye-bağılı dayanıklı kararlılık problemleri üzerine yoğunlaşmış ve bu alanda önemli çalışmalar yapılmıştır [28], [29], [30], [31].

Mahmoud ve Al Muthairi [32], zamanla değişen belirsizlik içeren doğrusal durum gecikmeli sistemler için yeni bir durum geri-beslemeli denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Önerilen yöntemde sistemi kararlı kılan denetleyici yapısı Cebirsel Riccati Eşitliği (CRE) çözümünden elde edilmiştir. Geliştirilen denetim yapısının üstünlüğü, nümerik benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. Bununla beraber, çalışmada zaman gecikmesi problemi denetim girişi için incelenmemiştir.

Moheimani vd. [33], belirsizlik içeren zaman gecikmeli sistemler için dayanıklı denetim problemi üzerine çalışmışlardır. Makalede, belirsizlik yapısı integral karesel kısıtlar şeklinde oluşturularak sistemin dinamiğine eklenmiştir. Önerilen durum geri-beslemeli denetleyici tüm kabul edilebilir belirsizlik şartları için, belirlenen doğrusal karesel bedel fonksiyonunun en büyük değerini en küçük yapan en iyi denetleyici yapısında tasarlanmıştır. Çalışmada, belirsizlik içeren kapalı-çevrim sistemini kararlı kılan denetleyici kazancına sonlu boyutlu parametrelerine bağlı CRE'nin çözümüyle erişilmiştir.

Li ve de Souza [34], belirsizlik içeren sabit zaman gecikmeli doğrusal sistemler için dayanıklı kararlılık ve dayanıklı denetleyici problemi üzerine çalışmışlardır. Sistemdeki

belirsizlik yapısı, zamanla değişen normu sınırlı parametre belirsizliği şeklinde sistemin durum-uzay denklemlerine eklenmiştir. Çalışmada kullanılan DME yaklaşımının, CRE tabanlı tasarıma göre, iç nokta algoritmasının kullanılmasıyla daha etkin bir nümerik çözüm sağladığını öne sürmüşlerdir. DME tabanlı tasarımın diğer bir üstünlüğü ise, dayanıklı kararlılık ve dayanıklı kararlı kılma kısıtlarında gecikme zamanının sınırlarının kolay bir şekilde belirlenebilmesidir. Çalışmada önerilen tasarımın etkinliği nümerik benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. Bu çalışmada denetim girişindeki zaman gecikmesi problemi incelenmemiştir.

Mahmoud [35] kitabında, doğrusal zaman gecikmeli belirsizlik içeren sistemlerin kararlılık, dayanıklı kararlılık, dayanıklı kararlı kılma problemlerini DME yaklaşımıyla incelemiştir. Daha sonra, aynı denetim problemleri için DME tabanlı durum ve çıkış geri-beslemeli gecikmeye-bağlı ve gecikmeden bağımsız H_∞ denetleyici tasarımları gerçekleştirmiştir. Sürekli zamanlı sistemler için yapılan tasarımlar, kesikli zamanlı sistemler içinde yapılmıştır. Tasarlanan denetleyicilerin performansları nümerik benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir.

Moon vd. [36], zamanla değişen normu sınırlı parametre belirsizliği içeren sabit zamanlı durum gecikmeli sistemler için dayanıklı kararlı kılma problemi üzerine çalışmışlardır. Yeterli kararlılık kısıtları Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli kullanılarak gecikmeye-bağlı olarak belirlenmiştir. Gecikme zamanının üst sınırı kararlı kılınabilir tüm belirsizlik şartları için bir dışbükey en iyileştirme yöntemiyle belirlenmiştir. Bununla beraber çalışmada eyleyici gecikmesi ve bozucu etkisi hesaba katılmamıştır.

Gao ve Huang [37], durum ve giriş gecikmeli, parametre belirsizliği içeren doğrusal bir sistem için garanti edilmiş bedel fonksiyonu ile gecikmeye-bağlı denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Literatürden aldıkları sayısal bir örnek ile önerdikleri denetleyicinin performansını test etmişlerdir.

Yue ve Han [38], eyleyici gecikmeli belirsizlik içeren sistemler için gecikmeye-bağlı dayanıklı denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada, konik tamamlayıcı doğrusallaştırma yöntemi ve hafızalı geri-besleme tipli yeni bir tasarım metodu önerilmiştir. Buna karşın, önerilen hafızalı geri-beslemeli denetim metodu kesin gecikme bilgilerinin kullanılmasına ihtiyaç duyan bir tasarım şeklidir. Bu da

gerçekleştirilebilirlik açısından pek çok fiziksel sistem için mümkün olmayan bir durumdur.

Zhang vd. [39], [40], doğrusal zaman gecikmeli sistemlerin gecikmeye-bağılı kararlılığı üzerine çalışmışlardır. Değişik yapıdaki Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelleri ve bazı integral eşitsizlikleri kullanarak daha az tutucu sonuçlara ulaşılabilirliğini savunmuşlardır. Zhang vd. [39] yayınlarında tutuculuğu kayda değer bir şekilde azaltan karesel terimler içeren yeni bir integral eşitsizliği yapısı öne sürmüşlerdir. Buna rağmen dört ayar parametresinin gerekliliği, denetleyici tasarımını pratikte uygulanması zor hale getirmiştir. Zhang vd. [40] çalışmalarında, yeni tip genişletilmiş Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelleri ile serbest gevşetme matrisleri ve integral eşitsizlikleri tekniklerini kullanarak zaman gecikmeli sistemlerin kararlılık problemi için yeni bir denetim metodu önermişlerdir. Bununla beraber, öne sürdükleri tasarım metodu sadece sabit zaman gecikmeli sistemler için geçerlidir.

Parlakçı [41], zamanla değişen durum gecikmeli, belirsizlik içeren doğrusal sistemlerin kararlılık problemi için genişletilmiş tip Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli tabanlı yeni bir denetleyici tasarımı gerçekleştirmiştir. Çalışmada, eyleyici gecikmesi olayı incelenmemiştir.

Küçükdemiral [42], durum gecikmeli doğrusal parametre değişimli sistemler için gecikmeye-bağılı garanti edilmiş bedel fonksiyonu ile kazanç ayarlamalı yeni bir denetleyici tasarımı gerçekleştirmiştir. Geliştirilen tasarımın etkinliğinin gösterilmesi amacıyla, üç farklı nümerik problem üzerinde benzetim çalışmaları yapılmıştır.

Wang vd. [43], zamanla değişen eyleyici gecikmeli belirsizlik içeren sistemler için daha az tutucu dayanıklı denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada, durum gecikmesi olayı incelenmemiştir.

Parlakçı ve Küçükdemiral [44], zamanla değişen durum ve girişi gecikmeli, belirsizlik içeren, enerjisi sınırlı bozucu etkiler altındaki sistemler için yeni bir dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Tasarımında kullanılan genişletilmiş formdaki Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli, serbest gevşetme matrisleri, Jensen integral eşitsizlikleri ve tam kareye tamamlama yöntemleri ile daha az tutucu bir denetleyici yapısı elde edilmiştir. Önerilen konik tamamlayıcı algoritmasıyla, erişilebilir en üst

zaman gecikmesi değerleri ve en dūřuk bozucu bastırma seviyesini eř zamanlı olarak belirlenmiştir. Çalışmanın sonunda, tasarlanan denetleyicinin etkinliği yapılan benzetim çalışmalarıyla gōsterilmiřtir.

Gūnūmūzde, zaman gecikmeli sistemlerin dayanıklı kararlılık ve dayanıklı denetim problemleri ūzerine daha az tutucu denetleyici arayıřı yapılan akademik arařtırmalarla devam etmektedir.

Denetleyici tasarımlarında, kapalı-çevrim kararlılığı ūzerinde olumsuz etkileri bulunan doğrusal olmayan yapıdaki eyleyici doyumu problemi son yıllarda oldukça ilgi çeken bir çalışma konusu haline gelmiştir. Bilindięi gibi pratikteki geri-beslemeli denetim uygulamalarında kullanılan eyleyiciler ūzerinde çok sıkı sınırlamalar bulunmaktadır. Bu nedenle, son dōnemlerde enerjisi sınırlı bozucu etkisi altındaki sistemlerin L_2 kararlılığını garanti eden ve aynı zamanda eyleyici giriş sinyalinin eyleyici doyum sınırları içerisinde kalması şartını sağlayan denetleyici tasarımı ūzerine yapılan çalışmalar hız kazanmıştır [45], [46], [47].

Eyleyici doyumu konusunda yapılan ilk çalıřmalar; problemin en iyileřtirme denetim teorisine gōre ōzūmū (Hsia [48]), hata yōnetimi yaklařımı (Kapasouris vd. [49]), anti-windup kompanzasyonu (Astrom ve Rundqwsit [50]), Riccati ve Lyapunov tabanlı kararlılık problemleri olarak karřımıza çıkmaktadır. Gūnūmūzde eyleyici doyumlu sistemler için; bozucu bastırma, belirsizlikler ve zaman gecikmelerine karřı dayanıklılık, performans kaybı gibi problemler ūzerine çalıřmalar devam etmektedir.

Pan ve Kapila [51], ayırık zamanlı sistemler için eyleyici doyumu problemi ūzerine çalışmışlardır. Makalelerinde, doyumlu eyleyici genliği ve değişimi içeren ayırık zamanlı sistemler için DME tabanlı durum ve çıkış geri-beslemeli denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. alışmalarında, tutuculuğu azaltacak yōnde kararlılık çarpanlarının belirlenmesi için yeni bir metot sunmuşlardır. Őnerilen denetleyicinin etkinliği iki nūmerik Őrnekle ortaya konulmuştur.

Tarbouriech ve Garcia [52], Riccati ve DME yaklaşımıyla, eyleyici doyumlu belirsizlik içeren sistemler için dayanıklı çıkış geri-beslemeli denetleyici tasarlamışlardır. Çalışmada, normu sınırlı zamanla değişen parametre belirsizliği yapısı kullanılmıştır. Önerilen denetleyici kapalı-çevrim sistem için dayanıklı kararlılık ve dayanıklı

performans sağlarken, açık çevrimli kararsız sistemler için de yerel kararlılık sağlamaktadır. Çalışmanın literatüre sunduğu yenilik ise, eyleyici doyumu olayının politopik bir şekilde gösterilmiş olmasıdır. Önerilen denetleyicinin performansı iki farklı nümerik örnekle gösterilmiştir.

Iwasaki ve Fu [53], denetim girişlerinin genlikleri sınırlı olan, zamandan bağımsız doğrusal sistemler için dinamik çıkış geri-beslemeli bölgesel H_2 performans problemi üzerine çalışmışlardır. Makalelerinde, kapalı-çevrim kararlılığı altında arzu edilen H_2 performansını sağlayabilmek için dairesel ve doğrusal analiz metotlarını kullanmışlardır. Doğrusal analiz metodu doyumun aktif olmadığı bölgelerde kullanılırken, dairesel metodu durum uzayında eyleyicilerin doyumlu olduğu bölgeler için kullanılmıştır. Önerilen yöntemin etkinliği yapılan nümerik benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir.

Castelan vd. [46], çalışmalarında enerjisi sınırlı bozucu etkisi altındaki eyleyici doyumlu doğrusal sistemlerin denetim problemini incelemişlerdir. Denetleyici tasarımında, karesel Lyapunov fonksiyonu yaklaşımı kullanılmıştır. Kapalı-çevrim kararlılığını ve kapalı-çevrim sınırlı kazanç L_2 kararlılığını garanti edecek durum geri-besleme kazancı, DME kısıtları şeklinde elde edilmiştir.

Son zamanlarda eyleyici doyumu problemi, eyleyici gecikmesi problemi ile birleştirilerek, doyumlu eyleyiciye sahip eyleyici gecikmeli sistemlerin kararlılığı ve performansı üzerine denetleyici tasarımları gerçekleştirilmiştir. Bunlardan öne çıkan çalışmalar aşağıda verilmiştir.

Tarbouriech vd. [54], [55], eyleyici doyumlu doğrusal zaman gecikmeli sistemlerin kararlılık problemini gecikmeye-bağılı ve gecikmeden bağımsız yöntemler kullanarak incelemişlerdir. Her iki çalışmada da bozucu etkiler dikkate alınmamıştır.

Cao vd. [56], eyleyici doyumlu doğrusal zaman gecikmeli sistemlerin kararlılık problemi için DME yaklaşımıyla yeni bir durum geri-beslemeli tasarım metodu geliştirmişlerdir. Çalışmada bozucu etkiler dikkate alınmamıştır.

Zuo vd. [57], bozucu etkisinde olmayan eyleyici doyumlu doğrusal zaman gecikmeli sistemlerin kararlılık problemini gidermek için yeni bir genişletilmiş en iyileştirme metodu sunmuşlardır. Yeterli kararlılık kısıtları, doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri

formunda elde edilmiştir. Bununla birlikte, doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri probleminin çözümüne yönelik bir doğrusallaştırma yöntemi sunmamıştır.

Zhang vd. [58] yaptıkları çalışmayla, eyleyici doyumlu doğrusal zaman gecikmeli sistemler için yeni bir kararlı kılma tekniği sunmuşlardır. Bununla birlikte, yaptıkları çalışmada bozucuların etkileri incelenmemiştir.

Delibaşı [59], doktora tezinde doyumlu eyleyicilere sahip doğrusal parametre değişimli sistemler için dayanıklı denetleyici tasarımı gerçekleştirmiştir. Tezde, parametrelerine bağımlı homojen çok terimli gösterimi ile yeni bir H_2 norm hesabı sunulmuştur. Daha sonra, parametrelerine bağımlı homojen Lyapunov fonksiyonu ile doğrusal parametreleri değişen sistemler için L_2 kazanç minimizasyonu yapılmıştır. Enerjisi sınırlı bozucu etkisi altındaki doyumlu eyleyicilere sahip doğrusal parametreleri değişen sistemlerde karma L_2 , H_2 denetim tasarımı için sistematik olarak tutuculuğun azaltıldığı yeni bir yöntem ortaya konulmuştur.

Parlakçı ve Küçükdemiral [60], eyleyici doyumlu ve doğrusal durum gecikmeli sistemler için elipsoit tabanlı L_2 denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada eyleyici doyumlu denetim işaretinin bir grup dışbükey doğrusal geri-besleme kabuğu içinde tutulması tekniği kullanılmıştır. Tutuculuğun azaltılması için serbest gevşetme matrisleri ve Jensen integral eşitsizliklerinden yararlanılmıştır. Tasarım sonucu ortaya çıkan doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri probleminin çözümü için konik tamamlayıcı algoritması kullanılmıştır. Son olarak, önceki çalışmalar ile farklılıkların gösterilmesi ve önerilen yöntemin üstünlüğünün gözlenmesi amacıyla nümerik örnekler verilmiştir.

Denetleyici tasarımlarında sıklıkla karşılaşılan diğer bir problem ise sistemdeki belirsizliklerdir. Sistemin dinamiğine dahil edilmeyen belirsizliklerin uygulama çalışmalarında kararlılık ve performans kayıplarına neden olduğu bilinmektedir. Bu nedenle, sistemlerdeki belirsizlikler karşısında denetim sistemlerinin kararlılık ve performans açısından dayanıklı, kırılgan olmayan davranışlar sergilemesi istenir. Genellikle modelleme hatalarından kaynaklanan belirsizlikler yapısal (parametrik) veya yapısal olmayan belirsizlikler olarak sınıflandırılabilir. Sistemlerde pek çok faktör belirsizliğe neden olabilir. Sistem parametrelerindeki belirsizlikler, modellenmeyen dinamikler ve ihmal edilmiş doğrusal olmayan yapılar sistemlerdeki belirsizliklere

örnek olarak verilebilir. Bu belirsizliklerin sistemin dinamiğine dahil edilmesinde, normu sınırlı parametre belirsizliği, doğrusal kesirli dönüşüm, politopik yapıdaki belirsizlikler ve integral karesel kısıtlar yöntemi gibi değişik belirsizlik yapıları kullanılmaktadır. Doğrusal kesirli dönüşüm yapısında belirsizlikler geri-besleme çevrimi içinde yer alır. Bunun yanında belirsizliklerin boyutunun yani normunun belirlenmesinde normu sınırlı parametre belirsizliği yapısı sıklıkla kullanılmaktadır. Politopik belirsizlik yapısı ise doğrusal kesirli dönüşümü gösterimine sahip sistemlerin özel bir bölümüdür. Bu yapıda, belirsizlikler parametrelerin değişimine göre köşegen ya da blok köşegen yapıda oluşturulur. Bu tip belirsizliklerin dayanıklı kararlılık ve dayanıklı performans analizlerinde, kararlılık kısıtlarının belirlenmesinde karesel Lyapunov fonksiyonları yaklaşımı yaygın olarak kullanılmaktadır. Karesel Lyapunov fonksiyonları ile yapılan tasarımlarda, durum uzay matrisleri içerisinde yavaş değişim gösteren politopik sistemler için tutucu çözümler üretilmektedir. Bu tip sistemlerde tutuculuğun azaltılması için son dönemlerde parametrelerine bağımlı Lyapunov fonksiyonları ile denetleyici tasarımları gerçekleştirilmektedir. Bu yapıda belirsizlik içeren sistemlerin dayanıklı kararlılık kısıtları DME ile ifade edilebilir. Yine dayanıklı performans için sınır değerlerine DME tabanlı dışbükey bir en iyileştirme yöntemi kullanılarak erişilebilir. Politopik sistemlerin çıkış geri-beslemeli denetleyici tasarımında, problemin dışbükey bir çözümünün olmaması nedeniyle kazanç ayarlamalı denetleyici yapıları kullanılmaktadır. Bu tip denetleyicilerin sistemdeki parametre değişimleri ile ilişkili olması, sistemin farklı modlara geçtiği durumda denetleyicinin bazı kabuller yapmadan aynı performansla çalışmasını sağlamaktadır. Belirsizlik içeren sistemler için dayanıklı kararlılık ve dayanıklı performans problemlerinin çözümüne yönelik yapılan çalışmalardan öne çıkanlar aşağıda verilmiştir.

Khargonekar vd. [61], doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için dayanıklı kararlı kılma problemi üzerine çalışmışlardır. Çalışmada, belirsizliğin sistemin durumlarında ve denetim girişi matrisinde verildiği doğrusal sistem için, karesel kararlı kılma probleminin çözümü gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın başlıca amacı, dayanıklı kararlı kılma probleminin H_∞ denetim teorisiyle olan ilişkisinin ortaya konulmasıdır. Sonuç olarak yapılan çalışmayla, eğer bir kararlı kılma problemi Lyapunov metotlarıyla

çözülebiliyorsa o halde aynı problemin H_∞ teorisi tabanlı metotlarla da çözülebileceği gösterilmiştir.

Zhou ve Doyle [62], hazırladıkları kitap ile dayanıklı kontrol tekniklerinden H_2 ve H_∞ denetim probleminin çözümünü Riccati denklemleri yaklaşımıyla incelemişlerdir. Kitapta ağırlık fonksiyonlarının tasarımı, sistemlerin Doğrusal Kesirli Dönüşüm (DKD) modellerinin kurulması, belirsizliklerin modellenmesi, dayanıklılık ve μ sentezi geniş bir şekilde örneklerle açıklanmıştır.

Su ve Huang [63], doğrusal zaman gecikmeli belirsizlik içeren sistemlerin dayanıklı kararlılığı üzerine çalışmışlardır. Makalelerinde, gecikmeye-bağlı kararlılık sınırlarında gecikme zamanının üst sınırının tahmin edilmesini sağlayan kısıtlar geliştirmişlerdir. Sistemdeki parametre belirsizliği yapısı normu sınırlı parametre belirsizliği yapısında oluşturulmuş olup, problemin çözülmesinde Lyapunov metodundan yararlanmışlardır. Çalışmada önerilen metodun etkinliği, benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. Makalede denetim girişindeki gecikme incelenmemiş olup, sistemin durumlarındaki zaman gecikmesinin sabit yapıda olduğu kabul edilmiştir.

Fu vd. [64], zaman gecikmeli belirsizlik içeren sistemler için dayanıklı kararlılık analizi ve dayanıklı kararlı kılma problemi üzerine çalışmışlardır. Makalelerinde, ilk olarak integral karesel kısıtlar şeklinde DME ile elde edilen belirsizlikler için iki farklı dayanıklı kararlılık tasarımı elde etmişlerdir. Geliştirilen ilk tasarım basit bir şekilde uygulanabilir olmasına karşın, ikinci tasarım daha az tutucu dayanıklı kararlılık şartları sunmuştur. Daha sonra, bu tasarımlar durum geri-beslemeli sistemlerin dayanıklı kararlı kılma problemleri için genişletilmiştir. Çalışmada, zaman gecikmesinin sabit yapıda olduğu kabul edilmiş olup denetim girişindeki zaman gecikmesi incelenmemiştir.

Du vd. [65], eyleyici gecikmeli parametre belirsizliği içeren mekanik sistemler için H_∞ bozucu bastırma problemi üzerine çalışmışlardır. Sistemdeki kütle, sönüm ve rijitlik değerlerinin normu sınırlı parametre belirsizliği yapısında sistemin dinamiğine dahil edilerek, mekanik sistem parametrelerinin belirli bir oranda değiştiği kabulüyle gecikmeye-bağlı denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bununla beraber, çalışmada belirsizlik oranının üst sınırı sistemin kararlılık sınırlarında bir algoritmayla

belirlenmemiştir. Yine sistemdeki belirsizliğin zamanla değişmeyen sabit yapıda olduğu kabul edilmiştir.

Deprem, rüzgar vb. değişik bozucu girişler etkisi altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında, son dönemlerde kontrol mühendisliği alanında yaşanan gelişmelere paralel olarak önemli ilerlemeler kaydedilmiştir. Bununla beraber yapısal sistemlerin bozucu etkisindeki titreşimlerinin azaltılması probleminin çözümü için çok disiplinli bir mühendislik çalışmasının yapılması gerekmektedir. Problemin çözümü için Deprem Mühendisliği, İnşaat Mühendisliği, Makine Mühendisliği ve Kontrol Mühendisliği gibi farklı disiplinlerin ortak çalışması gereksinimi vardır. Günümüzde aktif titreşim kontrol sistemleri yaygın olarak kullanılmakta olup, sadece Japonya'da 2000 yılından önce 35 bina bu teknoloji ile donatılmıştır (Majie [66]). Sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında, kullanılan denetim algoritmasının sönüm performansı üzerindeki en önemli etken olduğu iyi bilinmektedir. Bu alanda kullanılacak denetim algoritmasından, pratikte uygulanabilir, dayanıklı, ayar parametresi gerektirmeyen, en az denetim kuvvetiyle arzu edilen en iyi performansı göstermesi beklenir. Günümüze kadar pek çok araştırmacı bu alanda yaptıkları denetleyici tasarımı ve pratik uygulamalarla problemin çözümüne önemli katkılar sunmuşlardır [67, [68], [69], [70], [71], [72], [73].

Soong ve Constantinou [74] kitaplarında, sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması çalışmalarında kullanılan aktif-pasif yapı kontrol sistemlerini örnek uygulamalarla açıklamışlardır. Kitapları, bu alandaki temel kaynak niteliğindedir.

Kelly [75] kitabında, deprem datalarından elde edilen bozucu girişlerin modellenen yapıya iletilmesi ve oluşan titreşimlerin azaltılmasında pasif denetim tekniklerinin tasarımı üzerine bilgiler vermiştir.

Erdik ve Yüzüğüllü [76] kitaplarında, yapısal sistemlerin modellenmesi, doğal titreşim mod ve frekanslarının belirlenmesi, yapıların doğrusal olmayan davranışları ve yanal burulma davranışları üzerine bilgiler vermişlerdir. Ayrıca bu kitap, yapısal sistemlerin dinamik davranışlarının zorlanmış titreşim deneyleri ile tespit edilmesi ve rezonans

eğrisi yardımıyla sönüm değerlerinin bulunması gibi oldukça yararlı bölümlerden oluşmaktadır.

Kasımzade [77] kitabında, yapıların modellenmesi, deprem datalarının yapıya bozucu giriş olarak iletilmesi, deprem yönetmeliğine göre yapı tasarımı ve çok katlı yapılar için zemin izolasyonu uygulamalarının yer aldığı, teorik bilgilerin pratik uygulamalarla desteklendiği bilgiler sunmuştur.

Gawronski [78] kitabında, yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için LQR, LQG, H_2 ve H_∞ denetleyici tasarımları üzerine çalışmalarını yayınlamıştır. H_2 ve H_∞ denetim problemleri Riccati denklemlerinden yararlanılarak çözülmüştür. Modellenen yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için tasarlanan denetleyicilerin sönüm performansları yapılan nümerik benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir.

Yağız [79], sismik zorlanma altındaki aktif ayarlı kütle damperli çok serbestlik dereceli yapısal bir sistemin titreşimlerinin azaltılması için kayan kipli denetleyici tasarımı gerçekleştirmiştir. Önerilen denetleyicinin sağladığı üstün sönüm performansı zaman ve frekans alanında yapılan benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir.

Al-dowod vd. [80], yüksek binaların rüzgar etkisindeki titreşimlerinin azaltılması için Bulanık Denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Söz konusu yapısal sistem, Avustralya'nın Melborne şehrinde bulunan 306 metre uzunluğunda ve 76 katlı bir yapıdır. Rüzgar kaynaklı titreşimlerin aktif kontrolü için LQG (Lineer Quadratik Gaussian) ve BD tasarımları gerçekleştirilerek performansları karşılaştırılmıştır. Benzetim çalışmaları sonunda, BD'nin biraz daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Aldemir çalışmasında [81], yarı aktif ayarlı kütle damperli yapısal bir sistemin deprem etkisiyle oluşan titreşimlerinin aktif kontrolü için yeni bir en iyi denetleyici tasarımı gerçekleştirmiştir. Önerilen tasarımın performansı yapılan nümerik benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir.

Güçlü yaptığı çalışmada [82], beş serbestlik derecesine sahip gerçek bir yapı modeline, 17 Ağustos 1999 Kocaeli depreminin sismik datalarından elde edilen gerçek deprem girişini bozucu etki olarak uygulamış ve meydana gelen yapısal titreşimlerin azaltılması için Bulanık ve PD denetleyici tasarımları gerçekleştirmiştir. Yapılan benzetim

alışmalarının sonucunda BD'nin kat yerdeğiştirme ve ivmelerinin zaman ve frekans cevaplarında PD denetleyiciye göre çok daha iyi cevaplar verdiği gözlenmiştir.

Yazıcı Yüksek Lisans Tezinde [83], sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması çalışmalarında kullanılan aktif ve pasif kontrol yöntemlerini detaylı olarak açıklayarak, gerçek kat kütle, rijitlik ve sönüm değerlerine sahip 15 katlı bir yapının 1999 Kocaeli deremi yer hareketine karşı titreşimlerinin aktif kontrolü için Bulanık ve PID denetleyici tasarımları gerçekleştirmiştir. Katların zaman ve frekans cevapları denetimli ve denetimsiz olarak incelenmiştir. BD'nin gösterdiği üstün sönüm performansı ile yapısal sistemlerin deprem kaynaklı titreşimlerinin azıtılmasında önemli bir potansiyele sahip olduğu sonucuna varılmıştır.

Güçlü ve Yazıcı [84], 15 katlı AAKD'li doğrusal bir yapının titreşimlerinin aktif kontrolü için BD tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada, aktif sönümleyici olarak doğrusal motorlar kullanılmıştır. Birbirinden bağımsız olarak çalışan iki eyleyici binanın 1. ve en st katı olan 15. katına yerleştirilerek, deprem etkisindeki titreşimlerin aktif denetiminde üretilmesi gereken denetim kuvvetinin azaltılması sağlanmıştır. Hem zaman hem de frekans cevaplarında oldukça başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Güçlü ve Yazıcı [85], deprem etkisindeki sekiz katlı AAKD'li bir binanın titreşimlerinin aktif kontrolü için öz uyarlamalı BD tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Tasarlanan denetleyicinin ölçeklendirme arpanları, BD mimarisine eklenen öz uyarlama mekanizması sayesinde çevrim-içi olarak ayarlanmaktadır. Bu dinamik kazanç ayarlama mekanizması sayesinde geliştirilen denetleyici farklı deprem girişleri içinde üstün sönüm sönüm performansı göstermektedir. Çalışmada, özellikle frekans cevaplarında çok iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Güçlü ve Yazıcı [86], doğrusal olmayan toprak yapı etkileşimindeki 15 katlı AAKD'li bir yapının 1994 Northridge depremi etkisindeki titreşimlerinin azaltılması için Bulanık PI ve Bulanık PD denetim metotlarının uygun bir şekilde birleştirilmesiyle elde edilen Bulanık PID denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Yapılan alışma ile titreşim genliklerinde ciddi azalma ve rezonans değerlerinde iyileştirmeler elde edilmiştir.

Alli ve Yakut [87], çok katlı yapıların titreşimlerinin azaltılması için Aę-Tabanlı-Bulanık Kayan Kipli Denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Aktif kontrol mekanizması olarak

aktif tendon tekniği kullanılmıştır. Yapılan benzetim çalışmaları sonucunda önerilen denetleyicinin farklı deprem girişleri ve sistemdeki parametre değişimlerine karşı son derece başarılı sönüm performansı gösterdiği gözlenmiştir. Çalışmada, denetim giriş sinyaline 0.020 saniyelik zaman gecikmesi uygulanmış ve tasarlanan denetleyicinin bu eyleyici gecikmesi değerinde kararlı davranış göstererek etkin bir şekilde çalıştığı ortaya konulmuştur.

Sistemin bozucu girişlerden etkilenmesinin engellenmesi için, bozuculardan çıkışlara olan transfer fonksiyonları matrisinin sonsuz normunu en küçük yapma düşüncesiyle ortaya çıkan H_∞ denetim yapısı, deprem gibi sınırlı enerjiye sahip, şiddeti ve özellikleri önceden bilinmeyen bozucu girişlerin etkisi altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için son derece uygun bir denetim algoritmasıdır. Bu nedenle son dönemlerde birçok aktif kontrol uygulamasında, denetim algoritması olarak H_∞ denetleyiciler sıklıkla kullanılmaktadır.

Köse vd. [88], deprem etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için statik çıkış geri-beslemeli H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Kat rijitlik ve sönüm değerlerinde belirsizlikler içeren üç ve altı katlı iki farklı yapının matematik modelleri elde edilmiştir. Sistemdeki belirsizlikler zamanla değişen normu sınırlı parametre belirsizliği yapısında oluşturularak sistemin dinamiğine eklenmiştir. Yapılan benzetim çalışmasıyla, önerilen denetleyicinin etkinliği gösterilmiştir. Makalede denetleyicinin, sensörlerin yerleştirileceği katın ve geri-besleme bilgisinin ne olması gerektiğine dair bilgilerin belirlenmesine yönelik değişik durumlar için benzetim çalışmaları yapılmıştır. Bu makale, özellikle yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında belirsizliklerin sistem dinamiği üzerindeki etkilerinin gösterilmesi ve detaylı benzetim çalışmalarıyla bu alandaki temel yayınlardan biri olmuştur.

Nanomi ve Sivrioğlu [89] yaptıkları çalışma ile, H_2 denetleyicinin geçici rejim cevapları ve H_∞ denetleyicinin frekans cevaplarını iyileştirmedeki etkisini, geliştirilen ortak çözüm yöntemiyle tek bir yapıda birleştirmişlerdir. Bu şekilde yapısal sistemlerin aktif titreşim denetimi problemi için son derece uygun bir denetim algoritması elde etmişlerdir. Dört katlı bir yapının titreşimlerinin aktif kontrolü için, DME yaklaşımıyla durum ve çıkış geri-

beslemeli standart H_2 , H_∞ ve karma H_2/H_∞ denetleyici tasarımları gerçekleştirilmiştir. Önerilen karma H_2/H_∞ denetleyici hem geçici rejim cevaplarında hem de frekans cevaplarında standart H_2 ve H_∞ denetleyicilere göre daha iyi cevaplar vermiştir.

Kim ve Choi [90], üç katlı yapısal bir sistemin deprem etkisindeki titreşimlerinin aktif kontrolü için dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Sistemdeki belirsizlik, normu sınırlı parametre belirsizliği yapısında modellenerek kat kütle, sönüm ve rijitlik değerlerinin %10 değiştiği kabulüyle benzetim çalışmaları yapılmıştır. Sistemdeki parametre belirsizliğinin yeter kararlılık kısıtlarında bir algoritma ile belirlenmemesi ve eyleyici gecikmesi ve eyleyici doyumu problemlerinin incelenmemesi çalışmanın eksik yönleridir.

Fujinami vd. [91], Japonya Tokyo'da 23 katlı gerçek bir binada rüzgar ve depremlerin etkisiyle oluşan eğilme ve burulma titreşimlerinin aktif kontrolü için aktif hibrit kütle damperi kullanmışlardır. Aktif hibrit kütle damperinin sürülmesinde denetim algoritması olarak H_∞ denetim metodu kullanılmıştır. Gerçekleştirilen çalışmayla titreşim genliklerinin azaltılmasında önemli bir başarı elde edilmiştir.

Wang vd. çalışmalarında [92], sistem ve denetim girişi matrislerinde parametre belirsizliği ve bozucu giriş matrisindeki yapısal olmayan belirsizlik içeren sistemlerin aktif titreşim denetimi için dayanıklı denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Özel bir tekil değer ayrışım yöntemi, yapısal belirsizlikler için uygulanmıştır. Çalışmada hem yapısal belirsizlikler hem de yapısal olmayan normu sınırlı belirsizlikler hesaba katılmıştır. Yapılan nümerik benzetim çalışmasında, 1940 El-Centro depremi etkisindeki dört katlı yapısal bir sistemin titreşimlerinin tasarlanan dayanıklı H_2 , H_∞ denetleyiciler ile etkin bir şekilde azaltıldığı gösterilmiştir. Çalışmada, eyleyici doyumu ve eyleyici gecikmesi problemleri incelenmemiştir.

Du vd. [93], sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için kırılğan olmayan H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Kat kütle, sönüm ve rijitlik değerlerinin %10 belirsizlik içerdiği kabulüyle, parametre belirsizliği sistemin dinamiğine normu sınırlı belirsizlik yapısında eklenmiştir. Çalışmada, H_∞ performans indeksi yaklaşımı ve doğrusal matris eşitsizlikleri formülasyonu ile yeni bir dayanıklı gecikmeye-bağlı durum geri-beslemeli denetleyici yapısı geliştirilmiştir. Önerilen

denetleyicinin etkinliği, dört serbestlik dereceli bir yapısal sistem için yapılan benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. Çalışmada, parametre belirsizliğinin üst sınırına herhangi bir algoritma ile ulaşılmamıştır. Gerekli kararlılık kısıtlarında bu üst sınır deneme yanılma yöntemiyle belirlenmiştir. Bununla beraber, sistemdeki parametre belirsizliği zamanla değışmeyen yapıda alınmıştır. Benzetim çalışmaları sonunda tasarlanan dayanıklı kırılğan olmayan H_{∞} denetleyicinin üstün sönüm performansı gösterdiği gözlenmiştir. Çalışmada, eyleyici gecikmesi ve eyleyici doyumu problemleri incelenmemiştir.

Majia [66], doktora tezinde deprem, rüzgar ve ağır yükler etkisi altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması için, kayan kipli denetleyici, adaptif denetleyici ve geri adımlamalı denetleyici tasarımlarını gerçekleştirmiştir. Geliştirilen denetleyicilerin performansları bina, viyadük ve köprü gibi farklı yapısal sistemler için yapılan benzetim çalışmalarıyla test edilmiştir.

Huo vd. [94], yaptıkları deneysel çalışmada bozucu etkisindeki AAKD'li iki katlı model yapı için dayanıklı H_{∞} denetleyici tasarlamışlardır. AAKD'li yapısal sistemlerde parametre belirsizliklerinin kapalı-çevrim sisteminde performans problemine neden olacağını öne sürmüşlerdir. Bu nedenle, kat kütle ve rijitlik değerlerindeki belirsizlikler, doğrusal kesirli dönüşüm yapısında sistemin dinamiğine dahil edilerek DME tabanlı H_{∞} denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Deney sonuçları, önerilen dayanıklı H_{∞} denetleyici ile bozucu bastırma, yapısal parametre değışimlerine karşı performans ve kararlılık problemlerinin etkin bir şekilde çözülebileceğini göstermiştir. Bununla birlikte, çalışmada eyleyici gecikmesi ve eyleyici doyumu gibi problemler incelenmemiştir.

Yazıcı vd. [95], gerçek kat kütle, rijitlik ve sönüm değerlerine sahip dört katlı bir yapının 1994 Northridge depremi etkisindeki titreşimlerinin aktif kontrolü için DME tabanlı çıkış geri-beslemeli dinamik H_{∞} denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Önerilen denetleyici ile, yapısal titreşimlerin azaltılmasında yüksek sönüm performansı elde edilmiştir.

Yazıcı ve Güçlü [96], deprem etkisindeki dört katlı yapısal bir sistemin titreşimlerinin aktif kontrolü için DME tabanlı durum geri-beslemeli karma H_2/H_{∞} denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Modellenen yapıya, 1995 Kobe ve 1999 Kocaeli depremi yer

hareketleri bozucu giriş olarak uygulanmıştır. Benzetim çalışmaları, önerilen denetleyicinin hem zaman hem de frekans cevaplarında son derece başarılı sonuçlar verdiğini ve yüksek sönüm performansı sağladığını göstermektedir.

Yapılan teorik ve pratik çalışmalar, sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolünde sistemin dinamiğine dahil edilmeyen eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerinin performans ve kararlılık problemlerine neden olabileceğini göstermektedir. Bu problemlerin çözümüne yönelik yapılan başlıca çalışmalar aşağıda verilmiştir.

Agrawal ve Yang [97], denetim girişindeki zaman gecikmesi olayının yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü uygulamaları üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Eyleyici gecikmesini sabit olarak kabul ederek, iki ve üç katlı yapısal sistemler için aktif titreşim kontrolü gerçekleştirmişlerdir. Kritik zaman gecikmesi değerinin aşılması durumunda, sistemde kararlılık ve performans probleminin meydana geldiğini yapılan benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir.

Agrawal ve Yang [98], denetim girişindeki zaman gecikmesinin etkisini, çok serbestlik dereceli yapısal bir sistemin aktif titreşim kontrolü için incelemişlerdir. Bu çalışmada, eyleyici gecikmesi probleminin sistemin dinamiğine eklenmesinde uygulanan yöntemlerin geniş olarak anlatıldığı bir literatür özeti verilmiştir.

Chung vd. [99], eyleyici gecikmeli yapısal sistemler için modifiye edilmiş anlık en-iyi denetim algoritması geliştirmişlerdir. Önerilen metot, anlık karesel performans indeksi ile sistemdeki durumların değişimine göre sistemdeki eyleyici gecikmesi değerini kompanze edecek şekilde denetim kuvvetinin belirlenmesi prensibine dayanmaktadır. Denetleyici tasarımı kesikli zaman formunda olup, 1940 El-Centro depremi etkisindeki üç katlı bir yapı için performans problemi zaman ve frekans alanında yapılan nümerik benzetim çalışmalarıyla incelenmiştir. Bununla birlikte, çalışmada parametre belirsizliği ve eyleyici doyumu problemleri incelenmemiştir. Benzetim çalışmalarında kullanılan yapıya ait parametrelerin, gerçek yapı parametreleri olmaması çalışmanın diğer bir eksik yönüdür.

Chai vd. [100], El-Centro ve Tianjin depremleri etkisindeki üç ve altı katlı yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü için bir en-iyi denetleyici tasarımı

gerçekleştirmişlerdir. Gecikmeye-bağı ve gecikmeden bağımsız olarak tasarladıkları denetleyicilerin titreşim azaltma performanslarını, nümerik benzetim çalışmalarıyla göstermişlerdir. Çalışmada, yeterli kararlılık kısıtlarında belirlenen eyleyici gecikmesinin üst sınırının aşılması durumunda, kapalı-çevrim sistemin kararlılığını kaybetmesi, zaman cevaplarıyla ortaya konulmuştur. Benzetim çalışmalarında kullanılan yapısal sistemlerin parametrelerinin gerçek yapı parametreleri olmaması, önerilen denetleyicinin gerçek uygulamalarda kullanılması durumunda ne kadarlık bir denetim kuvveti üreteceği hakkında fikir sahibi olunmasını engellemektedir. Bununla birlikte, çalışmada parametre belirsizliği ve eyleyici doyumu problemleri de incelenmemiştir.

Du ve Lam [101], sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması için yeni bir statik çıkış geri-beslemeli denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Tasarım sonucunda karşılaşılan doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri probleminin çözümü için genetik algoritma tabanlı bir en iyileştirme metodu kullanarak arzu edilen eyleyici doyumu sınırlarında, denetim kuvvetinin belirlenmesini sağlamışlardır. Önerilen denetleyicinin sönüm performansı, yapılan nümerik benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. Arzu edilen eyleyici doyumu sınırında, enerji-tepe performans tabanlı denetleyicinin yapısal titreşimlerin tepe değerlerini bastırmada son derece başarılı olduğu gözlenmiştir. Bununla birlikte çalışmada eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği problemleri incelenmemiştir.

Du ve Zhang [102], deprem etkisindeki çok serbestlik dereceli yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması için yeni bir gecikmeye-bağı H_∞ denetleyici yapısı önermişlerdir. Eyleyici gecikmesinin zamanla değişmeyen yapıda olduğu kabul edilmiştir. Gerekli kararlılık kısıtlarında denetim kuvveti ve eyleyici gecikmesinin üst sınırı, genetik algoritma tabanlı bir en iyileştirme metoduyla eş zamanlı olarak hesaplanmıştır. Kararlılık kısıtlarındaki eyleyici gecikmesi zamanının üst sınırının aşılması durumunda, kapalı-çevrim sistemin kararsızlığa gidişi zaman cevaplarıyla gösterilmiştir. Önerilen gecikmeye-bağı H_∞ denetleyicinin denetim algoritması olarak kullanılmasıyla, kararlılık probleminin çözülebileceği yapılan benzetim çalışmalarıyla ortaya konulmuştur. Bununla birlikte çalışmada, parametre belirsizliği ve eyleyici doyumu problemleri incelenmemiştir. Yine benzetim çalışmaları, sadece zaman alanında yapılmış olup, frekans analizi yapılmamıştır.

Yazıcı vd. [103], eyleyici gecikmeli ve enerjisi sınırlı bozucu etkisi altındaki çok serbestlik dereceli yapısal bir sistemin deprem etkisiyle oluşan titreşimlerinin aktif kontrolü için yeni bir gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir. İlk olarak gecikmeye-bağlı kriterler H_∞ sentezini kararlı kılmak amacıyla, DME şartlarını sağlayacak şekilde geliştirilmiştir. Daha sonra dışbükey olmayan en iyileştirme probleminin çözümü için konik tamamlayıcı algoritmasından yararlanılmıştır. Önerilen bu yöntemle, alt en iyi denetleyici kazancına, gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırına ve en düşük bozucu bastırma seviyesine bir dışbükey en iyileştirme tekniği kullanılarak eş zamanlı olarak erişilmiştir. Tasarlanan denetleyicinin etkinliğini göstermek amacıyla benzetim çalışmaları yapılmıştır. Zaman ve frekans alanında yapılan analizler, deprem etkisindeki yapısal titreşimlerin azaltılmasında önerilen denetleyicinin yüksek sönüm performansı gösterdiğini ve denetim sisteminin maksimum gecikme zamanı sınırlarındaki kararlılığının garanti altında olduğunu göstermiştir. Çalışmada, parametre belirsizliği ve eyleyici doyumu problemleri incelenmemiştir.

Du ve Zhang [104], yapısal sistemlerin aktif kontrolü çalışmaları için parametre belirsizliği ve eyleyici gecikmesi problemlerinin sistemin dinamiği üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Eyleyici gecikmesinin sabit yapıda olduğu kabulüyle gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, parametre belirsizliği politopik yapıda sistemin dinamiğine dahil edilmiştir. Kat rijitlik ve sönüm değerlerinin sırasıyla %20 ve %10 oranında değiştiği kabulüyle sismik zorlanma altındaki yapısal sistem için tasarlanan denetleyicinin performansı test edilmiştir. Bunun yanında, makalede parametre belirsizliğinin üst sınırı bir algoritma yardımıyla belirlenmemiştir. Çalışmada, eyleyici doyumu problemi incelenmemiş olup, benzetim çalışmalarında kullanılan yapısal sistem parametreleri gerçek bir binaya ait değildir.

Yapılan literatür araştırmasından da görüldüğü gibi, son dönemlerde sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında zaman gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerinin sistem dinamiği üzerindeki etkileri başlıca araştırma konusu haline gelmiştir. Bu etkileri karşılayacak denetleyici algoritmalarının elde edilmesine yönelik çalışmalar günümüzde de devam etmektedir. Bununla birlikte kapalı-çevrim sisteminin kararlılığı ve performansı

üzerindeki olumsuz etkileri, yapılan çalışmalarla tespit edilmiş olan bu üç problemin sistemin dinamiğine dahil edilerek aynı anda çözüm arandığı bir çalışmaya yapılan literatür araştırmasında rastlanılmamıştır. Yine literatürde, arzu edilen eyleyici doyumu limitinde ulaşılabilir en üst parametre belirsizliği ve eyleyici gecikmesi sınırları ile en düşük bozucu bastırma seviyesinin eş zamanlı olarak belirlenmesi için geliştirilmiş bir algoritma bulunmamaktadır. Bu nedenle bu doktora tezi ile, yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında etkin bir şekilde kullanılabilecek eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerinin aynı anda sistemin dinamiğine dahil edildiği, literatürdeki bu boşluğu doldurmaya aday, yeni bir denetim algoritması sunulmuştur.

1.2 Tezin Amacı

Günümüzde kontrol mühendisliği alanında yaşanan bu gelişmeler pek çok mühendislik probleminin çözümünü mümkün hale getirmiştir. Değişik bozucu girişler etkisi altındaki yapısal sistem titreşimlerinin aktif kontrolü problemi bu alanlardan biridir. Yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü günümüzde hem teorik çalışmaların hem de pratik uygulamaların geliştirilmesi gerektiği yeniliklere açık bir çalışma alanıdır. Son dönemlerde algılayıcı, bilgisayar ve denetim ekipmanları alanında yaşanan hızlı teknolojik gelişmelerle birçok yapısal kontrol problemi çözülmüştür. Böylece, günümüzde yapısal denetim sistemleri hem ekonomik hem de gerçekleştirilebilir olmaları bakımından uygulamalara konulacak düzeye erişmiş ve pek çok yapı bu teknoloji ile donatılmıştır. Buna rağmen teoride hala çözüm bekleyen problemler vardır. Bozucu etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü uygulamalarında, denetim kuvvetinin yapıya iletilmesi esnasında oluşan kaçınılmaz zaman gecikmelerinden, denetimin pratikte gerçekleştirilebilmesi için eyleyicinin doyumlu olması gereksiniminden ve sistemdeki modelleme hatalarından veya işletme şartlarına göre değişiklik gösteren parametre belirsizliklerinden dolayı denetim algoritması olarak tasarlanacak denetleyicinin, bu üç dinamiğin etkilerini de hesaba katarak gerekli denetim kuvvetini üretmesi gerekmektedir. Yapısal sistemlerin aktif kontrolü uygulamalarında sistemin performansı ve kararlılığı üzerinde olumsuz etkileri olan problemler aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Bu problemlerin başında eyleyici gecikmesi olayı gelmektedir. Her aktif kontrol sisteminde denetim girişinde zaman gecikmelerinin oluşması kaçınılmaz bir olaydır. Yapısal sistemlerin aktif kontrolü uygulamalarında eyleyici gecikmesinin oluşmasında rol oynayan başlıca etkenler;

- a)** Denetlenecek sistemin farklı yerlerine yerleştirilen algılayıcılardan çevrim-içi veri akışında geçen süre,
- b)** Algılayıcılardan gelen verilerin filtrelenmesi ve işlenmesi, gerekli denetim kuvvetinin hesaplanması ve bu bilginin eyleyiciye iletilmesi esnasında geçen süre,
- c)** Eyleyicinin gerekli denetim kuvvetini üretmesi ve yapıya tatbik etmesi esnasında geçen süre olarak özetlenebilir.

Eyleyici gecikmesinden dolayı yapıya iletilen senkronize olmayan denetim kuvveti, denetim veriminin kötüleşmesine ve denetim sisteminde kararsızlıkların oluşmasına neden olabilmektedir. Deprem etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında başlıca problem olan eyleyici gecikmesi olayını çözmek için, denetim girişinde meydana gelen zaman gecikmesini kompanze edecek bazı yöntemler öne sürülmüştür. Bu yöntemlerde denetleyici ilk olarak hiç eyleyici gecikmesi yokmuş gibi dizayn edilir ve daha sonra geri-besleme kazancı gecikmeyi karşılayacak şekilde ayarlanır. Buna karşın bu yöntemler zaman gecikmesinin çok küçük olması durumunda başarılı olabilmektedir. Eğer sistemde büyük zaman gecikmeleri meydana geliyorsa, önerilen kompanzasyon yöntemleri sistemin kararlılığını ve performansını garanti edemez. Bu nedenle, son dönemlerde gecikmeye-bağlı denetleyicilerin tasarımı üzerine yapılan çalışmalara ağırlık verilmiştir.

Denetleyici tasarımı için bir diğer önemli problem ise, denetim sistemi eyleyicilerinin doyumlu olmasıdır. Eyleyici doyumu olayı kapalı-çevrim sistemlerin kararlılığını etkileyecek kadar önemli, doğrusal olmayan denetim problemidir. Özellikle son dönemlerde enerjisi sınırlı bozucu etkisi altındaki sistemlerin giriş ve çıkışları arasındaki L_2 kararlılığını garanti eden, bununla birlikte eyleyici giriş sinyalinin eyleyici doyum sınırları arasında kalması şartını gerçekleyen denetleyici tasarımı üzerine çalışmalar yoğunlaşmıştır. Pratikte eyleyici içeren geri-beslemeli denetim uygulamalarında, eyleyiciler üzerinde çok sıkı sınırlamalar bulunmaktadır. Uygulamada sınırlı kuvvet,

strok, tork veya doğrusal açısal oran sağlayan elektro-mekanik cihazlar bulunmaktadır. Eyleyici sınırlamalarının göz ardı edildiği denetleyici tasarımlarında, beklenmeyen geçici hal cevapları görülmekte ve kapalı-çevrim kararsızlığı gibi problemler oluşabilmektedir. Bu bakımdan eyleyici doyumları, birçok doğrusal ve doğrusal olmayan denetleyici tasarımlarında temel sınırlamaları oluşturmaktadır.

Yapısal sistemlerin aktif kontrolü çalışmalarında karşılaşılan diğer bir problem ise parametre belirsizlikleridir. Modelleme hataları, malzeme özelliklerinin değişkenlik göstermesi, yapı elemanların doğrusal olmayan davranışları, değişen çevre şartları ve yükler nedeniyle yapısal sistemler belirsizlikler içerir. Parametre belirsizliklerinin özellikle aktif kontrol alanında denetleyicinin kararlılığı ve performansı üzerinde olumsuz etkileri vardır. Bilindiği gibi yapısal sistemlerin rijitlik ve sönüm değerlerinin ölçülmesi ve tam olarak belirlenmesi son derece zor bir olaydır. Bununla birlikte rijitlik ve sönüm değerleri tam olarak belirlense bile zamanla işletme şartlarına bağlı olarak değişiklik gösterebilmektedir. Buradan hareketle ölçülmesi veya hesaplanması zor olan sistem parametrelerinin sistemin dinamiğine belirsizlik içerecek şekilde matematiksel olarak dahil edilmesiyle dayanıklı denetleyici yapıları elde edilebilir. Bu nedenle yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında dayanıklı denetim teknikleri sıklıkla tercih edilmektedir.

Sistemin dinamiği üzerinde olumsuz etkileri olan bu üç problemin eş zamanlı olarak çözümüne ancak çok amaçlı bir denetleyici yapısı geliştirilerek ulaşılabilir. Bilindiği gibi çok amaçlı denetleyici tasarımlarında karşılaşılan en önemli sorun performans kriterleri arasında ödünleşmelerin meydana gelmesidir. Burada, özellikle eyleyici doyumu, eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği sınırlarının, yeterli kararlılık kısıtlarında belirlenmesinde önemli ödünleşmeler yaşanmaktadır. Doktora tezinde geliştirilen gecikmeye-bağlı denetleyicilerin pratikte etkin bir şekilde kullanılabilmesi, bu üç dinamik içinde mühendislik açısından kabul edilebilir sınırların elde edilmesine bağlıdır. Bu durumda, istenilen sınırlara erişebilmek için tasarlanan denetleyicinin daha az tutucu olması gereksinimi ortaya çıkmaktadır.

Tasarımda karşılaşılan diğer bir problem ise gecikmeye-bağlı kararlılık kısıtlarının doğrusal olmayan matris eşitsizliği formunda elde edilmesidir. DME tabanlı gecikmeye-

bağlı denetleyici tasarımlarında ortaya çıkan tutuculuk ve doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri problemleri ve tezde bu problemlere getirilen çözümler aşağıda açıklanmıştır.

Doğrusal matris eşitsizlikleri, doyumlu eyleyiciye sahip, eyleyici gecikmeli, belirsizlik içeren sistemlerin denetimi için uygun denetleyicilerin tasarlanmasında sıklıkla kullanılmaktadır. Ancak ürettikleri çözümlerin tutucu olması beklenen bir sonuçtur. Literatürde yapılan çalışmalar bu çeşit araçların gevşetmelerinin sıkı olduğunu göstermektedir. Bunun başlıca nedeni, DME ile formüle edilen kısıtların, genelde gerçek kısıtları da içine alan daha büyük dışbükey yapılar şeklinde olmasıdır. Buradaki gerçek en iyi değerle, hesaplanan en iyi değer arasındaki boşluk bu tutucu yaklaşımlardan kaynaklanmaktadır. Gecikmeye-bağlı kararlılık kısıtlarının belirlenmesinde kullanılan Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelinin tutuculuğunun azaltılması için bu doktora tezinde zamanla değişen eyleyici gecikmeli denetleyici yapısında bazı yaklaşım ve yöntemlerden yararlanılmıştır. Bunların başında serbest gevşetme matrislerinin denetim mimarisine eklenmesiyle kararlılık kısıtlarının sıklığının azaltılması hedeflenmiştir. Bu serbest gevşetme matrislerinin kullanımı kararlılık şartlarının sıklığının azaltılmasının yanında sistemdeki erşilebilir en üst gecikme zamanı ve parametre belirsizliği sınırlarının arttırılmasını sağlamaktadır. Bunun yanında, seçilen farklı Lyapunov-Krasovskii fonksiyonellerinin de tutuculuğu azaltmada önemli rol oynadığı bilinmektedir. Zamanla değişen eyleyici gecikmeli denetleyici tasarımında daha az tutucu sonuçların elde edilebilmesi için kullanılan diğer bir yöntem ise tam kareye tamamlama yöntemidir. Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelinin zamana göre türevinin alınmasında negatif olmayan yararlı terimlerin elimine edilmemesi için bu metottan yararlanılmıştır. Bu yaklaşımlar vasıtası ile daha az tutucu bir denetleyici yapısı elde edilmiş ve önerilen çok amaçlı denetim problemi çözülerek arzu edilen tasarım kriterlerine ulaşılmıştır.

Gecikmeye-bağlı denetleyici tasarımında karşılaşılan diğer bir sorun kararlılık kısıtlarının Doğrusal Olmayan Matris Eşitsizliği (DOME) formunda elde edilmesidir. Bilindiği gibi zaman gecikmeli sistemler, sonsuz boyutlu sistemlerdir. Zaman gecikmesi olayının sistemin dinamiğine katılması durumunda sürekli zamanlı sistemler için yapılan analiz ve sentez çalışmalarında sistemin performans ve kararlılık problemlerinin

çözümünde Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli yaklaşımından sıklıkla yararlanılmaktadır. Bu yaklaşım sistemdeki kararlılık kısıtlarının ve zaman gecikmesi sınırlarının belirlenmesinde etkin bir şekilde kullanılmaktadır. Buradan hareketle, matris eşitsizliği biçiminde kararlılık koşulları geliştirilmektedir. Doktora tezinde, eyleyici gecikmeli denetleyicilerin yeterli kararlılık kısıtları Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli yaklaşımı ile doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri formunda elde edilmiştir. Doğrusal olmayan matris eşitsizliklerinin çözümü için, bu dışbükey olmayan fizibilite problemi yerine, doğrusal matris eşitsizliği içeren konik tamamlayıcı problemi biçiminde doğrusal olmayan bir minimizasyon problemi önerilmiştir. Bunun başlıca nedeni, tasarımda yer alan doğrusal olmayan matris formundaki terimlerden dolayı önerilen en iyileştirme probleminin çözümünün dışbükey en iyileştirme problemi çözümünde kullanılan yöntemlerle bulunamıyor olmasıdır. Bu nedenle literatürde bu tip problemlerin çözümünde kullanılan doğrusallaştırma yöntemlerinden yararlanılması gerekir. Doktora tezinde kullanılan konik tamamlayıcı doğrusallaştırma algoritmasının, D-K iterasyonu, maksimum-minimum algoritması ve genetik algoritma gibi diğer doğrusallaştırma algoritmalarına göre daha az tutucu sonuçlar verdiği literatürde yapılan nümerik çalışmalarla ortaya konulmuştur (El Ghaoui vd. [105], Moon vd. [36]). Daha az tutucu çözümler üretmesinin yanında önerilen konik tamamlayıcı algoritmasının diğer önemli üstünlüğü, uygun çözümün bulunmasında yüksek yakınsama hızıyla çalışmasıdır. Doktora tezinde önerilen bu doğrusallaştırma yöntemiyle doğrusal olmayan matris eşitsizliği problemi çözülerek istenilen eyleyici doyumu sınırlarında, gecikme zamanının ve parametre belirsizliğinin üst sınırı ile bozucu bastırma seviyesinin alt sınırı eş zamanlı olarak belirlenmektedir.

Bu doktora tezi ile eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliklerinin yapısal sistemlerin aktif denetimi çalışmalarında sistemin dinamiği üzerindeki etkileri araştırılarak, geliştirilen yeni dayanıklı gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyiciler ile problemin çözümüne katkı sunulmaya çalışılmıştır. Aktif kontrol uygulamalarında eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği olaylarının sistemde yarattığı kararlılık ve performans problemleri hem laboratuvar çalışmalarında hem de gerçek yapılar üzerindeki uygulamalarda ortaya çıkan önemli problemlerdir. Bu problemlerin çözümü için yapılması gereken, bu dinamiklerin matematiksel olarak denetim

problemine dahil edilerek, kararlılık sınırlarında denetim algoritmasının bu etkileri hesaba katarak denetim kuvveti üretecek şekilde tasarlanmasıdır. Çalışmada daha az tutucu, dayanıklı, uygulanabilir ve yapısal sistemlerin eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerini çözebilecek, ayar parametresi içermeyen, literatürdeki bu boşluğu doldurmaya aday yeni bir denetim algoritması geliştirilmiştir.

Bu tezin temel amacı, önerilen doyumlu eyleyiciye sahip, eyleyici gecikmesine bağlı durum geri-beslemeli dayanıklı H_∞ denetleyici ile aşağıda listelenen amaç ölçütlerini aynı anda yerine getirmektir.

- a)** Kapalı-çevrim sistemi L_2 kararlı kılmak (kararlılık problemi).
- b)** Kapalı-çevrim sisteminin tolere edebileceği gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırını belirlemek.
- c)** Kapalı-çevrim sisteminin tolere edebileceği erişilebilir en üst parametre belirsizliği sınırını belirlemek.
- d)** En düşük bozucu bastırma seviyesini belirlemek (bozucu bastırma problemi).
- e)** Tasarlanan denetleyicinin yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif denetimi çalışmalarında etkin olarak kullanılabilmesi için gerçekleştirilebilirlik açısından uygun eyleyici doyumu limitinde alt en iyi denetleyici kazancını belirlemektir.

Özetle bu doktora tezinin başlıca amacı, daha az tutucu, pratikte uygulanabilir, eyleyici doyumlu, dayanıklı gecikmeye-bağlı durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici elde etmek için, kolayca gerçekleştirilebilir bir sentez metodu ortaya koymaktır. Geliştirilen bu metotla deprem etkisi altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması çalışmalarında etkin olarak kullanılacak yeni bir denetim algoritmasının tasarlanması hedeflenmiştir.

1.3 Orijinal Katkı

Kapalı çevrim denetim sistemlerinde, eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği olayları kararlılık ve performans problemlerine neden olmaktadır. Yapılan literatür araştırması sonucunda, yapısal sistemlerin aktif kontrolü çalışmalarında

eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerin aynı anda matematiksel olarak sistemin dinamiğine dahil edildiği bir denetleyici tasarımına rastlanılmamıştır. Son yıllarda, bu problemlerin ayrı ayrı ele alınarak incelendiği çalışmalar yapılmıştır. Yine bu çalışmalarda, kapalı-çevrim sistemin yeterli kararlılık şartlarında erişilebilir en üst eyleyici gecikmesi zamanı ve parametre belirsizliği sınırı ile en düşük bozucu bastırma seviyesinin istenilen en düşük eyleyici doyumu limitinde eş zamanlı olarak belirlendiği bir iterasyon algoritması sunulmamıştır.

Yapılan çalışmayla, yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında etkin bir şekilde kullanılabilecek eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerinin aynı anda ilk defa sistemin dinamiğine dahil edildiği, literatürdeki bu boşluğu doldurmaya aday, yeni bir denetleyici tasarımının gerçekleştirilmiştir. Yine çalışmada geliştirilen konik tamamalayıcı algoritması ile, kapalı-çevrim sistemin yeterli kararlılık şartlarında erişilebilir en üst eyleyici gecikmesi zamanı ve parametre belirsizliği sınırı ile en düşük bozucu bastırma seviyesinin istenilen en düşük eyleyici doyumu limitinde eş zamanlı olarak belirlenmiştir.

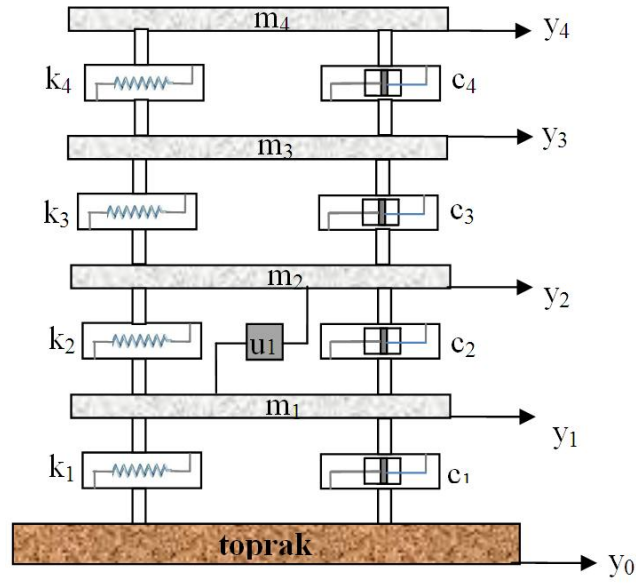
Doktora tezinin literatüre olan orjinal katkısı, en iyi sönüm performansı sağlayan eyleyici doyumu limitine bağlı olarak; daha az tutucu, pratikte uygulanabilir, ayar parametresi gerektirmeyen, gecikmeye-bağlı durum geri-beslemeli dayanıklı yeni bir H_∞ denetleyici elde edilerek, kolayca gerçekleştirilebilir bir sentez metodunun geliştirmiş olmasıdır. Zaman ve frekans alanında yapılan benzetim çalışmaları, önerilen denetleyicinin titreşim azaltma problemlerinde etkin olarak kullanılabileceğini ve kapalı-çevrim sistemin küresel asimptotik kararlılığının en yüksek eyleyici gecikmesi sınırı ve en büyük parametre belirsizliği değerı için arzu edilen giriş doyum sınırları içerisinde garanti altında olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizlikleri problemlerinin sistemin dinamiğinde var olduğu her türlü mekanik, kimyasal ve biyolojik sistemler için de doktora tezinde geliştirilen eyleyici gecikmesine bağlı, eyleyici doyumlu ve dayanıklı denetim metodu, dayanıklı kararlılık ve dayanıklı performans problemleri için kullanılabilir.

DEPREM ETKİSİNDEKİ YAPISAL SİSTEMLERİN MODELLENMESİ VE TİTREŞİMLERİNİN ANALİZİ

Bu bölümde, deprem etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin analizi için çok serbestlik dereceli yapısal bir sistem modellenerek hareket denklemleri elde edilmiştir. Doktora tezinde, benzetim çalışmalarında enerjisi sınırlı buzucu giriş olarak yapısal sisteme uygulanacak olan dünyada meydana gelmiş bazı önemli yıkıcı depremler (1940 El-Centro, 1994 Northridge, 1995 Kobe, 1999 Kocaeli) MATLAB-Simulink paket programı ile modellenmiştir. Daha sonra sistemdeki parametre belirsizlikleri zamanla değişen normu sınırlı parametre belirsizliği yapısında sistemin dinamiğine dahil edilerek denetim çalışmalarında kullanılmak üzere daha gerçekçi bir yapısal model oluşturulmuştur. Nominal ve belirsizlik içeren yapısal sistem modellerine enerjisi sınırlı buzucu giriş olarak 1995 Kobe depremi yer hareketi uygulanarak parametre belirsizliği probleminin sistemin dinamiği üzerindeki etkileri benzetim çalışmasıyla gösterilmiştir. Bu bölümde elde edilen yapısal modeller ve deprem kayıtları, doktora tezinde Bölüm 3 ve 4'te tasarlanan denetleyicilerin performanslarının test edilmesi çalışmalarında kullanılacaktır.

2.1. Yapısal Sistemin Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

Doktora tezinde, yapısal sistemin hareket denklemleri, tek bir yönde mesnet hareketi ve kat yer değiştirmeleri için kullanılan kayma bina modeli esas alınarak elde edilmiştir.



Şekil 2. 1 4 serbestlik dereceli yapısal sistemin fiziksel modeli

Depremlerin yıkıcı etkileri genelde yatay titreşimlerin bir sonucu olarak ortaya çıktığından, bu çalışmada serbestlik derecesi sadece bu yönde hesaba katılmıştır. Bu nedenle, tüm yay ve sönüm elemanlarının yatay yönde hareket ettiği kabul edilmiştir. Modellenen yapısal sistemin fiziksel gösterimi Şekil 2.1'de verilmiştir.

Burada, her bir katın kütlesi sırasıyla m_1 , m_2 , m_3 ve m_4 'tür. y_1 , y_2 , y_3 , y_4 ilgili genel koordinatlardaki katlara ait, zemine göre yatay yer değiştirmeleridir. c_1 , c_2 , c_3 , c_4 ve k_1 , k_2 , k_3 , k_4 sırasıyla ilgili katlara ait sönüm ve rijitlik değerleridir. y_0 zemin kaynaklı yatay yer değiştirmedir. Dört serbestlik dereceli yapısal sistemin hareket denklemleri, Lagrange eşitliği ile aşağıdaki gibi elde edilebilir. Lagrange denkleminin genel ifadesi

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.1)$$

şeklindedir. Burada;

E_k = Toplam kinetik enerji

E_p = Toplam potansiyel enerji

E_D = Toplam sönüm enerjisi

Q_i = Genelleştirilmiş kuvvetler

q_i = Genelleştirilmiş koordinatlar

$\dot{q}_i$ = Genelleştirilmiş hız

ifadelerini temsil etmektedir.

Bu durumda, dört serbestlik dereceli yapıya ait enerji denklemleri

$$E_K = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2 + \frac{1}{2}m_4\dot{y}_4^2 \quad (2.2)$$

$$E_P = \frac{1}{2}k_1y_1^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - y_2)^2 + \frac{1}{2}k_4(y_4 - y_3)^2 \quad (2.3)$$

$$E_D = \frac{1}{2}c_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}c_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2}c_3(\dot{y}_3 - \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2}c_4(\dot{y}_4 - \dot{y}_3)^2 \quad (2.4)$$

şeklinde elde edilir. Lagrange denklemi kullanılarak elde edilen katlara ait hareket denklemleri,

$$m_1\ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = 0 \quad (2.5)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + (c_2 + c_3)\dot{x}_2 - c_2\dot{x}_1 - c_3\dot{x}_3 + (k_2 + k_3)x_2 - k_2x_1 - k_3x_3 = 0 \quad (2.6)$$

$$m_3\ddot{x}_3 + (c_3 + c_4)\dot{x}_3 - c_3\dot{x}_2 - c_4\dot{x}_4 + (k_3 + k_4)x_3 - k_3x_2 - k_4x_4 = 0 \quad (2.7)$$

$$m_4\ddot{x}_4 + c_4\dot{x}_4 - c_4\dot{x}_3 + k_4x_4 - k_4x_3 = 0 \quad (2.8)$$

olarak elde edilebilir. Bozucu bir dış etki altındaki yapısal sistemin hareket denklemi genel formda,

$$M_s\ddot{y}(t) + C_s\dot{y}(t) + K_sy(t) = F_uu(t) + E_w w(t) \quad (2.9)$$

şeklinde dir. Burada, $y(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ y_3(t) \ y_4(t)]^T$ katların yatay yerdeğiştirmelerini gösteren durum vektörünü, $u(t)$ denetim kuvvetini, $F_u \in \Re^{m_u \times n}$ denetleyicinin yerleştirildiği yeri, $w(t) \in L_2$ sisteme uygulanan bozucu girişi, $E_w = [-(c_1\dot{y}_0 + k_1y_0) \ 0 \ 0 \ 0] \in \Re^{m_w}$ bozucuların ağırlık matrisini göstermektedir. Sonuç olarak $M_s, C_s, K_s \in \Re^{n \times n}$ sırasıyla kat kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini göstermektedir. Bu matrisler Ek-A'da verilmiştir.

$\mathbf{x}(t)=[\mathbf{y}(t)^T \dot{\mathbf{y}}(t)^T]^T$ ifadesi kullanılarak yukarıda tanımlanan yapısal sistemin hareket denklemleri durum-uzay formuna,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_h\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_w\mathbf{w}(t) \quad (2.10)$$

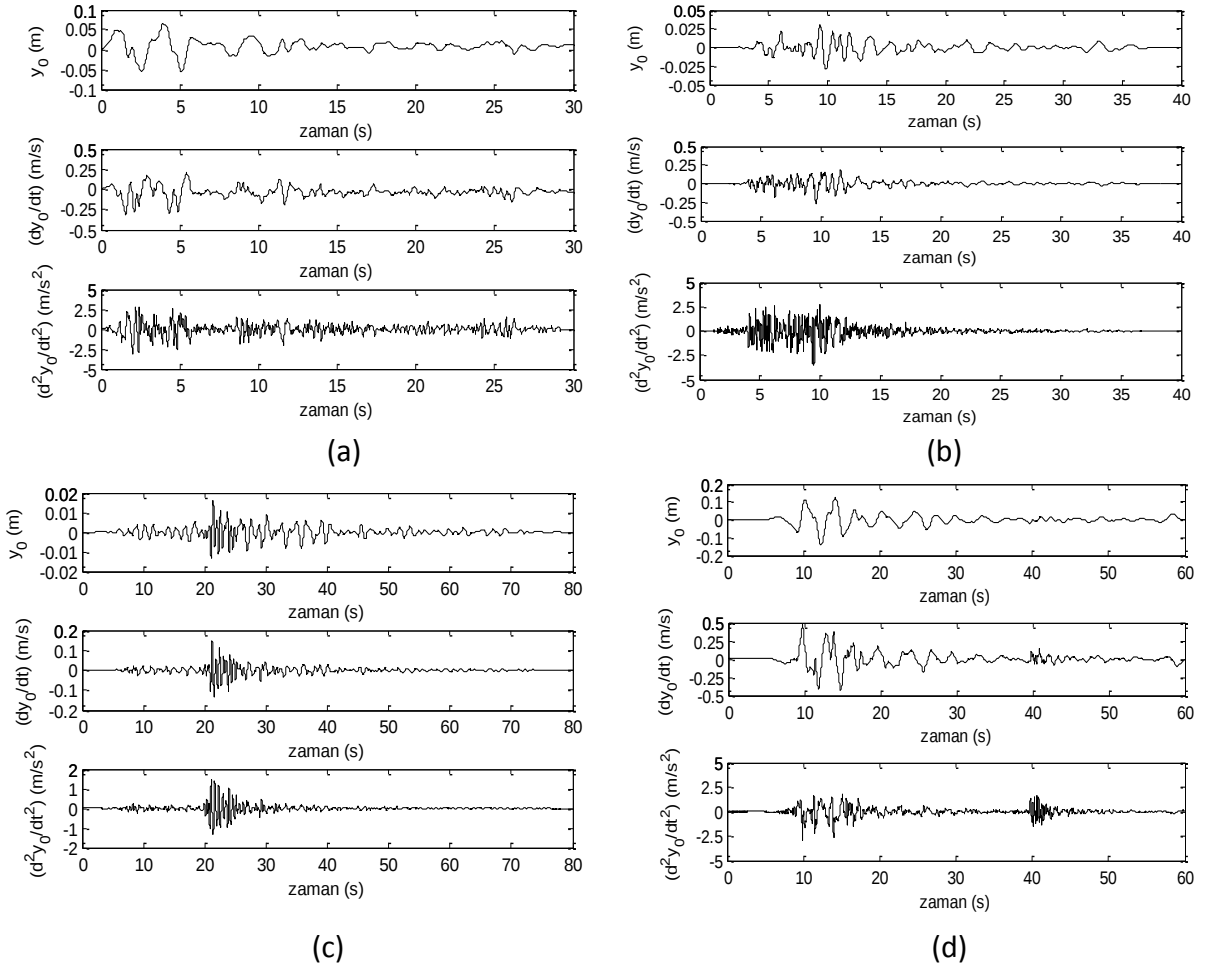
şeklinde dönüştürülebilir. Burada,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{C}_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_h = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{F}_u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{E}_w \end{bmatrix}$$

sırasıyla uygun boyutlu sistem, denetim girişi ve bozucu giriş matrislerini ve $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^n$ sistemin durum vektörünü, $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$ sistemin denetim girişini, $\mathbf{w}(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$ sistem üzerindeki bozucu giriş vektörünü göstermektedir.

2.2. Yapısal Sisteme Uygulanan Bozucu Deprem Hareketleri

Doktora tezinde nümerik benzetim çalışmalarında, modellenen yapısal sisteme dünyada meydana gelmiş bazı önemli yıkıcı depremler enerjisi sınırlı bozucu giriş olarak uygulanmıştır. Çalışmada, deprem anında deprem ölçüm istasyonlarında kaydedilen datalar MATLAB paket programı ile alçak ve yüksek geçiren filtrelerle işlenerek ölçümden kaynaklanan gürültü ve benzeri bozucu sinyallerin arındırılmasıyla zamanın bir fonksiyonu şeklinde modellenmiştir (Yağız [106], Yağız [79], Yağız ve Ertal [107], Yazıcı ve Güçlü [108], Kasımcı [77]). Şekil 2.2'de doktora tezinde bozucu giriş olarak kullanılacak, Amerika Birleşik Devletleri El-Centro'da 1940 yılında meydana gelen $M_w=7.1$ şiddetindeki El-Centro depremi, Amerika Birleşik Devletleri Los Angeles Reseda'da 1994 yılında meydana gelen $M_w=6.7$ şiddetindeki Northridge depremi, Japonya Kobe'de 1995 yılında meydana gelen $M_w=6.9$ şiddetindeki Kobe depremi ve Türkiye Kocaeli'de 1999 yılında meydana gelen $M_w=7.4$ şiddetindeki Kocaeli depreminin yer hareketleri gösterilmektedir.



Şekil 2. 2 (a) 1940 El-Centro depremi yer hareketi, (b) 1994 Northridge depremi yer hareketi, (c) 1995 Kobe depremi yer hareketi, (d) 1999 Kocaeli depremi yer hareketi

2.3. Parametre Belirsizliği İçeren Yapısal Sistem

Zhou vd. [62], iyi bir modelin tasarımı kolaylaştırmak için yeteri kadar basit, ancak gerçek sistemde çalışacak tasarımlar için güven vermesi bakımından gerekli detayları kapsayacak kadar da koplike olması gerektiğini "Dayanıklı Kontrolün Temelleri" isimli kitabında belirtmiştir. Matematik modellerin tam olarak gerçeği yansıtması beklenmeyen bir durumdur. Her matematik modelde çeşitli kabüllerden kaynaklanan belirsizlikler mevcuttur. Belirsizlik terimi, modeller ile gerçek arasındaki farklılıkları ifade eder. Burdan hareketle yapısal sistem modelleri üzerinde belirsizliklerin kaynakları olarak genellikle modeldeki doğrusallaştırma ve kabüllerden kaynaklanan belirsizlikler ile sistemlerin işletme şartlarına bağlı olarak parametrelerindeki değişimlerden kaynaklanan belirsizlikler gösterilebilir. Burada, sistemdeki parametre

belirsizlikleri zamanla değişen normu sınırlı parametre belirsizliği formunda sistemin dinamiğine dahil edilerek belirsizlik içeren yapı modeli elde edilmiştir.

Bozucu etkisindeki doğrusal zamanla değişen belirsizlik içeren bir sistemin durum-uzay modeli

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + B_w w(t) \quad (2.11)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, ΔA zamanla değişen parametre belirsizliği matrisini göstermektedir. Parametre belirsizliği normu sınırlı belirsizlik yapısında,

$$\Delta A = GF(t)E_A \quad (2.12)$$

eşitliği ile elde edilebilir. Burada, G ve E_A sistemdeki belirsizliklerin yapısını tanımlayan bilinen sabit gerçek matrisleri ve $t \geq 0$ için $F^T(t)F(t) \leq I$ 'yi sağlayan Lebesgue ölçülebilir sınırlı bilinmeyen matris fonksiyonunun göstermektedir.

Nominal model ve belirsizlik içeren yapısal modelin deprem etkisindeki titreşimlerinin gözlemlenmesi amacıyla dört katlı bir yapı için benzetim çalışması yapılmıştır.

Doktora tezinde, yapılan tüm benzetim çalışmalarında bu bölümde modellenen yapısal sistem kullanılmıştır. Modellenen yapısal sisteme ait kat kütle, sönüm ve rijitlik parametreleri Çizelge 2.1'de verilmiştir [82].

Çizelge 2. 1 Benzetim çalışmalarında kullanılan yapısal sisteme ait kat kütle, sönüm ve rijitlik parametreleri

Kütle Parametreleri	Sönüm Parametreleri	Rijitlik Parametreleri
$m_1 = 450000 \text{ kg}$	$c_1 = 26170 \text{ Ns/m}$	$k_1 = 18050000 \text{ N/m}$
$m_2 = 345000 \text{ kg}$	$c_2 = 490000 \text{ Ns/m}$	$k_2 = 340000000 \text{ N/m}$
$m_3 = 345000 \text{ kg}$	$c_3 = 467000 \text{ Ns/m}$	$k_3 = 326000000 \text{ N/m}$
$m_4 = 345000 \text{ kg}$	$c_4 = 410000 \text{ Ns/m}$	$k_4 = 285000000 \text{ N/m}$

Sistemdeki belirsizliklerin yapısını gösteren matrisler ise

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -M_s^{-1}K_s & -M_s^{-1}C_s \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$E_A = I \quad (2.14)$$

$$F(t) = \bar{p} f_i(t) I \quad (2.15)$$

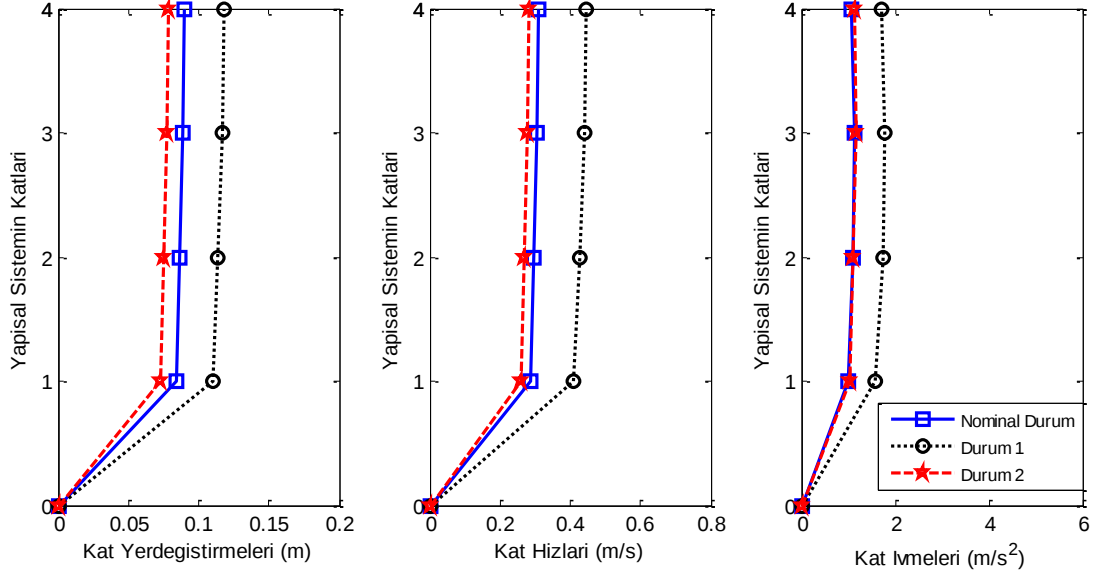
şeklinde seçilmiştir. Burada $\bar{p}$, $\bar{p} > 0$ için sistemdeki parametre belirsizliğinin üst sınırını gösteren bilinen skaler değerdir. Doktora tezinde, bu değer sistemin kararlılık sınırlarında önerilen konik tamamlayıcı algoritması ile belirlenmiştir. Burada örnek temsil etmesi açısından $\bar{p} = 0.20$ olarak alınarak benzetim çalışması yapılmıştır. Ayrıca, sistemin dinamiğine dahil edilen parametre belirsizliğinin sabit ve zamanla değişen yapıda olmak üzere iki farklı durum için incelenmiştir. Aşağıda gösterildiği gibi Durum 1'de, parametre belirsizliği sabit olarak alınmış ve belirsizliğin 1'e eşit olduğu yani en kötü senaryo için analizler gerçekleştirilmiştir. Durum 2'de ise, sistemdeki parametre belirsizliklerinin 0.5 frekanslı bir sinüs eğrisi şeklinde zamanla değiştiği kabulü için analizler yapılmıştır.

Burada,

Durum 1: $f_1(t) = 1$,

Durum 2: $f_2(t) = \sin(0.5 \times t)$ dir.

Sistemde parametre belirsizliğinin olmadığı Nominal Durum, ve zamanla değişen parametre belirsizliklerinin olduğu Durum 1 ve Durum 2 için benzetim çalışmaları sonuçları, Şekil 2.3'de denetimsiz olarak her bir katın yer değiştirme hız ve ivmelerinin maksimum değerleri (tepeden-tepeye) için çizdirilmiştir. Bozucu etki olarak 1995 Kobe depreminin zemin hareketi nominal ve parametre belirsizliği içeren yapısal sisteme uygulanmıştır.



Şekil 2. 3 1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye zaman cevapları

Şekil 2.3'den de görüldüğü gibi sistemdeki parametre belirsizlikleri yapısal sistemin cevaplarında önemli değişikliklere neden olmaktadır. Bu durum denetleyici tasarımlarında bu problemin matematiksel olarak sistemin dinamiğine dahil edilerek dayanıklı denetleyici tasarımlarının gerçekleştirilmesi gerektiğini göstermektedir.

BÖLÜM 3

DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ YAKLAŞIMIYLA H_∞ EN İYİLEŞTİRME PROBLEMİ

Bu bölümde ilk olarak dışbükey en iyileştirme problemi ile ilgili temel tanımlar verilerek, doktora tezindeki denetleyici tasarımlarında en önemli tasarım aracı olarak kullanılan dışbükey en iyileştirme temelindeki doğrusal matris eşitsizlikleri anlatılmıştır. Daha sonra DME yaklaşımıyla durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici ile çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyici tasarımları gerçekleştirilerek sismik zorlanma altındaki çok serbestlik dereceli yapısal bir sistemin titreşimlerinin azaltılması için nümerik benzetim çalışmaları yapılmıştır. Bu bölümde yapılan benzetim çalışmaları sonucunda, denetim sisteminde eyleyici gecikmesi olmadığı durumda tasarlanan denetleyicilerin son derece yüksek sönüm performansı gösterdiği görülmüştür. Buna karşın, denetleyici giriş sinyalinde çok küçük zaman gecikmesi oluşması durumunda bile kapalı-çevrim sisteminde performans ve kararlılık problemi meydana geldiği gözlemlenmiştir. Bu durum, eyleyici gecikmeli sistemler için denetim kuvvetinin gecikmeye-bağlı olarak hesaplandığı kapalı-çevrim kararlılığının belirlenen kısıtlar için garanti altında olduğu gecikmeye-bağlı denetleyicilerin tasarlanması gerektiğini göstermiştir.

3.1. Dışbükey En İyileştirme

En iyileştirme, gerçek hayattaki problemlerde elde edebileceğimiz çözüm kümelerinden veya ihtimallerinden bizim için en iyisini seçmek olarak tanımlanabilir. Mühendislik, biyoloji ve ekonomi gibi pek çok bilim dalında en iyileştirme

problemlerinin örneklerine rastlanılabilir. Hangi bakımdan en iyi sorusunun yanıtını oluşturan niteliğe, en iyileştirme ölçütü adı verilir. Her somut en iyileştirme problemi ancak net olarak tanımlanmış bir en iyileştirme ölçütü ile birlikte var olabilir. En iyileştirme ölçütünün verilmesi, aranan “en iyi” yi tanımlı hale getirir. Bununla birlikte, “en iyi” olanın ayırt edilebilmesi için adayların “iyi”liklerinin birbiriyle karşılaştırılabilmesi; bu karşılaştırmanın bilimsel çerçevede yapılabilmesi için ise bu “iyi”liklerin ölçülebilmesi gerekir. Bu, her adaya, en iyileştirme ölçütüne göre ne kadar “iyi” olduğunu gösteren bir skaler nicelik eşleştirilmesini gerektirir. Bu skalere başarımlar göstergesi ya da başarımlar ölçüsü adı verilir. Bu çerçevede en iyi çözüm denildiğinde başarımlar göstergesini ekstremum (yerine göre en küçük ya da en büyük) yapan çözüm anlaşılır. Bilimsel çerçevede en iyileştirme, bir problemin olası çözümleri arasında başarımlar göstergesini ekstremum yapanın belirlenmesi işlemidir. Bir en iyileştirme probleminin matematiksel olarak formüle edilebilmesi için, başarımlar göstergesinin bir takım argümanlar cinsinden ifade edilmesi gerekir. Bu argümanlar bir takım skaler parametreler olabilecekleri gibi bağımsız bir değişkenin bir takım fonksiyonları da olabilirler [109], [110].

3.1.1. Parametre En İyileştirmesi

Matematikte bir takım skalerlere bir skaler eşleştiren yasalara fonksiyon adı verildiğinden parametre en iyileştirmesinde başarımlar göstergesi

$$P = f_0(x); \quad x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \quad (3.1)$$

şeklinde bir fonksiyon olur. Bu fonksiyona amaç fonksiyonu ya da hedef fonksiyonu, bu fonksiyonun x argümanlarına ise en iyileştirme parametreleri adı verilir. Parametre en iyileştirmesinde hedef, en iyileştirme parametrelerinin amaç fonksiyonunu ekstremum yapan değerlerinin belirlenmesidir. İstenen ekstremumun maksimum olması halinde amaç fonksiyonuna özel olarak değer fonksiyonu adı verilir. Tersine, istenenin en küçük olması halinde ise bedel fonksiyonu terimi kullanılır.

Bazı parametre en iyileştirme problemlerinde, en iyileştirme parametreleri hiç bir sınırlamaya tabi olmaksızın her değeri alabilir. Bu durumda kısıtsız en iyileştirmeden söz edilir. Kimi zaman da, bu parametreler bazı kısıtlamalara tabi olurlar. Bu kez de

kısıtlı en iyileştirme söz konusudur. Kısıtlar, en iyileştirme parametrelerinin sağlamaları gereken kısıt denklemleri şeklinde ifade edilir. Bunlar,

$$f_j(x) = 0; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3.2)$$

şeklinde eşitlik kısıtları olabilecekleri gibi

$$f_j(x) \leq 0; \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (3.3)$$

şeklinde eşitsizlik kısıtları da olabilirler.

3.1.2. Fonksiyon En İyileştirmesi

Fonksiyon en iyileştirmesinde başarımlar göstergesi, bağımsız bir değişkenin bir takım fonksiyonlarına bağlı bir skalerdir. Matematikte bir takım fonksiyonlara bir skaler eşleştiren yasalara fonksiyonel adı verildiğinden fonksiyon en iyileştirmesinde başarımlar göstergesi fonksiyonel olur.

$$P = J[x(t)] = \int_{t_a}^{t_b} f_0[x(t), \dot{x}(t), t] dt; \quad x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}^T \quad (3.4)$$

Burada t , bağımsız değişkeni; $x_i(t)$ fonksiyonları ise en iyileştirme fonksiyonlarını göstermektedir. Fonksiyon en iyileştirmesinde hedef J fonksiyoneli ekstremler yapacak $x_i(t)$ fonksiyonlarının hiçbir sınırlamaya tabi olmadığı kısıtsız ve bazı kısıtlamalara uymak zorunda olduğu kısıtlı en iyileştirme problemleri söz konusu olabilir.

3.1.3. Dışbükey Problemler

Bir en iyileştirme probleminde amaç fonksiyonu ve mevcut kısıtların serbest bıraktığı olası çözümler kümesi dışbükeylik adı verilen bir özelliğe sahip olduğunda problemin dışbükey bir problem olduğu söylenir. Minimizasyon amaçlı dışbükey problemler, gerek koşul-yeter koşul ve yerel en küçük-genel en küçük ikilemlerinde çözümü kolaylaştıran bazı önemli özelliklere sahiptir. Bu bölümde kısaca bu konudaki temel kavramların tanımları verilecektir.

Tanım 3.1 (Dışbükey Fonksiyon) Bir $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun, $H(x_1, x_2, \dots, x_n)$ Hesianı, n boyutlu x_i 'ler uzayının her noktasında pozitif belirli ise bu fonksiyon bir tam dışbükey fonksiyondur denir. Bazı (ya da bütün) noktalarda pozitif yarı-belirlilik söz konusu olduğunda ise, bir sıradan dışbükey fonksiyondan söz edilir.

Tanım 3.2 (Dışbükey Küme) Eğer n boyutlu x_i 'ler uzayında tanımlı bir C noktalar kümesine ait herhangi iki noktayı birleştiren üzerindeki bütün P noktaları yine bu kümeye ait ise, C 'nin bir dışbükey küme olduğu söylenir.

Bir noktalar kümesi, $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ şeklinde bir fonksiyon eşitliğini sağlayan noktaların kümesi şeklinde tanımlanmış olabilir. Bu şekilde tanımlanan bir kümenin dışbükey olup olmaması ile $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun doğrusal olup olmaması arasında doğrudan bir ilişki vardır. Bazen de noktalar kümesi, $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$ şeklinde bir fonksiyon eşitsizliğini sağlayan noktaların kümesi şeklinde tanımlanmış olabilir. Bu durumda, $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun (sıradan ya da tam) bir dışbükey fonksiyon olması, tanımlanan kümenin dışbükey olmasını garanti eder. Ancak bunun tersi doğru değildir; yani $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 'nin dışbükey olmaması, kümenin dışbükey olmadığını göstermez. Bununla birlikte, hepsi dışbükey olan kümelerin bir ara kesit kümesi varsa bu küme de dışbükeydir.

Tanım 3.3 (Dışbükey Kabuk) Normlu doğrusal uzay olan H_r kümesi içinde kompakt bir küme olan Z_k kümesinin ($Z_k \subset H_r$) dışbükey kabuğu $\text{conv}(Z_k)$ ile gösterilir ve $Z_k \in H_r$ alt kümesini kapsayan tüm kümelerin kesişimidir. Eğer Z_k kümesini kapsayan sonlu sayıda dışbükey küme varsa, bu kümelerin kesişim noktalarına $\text{conv}(Z_k)$ kümesinin köşe noktaları denir. Sonlu sayıda eleman içeren bir kümenin dışbükey kabuğu bir politoptur. Bu önermenin terside aynen geçerlidir. Eğer her $x \in Z_k$ ve $\alpha > 0$ için $\alpha x \in Z_k$ sağlanıyorsa bu küme bir koniktir. Rastgele seçilen dışbükey konik kümelerin kesişimi de yine bir dışbükey küme oluşturur.

Tanım 3.4 (İlgün Küme) Her $x_1 \in Z_k$, $x_2 \in Z_k$ ve $\alpha \in \mathbb{R}$ için $x := \alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2$ ile tanımlanan nokta, doğrusal vektör uzayında tanımlı alt küme olan Z_k içerisinde ise bu kümeye ilgın küme denir. İlgün kümelerde, ilgili küme içerisinde seçilen iki nokta

arasındaki doğru parçası her zaman ilgili küme içerisinde kalır. Her ılgın küme dışbükeydir.

Tanım 3.5 (Ilgın Fonksiyon) Her $x_1 \in Z_k$, $x_2 \in Z_k$ ve $\alpha \in \mathfrak{R}$ için

$$f(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) = \alpha f(x_1) + (1-\alpha)f(x_2) \quad (3.5)$$

ise f fonksiyonu ılgın fonksiyondur.

Dışbükey fonksiyonlarla çalışmanın en önemli avantajı, yerel en küçüğün her zaman için küresel en küçüğe eşit olmasıdır. Burada, yerel ve küresel en iyilik kavramlarının açıklanmasında fayda vardır.

Tanım 3.6 (Yerel ve Küresel En İyilik) Normlu H_r uzayının bir alt kümesi olarak Z_k kümesini ele alalım. Eğer $\varepsilon > 0$, $\|x - x_0\| < \varepsilon$ koşulu altındaki her $x \in Z_k$ için $f(x_0) \leq f(x)$ eşitsizliği sağlanıyorsa, $x_0 \in Z_k$, $f: Z_k \rightarrow \mathfrak{R}$ fonksiyonunun yerel en iyi çözümüdür. Bu eşitsizlik bir koşul gerektirmeksizin her $x \in Z_k$ için sağlanıyorsa çözüm artık küresel en iyi olur.

Önerme 3.1 $f: Z_k \rightarrow \mathfrak{R}$ fonksiyonunu dışbükey kabul ettiğimizde, f fonksiyonunun her yerel en iyi çözümü aynı zamanda küresel en iyi çözümü olacaktır. Eğer f fonksiyonu kesin dışbükey ise küresel en iyi çözüm tektir.

İspat: f fonksiyonu dışbükey ise ve $x_0 \in Z_k$ noktası bu fonksiyonun yerel en iyi çözümü ise her $x \in Z_k$ ve $\alpha \in (0,1)$ için

$$f(x_0) \leq f(x_0 + \alpha(x - x_0)) = f((1-\alpha)x_0 + \alpha x) \leq (1-\alpha)f(x_0) + \alpha f(x) \quad (3.6)$$

eşitsizliği ve bu eşitsizlikten

$$0 \leq \alpha(f(x) - f(x_0)) \quad (3.7)$$

elde edilir. Bir başka gösterimle $f(x_0) \leq f(x)$ sonucuna ulaşılır. Bundan dolayı x_0 fonksiyonu küresel en iyi çözümdür. Eğer fonksiyon kesin dışbükey ise bu durumda (3.6) eşitsizliğindeki ikinci kısım kesin olacak, bunun doğal bir sonucu olarak (3.7) eşitsizliği de kesin olacak ve x_0 tek olacaktır.

Bu ispat bize çözümün varlığı hakkında bilgi sunmaz. Burada asıl amaç, dışbükey fonksiyonlarda eğer bir yerel en iyi çözüm varsa bunun aynı zamanda küresel en iyi olduğunu göstermektir. Bu nedenle dışbükey fonksiyonlarda sadece yerel en iyi çözümü bulmak, küresel en iyi çözümü bulmak anlamına gelmektedir [59], [109].

3.1.4. Dışbükey En İyileştirme Problemi

Standart forma getirilmiş haliyle

$$P = f_0(x); \quad x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T \rightarrow \min \quad (3.8)$$

$$f_j(x) = 0; \quad j = 1, 2, \dots, J; \quad J < N \quad (3.9)$$

$$g_k(x) = b_k; \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (3.10)$$

şeklindeki bir en iyileştirme probleminde, (3.9) eşitlik ve (3.10) eşitsizlik kısıtları, bir S aday çözümler kümesi dışbükey küme, amaç fonksiyonu da (en azından S kümesinin sınırları içerisinde) dışbükey bir fonksiyon olan en iyileştirme problemlerine dışbükey en iyileştirme problemi denir [110].

3.2. Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemlerin Doğrusal Matris Eşitsizlikleri İle Analizi

Bozucuların sistem cevabı üzerindeki etkilerinin azaltılmasında, İngiliz matematikçi G.H. Hardy'nin H uzayları teorisinden yararlanılmıştır. Uzun süre uygulama olanağı bulamayan bu Teori, 1970'lerden sonra Kontrol Mühendisliği problemlerinde uygulama alanı bulmuştur. Bu gelişmelere paralel olarak, 1981'den sonra H_∞ en iyileştirme probleminin çözümüne yönelik önemli çalışmalar yapılmaya başlanmıştır.

Doğrusal matris eşitsizlikleri ilk defa olarak (1890) Alexandır Mikhailovich Lyapunov'un kararlılık analizinde ortaya çıkmıştır [3]. Daha sonra, 1940 yılında Lure ve Postnikov doğrusal olmayan eyleyicilerin kararlılığı için ortaya koydukları çözüm önerisinde DME'lerinden yararlanmışlardır (Lure [111]). 1960'larda DME'lerin çözümüne yönelik Kalman, Yakupovich ve Popov tarafından grafiksel bir çözüm metodu geliştirilmiştir. Bu metod, günümüzde KYP yardımcı teoremi olarak denetim alanında yerini almıştır.

DME'nin sayısal çözümü için Nesterov ve Nemirovski tarafından geliştirilen yöntem konunun gelişmesini sağlayan en önemli etkenlerden biri olmuştur [112], [113]. Nesterov ve Nemirovski, yaptıkları çalışmada, H_∞ en iyileştirme probleminin doğrusal matris eşitsizlikleri temelli çözümünün elde edilmesine yönelik yeni bir sayısal yöntem önermişlerdir. Makalelerinde, İç Nokta Algoritmasını (İNA), DME kısıtları üzerinden dışbükey en iyileştirme problemine genişletmişlerdir. Daha sonra yapılan çalışmalar, H_∞ en iyileştirme denetimi, H_2 en iyileştirme denetimi, kutup yerleştirme, dayanıklı kutup yerleştirme vb. denetim problemlerinin doğrusal matris eşitsizlikleri ile çözülebileceğini göstermiştir [114], [115], [116].

Bu doktora tezinde, doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için bozucuların en iyi şekilde azaltılması probleminde performans ölçütü olarak, denetlenen çıkışlar ile bozucu girişler arasındaki transfer fonksiyonları matrisinin H_∞ normu kullanılacaktır. Bu konu ile ilgili temel tanımlar ve kavramlar aşağıda verilmiştir.

3.2.1. H_∞ Normu

Matris ve vektörler gibi çok bileşenli matematiksel ifadelerin büyüklüğünün ya da uzunluğunun ölçülendirilmesinde gerçek değerli bir fonksiyon olan norm kavramından yararlanılır.

H_∞ doğrusal vektör uzayı, sağ yarı açık s düzleminde analitik, (3.11) ile verilen norma göre sınırlı olan fonksiyonların oluşturduğu L_∞ Banach uzayının kapalı bir alt uzayıdır. Bu uzayda tanımlı olan normada H_∞ normu denir. $G(s) \in H_\infty$ ise H_∞ normu,

$$\|G(s)\|_\infty := \sup_{\text{Re}(s)>0} \sigma_{\max}(G(s)) = \sup_{w \in \mathcal{R}} \sigma_{\max}(G(jw)) \quad (3.11)$$

şeklinde ifade edilebilir. H_∞ vektör uzayı kararlı, düzgün transfer fonksiyonlarını içerir. Eşitlik (3.11)'deki ikinci eşitlik Maksimum Genlik Teoremi'nin genelleştirilmiş halidir (Boyd ve Desoer [117]). Burada, eğer $G(s)$ tek girişli tek çıkışlı bir sistemin transfer fonksiyonu ise H_∞ normu,

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{w \in \mathcal{R}} |G(jw)| \quad (3.12)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifade bir girişli bir çıkışlı sistemin transfer fonksiyonuna ilişkin Bode genlik diyagramındaki maksimum noktayı veya Nyquist eğrisinin orijinden olan maksimum uzaklığını verir [1].

H_∞ normu zaman alanında da tanımlanabilir. Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem için $w(t)$ sistemin girişi, $z(t)$ sistemin çıkışı olmak üzere, bunların enerjileri

$$\|w\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} w^T(t)w(t)dt$$

$$\|z\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} z^T(t)z(t)dt$$

olarak tanımlanabilir. Buradan, $G(s)$ 'in H_∞ normu,

$$\|G\|_\infty = \sup_{w \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \quad (3.13)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu ifadeden de görüldüğü gibi H_∞ normu $L_2([0, \infty))$ uzayı üzerinden işaretlerin ne kadar kuvvetlendirileceğini gösterir. Aslında, H_∞ normu bir sistemin en kötü hal performansını belirler.

Bir sistemin H_2 normu ise,

$$\|G(s)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{trace}(G(jw)^* G(jw)) dw} \quad (3.14)$$

şeklinde tanımlanabilir. H_2 normu, sistemin impuls cevabı için toplam çıkış enerjisini göstermektedir.

3.2.2. H_∞ Normunun Hesaplanması

Doğrusal zamanla değişmeyen çok girişli çok çıkışlı sistemlerin H_∞ normunun Bode diyagramları üzerinden hesaplanması oldukça zordur. Bunun için değişik yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bunlardan en sık kullanılanlar Ortay (Bisection) Algoritması, Cebirsel Riccati Eşitliği (CRE) ve DME yaklaşımlarıdır.

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem ele alalım;

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bw(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Dw(t)\end{aligned}\tag{3.15}$$

burada, sistemin durum matrisi A Hurwitz'dir. Yani A 'nın tüm özdeğerleri sol yarı açık s düzlemindedir. $x(t) \in \mathcal{R}^n$ sistemin durum değişkenlerini, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$ sisteme etkiyen bozucu girişleri ve $z(t) \in \mathcal{R}^p$ ise performans çıkışlarını göstermektedir. A , B , C ve D bilinen durum-uzay matrisleridir.

H_∞ normunun ortay algoritması ile hesaplanması amacıyla,

$$H_e := \begin{bmatrix} A + BR^{-1}D^TC & BR^{-1}B^T \\ C^T(I + DR^{-1}D^T)C & -(A + BR^{-1}D^TC)^T \end{bmatrix}\tag{3.16}$$

matrisi tanımlanabilir. Burada, $R := \gamma^2 I - D^T D$ dir.

Teorem 3.1 (Doyle [118]) Ancak ve ancak H_e 'nin imajiner eksen üzerinde özdeğerleri olmaması durumunda $\|G(s)\|_\infty < 1$ dir.

Bu teorem $\|G(s)\|_\infty$ normunun istenilen hassasiyette hesaplanmasına imkan vermektedir. Öncelikle γ gibi pozitif bir sayı seçilir, daha sonra $\|G(s)\|_\infty < \gamma$ ($\|\gamma^{-1}G(s)\|_\infty < 1$) şartı için uygun matrisin özdeğerleri için γ arttırılıp azaltılarak test edilir. Bu yöntem ortay teoremi olarak bilinir ve algoritma aşağıdaki gibidir [118].

1. $\|G(s)\|_\infty$ normu için γ_1 şeklinde bir alt sınırı tahmini olarak belirle.
2. $\|G(s)\|_\infty$ normu için γ_2 için şeklinde bir üst sınırı tahmin et ve bunun bir üst sınır olduğunun H_e 'nin özdeğerlerinin hiçbirinin sanal eksen üzerinde olmaması gereğinden yola çıkarak ispatla.
3. Şayet $\gamma_2 - \gamma_1$ önceden tanımlanmış olan hassasiyetten küçük ise algoritmayı durdur. Değil ise, Adım 4'ten devam et.
4. $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ şeklinde tanımla ve H_e 'ye ilişkin özdeğerleri hesapla. Şayet sanal eksen üzerinde özdeğerler bulunursa $\gamma_1 := \gamma$, aksi durumda $\gamma_2 := \gamma$ atamasını yap.

5. Adım 3'e git.

H_∞ normunun hesaplanmasında kullanılan diğer bir metod ise Cebirsel Riccati Eşitliği (CRE)'nin çözümünden elde edilir. Aşağıdaki Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi (SGYT) kullanılarak CRE ile bir sistemin H_∞ normu hesaplanabilir.

Teorem 3.2 (Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi) (Zhou vd. [62]) Verilen sürekli zamanlı bir sistemin gerçeklemesi $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ için aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir.

i) A matrisi Hurwitz'dir (A 'nın tüm özdeğerleri sol yarı açık s düzleminde) ve $\|C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma$ dır.

ii) İlgili Hamiltonyanın özdeğerlerinin hiçbirinin sanal eksen üzerinde olmaması gerekir.

iii) Aşağıdaki Cebirsel Riccati Eşitliğini çözen simetrik bir P matrisi vardır.

$$A^T P + PA + (B^T P + D^T C)^T (\gamma^2 I - D^T D)^{-1} (B^T P + D^T C) + C^T C = 0$$

CRE formülasyonunun başlıca dezavantajı, çözümün en kötü senaryo açısından ele alınması ve bu durumun tutuculuğu arttırmasıdır. Bu nedenle, CRE'leri DME ile yeniden formüle edilerek problemin çözümüne esneklik katılmıştır. Bu modifikasyonla problem eşitlik yerine eşitsizliklerin çözümünden elde edilir. Bu şekilde doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımıyla elde edilen eşitsizlikler geçersiz oluncaya kadar, probleme getirilen kısıtların sınırları zorlanabilir. Bu nedenle, problemin çözümünde DME yaklaşımının kullanılmasıyla daha az tutucu sonuçlar elde edilebilir.

H_∞ normu ile DME arasındaki bağlantı, yukarıda verilen Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi'nin düzenlenmesiyle sağlanır ve DME'lerinin sayısal çözümü için önerilen yöntem $G(s)$ 'in H_∞ normunun hesabında kullanılır.

Yardımcı Teorem 3.1 (Zhou vd. [62]) Verilen sürekli zamanlı bir sistemin gerçeklemesi $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ için aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir.

i) A matrisi Hurwitz'dir (A 'nın tüm özdeğerleri sol yarı açık s düzleminde) ve $\|G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma$.

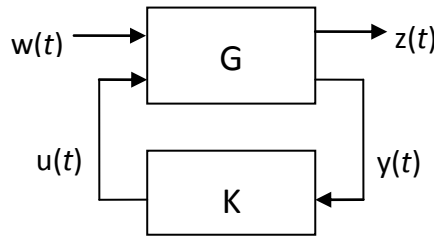
ii) Aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliğini çözen bir $P > 0$ matrisi vardır.

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A & P B & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

Burada γ , ekstra bir değişken gibi davranır ve γ 'nın minimizasyonu ile sistemin H_∞ normu hesaplanır.

3.2.3. H_∞ En İyileştirme Denetim Problemi

Bilindiği gibi, standart H_∞ en iyileştirme denetim problemi, sisteme gelen bozucuların sistem cevabı üzerindeki etkilerinin azaltılmasının en iyi yolu olarak, bozuculardan denetlenmek istenen çıkışlara olan transfer fonksiyonları matrisinin H_∞ normunu en küçük yapma işlemi olarak tanımlanır. H_∞ en iyileştirme denetim probleminin çözümünde Şekil 3.1'de gösterilen blok diyagramı kullanılır.



Şekil 3. 1 Standart H_∞ blok diyagramı

Burada, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$ bozucu gürültü veya referans gibi tüm dış kaynaklı girişleri, $z(t) \in \mathcal{R}^p$ denetlenmek istenen büyüklükleri, $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$ denetim işaretlerini, $y(t) \in \mathcal{R}^y$ geri-besleme işaretlerini, G denetleyici dışında kalan tüm sistemin transfer fonksiyonu matrisini ve K denetleyiciye ilişkin transfer fonksiyonları matrisini göstermektedir. G ve K'nın durum-uzayı gerçekleştirilmesi kararlı kılınabilir ve bulunabilir olduğu düşünülür.

Şekil 3.1 'de yer alan sistem, eğer herhangi bir ilk koşul altında ve $w(t)=0$ iken $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)=0$ özelliklerini sağlıyorsa iç karardır. Burada T_{zw} , w girişlerinden z çıkışlarına transfer fonksiyonları matrisi olmak üzere;

a) Kapalı-çevrim sistem iç karardır,

b) $\|T_{zw}\|_{\infty} < \gamma$ olacak şekilde bir denetleyici bulmak alt en iyi H_{∞} denetim problemi, γ 'yı en küçük yapan denetleyiciyi bulmak ise H_{∞} en iyi denetim problemi olarak tanımlanır.

Dayanıklı kararlılık problemi, bozucu bastırma problemi, yörünge izleme problemi, model eşleme problemi gibi pek çok problem H_{∞} en iyileştirme problemine indirgenip çözülebilir. Problemin çözümüne getirilen doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımı bu alanda önemli gelişmelerin yaşanmasına neden olmuştur [4]. Aşağıda, doğrusal matris eşitsizlikleri tanımlanarak bu yaklaşımın denetim problemine getirdiği yenilikler ve kolaylıklar anlatılmıştır.

3.2.4. Doğrusal Matris Eşitsizlikleri

Doğrusal matris eşitsizlikleri sistem ve denetim teorisinde yaygın kullanımı nedeniyle son zamanlarda üzerinde birçok çalışmanın yapıldığı bir konu haline gelmiştir [109].

Herhangi bir doğrusal matris eşitsizliği kanonik formda;

$$F(x) := F_0 + x_1 F_1 + \dots + x_n F_n = F_0 + \sum_{i=1}^n x_i F_i < 0 \quad (3.17)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada;

- $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ çözüm sonunda bulunacak bilinmeyen sabit elemanlı vektördür. x_i 'ler karar değişkenleri veya en iyileştirme değişkenleri olarak da isimlendirilir.
- $F_0, \dots, F_n$ gerçekte simetrik matrisleri göstermektedir.
- < 0 ifadesi kesin negatifliği göstermektedir. Diğer bir deyişle simetrik (hermityen) ve gerçekte bir matris için tüm özdeğerlerin negatif olmasıdır ($\lambda_{\max}(F(x)) < 0$).

DME'leri, x gibi bir değişken üzerinden, dışbükey bir kıstas belirlemek için kullanılır.

$$\delta := \{x \mid F(x) < 0\} \quad (3.18)$$

$F(x) < 0$ doğrusal matris eşitsizliğinin çözüm kümesi dışbükeydir. Burada, $x_1, x_2 \in \delta$ ve $\alpha \in (0,1)$ olması halinde,

$$F(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) = \alpha F(x_1) + (1-\alpha)F(x_2) < 0 \quad (3.19)$$

şeklindeki F fonksiyonu $\alpha > 0$, $(1-\alpha) > 0$ koşulu altında ılgındır. $F(x) < 0$ doğrusal matris eşitsizliklerinin x üzerinden dışbükey kıstas olması özel bir durum olsada bir çok dışbükey küme bu şekilde kolaylıkla tanımlanabilir.

Doğrusal matris eşitsizliği yaklaşımının diğer bir önemli avatajı, çok sayıda DME söz konusu olduğunda bunların hepsinin daha büyük boyutlu tek bir DME şeklinde yazılabilesidir. DME sistemleri sonlu sayıda DME'den oluşmaktadır. Dışbükey fonksiyon ve küme tanımlarından da bilindiği gibi

$$F_1(x) < 0, \dots, F_k(x) < 0 \quad (3.20)$$

şeklindeki DME'lerin her birinin oluşturduğu olası kümenin kesişimi de dışbükeydir. (3.20) DME'lerini sağlayan tüm x 'lerin kümesi dışbükeydir. DME'lerini tek tek yazmak yerine, tamamı tek bir DME olarak,

$$F(x) = \begin{bmatrix} F_1(x) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F_2(x) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & F_k(x) \end{bmatrix} < 0 \quad (3.21)$$

şeklinde yazılabilir. Bu son eşitsizlik her hangi bir x için, $F(x)$ matrisinin simetrik olduğunu belirtmektedir. $F(x)$ matrisinin özdeğerlerinin oluşturduğu küme $F_1(x), \dots, F_k(x)$ matrislerinin tek tek özdeğerlerinin birleşiminden oluşan küme ile aynıdır. $F(x) < 0$ doğrusal matris eşitsizliğini sağlayan x ifadesi, (3.20) ile belirtilen tüm doğrusal matris eşitsizliklerini de sağlamaktadır. Bu şekilde çoklu DME kısıtlamaları tek bir DME kısıtlamasına indirgenebilir. Bu durum DME'ni çok amaçlı en iyileştirme ve denetim problemlerinin çözümünde etkin bir şekilde kullanılabilecek bir araç haline getirmiştir [13].

Doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri, Schur tümleyen ile doğrusal matris eşitsizlikleri formuna çevrilebilir. Örneğin, $S \in \Re^{n \times n}$ olmak üzere,

$$S = S^T = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

matrisini ele alalım. Burada, S_{11} 'in $r \times r$ boyutlu tekil olmayan bir matris olduğunu kabul edersek,

$$M := S_{22} - S_{21}S_{11}^{-1}S_{12} \quad (3.23)$$

şeklinde tanımlı M matrisi, S matrisi içerisinde S_{11} 'in Schur tümleyeni olur. S simetrik matris olduğundan

$$S < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} S_{11} & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} S_{11} < 0 \\ M < 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

şeklindedir. Doktora tezinde, denetleyici tasarımlarında kullanılan Schur tümleyen, aşağıdaki yardımcı teoremden verilmiştir.

Yardımcı Teorem 3.2 (Boyd vd. [13]) $S = S^T$ simetrik matrisi (3.22)'de tanımlandığı gibi verilmiş olsun. Bu ayrıştırmada, $S_{11} \in \Re^{n \times n}$ karedir ve aşağıdaki önermeler birbirine eşdeğerdir.

$$S < 0;$$

$$S_{11} < 0, \quad S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0 \quad (3.25)$$

$$S_{22} < 0, \quad S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0 \quad (3.26)$$

3.2.5. DME'lerinin Kullanım Alanları

Günümüzde pek çok denetim problemi DME yaklaşımı ile bir en iyileştirme problemine dönüştürülerek çözülebilmektedir. $f: \mathcal{D} \rightarrow \Re$ tanımlı bir performans fonksiyonunun minimizasyonu veya maksimizasyonu problemi doğrusal matris eşitsizliği olan $F(x) < 0$ gibi x değişkeni üzerinden tanımlı dışbükey kısıtlamalar gösteriyorsa, aslında bu tip problemler dışbükey en iyileştirme problemidir. $F(x)$ performans fonksiyonu, dışbükey olduğu sürece çözüme ilişkin algoritmalar geliştirilebilir. Aslında, DME'ler için $F: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{S}$ ılgın ise genelde iki temel çalışma alanı vardır.

a) Varlık: $F(x) < 0$ DME kısıtlamasını sağlayan en az bir $x \in \mathcal{X}$ 'in var olup olmadığını irdelemektir.

b) En iyileştirme: DME kısıtlamalarını sağlayan elemanlar ile oluşturulmuş küme $\delta := \{x \mid F(x) < 0\}$ şeklinde ifade edilirse, $V_{\text{opt}} = \inf_{x \in \delta} f(x)$ belirleme problemine DME kısıtlamalarıyla en iyileştirme problemi denir.

Doğrusal eşitsizlikler, matris eşitsizlikleri, dışbükey karesel eşitsizlikler ve Lyapunov ve Riccati eşitsizlikleri gibi birçok yapı DME şeklinde formüle edilebilir. Bu yaklaşım özellikle denetim kuramında pek çok problemin çözümüne önemli katkılar sunmuştur. Bunlara aşağıdaki temel örnekler verilebilir.

- **Kararlılık:**

Doğrusal zamana değişmeyen bir sistemin Lyapunov kararlılığı aşağıdaki gibi gösterilebilir. Doğrusal zamanla değişmeyen otonom bir sistem

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (3.27)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu yapıda bir sistem, ancak ve ancak $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ sağlanıyorsa

asimtotik kararlıdır. $X > 0$ ve $A^T X + XA < 0$ Lyapunov eşitsizliklerini sağlayan öyle bir $X = X^T$ bulabilirsek bu sistem asimtotik olarak kararlıdır. Bu önerme $V(x(t), t) := x^T(t)Xx(t)$ Lyapunov fonksiyonuyla gösterilmektedir. Burada, X değişkeni doğrusal bir fonksiyondur ve Yarı Tanımlı Programlama (YTP) yaklaşımıyla İNA yardımıyla sayısal olarak çözümü mümkündür. Buradan, sistemin asimtotik kararlılık problemi,

$$\begin{bmatrix} -X & 0 \\ 0 & A^T X + XA \end{bmatrix} < 0 \quad (3.28)$$

gibi bir DME'nin çözümüne ait varlık problemine indirgenebilir.

- **Durum Geri-Besleme Problemi:**

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.29)$$

şeklinde tanımlansın. Burada, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ve $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ şeklindedir. Problem, bu sistemi $\dot{x}(t) = Fx(t)$ durum geri besleme kuralı ile asimtotik kararlı kılan F statik kazanç matrisinin belirlenmesidir. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan F ve X matrisleri bulunduğunda problem çözülmüş olacaktır.

$$\begin{cases} X < 0 \\ (A + BF)^T X + X(A + BF) < 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

F ve X matrislerinin bilinmeyen olması nedeniyle (3.30) eşitsizliği doğrusal matris eşitsizliği formunda değildir. $K = FY$ ve $Y = X^{-1}$ gibi yeni değişkenler tanımlanıp eşitsizlikler tekrar yazılırsa elde edilen aşağıdaki eşitsizlikler bilinmeyenler üzerinden doğrusal olacaktır.

$$\begin{cases} Y < 0 \\ AY + YA^T + BK + K^T B^T < 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

Görüldüğü gibi durum geri-besleme problemimiz, (3.31) DME'lerinde Y ve K matrislerinin varlığının incelenmesi problemine dönüşmüştür. Y ve K matrislerinin belirlenmesi ile F statik kazanç matrisi, $F = KY^{-1}$ ifadesi ile kolaylıkla elde edilebilir.

- **μ Analizi:**

μ analizinde, bir M matrisine karşın $\|DMD^{-1}\| < 1$ eşitsizliğini sağlayan köşegen bir D matrisinin aranması problemi ile karşılaşılır.

$$\begin{aligned} \|DMD^{-1}\| < 1 &\Leftrightarrow D^{-T} M^T D^T DMD^{-1} < I \\ &\Leftrightarrow M^T D^T D M < D^T D \\ &\Leftrightarrow M^T X M - X < 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Burada, $X := D^T D > 0$ dır ve D matrisinin aranması bir DME varlık problemidir.

3.2.6. DME'lerinin Çözüm Yöntemleri

Denetim kuramı içerisinde sıklıkla kullanılan ve analitik olarak çözülemeyen büyük ölçekli en iyileştirme problemleri içeren DME'lerinin, nümerik olarak ele alınarak İNA

yoluyla çözümü mümkündür. DME sayısal çözümüne ilişkin geliştirilmiş algoritmalarından en çok bilinenleri Elipsoid Algoritması (EA) ve İNA dır.

EA nümerik olarak dayanıklı ve kolay uygulanabilirliği ile etkin bir algoritmadır. Ancak bu yöntemin en büyük dezavantajı dışbükey problemlerin çözümünde yetersiz kalmasıdır. Büyük ölçekli en iyileştirme problemlerinde oldukça yavaş çalışması ise diğer bir sorundur.

Dış bükey en iyileştirme alanındaki en önemli yenilik, iç nokta yönteminin geliştirilmesidir. Nesterov ve Nemirovskii'nin çalışması [113], DME yaklaşımıyla formüle edilen en iyileştirme problemlerinin gerçekçi ve uygulanabilirlik açısından anlam kazanmasını sağlamıştır. Dışbükey programlama çalışmalarındaki bu gelişmeler konik karesel programlama, yarı tanımlı programlama gibi alanlarda gelişmelerin yaşanmasına neden olmuştur. Bu nedenle, bu bölümde İNA'nın açıklanması yararlı olacaktır.

İNA'nın ana fikri şu şekilde özetlenebilir. F ılgın bir fonksiyon ve minimize etmek istediğimiz $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathfrak{R}$, $\mathcal{D} := \{x \mid F(x) < 0\}$ uzayında tanımlı bir dışbükey fonksiyon olsun.

En iyileştirmek istediğimiz dışbükey problem ise,

$$V_{\text{opt}} = \inf_{x \in \mathcal{D}} f(x) \quad (3.33)$$

olsun. Bu problemi çözebilmek için (en iyi veya en iyiye çok yakın çözüm) öncelikle bir bariyer fonksiyonu tanımlanır. Bu fonksiyon aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdır:

- $\mathcal{D}'$ 'nin içinde kesin dışbükey olmalı,
- $\mathcal{D}'$ 'nin içindeki birbirini takip eden $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ noktaları boyunca $+\infty$ yaklaşıldığında, fonksiyon da $\mathcal{D}'$ 'nin sınırına yakınsamalıdır.

θ gibi bir bariyer fonksiyonu verildiğinde, $x \in \mathcal{D}$ koşulundaki $f(x)$ fonksiyonunun minimizasyonu şeklindeki kısıtlamalı en iyileştirme problemi,

$$f_t(x) := tf(x) + \theta(x) \quad (3.34)$$

şeklindeki kısıtlamasız bir en iyileştirme problemine dönüşmüş olur. Burada $t > 0$ dır ve ceza parametresini simgelemektedir. Ayrıca f_t fonksiyonu $\mathfrak{R}^n$ de kesin dışbükeydir.

Temel fikir f_t fonksiyonunun $x(t)$ 'sini herhangi $t > 0$ anında minimize edebilecek $t \rightarrow x(t)$ ye uygun eşlemeyi belirlemektir. Kısıtlamasız en iyileştirme problemi çözümü için kullanılan hemen hemen tüm iç nokta yöntemlerinde Newton-Raphson iterasyon tekniği kullanılır.

Eğer $F(x) < 0$ gibi bir DME'nin çözümünün varlığı problemi ile karşı karşıyaysak, burada f fonksiyonun bir rolü yoktur. Olası bariyer fonksiyonlarından biri logaritmik fonksiyondur. Bir bariyer fonksiyonu logaritmik fonksiyon olarak

$$\theta(x) := \begin{cases} \log \det - F(x)^{-1} & \text{Eğer } x \in S \\ \infty & \text{tüm diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.35)$$

δ kümesinin boş olmadığı ve sınırlı olduğu kabul edilirse, θ kesin dışbükey olur ve δ üzerinde bir bariyer fonksiyonu olur. Bu durumda, θ fonksiyonunun en küçüğünü teşkil eden x_{opt} çözümünün tek olarak var olduğu gösterilebilir. Açıktır ki, bu nokta δ kümesinin içindedir ve δ 'in çözüm kümesinin analitik merkezi olarak adlandırılır. x_{opt} noktası genellikle klasik Newton iterasyonunun kolayca,

$$x_{k+1} := x_k - (\theta'(x_k))^{-1} \theta'(x_k) \quad (3.36)$$

şeklinde hesaplanabilir. Buradaki θ' ve θ'' ifadeleri sırasıyla θ 'nın gradyanı ve Hesiyanını göstermektedir.

Eğer $F(x) < 0$ gibi bir DME'ye bağlı $f(x)$ fonksiyonun minimizasyonu problemi başka bir deyişle

$$\hat{F}_t(x) := \begin{bmatrix} f(x) - t & 0 \\ 0 & F(x) \end{bmatrix} < 0 \quad (3.37)$$

DME'nin çözümünün varlığı problemi şeklinde de ifade edilebilir. Burada $t > t_0 := \inf_{x \in \delta} f(x)$ ceza parametresidir. Aynı bariyer fonksiyonu kullanıldığında, kısıtlamasız en iyileştirme problemi

$$gt(x) := \log \det - \hat{F}_t(x)^{-1} = \underbrace{\log \frac{1}{t - f(x)}}_{\theta_0(t - f(x))} + \underbrace{\log \det - F(x)^{-1}}_{\theta(x)} \quad (3.38)$$

fonksiyonunun minimizasyonu olarak şekillenmektedir [59], [109].

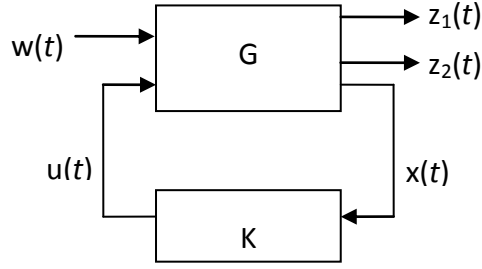
3.2.7. Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemler İçin DME Tabanlı Denetleyici Tasarımları ve Eyleyici Gecikmesi Probleminin Etkilerinin İncelenmesi

Bu bölümde, DME yaklaşımıyla durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici ve çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyici tasarımları gerçekleştirilmiştir. Daha sonra, tasarımı gerçekleştirilen denetleyicilerin performansları sismik zorlanma altındaki çok serbestlik dereceli bir yapısal sistemin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmasıyla test edilmiştir. Zaman ve frekans alanında yapılan benzetim çalışmaları, sistemde eyleyici gecikmesi problemi olmaması durumunda, önerilen denetleyicilerin son derece başarılı sönüm performansına sahip olduklarını göstermiştir. Daha sonra, denetim kuvvetinin yapıya iletilmesi esnasında denetim giriş sinyalinde çok küçük zaman gecikmelerinin meydana geldiği kabul edilerek benzetim çalışmaları tekrar yapılmıştır. Tasarlanan denetleyicilerin çok küçük değerdeki eyleyici gecikmelerini dahi kompanze edemedikleri ve kapalı-çevrim sisteminde kararlılık probleminin oluştuğu gözlemlenmiştir.

3.2.7.1. DME Tabanlı Durum Geri-Beslemeli Karma H_2/H_∞ Denetleyici (DGD) Tasarımı

İlk olarak, aktif titreşim kontrolü çalışmalarında tasarım özellikleri bakımından literatürde sıklıkla önerilen durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bilindiği gibi H_∞ denetim tasarımı daha çok frekans alanıyla ilgilidir. Kapalı-çevrim sistemi için iyi bir geçici rejim cevabını garanti edemez. H_2 denetim ise geçici rejim cevaplarında daha başarılıdır. Özellikle sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında denetim algoritmasının hem zaman hem de frekans alanı cevaplarında arzu edilen performansı göstermesi beklenir. Bu nedenle, bu bölümde titreşim kontrolü alanında etkin bir şekilde kullanılabilecek arzu edilen frekans ve geçici rejim cevaplarının elde edilebilmesi için denetim algoritması olarak, H_2 ve H_∞ denetim yapılarının DME yaklaşımıyla uygun bir şekilde birleştirilmesiyle elde edilen karma H_2/H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir.

Durum geri-beslemeli denetim yapısının blok diyagramı Şekil 3.2’de gösterilmektedir.



Şekil 3. 2 Durum geri-beslemeli denetim yapısının blok diyagramı

Denetim problemi durum-uzay formunda,

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\
 z_1(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \\
 z_2(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t)
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, $x(t) \in \mathcal{R}^n$ durum vektörünü, $z_1(t), z_2(t) \in \mathcal{R}^p$ denetim çıkış vektörlerini, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$ bozucu giriş vektörünü, $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$ denetim giriş vektörünü göstermektedir. $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}$ ve D_{22} matrisleri ise sistemin bilinen uygun boyutlu durum-uzay matrisleridir. Denetim girişinin $u(t) = Kx(t)$ ($K \in \mathcal{R}^{m_u \times n}$) gibi durumların doğrusal bir fonksiyonu olduğu kabulünden yola çıkarak (3.40)'da verilen kapalı-çevrim sistemi elde edilir. Burada, K durum geri-beslemeli denetim kazancını göstermektedir.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= (A + B_2 K)x(t) + B_1 w(t) \\
 z_1(t) &= (C_1 + D_{11} K)x(t) + D_{11} w(t) \\
 z_2(t) &= (C_2 + D_{22} K)x(t) + D_{21} w(t)
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

H_∞ performans problemi, kapalı-çevrim (3.40) sistemini kararlı kılacak ve sistemin girişlerinden çıkışlarına olan transfer fonksiyonları matrisinin sonsuz normunu $\|Tz_1 w\|_\infty$, γ gibi bulunabilecek en küçük skaler pozitif bir değerden küçük kılacak bir denetleyici bulmaktır. Bilindiği gibi, H_∞ normu ile DME arasındaki bağlantı sınırlı gerçek yardımcı teoremi kullanılarak yapılır. $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$, $P = P^T > 0$ şartıyla karesel Lyapunov fonksiyonudur. $\gamma > 0$ olmak üzere sistemin performans ve kararlılık kısıtları için

tanımlanan aşağıdaki (3.41) eşitsizliği, tüm $x(t)$ ve $w(t)$ 'ler için negatif tanımlı olmalıdır.

$$\dot{V}(x(t)) + z_1^T(t)z_1(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0 \quad (3.41)$$

Eşitsizlik (3.41)'in (3.40) ile birleştirilmesiyle,

$$\begin{aligned} & [(A + B_2K)x(t) + B_1w(t)]^T P x(t) + x^T(t)P[(A + B_2K)x(t) + B_1w(t)] \\ & + [(C_1 + D_{12}K)x(t) + D_{11}w(t)]^T [(C_1 + D_{12}K)x(t) + D_{11}w(t)] - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

eşitsizliği elde edilir. Burada, (3.42)'in düzenlenmesiyle

$$\begin{bmatrix} ((A + B_2K)^T P + P(A + B_2K) + (C_1 + D_{12}K)^T (C_1 + D_{12}K)) & PB_1 + (C_1 + D_{12}K)^T D_{11} \\ B_1^T P + D_{11}^T (C_1 + D_{12}K) & -\gamma^2 I + D_{11}^T D_{11} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.43)$$

matris eşitsizliği elde edilir. Schur tümleyeni ve (3.43)'ün sağından ve solundan P^{-1} ile çarpılması sonucunda

$$\begin{aligned} & P^{-1}(A + B_2K)^T + (A + B_2K)P^{-1} + P^{-1}(C_1 + D_{12}K)^T (C_1 + D_{12}K)P^{-1} \\ & - (B_1 + P^{-1}(C_1 + D_{12}K)^T D_{11})(-\gamma^2 I + D_{11}D_{11}^T)^{-1}(B_1^T + D_{11}^T(C_1 + D_{12}K)P^{-1}) < 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

eşitsizliği elde edilir. $X_\infty = P^{-1}$ değişken dönüşümüyle,

$$\begin{bmatrix} ((A + B_2K)X_\infty + X_\infty(A + B_2K)^T X_\infty(C_1 + D_{12}K)^T (C_1 + D_{12}K)X_\infty) & B_1 + X_\infty(C_1 + D_{12}K)^T D_{11} \\ B_1^T + D_{11}^T(C_1 + D_{12}K)X_\infty & -\gamma^2 I + D_{11}^T D_{11} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.45)$$

$$\begin{bmatrix} (A + B_2K)X_\infty + X_\infty(A + B_2K)^T & B_1 \\ B_1^T & -\gamma I \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma} \begin{bmatrix} X_\infty(C_1 + D_{12}K)^T \\ D_{11}^T \end{bmatrix} [(C_1 + D_{12}K)X_\infty \quad D_{11}] < 0 \quad (3.46)$$

DME'leri elde edilebilir. Yine Schur tümleyeni kullanılarak $X_\infty > 0$ için, (3.40)'da tanımlanan kapalı-çevrim sistemin H_∞ performans kısıtları aşağıdaki DME şeklinde elde edilir.

$$\begin{bmatrix} (A + B_2 K)X_\infty + X_\infty (A + B_2 K)^T & B_1 & X_\infty (C_1 + D_{12} K)^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ (C_1 + D_{12} K)X_\infty & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.47)$$

Bilindiği gibi sistemin bozucu girişlerden çıkışlara transfer fonksiyonunun H_2 normunun $\|T_{Z_2 W}\|_2^2$ sonlu olması, $D_{21} = 0$ şartıyla sağlanır. Durum geri-beslemeli H_2 performans probleminin çözümü, $X_2 = X_2^T$ ve $Q = Q^T$ şartıyla,

$$(A + B_2 K)X_2 + X_2 (A + B_2 K)^T + B_1 B_1^T < 0 \quad (3.48)$$

$$\begin{bmatrix} Q & (C_2 + D_{22} K)X_2 \\ X_2 (C_2 + D_{22} K)^T & X_2 \end{bmatrix} > 0 \quad (3.49)$$

$$\text{iz}(Q) < \eta \quad (3.50)$$

DME'lerinin çözümünden elde edilir. Yukarıda durum geri-beslemeli denetleyici için H_2 ve H_∞ denetim amaçları DME yaklaşımıyla ayrı ayrı türetilmiştir. Bu iki denetim kısıtı tek bir yapıda birleştirilerek karma H_2/H_∞ denetleyici yapısı elde edilebilir (Khargonekar ve Rotea [119]). Karma H_2/H_∞ denetim problemi, sistemin bozuculardan çıkışlara transfer fonksiyonları matrisinin H_2 normunu en küçük yapacak ve H_∞ kısıtlarını sağlayacak durum geri-belemeli K denetleyici kazancını bulmaktır. H_2 ve H_∞ denetim yapılarını birleştirmek için,

$$X = X_2 = X_\infty \quad (3.51)$$

kabulü ile tanımlanan genel X Lyapunov matrisi kullanılır. Yukarıda elde edilen (3.47), (3.48) ve (3.49) eşitsizlikleri, KX_2 ve KX_∞ terimlerinden dolayı dışbükey değildir. Dışbükeyliği sağlamak için ise $W = KX$ değişken dönüşümü yapılarak, $X = X^T$, $Q = Q^T$ şartları altında H_2/H_∞ denetim problemini çözen

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T + B_2 W + W^T B_2^T & B_1 & XC_1^T + W^T D_{12}^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 X + D_{12} W & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.52)$$

$$\begin{bmatrix} Q & C_2 X + D_{22} W \\ X C_2^T + W^T D_{22}^T & X \end{bmatrix} > 0 \quad (3.53)$$

$$iz(Q) < \eta \quad (3.54)$$

DME'leri elde edilir. (3.52), (3.53) ve (3.54) DME'lerini çözen uygun X , Q ve W matrisleri bulunursa, en iyi durum geri-beslemeli H_2/H_∞ denetleyici kazancı

$$K = W X^{-1} \quad (3.55)$$

şeklinde elde edilir. Burada, durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici kazancı γ ile η 'nin sistem cevabı üzerinden ağırlıklandırılmasıyla belirlenir.

3.2.7.2. DME Tabanlı Çıkış Geri-Beslemeli Dinamik H_∞ Denetleyici (ÇGD) Tasarımı

Bu bölümde, DME yaklaşımıyla çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Tasarımın en önemli aracı olarak dışbükey en iyileştirme temelindeki DME'leri kullanılmıştır. Enerjisi sınırlı bozucu etkiler altındaki sistemlerin girişleri ile çıkışları arasındaki transfer fonksiyonları matrisinin H_∞ normunu en küçük yapan ve denetleyici kazancını çıkış geri-beslemeli şekilde dinamik olarak ayarlayan denetleyici yapısının sentez denklemleri aşağıdaki gibidir.

İlk olarak aşağıdaki gibi durum-uzay gerçekleştirilmesi ile tanımlanan açık çevrim sistemi ele alalım.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t) \end{aligned} \quad (3.56)$$

Burada; $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}$ ve D_{22} matrisleri sırasıyla, sistem matrisi, bozucu giriş matrisi, denetim giriş matrisi, performans çıkış matrisi, ölçüm matrisi, performans çıkışları için bozucu giriş matrisi, performans çıkışları için denetim giriş matrisi, ölçümler için bozucu giriş matrisi ve ölçümler için denetim giriş matrisidir. $x(t) \in \mathcal{R}^n$, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$, $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$, $z(t) \in \mathcal{R}^{n_z}$ ve $y(t) \in \mathcal{R}^{n_y}$ vektörleri ise sırasıyla durum vektörünü, bozucu giriş vektörü, denetim giriş vektörü, performans çıkış vektörünü ve

ölçüm vektörünü göstermektedir. Eşitlik (3.56)'da durum-uzay gerçekleştirilmesi şeklinde tanımlanan sistemin açık-çevrim gösteriminden yola çıkarak, (3.57)'de verilen dinamik denetleyici yapısı ile (3.61)'de verilen kapalı-çevrim sistem elde edilmiştir.

Seçilen dinamik denetleyicinin yapısı,

$$\begin{aligned}\dot{x}_k(t) &= A_k x_k(t) + B_k y(t) \\ u(t) &= C_k x_k(t) + D_k y(t)\end{aligned}\tag{3.57}$$

şeklindedir. Eşitlik (3.56)'daki $y(t)$ terimi, (3.57)'de yerine yazılarak,

$$\begin{aligned}\dot{x}_k(t) &= A_k + B_k C_2 x(t) + B_k D_{21} w(t) \\ u(t) &= C_k x_k(t) + D_k C_2 x(t) + D_k D_{21} w(t)\end{aligned}\tag{3.58}$$

eşitliği elde edilir. Benzer şekilde, (3.58)'deki $u(t)$ terimi, (3.56)'da yerine konularak

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 C_k x_k(t) + B_2 D_k C_2 x(t) + B_2 D_k D_{21} w(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} C_k x_k(t) + D_{12} D_k C_2 x(t) + D_{12} D_k D_{21} w(t)\end{aligned}\tag{3.59}$$

eşitliği elde edilir.

Bu durumda kapalı-çevrim sistem,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_k(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_k C_2 & B_2 C_k & B_1 + B_2 D_k D_{21} \\ B_k & A_k & B_k D_{21} \\ C_1 + D_{12} D_k C_2 & D_{12} C_k & D_{11} + D_{12} D_k D_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_k(t) \\ w(t) \end{bmatrix}\tag{3.60}$$

şeklinde olacaktır. Kapalı-çevrim sistemin eşdeğer gösterimi

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{cl}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{cl}(t) \\ w(t) \end{bmatrix}\tag{3.61}$$

şeklinde ifade edilebilir. H_∞ performans problemi, yukarıda elde edilen kapalı-çevrim sistemini kararlı kılacak ve L_2 kazancını γ gibi bulunabilecek en küçük skaler pozitif bir değerden küçük kılacak bir denetleyici bulmaktır. Dinamik denetleyici kazançlarını elde etmek için çözülmesi gereken DME'leri (3.62), (3.63) ve (3.64)'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} XA + A^T X + \hat{B}C_2 + C_2^T \hat{B}^T & XB_1 + \hat{B}D_{21} & C_1^T + C_2^T \hat{D}D_{12}^T \\ * & -\gamma I & D_{11}^T + D_{21}^T \hat{D}D_{12}^T \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.62)$$

$$\begin{bmatrix} AY + YA^T + B_2 \hat{C} + \hat{C}^T B_2^T & B_1 + B_2 \hat{D}D_{21} & YC_1^T + \hat{C}^T D_{12}^T \\ * & -\gamma I & D_{11}^T + D_{21}^T \hat{D}D_{12}^T \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.63)$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.64)$$

Burada (*) gösterimi bir simetrik matriste köşegen dışı elemanların endüklediği simetrik elemanları sembolize etmektedir. Şayet yukarıdaki problemi çözen uygun boyutlu X , Y , $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ ve $\hat{D}$ matrisleri ve en küçük skaler γ değeri bulunabilirse,

$$\begin{aligned} T &:= [B_1 + B_2 \hat{D}D_{21} \quad YC_1^T + \hat{C}^T D_{12}^T] \\ \Pi &:= [XB_1 + \hat{B}D_{21} \quad C_1^T + C_2^T \hat{D}D_{12}^T] \\ \Sigma &:= \begin{bmatrix} -\gamma I & * \\ D_{11} + D_{12} \hat{D}D_{21} & -\gamma I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.65)$$

tanımlamaları altında denetleyici matrisleri

$$\begin{aligned} D_k &= \hat{D} \\ C_k &= \hat{C}X^{-1} - D_k C_2 \\ B_k &= X^{-1}\hat{B} - B_2 D_k \\ A_k &= B_2 C_k + (A + B_k C_2)YZ^{-1} + X^{-1}(A + B_2 D_k C_2)^T Z^{-1} - X^{-1}\Pi\Sigma^{-1}T^T Z^{-1} \end{aligned} \quad (3.66)$$

şeklinde hesaplanabilir (Masubuchi vd. [120], Jabbari [121], Polat [122]).

3.2.7.3. Deprem Etkisindeki Yapısal Bir Sistemin Titreşimlerinin DGD Ve ÇGD İle Azaltılması Ve Eyleyici Gecikmesi Probleminin Gösterilmesi İçin Benzetim Çalışmaları

Yukarıda sentez denklemleri verilen DME tabanlı durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici (DGD) ile çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyicinin (ÇGD) performansları, Bölüm 2'de modellenen ve Çizelge 2.1'de kat kütle, sönüm ve rijitlik

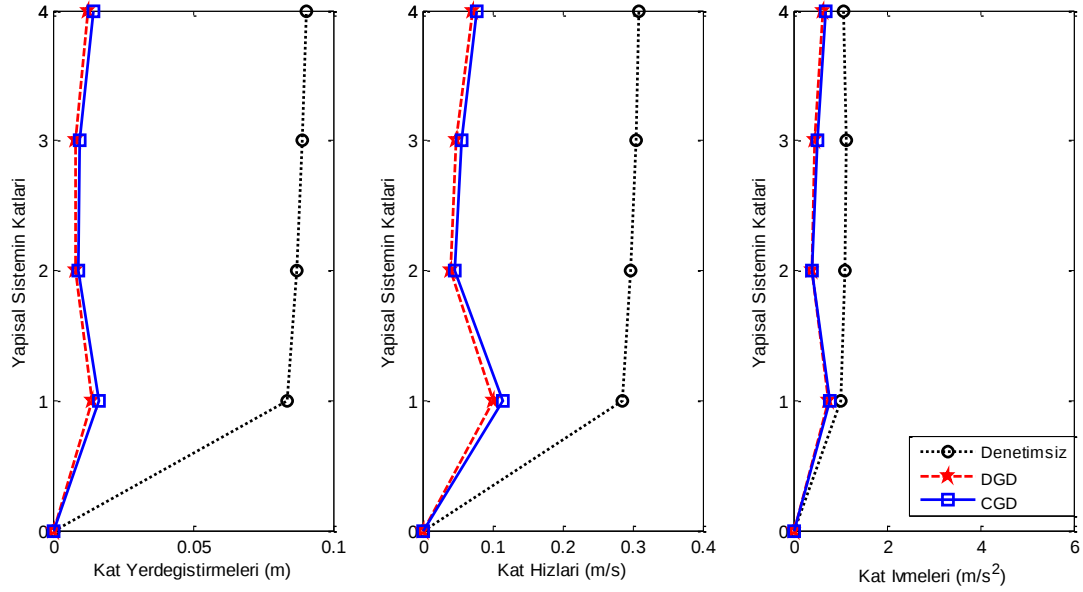
parametreleri verilen deprem etkisindeki dört serbestlik dereceli yapısal sistem için test edilmiştir (Yazıcı ve Güçlü [96], Yazıcı vd. [95]). Aktif denetim, ikinci ve dördüncü kata Aktif Gergi Sistemi (AGS) şeklinde uygulanmıştır. Denetleyicilerin tasarımında MATLAB-Simulink paket programı ve DME'lerinin çözümünde YALMIP ayrıştırıcısı ile LMILAB çözücüsü kullanılmıştır [17]. Her iki denetleyicinin performansının karşılaştırılması çalışmasında yapısal sisteme, enerjisi sınırlı bozucu giriş olarak, Japonya Kobe'de 1995 yılında meydana gelen $M_w=6.9$ şiddetindeki Kobe depremi yer hareketi uygulanmıştır (Şekil 2.2 (c)).

Durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici tasarımında, denetim kuralı tüm durumların geri-beslenmesiyle elde edilmiştir. Sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında deprem esnasında her bir katın davranışının gözlemlenmesi gerekir. Çünkü deprem anında denetleyicinin yerleştirildiği katın hareketi sınırlandırılmış olsa bile, denetleyicinin yerleştirilmediği katların davranışları tam olarak bilinemez. Bu nedenle, bu alanda durum geri-beslemeli denetleyici tasarımları yapı güvenliği bakımından sıklıkla tercih edilmektedir. Tasarım sonucu durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici için elde edilen denetleyici kazancı aşağıdaki gibidir.

$$K = 10^{11} \times \begin{bmatrix} 1.0669 & -0.2875 & -0.0195 & -0.2289 & -0.1163 & -0.1136 & -0.1272 & -0.1327 \\ -0.1001 & 0.0253 & 0.0014 & 0.0239 & 0.0109 & 0.0106 & 0.0120 & 0.0124 \end{bmatrix}.$$

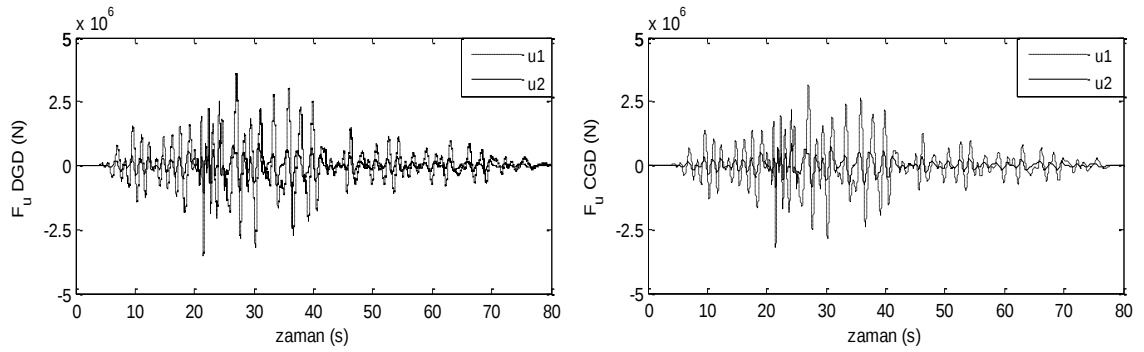
Çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyici tasarımında ise performans çıkışları, katların yer değiştirme ve hız cevaplarıdır. Geri-beslenen ölçüm değerleri olarak katların hız değerleri kullanılmıştır. Tasarımda en etkin performans çıkışları ve geri-besleme bilgisinin belirlenmesi için çok sayıda benzetim çalışması yapılmıştır.

Denetleyici tasarımı için, güvenlik ve konfor gerekli performans kriterleridir. Genel olarak yapıların güvenliği yer değiştirme cevaplarına bağlı olarak değerlendirilir. Bunun yanında hız ve ivme cevaplarının da güvenlik açısından incelenmesi gerekir. Benzetim çalışmaları, yukarıda sentez denklemleri verilen DGD ve ÇBD'lerin sönüm performanslarının gözlemlenmesi amacıyla zaman ve frekans alanında yapılmıştır. Şekil 3.3'te tüm katların zaman cevapları (tepeden-tepeye) denetimli ve denetimsiz olarak gösterilmiştir.



Şekil 3. 3 1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının denetimli ve denetimsiz zaman cevapları

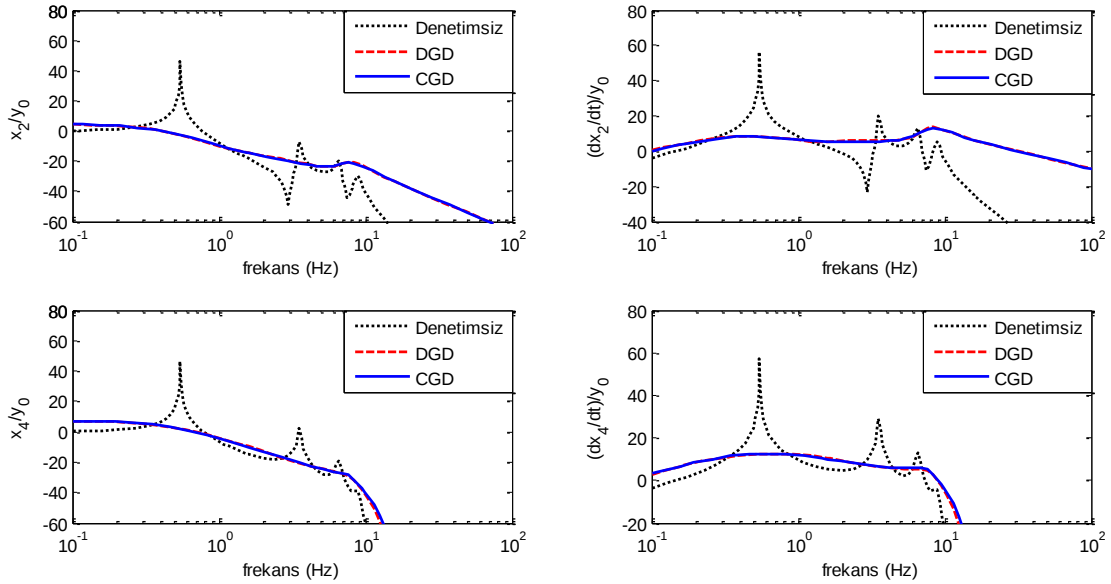
Şekil 3.3'den de görüldüğü gibi tasarlanan denetleyicilerin göstermiş olduğu sönüm performansları oldukça tatmin edicidir. Deprem etkisiyle yapısal sistem katlarında meydana gelen kat ötelemeleri etkin bir şekilde azaltılmıştır. Tasarlanan DGD ve ÇGD'lerin performansları birbirine çok yakındır. Tasarlanan denetleyicilerin denetim kuvvetlerindeki değişimler Şekil 3.4'te gösterilmiştir.



Şekil 3. 4 1995 Kobe depremi için denetim kuvvetlerindeki değişimler

Modellenen yapının frekans cevapları ikinci ve dördüncü kat için denetimsiz, DGD ve ÇGD'li olarak Şekil 3.5'de gösterilmiştir. Yapısal sistem dört serbestlik derecesine sahip olduğundan; 0.54, 3.55, 6.56, ve 8.86 Hz. olmak üzere dört tane doğal frekansı vardır. Bu değerler, yapısal sistemin kütle ve rijitlik parametreleri kullanılarak hesaplanmıştır. Yüksek genlikli eğriler, beklenildiği gibi denetleyicilerin kullanılmadığı duruma aittir.

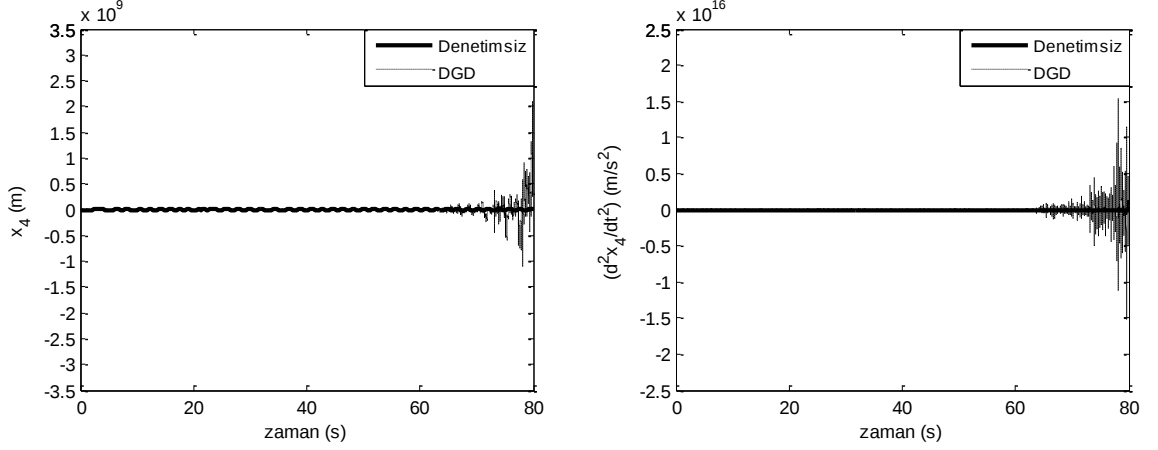
Sismik zorlama altındaki bir yapı için en yıkıcı modun birinci mod olduğu iyi bilinmektedir. Amaçlandığı gibi, tasarlanan denetleyiciler birinci modu etkin bir şekilde bastırmıştır.



Şekil 3. 5 İkinci ve dördüncü katın denetimli ve denetimsiz frekans cevapları

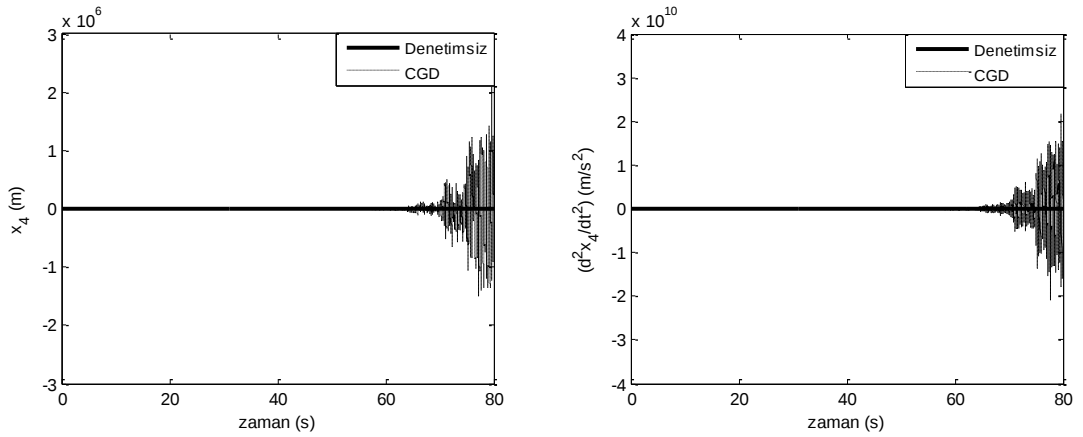
Geri-beslemeli denetim sistemlerindeki eyleyici gecikmesi problemi, birçok mühendislik sisteminde düşük performansın ve kararsızlığın en önemli nedenlerinden biridir. Deprem etkisindeki yapısal sistemlerin aktif titreşim kontrolü uygulamalarında ortaya çıkan bu problemin, sistem dinamiği üzerindeki olumsuz etkileri hem teorik hem de uygulama çalışmalarında gözlemlenmiştir. Eyleyici gecikmesi olayının sistemin kapalı-çevrim kararlılığı üzerindeki olumsuz etkilerinin gösterilmesi amacıyla, bu bölümde tasarımı gerçekleştirilen durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici ile çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyicilerinin ürettikleri denetim kuvvetlerinin yapıya tatbik edilmesi esnasında, denetim giriş sinyaline zaman gecikmesi uygulanmıştır. Yapılan benzetim çalışmaları sonucunda tasarlanan denetleyicilerin kararlılık sınırındaki eyleyici gecikmesi zamanlarının farklı olduğu gözlemlenmiştir. Durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyicinin, her örnekleme zamanı için 0.00021 saniyelik bir eyleyici gecikmesine maruz kalması durumunda kapalı-çevrim sistem kararlılığını kaybetmektedir. Şekil 3.6'da deprem anında en yüksek genlikli titreşimlerin oluşmasının beklenildiği dördüncü katın zaman cevapları, durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyicinin ürettiği denetim sinyalinin 0.00021 saniyelik gecikmeyle yapıya

iletilmesi durumu için çizdirilmiştir. Şekil 3.6'dan 0.00021 saniyelik eyleyici gecikmesinin kapalı-çevrim sistemin kararlılığını bozduğu görülmektedir. Yapıya iletilen senkronize olmayan denetim kuvvetinin beklenildiği gibi yapısal sistem katlarında aşırı yer değiştirme ve ivmelenmelere neden olmaktadır.



Şekil 3. 6 0.00021 Saniyelik eyleyici gecikmesi sonucu dördüncü katın yer değiştirmelerinin denetimsiz ve durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyicili zaman cevapları

Çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyicinin 0.0059 saniyelik bir eyleyici gecikmesine maruz kalması durumunda kapalı-çevrim sistemin kararlılığını kaybettiği Şekil 3.7'de gösterilmiştir.



Şekil 3. 7 0.0059 Saniyelik eyleyici gecikmesi sonucu dördüncü katın yer değiştirmelerinin denetimsiz ve çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyicili zaman cevapları

Tasarlanan denetleyicilerin performanslarının farklı deprem girişleri için test edilmesi amacıyla 1940 El-Centro, 1994 Northridge ve 1999 Kocaeli depremleri yer hareketleri

bozucu giriş olarak alınarak benzetim çalışmaları yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar her bir katın yer değiştirme ve ivmelerinin maksimum titreşim genliklerinin tepeden-tepeye alınmasıyla çizelgeler halinde verilmiştir. Çizelge 3.1'de El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin denetimli ve denetimsiz zaman cevapları eyleyici gecikmeli ve eyleyici gecikmesiz durum için verilmiştir. Eyleyici gecikmesinin olmadığı durumda tasarlanan durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici ve çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyicilerin titreşim genliklerini azaltmada son derece başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Bunun rağmen her iki denetim yapısının benzetim çalışmalarıyla belirlenen kompanze edemeyecekleri eyleyici gecikmesine maruz kalmaları durumunda denetim performansı bozularak sistemde kararlılık problemi meydana gelmiştir.

Çizelge 3. 1 1940 El- Centro depremi için katların (tepeden-tepeye) eyleyici gecikmeli ve gecikmesiz olması durumuna göre denetimli ve denetimsiz zaman cevapları

	El-Centro Depremi				
	Denetimsiz	DGD h=0 (s)	ÇGD h=0 (s)	DGD h=0.00021 (s)	ÇGD h=0.0059 (s)
x_1 (m)	0.3817	0.0982	0.1065	535.0468	210.3339
x_2 (m)	0.3949	0.0829	0.0948	728.3358	348.6673
x_3 (m)	0.4044	0.0849	0.0971	147.5302	130.2983
x_4 (m)	0.4089	0.1272	0.1465	102.7158	68.8267
d^2x_1/dt^2 (m/s ²)	4.5212	1.6398	1.7235	1.5644×10^{10}	5.0037×10^6
d^2x_2/dt^2 (m/s ²)	4.6552	1.0843	0.9832	2.0406×10^{10}	6.7583×10^6
d^2x_3/dt^2 (m/s ²)	4.9035	0.9436	1.0632	1.9270×10^9	1.0793×10^6
d^2x_4/dt^2 (m/s ²)	5.1583	1.3568	1.5107	1.9277×10^9	7.8038×10^5

Çizelge 3.2'de Northridge depremi etkisindeki yapısal sistemin denetimli ve denetimsiz zaman cevapları eyleyici gecikmeli ve eyleyici gecikmesiz durumda tüm katlar için verilmiştir. Eyleyici gecikmesi olmadığı duruma önerilen denetleyiciler yüksek sönüm performansı gösterirken, eyleyici gecikmesinin olduğu durumda kapalı-çevrim sisteminde performans ve kararlılık problemi meydana geldiği görülmektedir. Yapıya iletilen senkronize olmayan denetim kuvvetinin beklenildiği gibi yapısal sistemde güvenlik sorununa neden olmaktadır.

Çizelge 3. 2 1994 Northridge depremi için katların (tepeden-tepeye) eyleyici gecikmeli ve gecikmesiz olması durumuna göre denetimli ve denetimsiz zaman cevapları

	Northridge Depremi				
	Denetimsiz	DGBD h=0 (s)	ÇGD h=0 (s)	DGD h=0.00021 (s)	ÇGD h=0.0059 (s)
x_1 (m)	0.1688	0.0373	0.0428	$7.5300 \cdot 10^5$	164.5420
x_2 (m)	0.1749	0.0195	0.0225	$9.9455 \cdot 10^5$	235.7725
x_3 (m)	0.1792	0.0208	0.0241	$3.4947 \cdot 10^5$	88.9660
x_4 (m)	0.1818	0.0338	0.0381	$7.9847 \cdot 10^{12}$	59.9323
d^2x_1/dt^2 (m/s ²)	2.1218	1.5763	1.7014	$1.0416 \cdot 10^{13}$	$3.2129 \cdot 10^6$
d^2x_2/dt^2 (m/s ²)	2.0635	0.7665	0.7706	$1.0416 \cdot 10^{13}$	$4.3126 \cdot 10^6$
d^2x_3/dt^2 (m/s ²)	2.1620	0.7528	0.8617	$9.8286 \cdot 10^{11}$	$7.8643 \cdot 10^5$
d^2x_4/dt^2 (m/s ²)	2.4929	1.0931	1.2120	$9.8359 \cdot 10^{11}$	$5.9330 \cdot 10^5$

Çizelge 3.3'de Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin denetimli ve denetimsiz zaman cevapları eyleyici gecikmeli ve eyleyici gecikmesiz durum için verilmiştir. Eyleyici gecikmesi olmadığı durumda önerilen denetleyiciler deprem etkisiyle oluşan titreşimlerin azaltılmasında son derece başarıyla, eyleyici gecikmesinin olduğu durumda kapalı-çevrim sistemde performans ve kararlılık problemi meydana gelmektedir.

Çizelge 3. 3 1995 Kobe depremi için katların (tepeden-tepeye) eyleyici gecikmeli ve gecikmesiz olması durumuna göre denetimli ve denetimsiz zaman cevapları

	Kobe Depremi				
	Denetimsiz	DGD h=0 (s)	ÇGD h=0 (s)	DGD h=0.00021 (s)	ÇGD h=0.0059 (s)
x_1 (m)	0.0837	0.0141	0.0162	$1.3139 \cdot 10^{10}$	$1.0296 \cdot 10^7$
x_2 (m)	0.0868	0.0079	0.0091	$1.8070 \cdot 10^{10}$	$1.6390 \cdot 10^7$
x_3 (m)	0.0890	0.0082	0.0094	$5.3443 \cdot 10^{10}$	$5.9769 \cdot 10^6$
x_4 (m)	0.0903	0.0127	0.0145	$3.3128 \cdot 10^9$	$3.6090 \cdot 10^6$
d^2x_1/dt^2 (m/s ²)	1.0129	0.7513	0.7863	$2.4851 \cdot 10^{17}$	$2.6838 \cdot 10^{11}$
d^2x_2/dt^2 (m/s ²)	1.1131	0.4026	0.4007	$3.2416 \cdot 10^{17}$	$3.6306 \cdot 10^{11}$
d^2x_3/dt^2 (m/s ²)	1.1382	0.4478	0.5095	$3.0601 \cdot 10^{16}$	$5.3619 \cdot 10^{10}$
d^2x_4/dt^2 (m/s ²)	1.0820	0.6357	0.6892	$3.0614 \cdot 10^{16}$	$4.2560 \cdot 10^{10}$

1999 yılında ülkemizde meydana gelen Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin denetimli ve denetimsiz zaman cevapları eyleyici gecikmeli ve eyleyici gecikmesiz durum için Çizelge 3.4'te verilmiştir. Eyleyici gecikmesi olmadığı durumda yapısal sistemin tüm katları için önerilen denetleyiciler yüksek sönüm performansı gösterirken, eyleyici gecikmesinin olduğu durumda kapalı-çevrim sistemde yine performans ve kararlılık probleminin meydana geldiği görülmektedir.

Çizelge 3. 4 1999 Kocaeli depremi için katların (tepeden-tepeye) eyleyici gecikmeli ve gecikmesiz olması durumuna göre denetimli ve denetimsiz zaman cevapları

	Kocaeli Depremi				
	Denetimsiz	DGD h=0 (s)	ÇGD h=0 (s)	DGBD h=0.00021 (s)	ÇGBDD h=0.0059 (s)
x_1 (m)	0.5257	0.2082	0.2387	8.7264×10^8	1.6035×10^6
x_2 (m)	0.5402	0.2096	0.2388	1.1408×10^9	2.4516×10^6
x_3 (m)	0.5503	0.2124	0.2419	3.0722×10^8	9.6482×10^5
x_4 (m)	0.5560	0.3090	0.3573	1.3168×10^8	5.3601×10^5
d^2x_1/dt^2 (m/s ²)	5.3786	2.1403	2.000	1.9664×10^{16}	3.6107×10^{10}
d^2x_2/dt^2 (m/s ²)	5.5746	1.6601	1.4116	2.5650×10^{16}	4.9217×10^{10}
d^2x_3/dt^2 (m/s ²)	5.7151	1.3628	1.5193	2.4214×10^{15}	7.4812×10^9
d^2x_4/dt^2 (m/s ²)	5.8362	1.9036	2.1385	2.4230×10^{15}	5.4846×10^9

Bu bölümde yapılan benzetim çalışmaları ile sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerin aktif kontrolü çalışmalarında meydana gelmesi kaçınılmaz bir olay olan eyleyici gecikmesi probleminin sistemin dinamiği üzerindeki olumsuz etkileri ortaya konulmuştur. Denetim kuvvetinin yapıya iletilmesi esnasında oluşacak çok küçük zaman gecikmeleri bile, denetim sisteminin kararlılığını kaybetmesine ve performansının bozulmasına neden olmaktadır. Bunun başlıca nedeni eyleyici gecikmesinin sistemin dinamiğine dahil edilerek denetim kuvvetinin gecikmeye-bağlı olarak hesaplanmamasıdır. Bu durum bizi sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında etkin olarak kullanılacak, denetim kuvvetinin gecikmeye-bağlı olarak belirlendiği sistemin kararlılığı ve performansının garanti altında olduğu yeni bir denetleyici yapısının elde edilmesi yönünde motive etmiştir. Buradan hareketle aktif titreşim denetimi alanındaki diğer önemli problemler

olan eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemleri, eyleyici gecikmesi problemi ile birleştirilerek Bölüm 4’te çok amaçlı bir denetleyici sentezi elde edilmiştir.

DOYUMLU EYLEYİCİYE SAHİP EYLEYİCİ GECİKMELİ BELİRSİZLİK İÇEREN SİSTEMLER İÇİN EYLEYİCİ GECİKMESİNE BAĞLI DOYUMLU VE DAYANIKLI H_{∞} DENETLEYİCİ TASARIMI

Bu bölümde doktora tezinin ana amacı olan, doyumlu eyleyiciye sahip, eyleyici gecikmeli, parametre belirsizliği içeren sistemlerin, enerjisi sınırlı bozucuların durum geri-beslemeli denetim mantığı ile bastırılması için, iki farklı yöntem ve yaklaşımla eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_{∞} denetleyiciler tasarlanmıştır. Geliştirilen bu iki denetim metodu ile, bozucu etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması çalışmalarında kullanılabilecek, pratikte uygulanabilir ayar parametresi gerektirmeyen ve daha az tutucu yeni bir denetim tasarımının elde edilmesine çalışılmıştır.

Birçok fiziksel sistemde, sistemin durumlarındaki değişimlerin oranı sistemin geçmiş durumlarına bağlıdır. Bu karakteristik gecikme olarak adlandırılır ve bir sistemde zaman gecikmesi varsa böyle sistemlere zaman gecikmeli sistemler denir. Zaman gecikmesi olayı ilk olarak biyolojik sistemlerde keşfedilmiş ve daha sonra etkilerinin kimyasal ve mühendislik sistemlerinde de var olduğu görülmüştür. Son 20 yılda zaman gecikmeli sistemlerin dayanıklı denetimi akademik alanda oldukça ilgi çekici bir çalışma alanı haline gelmiştir. Örnek olarak, kararlılık analizi, kararlı kılma tasarımları, H_{∞} denetimi, garanti edilmiş bedel denetimi, Kalman filtrelemesi gibi denetim problemleri zaman gecikmeli sistemler için çalışılmıştır.

Denetim sistemleri için kararlılık temel çalışma konusudur ve zaman gecikmeli sistemlerin kararlılığı problemi ilk olarak 1950'lerde frekans alanı metodu ile çalışılmaya başlanmıştır. Daha sonra zaman alanı metodları kullanılarak zaman gecikmeli sistemlerin kararlılık problemleri incelenmiştir. Frekans alanı metodları ile zaman gecikmeli bir sistemin kararlılığı, sistemin karakteristik denklemine göre köklerin dağılımından ya da kompleks Lyapunov matris fonksiyonunun çözümünden tayin edilir. Bu metod, sabit zaman gecikmeli sistemler için oldukça uygun bir yaklaşımdır. Bununla birlikte, eğer sistemde belirsizlikler ve zamanla değişen gecikmeler varsa çözüm oldukça karmaşık bir hal alır. Bu nedenle, zaman gecikmeli sistemlerin frekans alanı yaklaşımıyla analizi ciddi kısıtlar içerir. Zaman gecikmeli sistemlerin, zaman alanı yaklaşımıyla kararlılıklarının incelenmesinde Lyapunov-Krasovskii ve Lyapunov Razumikhin teoremleri literatürdeki başlıca tasarım araçlarıdır. Bu metodlar zaman gecikmeli sistemlerin asimptotik kararlılıklarının gösterilmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Buradaki temel fikir zaman gecikmeli bir sistemin yeterli kararlılık kısıtlarının elde edilmesi için uygun Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyonelinin veya Lyapunov Razumikhin aday fonksiyonunun belirlenmesidir. Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli tabanlı kararlılık analizlerinde yeterli kararlılık şartları için elde edilen sonuçlar, Lyapunov Razumikhin yöntemiyle elde edilen sonuçlardan çok daha az tutucudur. Buna karşın Lyapunov Razumikhin yöntemi tüm zaman gecikmelerine herhangi bir sınırlama getirmeksizin uygulanabilir. Oysa, Lyapunov-Krasovskii yönteminin uygulanmasında gecikmenin türevinin sınırlandırılması gerekir. Zaman gecikmeli sistemlerin kararlılık analizlerinde teorik olarak oldukça önemli bir yer tutan bu metodlar, 1990'lara kadar uygulama açısından iyi bir yaklaşım olarak kabul görmemiştir. Daha sonra, MATLAB Toolbox'ı ile Lyapunov fonksiyonellerinin ve Lyapunov fonksiyonlarının kolaylıkla oluşturulabilmesi, zaman gecikmeli sistemlerin zaman alanı yaklaşımı ile kararlılıklarının incelenmesi çalışmalarından hem teorik hem de pratik anlamda önemli ilerlemelerin sağlanmasına neden olmuştur (Wu vd. [123]).

Zaman gecikmeli sistemler genellikle iki farklı şekilde analiz edilebilir. Sistemlerin kararlılığı zaman gecikmesine bağlı veya zaman gecikmesinden bağımsız olarak belirlenebilir. Zaman gecikmesinden bağımsız yöntemler, sistemin kararlılığını sıfır ile sonsuz arasında değişen zaman gecikmeleri için garanti etmeye çalışırlar. Buna rağmen

zaman gecikmesine bağı yöntemler, yalnızca belirli bir zaman aralığı için kararlı davranış sergilenmesini sağlamaya çalışırlar. Bu nedenle, gecikmeye-bağı yöntemler genellikle gecikmeden bağımsız yöntemlere göre daha az tutucudur. Doktora tezinde, daha az tutucu bir denetleyici yapısı elde etmek için, eyleyici gecikmeli sistemlerin gecikmeye-bağı kararlılık ve performans problemleri incelenirken gecikmeye-bağı yöntemler kullanılmıştır. Bunun yanında zaman gecikmeli sistemlerde, zaman gecikmesi sabit ya da zamanla değışen yapıda olabilir. Zamanla değışen zaman gecikmesi türevlenebiliyor yapıda ise gecikmenin türevinin üst sınırı bilinebilir.

Çalışmada ilk olarak, zaman gecikmesinin sabit yapıda olduğı kabul edilerek gecikmeye-bağı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Daha sonra eyleyicinin doyumlu olması için iki farklı yaklaşımla eyleyici doyumlu ve eyleyici gecikmeli bir denetim yapısı elde edilmiştir. Pek çok denetim uygulamasında kararlılık ve performans problemine neden olan parametre belirsizliğı problemi sistemin dinamiğine normu sınırlı parametre belirsizliğı yapısında dahil edilerek eyleyici gecikmesine bağı, doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir.

Çalışmada ikinci olarak, sistemdeki zaman gecikmesinin zamanla değışmesi ve türevlenebilir zamanla değışen zaman gecikmesinin üst sınırının bilinebilir olması durumu için denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu tasarımda ilkinden farklı olarak denetim mimarisine eklenen serbest gevşetme matrisleri sayesinde kararlılık şartlarının sıklığı azaltılarak daha az tutucu bir denetleyici yapısının elde edilmesine çalışılmıştır [124], [125]. Serbest gevşetme matrislerinin kullanılmasıyla, kararlılık şartlarının sıklığının azaltılmasının yanında, erişilebilir en üst gecikme zamanı ve parametre belirsizliğı sınırlarının da arttırılması sağlanmaktadır. Aynı zamanda, Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelinin zamana göre türevinin alınmasında negatif olmayan yararlı terimlerin tasarımdan çıkarılmaması için tam kareye tamamlama metodundan yararlanılmıştır [27]. Yine eyleyici doyumu ve parametre belirsizliğı problemleri sistemin dinamiğine dahil edilerek eyleyici gecikmesine bağı, doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir.

Bu bölümde, farklı yaklaşımlarla geliştirilen denetleyici yapılarında denetim kuralı olarak durum geri-beslemeli denetim yapısı seçilmiştir. Gecikmeye-bağı kriterler H_∞

sentezini kararlı kılmak amacıyla doğrusal matris eşitsizliği şartlarını sağlayacak şekilde geliştirilmiştir. Yeterli gecikmeye-bağılı kararlılık kriterleri matris eşitsizlikleri tabanlı uygun Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyonelleri ile elde edilmiştir. Önerilen denetleyici tasarımları için geliştirilen teorem ve ispatlara geçmeden önce, bir denetim sisteminin normal çalışması için öncül koşul olan kararlılık kavramının zaman gecikmeli sistemler için açıklanmasında yarar vardır.

4.1. Zaman Gecikmeli Sistemlerin Kararlılığı

Bir sistemin kararlılığı, genellikle harici bozucu etkinin ortadan kalkması halinde sistemin başlangıç durumuna gelme yeteneği olarak tanımlanır. Bir denetim sisteminin normal bir şekilde çalışabilmesi için kararlılık birincil koşuldur. Lyapunov kararlılık teoremi, bir sistemin kararlılığını enerji açısından tanımlar ve bu teoremin en büyük avantajı kararlılığın sistemin hareket denklemlerinin çözülmesine gereksinim duyulmadan belirlenebilmesidir.

Bilim ve mühendislikte diferansiyel denklemler, sistemlerin matematiksel modelleri olarak sıklıkla kullanılır. Bu yolla modellenen bir sistemin gelecekteki hareketi, yalnızca durum değişkenlerinin şimdiki hareketine bağlıdır ve geçmişinden bağımsızdır. Örnek olarak aşağıdaki birinci dereceden diferansiyel denklemi ele alalım.

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)), \quad x(t_0) = x_0 \quad (4.1)$$

Burada, t anındaki $x(t)$ durum değişkeninin gelecekteki hareketi, sadece t ve $x(t)$ 'ye bağlıdır ve t anındakinden önceki $x(t)$ 'nin değerine bağlı değildir. Eğer bir dinamik sistemin gelecekteki hareketi sadece şimdiki değerlere değil, aynı zamanda geçmişteki değerlerine de bağlı ise, o halde böyle sistemlere zaman gecikmeli sistemler denir. Bu tip gerçek sistemler bir adi diferansiyel denklem kullanılarak yeterli şekilde modellenemez ve kullanılan bu diferansiyel denklem sadece yaklaşık bir modeldir. Bu tip sistemlerin tam olarak modellenmesinde fonksiyonel diferansiyel denklemler kullanılır.

4.1.1. Fonksiyonel Diferansiyel Denklemler

Pek çok sistemde, $\bar{h}$ gibi bir maksimum gecikme olabilir. Bu durumda, $[-\bar{h}, 0]$ 'dan $\mathfrak{R}^n$ 'e $C = C([-\bar{h}, 0], \mathfrak{R}^n)$ ile tanımladığımız sürekli zaman fonksiyonların kümesi ile ilgileniriz. Herhangi bir $a > 0$, zamanın sürekli fonksiyonu $\psi \in C([t_0 - \bar{h}, t_0 + a], \mathfrak{R}^n)$ ve $t_0 \leq t \leq t_0 + a$ için, $\psi_t \in C$ 'nin bir parçası olan ψ , $\psi_t(\theta) = \psi(t + \theta)$, $-\bar{h} \leq \theta \leq 0$ şeklinde verilir. Gecikmeli fonksiyonel diferansiyel denklemin (GFDD) genel formu

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t) \quad (4.2)$$

şeklindedir. Burada, $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ ve $f: \mathfrak{R} \times C \rightarrow \mathfrak{R}^n$ dir. Bu eşitlik, t anındaki durum değişkenlerinin türevlerinin, $t - \bar{h} \leq \zeta \leq t$ için, t ve $x(\zeta)$ 'ye bağlı olduğunu göstermektedir. Böylece, bir durumun gelecekteki değişiminin belirlenmesi için, $x(t)$ durum değişkeninin başlangıç değerinin $t_0 - \bar{h}$ 'dan t_0 'a bir $\bar{h}$ süresinin zaman aralığında, $x_{t_0} = \phi$ şeklinde belirtilmesi gerekir. Burada, $\phi \in C$ olarak verilir. Başka bir deyişle, $x(t_0 + \theta) = \phi(\theta)$, $-\bar{h} \leq \theta \leq 0$ dir.

Önemli bir not olarak, GFDD'de durumların türevleri gecikme terimi içermez. Eğer bu terimler varsa, bu tip eşitliklere nötral tipi fonksiyonel diferansiyel denklem denir.

$a > 0$ için, bir fonksiyon olan $x(t)$ 'nin $[t_0 - \bar{h}, t_0 + a]$ aralığında GFDD (4.2)'nin çözümünün olduğu, x 'in bu GFDE aralığını sağlaması ve sürekli olması şartıyla söylenebilir. Burada, (t, x_t) , f 'in tanım bölgesi içindedir ve bu çözümün dolaylı olarak ifadesidir. Hem adi diferansiyel eşitliklerin hem de fonksiyonel diferansiyel eşitliklerin temel çalışma konusu, çözümün varlığı ve tekliğidir. Bununla ilgili aşağıdaki teoremin verilmesinde fayda vardır.

Teorem 4.1 (Hale ve Verduyn Lunel, [126]) [Teklik] $\Omega \subseteq \mathfrak{R} \times C$ 'nin bir açık küme, $f: \Omega \rightarrow \mathfrak{R}^n$ fonksiyonunun sürekli ve $f(t, \phi)$ 'deki ϕ , Ω içindeki her bir kompakt kümenin Lipschitzian'ı olduğunu varsayalım. Verilen bir $\Omega_0 \subseteq \Omega$ kompakt kümesi için L gibi bir sabit vardır ve aşağıdaki eşitsizlik

$$\|f(t, \phi_1) - f(t, \phi_2)\| \leq L \|\phi_1 - \phi_2\| \quad (4.3)$$

herhangi $(t, \phi_1) \in \Omega_0$ ve $(t, \phi_2) \in \Omega_0$ için geçerlidir. Eğer $(t, \phi) \in \Omega$ ise, o halde (4.2)'deki GFDD'nin (t_0, ϕ) arasında tek bir çözümü vardır.

Tanım 4.1 (Kararlılık Kavramı) $y(t)$, (4.2)'deki GFDD'nin bir çözümü olsun. Çözümün kararlılığı, $x(t)$ sistem yörüngesinin $y(t)$ 'den saptığı andaki sistemin davranışına bağlıdır. Eğer $y(t)$ 'nin önemsiz olmayan çözümünün kararlılığının çalışılmasına gereksinim varsa, $z(t) = 0$ önemsiz çözümüne sahip, $z(t) = x(t) - y(t)$ gibi bir değişken dönüşümü kullanılarak yeni sistem

$$\dot{z}(t) = f(t, z_t + y_t) - f(t, y_t) \quad (4.4)$$

şeklinde yazılabilir.

$\phi \in C([a, b], \mathbb{R}^n)$ fonksiyonu için $\|\cdot\|_c$ sürekli normun tanımından $\|\phi\|_c = \sup_{a \leq \theta \leq b} \|\phi(\theta)\|$ dur.

Bu tanımdaki vektör normu $\|\cdot\|$, 2 normunu $\|\cdot\|_2$ ifade etmektedir.

Aşağıda (4.2)'deki zaman gecikmeli sistemlerin önemsiz çözümleri için kararlılığın değişik tipleri tanımlanmıştır.

Tanım 4.2 (Hale ve Verduyn Lunel, 1993)

- a)** Herhangi bir $t_0 \in \mathbb{R}$ ve $\varepsilon > 0$ için, eğer bir $\delta = \delta(t_0, \varepsilon) > 0$ varsa her $t \geq t_0$ için $\|x_{t_0}\|_c < \delta$, $\|x(t)\| < \varepsilon$ 'yi içeriyorsa o halde (4.2)'nin önemsiz çözümü kararlıdır.
- b)** Eğer (4.2)'nin önemsiz çözümü kararlı ise ve eğer herhangi bir $t_0 \in \mathbb{R}$ ve $\varepsilon > 0$ için bir $\delta_a = \delta_a(t_0, \varepsilon) > 0$ varsa, öyle ki $\|x_{t_0}\|_c < \delta_a$, $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ 'ı sağlıyor ise, o halde (4.2)'nin önemsiz çözümü asimptotik kararlıdır.
- c)** Eğer (4.2)'nin önemsiz çözümü kararlı ise ve eğer $\delta(t_0, \varepsilon)$ 'da t_0 'dan bağımsız olarak seçilebiliyorsa, o halde (4.2)'nin önemsiz çözümü düzgün kararlıdır.
- d)** Eğer (4.2)'nin önemsiz çözümü düzgün kararlı ise ve herhangi bir $\eta > 0$ için bir $a\delta_a > 0$ varsa, $t \geq t_0 + T$ ve $t_0 \in \mathbb{R}$ için $\|x_{t_0}\|_c < \delta_a$, $\|x(t)\| < \eta$ 'yi sağlaması durumunda bir $aT = T(\delta_a, \eta)$ varsa (4.2)'nin önemsiz çözümü düzgün asimptotik kararlıdır.

e) Eğer (4.2)'nin önemsiz çözümü (düzgün) asimptotik kararlı ve eğer δ_a isteğe bağlı olarak sonlu sayıda arttırılabilirse, o halde (4.2)'nin önemsiz çözümü küresel (düzgün) asimptotik olarak kararlıdır.

f) Eğer $\alpha > 0$ ve $\beta > 0$ için

$$\|x(t)\| \leq \beta \sup_{-\bar{h} \leq \theta \leq 0} \|x(\theta)\| e^{-\alpha t}$$

olursa, (4.2)'nin önemsiz çözümü küresel eksponansiyel kararlıdır ve α eksponansiyel yakınsaması oranı olarak adlandırılır.

4.1.2. Lyapunov-Krasovskii Kararlılık Problemi

Tıpkı gecikmenin olmadığı sistemlerde olduğu gibi, Lyapunov metodu, gecikmeli bir sistemin kararlılığının belirlenmesinde oldukça etkili bir yöntemdir. Gecikme olmadığı zaman, $V(x, x(t))$, gibi bir Lyapunov fonksiyonun oluşturması gerekir ve bu fonksiyon $x(t)$ durumunun, önemsiz çözüm 0'dan ne kadar saptığının incelenebilmesini sağlar. Gecikmenin olmadığı bir sistemde, t anının ötesinde sistemin gelecekteki değişiminin belirlenmesi için $x(t)$ 'ye ihtiyacımız vardır. Zaman gecikmeli bir sistemde ise, $x(t)$ 'nin $[t-\bar{h}, t]$ aralığındaki değerinin (bu değer x_t dir) belirlenmesi için, o sistemin t anındaki durumunun bilinmesine ihtiyacımız vardır. Bu nedenle, doğal bir sonuç olarak, zaman gecikmeli sistemler için Lyapunov fonksiyonu $V(x, x_t)$ gibi bir fonksiyoneldir ve x_t 'nin önemsiz çözümünden ne kadar saptığının gösterir. Bu tip bir fonksiyonel Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli olarak adlandırılır.

Daha belirli bir biçimde $V(t, \phi): \mathbb{R} \times C \rightarrow \mathbb{R}$ türevlenebilir ve, $x_\tau = \phi$ başlangıç koşulları için t anında $x_t(\tau, \phi)$ (4.2)'deki GFDD'nin çözümü olsun. $V(t, x_t)$ 'nin zamana göre türevinin hesaplanması ve $t = \tau$ değişimi'nin sonucu olarak

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tau, \phi) &= \frac{d}{dt} V(t, x_t) \big|_{t=\tau, x_t=\phi} \\ &= \limsup_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{V(\tau + \Delta t, x_{\tau+\Delta t}(\tau, \phi)) - V(\tau, \phi)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (4.5)$$

şeklindedir. Eğer, $\dot{V}(t, x_t)$ pozitif değilse, o halde x_t , t ile birlikte artmaz. Bu da ele alınan sistemin Tanım 4.2'de verilen anlamda kararlı olduğunu gösterir. Aşağıdaki Teorem bunu daha kesin olarak açıklamaktadır.

Teorem 4.2 (Hale ve Verduyn Lunel, [126]), (Lyapunov Krasovskii Kararlılık Teoremi)

$f : \mathfrak{R} \times C \rightarrow \mathfrak{R}^n$ fonksiyonun, (4.2)'de $\mathfrak{R}$ (sınırlandırılmış C kümelerini), sınırlandırılmış $\mathfrak{R}^n$ kümelerini içine aldığı, $u, v, w : \overline{\mathfrak{R}}_+ \rightarrow \overline{\mathfrak{R}}_+$ tanımlı sürekli ve azalmayan fonksiyonlar olduğunu, $\tau > 0$ ve $u(0) = v(0) = 0$ için $u(\tau)$ ve $v(\tau)$ 'nin pozitif olduğunu varsayalım.

a) Eğer $V : \mathfrak{R} \times C \rightarrow \mathfrak{R}$ şeklinde sürekli bir fonksiyon varsa o halde;

$$u(\|\phi(0)\|) \leq V(t, \phi) \leq v(\|\phi\|_c), \quad t \in \mathfrak{R}, \quad \phi \in \mathfrak{R}^n \text{ ve}$$

$$\dot{V}(t, \phi) \leq -w(\|\phi(0)\|)$$

olmak üzere (4.2)'nin çözümü düzgün kararlıdır.

b) Eğer (4.2)'nin önemsiz çözümü düzgün kararlı ise ve $\tau > 0$ için $w(\tau) > 0$ ise o halde (4.2)'nin önemsiz çözümü düzgün asimptotik kararlıdır.

c) Eğer (4.2)'nin önemsiz çözümü düzgün asimptotik kararlı ve eğer $\lim_{\tau \rightarrow \infty} u(\tau) = \infty$ ise o halde (4.2)'nin önemsiz çözümü küresel düzgün asimptotik kararlıdır.

Aşağıda doktora tezinde geliştirilen gecikmeye-bağlı denetleyici yapılarının elde edilmesinde kullanılan Teoremler verilmiştir. Geliştirilen teoremlerin ispatına geçmeden önce, bu bölümde kullanılan notasyonların verilmesinde fayda vardır.

Notasyon: Bu bölüm boyunca standart bir gösterim kullanılmıştır. $\mathfrak{R}$ reel sayılar kümesini, $\mathfrak{R}^{n \times n}$ ise $n \times n$ boyutlu reel matrislerin kümesini, $\mathfrak{R}^n$ elemanları reel sayı olan n boyutlu Euclid uzayını, $\mathfrak{R}_+$ pozitif reel sayılar kümesini göstermektedir. diag diyagonal matrisleri, iz standart iz operatörünü ifade etmektedir. Birim ve sıfır matrisleri sırasıyla I ve 0 olarak gösterilmiştir. $X > 0 (\geq, < 0)$ gösterimi X 'in pozitif tanımlı (pozitif yarı tanımlı, negatif tanımlı) matris olduğunu göstermektedir. $\text{sat}(\cdot)$ birim seviyeli doyum fonksiyonunu göstermektedir. $\inf$ bir kümenin infimumunu, $\sup$ bir kümenin supremumunu göstermektedir. Son olarak "*" gösterimi, bir simetrik matriste köşegen dışı elemanların endüklediği simetrik elemanları sembolize etmektedir.

4.2. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu Ve Dayanıklı H_∞ Denetleyici Tasarımı

Bu bölümde, doyumlu eyleyiciye sahip, sabit zamanlı eyleyici gecikmeli ve enerjisi sınırlı bozucu etkisi altındaki belirsizlik içeren sistemler için yeni bir eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Denetim kuralı olarak durum geri-beslemeli denetim yapısı seçilmiştir. İlk olarak, nominal sabit zamanlı eyleyici gecikmeli bir sistemin küresel asimptotik kararlılık koşulları, uygun Lyapunov Krasovskii aday fonksiyonelinin seçimiyle yeterli kararlılık kısıtlarının DME biçiminde geliştirildiği bir Sınırlı Reel Yardımcı Teoremi (SRYT) ile elde edilmiştir. Daha sonra, SRYT'nin genişletilmesiyle, yeterli gecikmeye bağlı kararlılık koşulları H_∞ sentezini kararlı kılmak amacıyla doğrusal olmayan matris eşitsizliği biçiminde geliştirilmiştir. Tasarım sonucu ortaya çıkan doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri problemi, dışbükey olmayan bu en iyileştirme probleminin çözümü için önerilen konik tamamlayıcı algoritmasından yararlanılarak çözülmüştür. Bunun yanında, fiziksel gerçek sistemelerin istenilen amaç ölçütlerine yönltilmesinde, bu sistemlerin eyleyicilerin doyumlu olması istenmektedir. Gecikmeye-bağlı denetim yapısına iki farklı yaklaşımla eyleyici doyumu yapısı matematiksel olarak eklenmiştir. İlk olarak doyumlu eyleyicinin matematiksel ifadesini, doğrusal geri-beslemeler ile oluşturulan bir dışbükey kabuk ile ifade edildiği bu ifade üzerinden H_∞ denetimi için DME şeklinde kısıtlamaların oluşturulduğu bir en iyileştirme problemi sunulmuştur. İkinci olarak ise doyumlu eyleyici yapısı direk denetim işareti üzerinde oluşturulan DME kısıtları ile elde edilmiştir. Benzetim çalışmalarında bu iki farklı yapının performansı tutuculuk ve pratikte uygulanabilirlik açısından karşılaştırılarak problemin çözümünde etkin olarak kullanılabilecek doyum yapısının belirlenmesine çalışılmıştır. Sistemlerdeki belirsizliklerin sistemin dinamiğine dahil edilmesiyle sistemlerin daha gerçekçi ve daha az kabullerle modellenmesini sağlamaktadır. Bilindiği gibi parametre belirsizliklerinin matematiksel olarak sistemin dinamiğine dahil edilmesiyle daha gerçekçi modeller elde edilebilmektedir. Normu sınırlı parametre belirsizliği içeren sistem modeli için, SRYT ve H_∞ kararlı kılma koşullarının genişletilmesiyle dayanıklı denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonunda, önerilen konik tamamlayıcı algoritması ile, arzu edilen eyleyici doyumu limitinde, alt en iyi denetleyici kazancına, erişilebilir en üst

gecikme zamanı ile parametre belirsizliği sınırlarına ve en düşük bozucu bastırma seviyesine bir dışbükey en iyileştirme tekniği kullanılarak eş zamanlı olarak erişilmiştir.

4.2.1. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı H_∞ Denetleyici Tasarımı İçin Problemin Tanımlanması

Çalışmada çözülmesi amaçlanan problemin matematiksel olarak tanımlanması aşağıdaki gibidir. Sabit zaman gecikmeli bir sistem,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_h u(t-h) + B_w w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0]\end{aligned}\tag{4.6}$$

şeklinde ele alınsın.

Burada, $x(t) \in \mathcal{R}^n$ sistemin durum vektörünü, $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$ sistemin denetim girişini, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$ sistem üzerideki bozucu girişi ve $z(t) \in \mathcal{R}^p$ denetlenmek istenen çıkışları göstermektedir. A , B_h , B_w , C ve D matrisleri sistemin uygun boyutlu bilinen sabit durum-uzay matrisleridir. Çalışmada tüm başlangıç şartları 0 olarak alınmıştır. Bunu yanında, zaman gecikmesi h

$$0 < h \leq \bar{h}\tag{4.7}$$

eşitsizliğini sağlayan zamanla değişmeyen bir yapıda olduğu kabul edilmiştir. Burada, $\bar{h}$ gecikme zamanının üst sınırını veren bilinen pozitif sabittir. Bu çalışmada sistem üzerinde etkin olan bozucu sinyalin sınırlı enerjiye sahip olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda

$$W_\delta := \{w : \mathcal{R}_+ \rightarrow \mathcal{R}^{m_w} : \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt < \infty\}\tag{4.8}$$

geçerlidir. Bu çalışmada amaç, kapalı-çevrim sistemin küresel asimtotik kararlılığını sağlayacak ve bozuculardan sistem çıkışına en küçük H_∞ kazancını veren, $u(t) = Kx(t)$ formunda uygun bir durum geri-beslemeli denetim kuralı bulmaktır. Bu türden denetim kuralı vasıtasıyla sistemin kapalı-çevrim durum-uzay modeli,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_h Kx(t-h) + B_w w(t) \\ z(t) &= (C + DK)x(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0]\end{aligned}\tag{4.9}$$

şeklinde elde edilebilir.

4.2.2. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Başlıca Sonuçlar

Nominal sabit zamanlı eyleyici gecikmeli bir sistemin H_∞ kararlılığının araştırılması için

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + H_s x(t-h) + B_w w(t) \\ z(t) &= \bar{C}x(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0]\end{aligned}\quad (4.10)$$

sistemi ele alınsın. Aşağıdaki SRYT, (4.10) sistemi için yeterli kararlılık koşullarını sunmaktadır.

Yardımcı Teorem 4.1 $\bar{h}$ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı P, Q, S, Y, Z , matrisleri varsa, nominal sabit zamanlı eyleyici gecikmeli (4.10) sistemi, (4.7)'yi sağlayan herhangi bir h zaman gecikmesi değeri için, γ gibi bir bozucu azaltma seviyesi ile küresel asimptotik kararlı olur.

$$\Sigma := \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & PH_s - Y & PB_w & \bar{h}A^T Z & \bar{C}^T \\ * & -Q & 0 & \bar{h}H_s^T Z & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{h}B_w^T Z & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}Z & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.11)$$

$$\begin{bmatrix} S & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.12)$$

olarak yazılabilir. Burada, $\Sigma_{11} = A^T P + PA + \bar{h}S + Y + Y^T + Q + \bar{h}A^T Z A$ şeklindedir.

İspat: Çalışmada ana sonuçları elde ederken, Moon vd. [36] önerdiği aşağıdaki yardımcı teoremden yararlanılmıştır.

Yardımcı Teorem 4.2 [36] $a(\cdot) \in \mathfrak{R}^{n_a}, b(\cdot) \in \mathfrak{R}^{n_b}$ ve $N \in \mathfrak{R}^{n_a \times n_b}$ 'nin Ω aralığında tanımlandığını varsayalım. O halde herhangi bir $S \in \mathfrak{R}^{n_a \times n_b}$, $Y \in \mathfrak{R}^{n_a \times n_b}$ ve $Z \in \mathfrak{R}^{n_a \times n_b}$ matrisleri için,

$$-2 \int_{\Omega} a^T(s) N b(s) ds \leq \int_{\Omega} \begin{bmatrix} a(s) \\ b(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S & Y - N \\ Y^T - N^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(s) \\ b(s) \end{bmatrix} ds \quad (4.13)$$

eşitsizliği geçerlidir. Burada;

$$\begin{bmatrix} S & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0$$

şeklinde ifade edilebilir.

Newton-Leibnitz formülasyonu ve (4.10) kullanılarak,

$$x(t-h) = x(t) - \int_{t-h}^t \dot{x}(\theta) d\theta \quad (4.14)$$

yazılabilir. $x(t-h)$ ifadesi (4.10)'da yerine yazılırsa,

$$\dot{x}(t) = (A + H_s)x(t) - H_s \int_{t-h}^t \dot{x}(\theta) d\theta + B_w w(t) \quad (4.15)$$

elde edilir. Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyoneli

$$V(x(t), t) = V_1(x(t), t) + V_2(x(t), t) + V_3(x(t), t) \quad (4.16)$$

şeklinde seçilmiş olsun. Burada;

$$V_1(x(t), t) = x^T(t) P x(t), \quad V_2(x(t), t) = \int_{-h}^0 \int_{t+\beta}^t \dot{x}^T(s) Z \dot{x}(s) ds d\beta, \quad (4.17)$$

$$V_3(x(t), t) = \int_{t-h}^t x^T(s) Q x(s) ds$$

şeklindedir. $V_1(x(t), t)$ 'nin (4.15) sisteminin durum yörüngeleri boyunca t 'ye göre türevi

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(x(t), t) &= x^T(t) [(A + H_s)^T P + P(A + H_s)] x(t) \\ &\quad - 2x^T(t) P H_s \int_{t-h}^t \dot{x}(\theta) d\theta + w^T(t) B_w^T P x(t) + x^T(t) P B_w w(t) \end{aligned} \quad (4.18)$$

şeklindedir.

Yardımcı Teorem 4.2'den yararlanarak $a(\cdot) = x(t)$, $b(\cdot) = \dot{x}(\theta)$ ve $N = PH_s$ tanımlamaları, (4.18)'e uygulanırsa,

$$\begin{aligned}
-2x^T(t)N \int_{t-h}^t x(s)ds &\leq \int_{t-h}^t \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S & Y-N \\ Y^T-N^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix} ds \\
&= \int_{t-h}^t [x^T(t)Sx(t) + 2x^T(t)(Y-N)\dot{x}(s) + \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)]ds \\
&= hx^T(t)Sx(t) + 2x^T(t)(Y-N) \int_{t-h}^t \dot{x}(s)ds + \int_{t-h}^t \dot{x}(s)Z\dot{x}(s)ds \\
&\leq \bar{h}x^T(t)Sx(t) + 2x^T(t)(Y-PB_hK)[x(t)-x(t-h)] + \int_{t-h}^t \dot{x}(s)Z\dot{x}(s)ds
\end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{bmatrix} S & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0 \tag{4.20}$$

eşitsizlikleri yazılabilir. (4.19) ve (4.20)'deki koşullar kullanılarak (4.18),

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1(x(t),t) &= x^T(t)(A^TP + PA + \bar{h}S + Y + Y^T)x(t) + 2x^T(t)(PH_s - Y)x(t-h) \\
&\quad + w^T(t)B_w^TPx(t) + x^T(t)PB_w w(t) + \int_{t-h}^t \dot{x}(s)Z\dot{x}(s)ds
\end{aligned} \tag{4.21}$$

şeklinde elde edilebilir.

$V_2(x(t),t)$ ve $V_3(x(t),t)$ 'nin türevleri,

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2(x(t),t) &= hx^T(t)Z\dot{x}(t) - \int_{t-h}^t \dot{x}(s)Z\dot{x}(s)ds \\
&\leq \bar{h}[Ax(t) + B_w w(t) + H_s x(t-h)]^T Z[Ax(t) + B_w w(t) + H_s x(t-h)] \\
&\quad - \int_{t-h}^t \dot{x}(s)Z\dot{x}(s)ds
\end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\dot{V}_3(x(t),t) = x^T(t)Qx(t) - x^T(t-h)Qx(t-h) \tag{4.23}$$

şeklinde elde edilebilir. Sonuç olarak, (4.21), (4.22) ve (4.23)'ün birleştirilmesiyle seçilen Lyapunov-Krakovskii aday fonksiyonelinin türevi

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x(t),t) &\leq \dot{V}_1(x(t),t) + \dot{V}_2(x(t),t) + \dot{V}_3(x(t),t) \\
&\leq x^T(t)(A^T P + P A + \bar{h} S + Y + Y^T)x(t) + 2x^T(t)(P H_s - Y)x(t-h) \\
&\quad + \bar{h}[A x(t) + B_w w(t) + H_s x(t-h)]^T Z[A x(t) + B_w w(t) + H_s x(t-h)] \\
&\quad + x^T(t)Q x(t) - x^T(t-h)Q x(t-h) + w^T(t)B_w^T P x(t) + x^T(t)P B_w w(t)
\end{aligned} \tag{4.24}$$

şeklinde sınırlanabilir. Genişletilmiş durum vektörü $\chi^T := [x^T(t) \ x^T(t-h) \ w^T(t)]$ olarak tanımlanabilir. Eğer $\Omega < 0$ sağlanırsa, $\dot{V}(x(t),t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) \leq \chi^T(t)\Omega\chi(t)$ olur.

Buradan Ω ,

$$\Omega := \begin{bmatrix} \Omega_{11} & P H_s - Y + \bar{h} A^T Z H_s & \bar{h} A^T Z B_w + P B_w \\ * & -Q + \bar{h} H_s^T Z H_s & \bar{h} H_s^T Z B_w \\ * & * & -\gamma^2 I + \bar{h} B_w^T Z B_w \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

şeklinde elde edilebilir. Burada, $\Omega_{11} = A^T P + P A + \bar{h} S + Y + Y^T + Q + \bar{h} A^T Z A + \bar{C}^T C$ şeklindedir. $\forall t \geq 0$ için $w(t) \equiv 0$ olduğunda, $\dot{V}(x(t),t) < 0$, (10) sisteminin küresel asimptotik olarak kararlı olduğunu garanti eder. Ayrıca, $\dot{V}(x(t),t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) \leq 0$ her iki taraftan 0'dan sonsuza kadar entegre edilirse;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t),t) - V(x(0),0) + \int_0^\infty z^T(t)z(t)dt - \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt < 0 \tag{4.26}$$

elde edilir. Burada, $V(x(0),0) = 0$ ve $\lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t),t) > 0$ olduğu için,

$$\int_0^\infty z^T(t)z(t)dt - \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt < 0 \text{ ifadesi geçerlidir ve bu } \|z\|_2 < \gamma \|w\|_2 \ \forall w(t) \in L_2[0,\infty)$$

anlamına gelir. Sonuç olarak, Schur tümleyeninin (4.25)'e uygulanmasıyla, (4.11) de verilen DME elde edilir. Bu şekilde ispat sonlandırılmış olur. $\square$

(4.10) sisteminde H_s 'in, $B_h K$ ile $\bar{C}$ 'in $C + DK$ ile yerdeğiştirmesiyle (4.9) kapalı-çevrim sistemi elde edilir. $\bar{L} = KX$ olarak tanımlanması ve Yardımcı Teorem 4.1'in genişletilmesiyle $u(t) = Kx(t)$ formunda durum geri beslemeli H_∞ denetleyici sentezini veren Teorem 4.3 aşağıdaki gibi elde edilebilir.

Teorem 4.3 $\bar{h}$ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{S}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{L}$ matrisi varsa, (4.9) kapalı-çevrim sistemi, $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı altında (4.7)'yi sağlayan herhangi bir h zaman gecikmesi değeri için, γ gibi bir bozucu azaltma seviyesi ile küresel asimptotik kararlı olur.

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & B_h \bar{L} - \bar{Y} & B_w & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T & \bar{h} X A^T & 0 \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 & \bar{h} \bar{L}^T B_h^T & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & \bar{h} B_w^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{h} \bar{Z} & 0 & 0 & \bar{Z} \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -T & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -X T^{-1} X \end{bmatrix} < 0 \quad (4.27)$$

Burada, $\Psi_{11} = X A^T + A X + \bar{h} \bar{S} + \bar{Y} + \bar{Y}^T + \bar{Q}$ ve

$$\begin{bmatrix} \bar{S} & \bar{Y} \\ \bar{Y}^T & \bar{Z} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.28)$$

şeklinde olmak üzere, γ , $\forall t \geq 0$ için $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye kapalı-çevrim sistemin H_∞ normunun üst sınırıdır ve $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$, H_∞ denetleyicinin γ ile ilişkili denetim kuralıdır.

İspat: Schur tümleyeninin (Boyd vd. [13]), (4.25) matris eşitsizliğine uygulanmasıyla $\Omega < 0$ eşdeğer olarak,

$$\bar{\Omega} := \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & P B_h K - Y & P B_w & \bar{h} A^T Z & C^T + K^T D^T \\ * & -Q & 0 & \bar{h} K^T B_h^T Z & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{h} B_w^T Z & 0 \\ * & * & * & -\bar{h} Z & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.29)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada, $\bar{\Omega}_{11} = A^T P + P A + \bar{h} S + Y + Y^T + Q + \bar{h} A^T Z A$ şeklindedir.

(4.29) eşitsizliğinin, $X := P^{-1}$ olmak üzere sağından ve solundan $\text{diag}(X, X, I, X, I)$ ile çarpılması durumunda ve $\bar{S} := XSX$, $\bar{Y} := XYX$, $\bar{Z} := XZX$, $\bar{Q} := XQX$ benzerlik dönüşümlerinin yapılmasıyla,

$$\bar{\Phi} := \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{11} & B_h KX - \bar{Y} & B_w & \bar{h} X A^T Z X & X C^T + X K^T D^T \\ * & -\bar{Q} & 0 & \bar{h} X K^T B_h^T Z X & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{h} B_w^T Z X & 0 \\ * & * & * & -\bar{h} \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.30)$$

olarak bulunur. Burada, $\bar{\Phi}_{11} = X A^T + X A + \bar{h} \bar{S} + \bar{Y} + \bar{Y}^T + \bar{Q} + \bar{h} A^T Z A$ dır.

(4.30) ifadesinin yeniden düzenlenmesiyle

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{11} & B_h KX - \bar{Y} & B_w & \bar{h} X A^T X^{-1} \bar{Z} & X C^T + X K^T D^T \\ * & -\bar{Q} & 0 & \bar{h} X K^T B_h^T X^{-1} \bar{Z} & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{h} B_w^T X^{-1} \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & -\bar{h} \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.31)$$

elde edilir. Burada, $\bar{\Phi}_{11} = X A^T + X A + \bar{h} \bar{S} + \bar{Y} + \bar{Y}^T + \bar{Q} + \bar{h} A^T Z A$ şeklindedir. $\bar{\Phi}$, bileşenlerine

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_0 + \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_1^T \quad (4.32)$$

olarak ayrıştırılabilir. Burada,

$$\bar{\Phi}_0 := \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{11} & B_h KX - \bar{Y} & B_w & 0 & X C^T + X K^T D^T \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{h} \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.33)$$

ve

$$\bar{\Phi}_1 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \bar{h}XA^T X^{-1}\bar{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{h}XK^T B_h^T X^{-1}\bar{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T X^{-1}\bar{Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (4.34)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Açıktır ki $\bar{\Phi}_1, \bar{\Phi}_1 = \Pi_1^T X^{-1} \Pi_2$ şeklinde yazılabilir. Burada;

$$\Pi_1 = [\bar{h}AX \ \bar{h}B_h KX \ \bar{h}B_w \ 0 \ 0],$$

$$\Pi_2 = [0 \ 0 \ 0 \ \bar{Z} \ 0] \text{ dır.}$$

Bunun yanında, $T^T = T > 0$ gibi herhangi bir pozitif tanımlı simetrik matris için

$$\Pi_1^T X^{-1} \Pi_2 + (\Pi_1^T X^{-1} \Pi_2)^T \leq \Pi_1^T T^{-1} \Pi_1 + \Pi_2^T (XT^{-1}X)^{-1} \Pi_2 \quad (4.35)$$

sınırlandırılmış eşitsizlik geçerlidir. Bundan dolayı, (4.35) ifadesi (4.32)'de yerine konulursa

$$\bar{\Phi} \leq \bar{\Phi}_0 + \Pi_1^T T^{-1} \Pi_1 + \Pi_2^T (XT^{-1}X)^{-1} \Pi_2 \leq 0 \quad (4.36)$$

eşitsizliği elde edilir. Daha sonra Schur tümleyenini (4.36)'ya uygulanması ve $\bar{L} := KX$ olarak tanımlanması bizim (4.27)'de verilen matris eşitsizliği şartlarını elde etmemizi sağlar.

Teorem 4.3'ün ışığında, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı $X, \bar{Q}, \bar{S}, \bar{Y}, \bar{Z}, T$ matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{L}$ matrisi varsa ve pozitif skaler γ için

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{kosullar : (4.27), (4.28)} \end{aligned}$$

doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir. (4.27)'deki matris eşitsizliği şartları, doğrusal olmayan $-XT^{-1}X$ teriminden dolayı doğrusal matris eşitsizliği

formunda değildir. Bu nedenle, yukarıdaki en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerini dışbükey en iyileştirme problemi çözümünde kullanılan yöntemlerle bulamayız. Buna karşın konik tamamlayıcı yöntemi kullanılarak geliştirilecek dışbükey bir en iyileştirme algoritması ile alt en iyi denetleyici elde edilebilir.

Konik tamamlayıcı algoritmasını, indirgenmiş tip denetleyicilerin elde edilebilmesi için ilk olarak El Ghaoi vd. [105] geliştirmişlerdir. El Ghaoi vd. makalelerinde indirgenmiş tip çıkış geri-besleme ve durum geri-besleme problemlerinin çözümü için önerdikleri konik tamamlayıcı algoritması ile oldukça kapsamlı nümerik benzetim çalışmaları yapmışlardır. Aynı problemler konik tamamlayıcı algoritmasının yanında, D-K iterasyon metodu ve minimum-maksimum algoritması kullanılarak da çözülmüştür. Bu metodların birbirleriyle karşılaştırılmaları sonucunda % 70'lik bir durum için geçerli olmak üzere, konik tamamlayıcı algoritmasının statik bir denetleyiciyi sadece bir iterasyonda bulmasına rağmen D-K iterasyon metodunun durumların çoğunda başarısız olduğu gözlemlenmiştir. Bunula birlikte, makalede yapılan nümerik benzetim çalışması ile konik tamamlayıcı algoritmasının sadece uygun bir çözümün bulunmasında değil, aynı zamanda oldukça dikkat çekici bir şekilde yakınsama hızıyla çalıştığı gösterilmiştir.

Konik tamamlayıcı algoritması fikri,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} X & I \\ I & S \end{bmatrix} \leq n + m \quad (4.37)$$

şeklinde tanımlanan kısıtla ilişkilendirilebilir. Problemin çözümü için,

$$K(X,S) = \begin{bmatrix} X & I \\ I & S \end{bmatrix} \geq 0$$

şeklindeki doyumlu kısıtın tanımlanmasına ihtiyaç vardır. Buradaki en iyileştirme problemi ise

$$\begin{aligned} &\min iz \quad XS \\ &\text{kosul (4.37)} \end{aligned}$$

şeklinde tanımlanır. Buradaki rank problemi konik tamamlayıcı problem olarak isimlendirilir. Bu problemi çözmek için bir doğrusallaştırma metodu kullanılabilir. Verilen bir (X_0, S_0) noktasında, $iz \quad XS$ 'in bir doğrusal yaklaşımı,

$$\phi_{lin}(X,S) = \text{sabit} + iz(S_0 X + X_0 S) \quad (4.38)$$

şeklindedir. Doğrusallaştırma algoritması kavramsal olarak aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Algoritma 4.1

1. X_0 ve S_0 gibi uygun bir çözüm noktası bul eğer çözüm yoksa algoritmadan çık. $k=0$ yap.

2. $V_k = S_k$ ve $W_k = X_k$ olarak ayarla X_{k+1}, S_{k+1} 'i ve çözüm değişkenleri için aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliği problemini çöz

$$P_k = \min iz(V_k X + W_k S) \\ \text{kosul (4.37)}$$

3. Eğer durdurma kriterleri sağlanırsa algoritmadan çık. Aksi taktirde küme $k = k + 1$ olarak al ikinci Adıma git.

Algoritmanın birinci ve ikinci adımı basit doğrusal matris eşitsizliği problemidir. Burada iç nokta metodu gibi pekçok algoritma kullanılabilir. Devamında P_k DME problemlerinin çözümünde gerekli olan iç basamakları ayırmak için ikinci adımı bir dış iterasyon olarak sayılır.

Aşağıdaki Teorem bu algoritmanın yakınsandığını gösterir.

Teorem 4.4 $t_k := iz(X_{k+1}S_k + S_{k+1}X_k), k \geq 0$ dizisi $2n$ ve azalanlarınca alttan sınırlandırılmıştır. Bu nedenle (t_k) dizisi, $t_{opt} \geq 2n$ değerine yakınsar. Bu eşitsizlik sadece ve sadece $XS = I$ en iyi noktasında geçerlidir.

İspat: $k > 0$ olsun. Daha sonra X_{k-1}, S_{k-1} uygun ve $X_{k+1}, S_{k+1}, (P_k)$ problemi için en iyi değerdir, aşağıdaki eşitsizlik yazılabilir.

$$t_k \leq iz(X_{k-1}S_k + S_{k-1}X_k) = t_{k-1} \quad (4.39)$$

Burada, t_k $2n$ değeri ile alttan sınırlandırılır. Buradan hareketle,

$$t_k = iz(X_{k+1}S_k + S_{k+1}X_k) \geq \inf_{K(V,W) \geq 0} iz(VX_k + WS_k) \\ = 2iz(X_k^{1/2}S_kX_k^{1/2})^{1/2} \geq 2n \quad (4.40)$$

eşitsizliği yazılabilir. Bu son eşitsizlik eğer $t_{opt} = 2n$ ise, o halde $XS = I$ anlamına gelmektedir. $\square$

Önerilen konik tamamlayıcı algoritmasının mevcut algoritmalarla karşılaştırılması durumunda çok daha az tutucu sonuçlar verdiği yapılan nümerik çalışmalarla ortaya konulmuştur. Moon vd. [36], çalışmalarında, konik tamamlayıcı algoritmasını H_∞ denetim probleminin çözümünde kullanmışlardır.

Yukarıda çalışma mekanizması açıklanan konik tamamlayıcı algoritmasının kendi problemimize uygulanması için ilk olarak $R = R^T > 0$ gibi yeni bir değişken $R \leq XT^{-1}X$ şartıyla tanımlanır ve (4.27)'deki kısıtlar aşağıdaki eşitsizliklerle yer değiştirilir.

$$\bar{\Psi} = \begin{bmatrix} XA^T + AX + \bar{h}\bar{S} + \bar{Y} + \bar{Y}^T + \bar{Q} & B_h\bar{L} - \bar{Y} & B_w & 0 & XC^T + \bar{L}^TD^T & \bar{h}XA^T & 0 \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{L}^TB_h^T & 0 \\ * & * & -\gamma^2I & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & \bar{Z} \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -T & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -R \end{bmatrix} < 0 \quad (4.41)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{S} & \bar{Y} \\ \bar{Y}^T & \bar{Z} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.42)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{R} & \bar{X} \\ \bar{X} & \bar{T} \end{bmatrix} \geq 0 \quad \begin{bmatrix} \bar{R} & I \\ I & R \end{bmatrix} \geq 0 \quad \begin{bmatrix} \bar{X} & I \\ I & X \end{bmatrix} \geq 0 \quad \begin{bmatrix} \bar{T} & I \\ I & T \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.43)$$

Buradan $R^{-1} - X^{-1}TX^{-1} \geq 0$ eşitsizliği elde edilebilir ve Schur tümleyeni ile $\bar{R} := \bar{R}^{-1}$, $\bar{X} := X^{-1}$, $\bar{T} := T^{-1}$ tanımlamaları (4.43)'deki eşitsizliklerin elde edilmesini sağlar. Buradan hareketle (4.9)'da verilen kapalı-çevrim sisteminin en küçük H_∞ normunu bulmak için,

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{iz} (\bar{R}R + \bar{X}X + \bar{T}T) \\ \text{kosullar :} \quad & (4.41), (4.42), (4.43) \end{aligned}$$

doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi kullanılabilir. Sonuç olarak, γ_0 gibi en küçük H_∞ kazancını ve $\bar{h}_0$ gibi en büyük kabul edilebilir gecikme zamanı sınırını sağlayan alt en

iyi denetleyici kazancına aşağıdaki konik tamamlayıcı algoritmasının çözülmesiyle ulaşılabilir.

Algoritma 4.2

1. $k=0$ yap ve (4.41), (4.42), ve (4.43)'deki doğrusal matris eşitsizlikleri kısıtlarını sağlayan $\{\bar{X}_0, X_0, \bar{R}_0, R_0, \bar{T}_0, T_0\}$ gibi uygun bir çözüm kümesini; yeterince büyük bir γ ve küçük $\bar{h}$ başlangıç değerleri için tara.

2. $\{\bar{X}, X, \bar{R}, R, \bar{T}, T\}$ değişkenleri için aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliği en iyileştirme problemini çöz

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{iz } (\bar{R}_k R + \bar{X}_k X + \bar{T}_k T + \bar{R} R_k + \bar{X} X_k + \bar{T} T_k) \\ \text{kosullar} \quad & (4.41), (4.42), (4.43) \end{aligned}$$

ve şu atamaları gerçekleştir: $\bar{X}_{k+1} := \bar{X}, X_{k+1} := X, \bar{R}_{k+1} := \bar{R}, R_{k+1} := R, \bar{T}_{k+1} := \bar{T}, T_{k+1} := T$

3. Eğer $R \leq X T^{-1} X$ kısıtı yukarıdaki çözüm kümesi için uygunsa, o halde $\gamma_0 = \gamma$, $\bar{h}_0 = \bar{h}$ için γ bir miktar azaltıldıktan ve $\bar{h}$ bir miktar arttırıldıktan sonra birinci adıma geri dön. Aksi taktirde küme $k = k + 1$ olarak al ikinci adıma git ve en iyileştirme işlemine gerekli iterasyon sayısı kadar, veya $R \leq X T^{-1} X$ şartını sağlayıncaya kadar devam et. Eğer çözüm yoksa algoritmadan çık.

Bu algoritma ile uygun bir çözüm kümesi bulunabilirse, elde edilebilir en küçük γ 'nın, (4.9) kapalı-çevrim sisteminin alt en iyi H_∞ normu olduğu söylenebilir. Bu durumda, alt en iyi durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici $u(t) = \bar{L} X^{-1} x(t)$ formunda elde edilebilir.

4.2.3. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu H_∞ Denetleyici Tasarımı

Giriş bölümünde anlatıldığı gibi, eyleyici doyumlu doğrusal sistemlerde bozucu bastırma problemi son dönemlerde üzerinde oldukça fazla çalışmanın yapıldığı bir konu haline gelmiştir. Günümüzde tasarlanan pek çok denetleyicinin doyumlu eyleyicilere sahip olması istenmektedir. Bunun başlıca nedeni, eyleyici doyumlarının denetim performansını bozabilen hatta bazı durumlarda kapalı-çevrim döngüsünü kırarak sistemi kararsız kılabilen önemli bir problem olmasıdır. Doktora tezinin bu bölümünde

zama gecikmesi problemine ek olarak eyleyici gecikmesi olayı da denetim problemine dahil edilerek çok amaçlı bir denetleyici tasarımı elde edilmiştir. Eyleyici doyumlu denetleyicinin elde edilmesinde iki farklı yaklaşımla tasarım gerçekleştirilmiştir. İlk olarak doyumlu eyleyici yapısına, denetim sinyaline doğrusal matris eşitsizliği biçiminde getirilen kısıtlar ile ulaşılmıştır. İkinci olarak eyleyici doyumu sistemin dinamiğine dahil edilerek elipsoit tabanlı bir H_∞ denetleyici tasarlanmıştır. Bölüm 5'da ele alınan titreşim azaltma problemi için önerilen iki farklı yaklaşım için de ayrı ayrı benzetim çalışmaları yapılarak hangi eyleyici doyumu yapısının daha az tutucu ve uygulanabilir olduğunun belirlenilmesine çalışılmıştır.

4.2.3.1. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Doyumlu Eyleyicinin Denetim İşareti Üzerinden Elde Edilmesi

Doyumlu eyleyicinin doğrusal matris eşitsizliği kısıtları şeklinde doğrudan denetim sinyali üzerinden matematiksel olarak elde edilmesi aşağıdaki gibidir.

En büyük denetim sinyali,

$\|u\|_2 \leq u_{\max}$ şeklinde ifade edilebilir ve

$$u^T u \leq u_{\max}^2 \quad (4.44)$$

eşitsizliği olarak yazılabilir. Çalışmada $u(t) = Kx(t)$ olarak tanımlandığından

$$x^T(t) K^T K x(t) \leq u_{\max}^2 \quad (4.45)$$

olarak elde edilir. $\bar{L} := KX$ tanımlaması bizi

$$\frac{x^T(t) X^{-1} \bar{L}^T \bar{L} X^{-1} x(t)}{u_{\max}^2} \leq 1 \quad (4.46)$$

eşitsizliğini elde etmemizi sağlar.

Burada, $x(t) \in \varepsilon\left(\frac{X^{-1} \bar{L}^T \bar{L} X^{-1}}{u_{\max}^2}\right)$ şeklinde ifade edilebilir.

$\varepsilon(X^{-1}) \leq \varepsilon\left(\frac{X^{-1}\bar{L}^T\bar{L}X^{-1}}{u_{\max}^2}\right)$ ifadesinden $X^{-1} \geq \frac{X^{-1}\bar{L}^T\bar{L}X^{-1}}{u_{\max}^2}$ eşitsizliği elde edilir ve bu

eşitsizliğin sağından ve solundan X ile çarpılırsa

$$XX^{-1}X \geq \frac{XX^{-1}\bar{L}^T\bar{L}X^{-1}X}{u_{\max}^2} \quad (4.47)$$

eşitsizliği elde edilir. (4.47) eşitsizliğinin düzenlenmesi

$$X \geq \frac{\bar{L}^T\bar{L}}{u_{\max}^2} \quad (4.48)$$

sonucu elde etmemizi sağlar.

$X - \frac{\bar{L}^T\bar{L}}{u_{\max}^2} \geq 0$ ile Schur tümleyeni kullanılarak

$$\begin{bmatrix} X & \bar{L}^T \\ \bar{L} & u_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.49)$$

doğrusal matris eşitsizliği elde edilebilir.

Teorem 4.3'ün kullanılmasıyla, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{S}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{L}$ matrisi varsa ve pozitif skaler γ için

$$\begin{aligned} &\min \gamma \\ &\text{kosullar : (4.27), (4.28), (4.49)} \end{aligned}$$

doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir.

Eşitsizlik (4.27)'deki doğrusal olmayan $-XT^{-1}X$ terimi nedeniyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerine, bir önceki bölümde tanımlanan konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak ulaşılabilir. (4.27) matris eşitsizliğinde $-XT^{-1}X < 0$ teriminin $R = R^T > 0$ olmak üzere, $R \leq XT^{-1}X$ şartının sağlanması durumu için $-R < 0$ ile yer değiştirilmesiyle elde edilen (4.41), (4.42), (4.43)

DME'lerine, (4.49)'un eklenmesi ile kapalı-çevrim sisteminin en küçük H_∞ normunu bulmak için,

$$\min_{\mathbf{K}} \text{iz} (\bar{\mathbf{R}}\mathbf{R} + \bar{\mathbf{X}}\mathbf{X} + \bar{\mathbf{T}}\mathbf{T})$$

kosullar : (4.41), (4.42), (4.43), (4.49)

doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi çözülebilir. Bu doğrusallaştırılmış en iyileştirme probleminin çözümünden eyleyici doyumlu alt en iyi denetleyici kazancı elde edilebilir. Bunun için yukarıdaki en iyileştirme problemini çözen algoritmaya, Algoritma 4.2'nin (4.41), (4.42), (4.43) ve (4.49) matris eşitsizliklerinin çözümü için modifiye edilmesiyle kolaylıkla ulaşılabilir. Buradan, uygun bir çözüm kümesi bulunabilirse, elde edilebilir en küçük γ 'nın, kapalı-çevrim sisteminin alt en iyi H_∞ normu olduğu söylenebilir. Bu durumda, eyleyici doyumlu, alt en iyi durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici $\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{L}}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{x}(t)$ formunda elde edilebilir.

4.2.3.2. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Doyumlu Eyleyicinin Sistemin Dinamiğine Dahil Edildiği Eyleyici Doyumu Tasarımı

Bu bölümde, eyleyici doyumlu denetleyici tasarımı yapılırken bu kısıtlamanın matematiksel olarak sistemin dinamiğine dahil edildiği durum göz önüne alınacaktır. Burada, problemde yer alan doğrusal olmayan eyleyici modeli dışbükey kabuklar vasıtası ile doğrusal matris eşitsizlikleri şeklinde ifade edilmiştir. Bu yöntemde, eyleyici denetim işaretinin bir grup dışbükey doğrusal geri-besleme kabuğu içinde tutulması tekniği kullanılmıştır (Hu ve Lin [127]). Yöntem temel olarak iç içe geçmiş elipsoidlere dayamaktadır.

Eyleyici doyumu probleminin sistemin dinamiğine dahil edilmesinde aşağıdaki yaklaşım ve yardımcı teoremden yararlanılmıştır.

Pozitif tanımlı bir $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrisi r gibi pozitif bir sayı verildiğinde ε elipsoidi $\varepsilon(\mathbf{P}, r) := \{\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t) \leq r\}$ şeklinde tanımlanabilir. Bunun yanında, $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ şeklinde bir geri-besleme kazanç matrisi için doyum sınırlarını aşmayan durum geri-beslemeleri $L(\mathbf{F}) := \{\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n : |\mathbf{F}_i\mathbf{x}(t)| \leq 1, i = 1, \dots, m\}$ şeklinde tanımlanan bir kümenin elemanlarıdır. Burada $\mathbf{F}_i$ ve $\mathbf{F}$ kazanç matrisinin i – inci satırını ifade etmektedir.

Çalışmada amaçlanan doyumlu eyleyici yapısının elde edilebilmesi için, doğrusal olmayan $sat(\cdot)$ doyum fonksiyonunun bir grup doğrusal geri-beslemelerin oluşturacağı dışbükey bir kabuk içine sokulması gerekmektedir. $sat(\cdot)$ birim seviyeli, geleneksel doyum fonksiyonunu göstermektedir. Bu sayede, doğrusal olmayan denetleyici tasarımı problemi dışbükey en iyileştirme problemine dönüşmektedir. Bu nedenle aşağıdaki tanımlamaların yapılmasında fayda vardır.

$c^1, c^2, \dots, c^r$ gibi noktalar topluluğunun dışbükey kabuğu

$$co\{c^i : i \in [1, r]\} := \left\{ \sum_{i=1}^r \alpha_i c^i : \sum_{i=1}^r \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0 \right\} \quad (4.50)$$

şeklinde tanımlanır.

Yardımcı Teorem 4.3 (Hu ve Lin [127]) $u, u^1, u^2, \dots, u^r \in \mathfrak{R}^{m_1}$ ve $v, v^1, v^2, \dots, v^s \in \mathfrak{R}^{m_2}$ olsun. $u \in co\{u^i : i \in [1, r]\}$ ve $v \in co\{v^j : j \in [1, s]\}$ ise

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \in co\left\{ \begin{bmatrix} u^i \\ v^j \end{bmatrix} : i \in [1, r], j \in [1, s] \right\} \quad (4.51)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Yardımcı Teorem 4.4 (Hu ve Lin [127]) $\bar{D}_i \in \Gamma$, $m \times m$ boyutlu, köşegen üzeri elemanları sadece 1 veya 0 olabilen köşegen, matris olsun. Ayrıca, I , uygun boyutlu birim matris olmak üzere, $\bar{D}_i^- := I - \bar{D}_i$ tanımlaması geçerli olsun. Açık ki, Γ 'nin 2^m farklı elemanı vardır ve $\bar{D}_i \in \Gamma \Rightarrow \bar{D}_i^- \in \Gamma$ dir. Diğer taraftan $u, v \in \mathfrak{R}^m$ şeklinde vektörler verilmiş olsun. Burada $|v_i| \leq 1 \forall i \in [1, m]$ şeklinde ise,

$$sat(u) \in co\{\bar{D}_i u + \bar{D}_i^- v : i \in [1, 2^m]\} \quad (4.52)$$

olarak yazılabilir.

İspat: İspat tüme varım ile kolaylıkla gerçekleştirilebilir. Açık ki, $sat(u_1) \in co\{u_1, v_1\}$ ve $sat(u_2) \in co\{u_2, v_2\}$ yazılabilir. Bu durumda

$$sat\left(\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}\right) \in co\left\{ \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right\} \quad (4.53)$$

şeklinde devam edilirse en genel formdaki (4.52) elde edilir. $K, M \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ geri-besleme kazanç matrisleri olsunlar. Ayrıca, $\|Mx(t)\|_{\infty} \leq 1$ olsun. Bu durumda

$$sat(Kx(t)) \in co\{\bar{D}_i Kx(t) + \bar{D}_i^- Mx(t) : i \in [1, 2^m]\} \quad (4.54)$$

olarak ifade edilebilir. □

Doyumlu eyleyiciye sahip sabit eyleyici gecikmeli bir sistem

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_h sat(u(t-h)) + B_w w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-h, 0] \end{aligned} \quad (4.55)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, $u(t) \in \mathfrak{R}^{m_u}$, $w(t) \in \mathfrak{R}^{m_w}$, $z(t) \in \mathfrak{R}^p$ vektörleri ile A , B_h , B_w , C ve D matrisleri, sistemin bilinen durum-uzay elemanlarıdır. Açık ki, birim seviyeli doyum fonksiyonları içeren tüm sistemler, uygun B_h seçimi ile (4.55) şeklinde ifade edilebilir.

Burada amaç, kapalı-çevrim sistemin küresel asimtotik kararlılığını sağlayacak ve bozuculardan sistem çıkışına en küçük H_{∞} kazancını veren, $u(t) = Kx(t)$ formunda uygun bir durum geri-beslemeli denetim kuralı bulmaktır. Ayrıca, $M \in \mathfrak{R}^{m_u \times n}$ olmak üzere $\varepsilon(P, 1) \subset L(M)$ dir. Yardımcı Teorem 4.4 kullanılarak eyleyici doyumu ve eyleyici gecikmesi içeren eşitlik

$$sat(Kx(t-h)) = \bar{D}_i Kx(t-h) + \bar{D}_i^- Mx(t-h), \quad i \in [1, 2^{m_u}] \quad (4.56)$$

şeklinde yazılabilir. Bununla birlikte, eyleyici gecikmesi ve eyleyici doyumu problemlerinin sistemin dinamiğine dahil edildiği sistemin kapalı-çevrim durum-uzay modeli

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_h (\bar{D}_i K + \bar{D}_i^- M)x(t-h) + B_w w(t) \\ z(t) &= (C + DK)x(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-h, 0] \quad i \in [1, 2^{m_u}] \end{aligned} \quad (4.57)$$

olarak elde edilir. Burada, $K, M \in \mathfrak{R}^{m_u \times n}$ geri-besleme kazanç matrisleri olmak üzere $\bar{D}$ matrisinin satırları $\bar{D}_i \mid i = 1, \dots, m_u$ dur.

Teorem 4.3'ün genişletilmesiyle doyumlu eyleyiciye sahip eyleyici gecikmeli (4.57) sistemi için $u(t) = Kx(t)$ formunda durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici sentezini veren teorem aşağıdaki gibi elde edilebilir.

Teorem 4.4 $\bar{h}$ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{S}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ve uygun boyutlu M matrisi varsa, (4.57) kapalı-çevrim sistemi, $u(t) = Kx(t)$ denetim kuralı altında (4.7)'yi sağlayan herhangi bir h zaman gecikmesi değeri için, γ gibi bir bozucu azaltma seviyesi ile küresel asimptotik kararlı olur.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & B_h \bar{D}_i KX + B_h \bar{D}_i^- MX - \bar{Y} & B_w & 0 & XC^T + XK^T D^T & \bar{h} XA^T & 0 \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 & \bar{h}(X^T K^T \bar{D}_i^T B_h^T + XM^T (\bar{D}_i^-)^T B_h^T) & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & \bar{h} B_w^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{h} \bar{Z} & 0 & 0 & \bar{Z} \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -T & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -XT^{-1}X \end{bmatrix} < 0 \quad (4.58)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{S} & \bar{Y} \\ \bar{Y}^T & \bar{Z} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.59)$$

Burada, $\Lambda_{11} = XA^T + AX + \bar{h}S + \bar{Y} + \bar{Y}^T + \bar{Q}$ dir. O halde γ , her $t \geq 0$ için $w(t)$ 'den $z(t)$ ye kapalı-çevrim sistemin H_∞ normunun üst sınırıdır.

Teorem 4.4'ün ispatı, Teorem 4.3'de yapılan ispatta izlenen aynı çözüm adımlarıyla kolaylıkla elde edilebilir. İspat sonunda, Teorem 4.4 için verilen (4.58) matris eşitsizliğinde $F := MX$ değişken dönüşümü ve $\bar{L} := KX$ tanımlaması bizi aşağıdaki sonuca götürür.

Sonuç: $\bar{h}$ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{S}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ve uygun boyutlu F ve $\bar{L}$ matrisleri varsa, (4.57) sistemi, $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı altında (4.7)'yi sağlayan herhangi bir h zaman gecikmesi değeri için, γ gibi bir bozucu azaltma seviyesi ile küresel asimptotik kararlı olur.

$$\bar{\Lambda} = \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{11} & B_h \bar{D}_i \bar{L} + B_h \bar{D}_i F - \bar{Y} & B_w & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T & \bar{h} X A^T & 0 \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 & \bar{h} (\bar{L}^T \bar{D}_i^T B_h^T + F^T (\bar{D}_i^-)^T B_h^T) & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & \bar{h} B_w^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{h} \bar{Z} & 0 & 0 & \bar{Z} \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -T & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -X T^{-1} X \end{bmatrix} < 0 \quad (4.60)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{S} & \bar{Y} \\ \bar{Y}^T & \bar{Z} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.61)$$

$$\begin{bmatrix} X^{-1} & F_i^T \\ F_i & I \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall i \in [1, m_u] \quad (4.62)$$

Burada, $\bar{\Lambda}_{11} = X A^T + A X + \bar{h} S + \bar{Y} + \bar{Y}^T + \bar{Q}$ dir. $\gamma, \forall t \geq 0$ için $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye kapalı-çevrim sistemin H_∞ normunun üst sınırıdır ve $u(t) = \bar{L} X^{-1} x(t)$, H_∞ denetleyicinin γ ile ilişkili denetim kuralıdır.

Sonuç (4.62) eşitsizliğiyle verilen eyleyici doyumunu kısıtlarının elde edilmesinin burada ispatlanması yerinde olacaktır.

Doyumlu eyleyicinin matematiksel ifadesinin doğrusal geri-besleme ile oluşturulan bir dışbükey kabuk ile ifade edilebilmesi için $\varepsilon(P, 1) \subset L(F)$ şartının sağlanması gerekmektedir. Ayrıca, $\forall t \geq 0$ için kapalı-çevrimin tüm durum yörüngelerinin enerjilerinin yayılımı $L(F)$ 'nin bir alt kümesi olmalıdır. Sonuç olarak, $\varepsilon(X^{-1}, 1) \subset L(F)$ şartın küme koşulu;

$$|FX| < 1 \Rightarrow X^T F^T F X \leq 1$$

olarak yazılabilir. Buradan eşitsizlik her iki taraftan X^{-1} ile çarpılırsa, $X^{-1} X^T Y^T Y X X^{-1} \leq X^{-1}$ ifadesinden $F^T F \leq X^{-1}$ elde edilir. Eşitsizlik düzenlenirse, $X^{-1} - F^T F \geq 0$ ile Schur tümleyeni kullanılarak denetim mimarisine eklenecek olan ve eyleyicinin doyumlu olmasını sağlayan doğrusal matris eşitsizliği

$$\begin{bmatrix} X^{-1} & F_i^T \\ F_i & I \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall i \in [1, m_u]$$

şeklinde elde edilir.

Teorem 4.4'ün ışığında, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{S}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ile uygun boyutlu $\bar{L}$ ve M matrisleri ve pozitif skaler γ için aşağıdaki doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir.

$$\begin{aligned} &\min \gamma \\ &\text{kosullar : (4.58), (4.59), (4.62)} \end{aligned}$$

Burada, yukarıdaki en iyileştirme problemi çözülerek, istenilen eyleyici doyumu limitinde verilen problem için alt en iyi denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir. (4.60)'daki doğrusal olmayan $-XT^{-1}X$ terimi nedeniyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerine, bir önceki bölümde tanımlanan konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak ulaşılabilir. (4.60) matris eşitsizliğinde $-XT^{-1}X < 0$ teriminin $R = R^T > 0$ olmak üzere $R \leq XT^{-1}X$ şartının sağlanması durumu için $-R < 0$ ile yer değiştirilmesi ve buradan hareketle (4.57)'de verilen kapalı-çevrim sisteminin en küçük H_∞ normunu bulmak için,

$$\begin{aligned} &\min \text{ iz } (\bar{R}R + \bar{X}X + \bar{T}T) \\ &\text{kosullar : (4.43), (4.60), (4.61), (4.62)} \end{aligned}$$

doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi kullanılabilir. Sonuç olarak, γ_0 gibi en küçük H_∞ kazancını ve $\bar{h}_0$ gibi en büyük kabul edilebilir gecikme zamanı sınırını sağlayan alt en iyi denetleyici kazancına istenilen eyleyici doyumu limiti için aşağıdaki konik tamamlayıcı algoritmasının çözülmesiyle ulaşılabilir.

Algoritma 4.3

1. $k=0$ yap ve (4.43), (4.60), (4.61), (4.62)'deki doğrusal matris eşitsizlikleri kısıtlarını sağlayan $\{\bar{X}_0, X_0, \bar{R}_0, R_0, \bar{T}_0, T_0\}$ gibi uygun bir çözüm kümesini; yeterince büyük bir γ ve küçük $\bar{h}$ başlangıç değerleri için tara.

2. $\{\bar{X}, X, \bar{R}, R, \bar{T}, T\}$ değişkenleri için aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliği en iyileştirme problemini çöz

$$\begin{aligned} &\min \text{ iz } (\bar{R}_k R + \bar{X}_k X + \bar{T}_k T + \bar{R}R_k + \bar{X}X_k + \bar{T}T_k) \\ &\text{kosullar (4.43), (4.60), (4.61), (4.62)} \end{aligned}$$

ve şu atamaları gerçekleştir: $\bar{X}_{k+1} := \bar{X}$, $X_{k+1} := X$, $\bar{R}_{k+1} := \bar{R}$, $R_{k+1} := R$, $\bar{T}_{k+1} := \bar{T}$, $T_{k+1} := T$

3. Eğer $R \leq XT^{-1}X$ kısıtı yukarıdaki çözüm kümesi için uygunsa, o halde $\gamma_0 = \gamma$, $\bar{h}_0 = \bar{h}$ için γ bir miktar azaltıldıktan ve $\bar{h}$ bir miktar arttırıldıktan sonra birinci Adıma geri dön. Aksi taktirde küme $k = k + 1$ olarak al ikinci Adıma git ve en iyileştirme işlemine gerekli iterasyon sayısı kadar, veya $R \leq XT^{-1}X$ şartını sağlayıncaya kadar devam et. Eğer çözüm yoksa algoritmadan çık.

Bu algoritma ile uygun bir çözüm kümesi bulunabilirse, elde edilebilir en küçük γ 'nın, bu kapalı-çevrim sisteminin alt-eniyi H_∞ normu olduğu söylenebilir. Bu durumda, eyleyici doyumlu alt en iyi durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ formunda elde edilebilir.

4.2.4. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu Ve Dayanıklı H_∞ Denetleyicinin Elde Edilmesi

Doktora tezinde normu sınırlı parametre belirsizliği yapısı sistemin dinamiğine dahil edilerek DME yaklaşımıyla dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı aşağıdaki gibi gerçekleştirilmiştir.

Bu bölümde ilk olarak dayanıklı denetleyici tasarımında eyleyici doyumunun doğrudan denetim sinyali üzerinden elde edildiği durum için eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilecektir. Daha sonra eyleyici doyumunun sistemin dinamiğine dahil edildiği elipsoit tabanlı dayanıklı denetleyici denetleyici tasarlanacaktır.

Eyleyici doyumunun doğrudan denetim sinyali üzerinden elde edilmesinde kullanılacak sabit zamanlı eyleyici gecikmesine sahip belirsizlik içeren bir sistemin durum-uzay modeli modeli

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + B_h u(t-h) + B_w w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0] \end{aligned} \quad (4.63)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, $x(t) \in \mathcal{R}^n$, $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$, $z(t) \in \mathcal{R}^p$ vektörleri ile A, B_h, B_w, C ve D matrisleri sistemin bilinen durum-uzay vektör ve matrisleridir. ΔA

zamanla değişen parametre belirsizliği matrisini göstermektedir. Çalışmada, parametre belirsizliği,

$$\Delta A = GF(t)E_A \quad (4.64)$$

biçiminde normu sınırlı belirsizlik yapısında oluşturulmuştur. Burada, G ve E_A bilinen, sabit, gerçek matrisleri ve $F(t)$ her $t \geq 0$ için $F^T(t)F(t) \leq I$ 'yi sağlayan, Lebesgue ölçülebilir sınırlı bilinmeyen matris fonksiyonunu göstermektedir.

Aşağıdaki teorem sabit zamanlı eyleyici gecikmesine sahip, belirsizlik içeren, doyumlu (4.63) sistemi için yeter kararlılık ve performans koşullarını sunmaktadır. Teorem 4.3'ün belirsizlik içeren sistem için genişletilmesi ve $\bar{L} := KX$ tanımlamasıyla Teorem 4.5 aşağıdaki gibi elde edilebilir.

Teorem 4.5 $\bar{h}$ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan uygun boyutlu simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{S}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ile uygun boyutlu $\bar{L}$ matrisi varsa ve $\varepsilon > 0$ olmak üzere, (4.63) sistemi, durum geri-beslemeli $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı altında (4.7)'yi sağlayan herhangi bir h zaman gecikmesi değeri için, dayanıklı olarak küresel asimptotik kararlı olur.

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & B_h \bar{L} - \bar{Y} & B_w & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T & \bar{h} XA^T + \varepsilon GG^T & 0 & XE_A^T \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 & \bar{h} L^T B_h^T & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & \bar{h} B_w^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{h} \bar{Z} & 0 & 0 & \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \varepsilon GG^T - T & 0 & XE_A^T \\ * & * & * & * & * & * & -XT^{-1}X & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.65)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{S} & \bar{Y} \\ \bar{Y}^T & \bar{Z} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.66)$$

$$\begin{bmatrix} X & \bar{L}^T \\ \bar{L} & u_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.67)$$

Burada, $\Theta_{11} = XA^T + AX + \bar{h}\bar{S} + \bar{Y} + \bar{Y}^T + \bar{Q} + \varepsilon GG^T$ şeklindedir.

İspat: Yukarıdaki teoremin ispatına geçmeden önce, normu sınırlı parametre belirsizliği yapısının denetleyici mimarisine DME kısıtları şeklinde dahil edilemesinde kullanılan yardımcı teoremin verilmesinde fayda vardır.

Yardımcı Teorem 4.5 (Petersen ve Hollot [128]) Verilen uygun boyutlu $\bar{\Gamma} = \bar{\Gamma}^T$, J ve H matrisleri için

$$\bar{\Gamma} + JF(t)H + H^T F^T(t)J^T < 0 \quad (4.68)$$

geçerlidir ve $F(t)$, $F^T(t)F(t) \leq I$ şartını sağlayan gerçek bir matris fonksiyonu olmak üzere

ancak ve ancak $\varepsilon > 0$ gibi bir skaler varsa,

$$\bar{\Gamma} + \varepsilon^{-1}JJ^T + \varepsilon H^T H < 0 \quad (4.69)$$

eşitsizliği geçerlidir.

Yardımcı Teorem 4.5'den yararlanarak, sistemin dinamiğine eklenen normu sınırlı parametre belirsizliği yapısı ile dayanıklı gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyicinin elde edilmesi için önerilen kuramın ispatı aşağıdaki gibidir.

A , $A = A + \Delta A$ olarak değiştirilir ve

$$J^T := [G^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ G^T \ 0] \quad (4.70)$$

ve

$$H := [E_A X \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (4.71)$$

ifadelerinin tanımlanmasıyla (4.27)'nin yerine

$$\Psi + JF(t)H + H^T F^T(t)J^T < 0 \quad (4.72)$$

koşulları elde edilir. Her $F^T(t)F(t) < I$ için $\Psi + JF(t)H + H^T F^T(t)J^T < 0$ geçerlidir ve eğer $\varepsilon > 0$ mevcut ise, $\Psi + \varepsilon^{-1}JJ^T + \varepsilon H^T H < 0$ dır. Bunun sonucu olarak, Schur tümleyen ile ispatı sonlandıran (4.65) matris eşitsizliği şartlarının oluşturulması sağlanır. $\square$

Teorem 4.5'in ışığında, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{S}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ile uygun boyutlu $\bar{L}$ matrisi ve pozitif skaler γ için aşağıdaki doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir.

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{kosullar : (4.65), (4.66), (4.67)} \end{aligned}$$

Burada, yukarıdaki en iyileştirme problemi çözülerek, istenilen eyleyici doyumu limitinde verilen problem için alt en iyi denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir. (4.65)'deki doğrusal olmayan $-XT^{-1}X$ terimi nedeniyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerine, bir önceki bölümde tanımlanan konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak ulaşılabilir. (4.65) matris eşitsizliğinde $-XT^{-1}X < 0$ teriminin, $R = R^T > 0$ olmak üzere $R \leq XT^{-1}X$ şartının sağlanması durumu için $-R < 0$ ile yer değiştirilmesi ve buradan hareketle (4.63)'de verilen sistemin en küçük H_∞ normunu bulmak için,

$$\begin{aligned} & \min \text{ iz } (\bar{R}R + \bar{X}X + \bar{T}T) \\ & \text{kosullar : (4.43), (4.65), (4.66), (4.67)} \end{aligned}$$

doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi kullanılabilir. Sonuç olarak, γ_0 gibi en küçük H_∞ kazancını, $\bar{p}_0$ gibi en üst parametre belirsizliği sınırını ve $\bar{h}_0$ gibi en büyük kabul edilebilir gecikme zamanı sınırını sağlayan alt en iyi denetleyici kazancına aşağıdaki konik tamamlayıcı algoritmasının çözülmesiyle ulaşılabilir.

Algoritma 4.4

1. $k=0$ yap ve (4.43), (4.65), (4.66) (4.67)'deki doğrusal matris eşitsizlikleri kısıtlarını sağlayan $\{\bar{X}_0, X_0, \bar{R}_0, R_0, \bar{T}_0, T_0\}$ gibi uygun bir çözüm kümesini; yeterince küçük $\bar{h}$, $\bar{p}$ ve büyük bir γ başlangıç değerleri için tara.
2. $\{\bar{X}, X, \bar{R}, R, \bar{T}, T\}$ değişkenleri için aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliği en iyileştirme problemini çöz

$$\begin{aligned} & \min \text{ iz } (\bar{R}_k R + \bar{X}_k X + \bar{T}_k T + \bar{R}R_k + \bar{X}X_k + \bar{T}T_k) \\ & \text{kosullar (4.43), (4.65), (4.66), (4.67)} \end{aligned}$$

ve şu atamaları gerçekleştir: $\bar{X}_{k+1} := \bar{X}, X_{k+1} := X, \bar{R}_{k+1} := \bar{R}, R_{k+1} := R, \bar{T}_{k+1} := \bar{T}, T_{k+1} := T$.

3. Eğer $R \leq XT^{-1}X$ kısıtı yukarıdaki çözüm kümesi için uygunsa, o halde $\gamma_0 = \gamma$, $\bar{h}_0 = \bar{h}$, $\bar{p}_0 = \bar{p}$ için $\bar{h}$, $\bar{p}$ bir miktar arttırıldıktan ve γ bir miktar azaltıldıktan ve sonra birinci adıma geri dön. Aksi taktirde küme $k = k + 1$ olarak al ikinci adıma git ve en iyileştirme işlemine gerekli iterasyon sayısı kadar, veya $R \leq XT^{-1}X$ şartını sağlayıncaya kadar devam et. Eğer çözüm yoksa algoritmadan çık.

Bu algoritma ile uygun bir çözüm kümesi bulunabilirse, elde edilebilir en küçük γ 'nın, bu kapalı-çevrim sisteminin alt-eniyi H_∞ normu olduğu söylenebilir. Bu durumda,deyleyici doyumlu alt en iyi durum geri-beslemeli dayanıklı H_∞ denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ formunda elde edilebilir.

Eyleyici doyumunun sistemin dinamiğine dahil edildiği elipsoit tabanlı eyleyici gecikmesine bağlı, doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı aşağıdaki gibi gerçekleştirilebilir. Sabit zamanlı eyleyici gecikmesine sahip belirsizlik içeren bir sistemin durum-uzay modeli modeli

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + B_h \text{sat}(u(t - h)) + B_w w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0] \end{aligned} \quad (4.73)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^{m_u}$, $w(t) \in \mathbb{R}^{m_w}$, $z(t) \in \mathbb{R}^p$ vektörleri ile A , B_h , B_w , C ve D matrisleri sistemin bilinen durum-uzay vektör ve matrisleridir. Burada, $\text{sat}(\cdot)$ birim seviyeli geleneksel doyum fonksiyonunu göstermektedir. ΔA zamanla değişen parametre belirsizliği matrisini göstermektedir. Çalışmada, parametre belirsizliği aşağıda belirtildiği gibi normu sınırlı belirsizlik yapısında oluşturulmuştur.

$$\Delta A = GF(t)E_A \quad (4.74)$$

Burada amaç, kapalı-çevrim sistemin asimtotik kararlılığını sağlayacak ve bozuculardan sistem çıkışına en küçük H_∞ kazancını veren, $u(t) = Kx(t)$ formunda uygun bir durum geri-beslemeli eyleyici doyumlu dayanıklı gecikmeye-bağlı bir denetim kuralı bulmaktır.

Aşağıdaki teorem sabit zamanlı eyleyici gecikmesine sahip, belirsizlik içeren, doyumlu (4.73) sistemi için yeter kararlılık ve performans koşullarını sunmaktadır. Teorem 4.5'in

belirsizlik içeren sistem için genişletilmesi $F := MX$ değişken dönüşümü ve $\bar{L} := KX$ tanımlamasıyla Teorem 4.6 aşağıdaki gibi elde edilebilir.

Teorem 4.6 $\bar{h}$ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan uygun boyutlu simetrik pozitif tanımlı $X, \bar{Q}, \bar{S}, \bar{Y}, \bar{Z}, T$ matrisleri ile uygun boyutlu F ve $\bar{L}$ matrisi varsa ve $\varepsilon > 0$ olmak üzere, (4.73) sistemi, durum geri-beslemeli $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı altında (4.7)'yi sağlayan herhangi bir h zaman gecikmesi değeri için, dayanıklı olarak küresel asimptotik kararlı olur.

$$\hat{\Lambda} = \begin{bmatrix} XA^T + AX + \bar{h}\bar{S} + \bar{Y} + \bar{Y}^T + \bar{Q} + \varepsilon GG^T & B_h \bar{D}_i \bar{L} + B_h \bar{D}_i F - \bar{Y} & B_w & 0 \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ XC^T + \bar{L}^T D^T & \bar{h}XA^T + \varepsilon GG^T & 0 & XE_A^T \\ 0 & \bar{h}(\bar{L}^T \bar{D}_i^T B_h^T + F^T (\bar{D}_i^-)^T B_h^T) & 0 & 0 \\ 0 & \bar{h}B_w^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Z} & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 \\ * & \varepsilon GG^T - T & 0 & XE_A^T \\ * & * & -XT^{-1}X & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.75)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{S} & \bar{Y} \\ \bar{Y}^T & \bar{Z} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.76)$$

$$\begin{bmatrix} X^{-1} & F_i^T \\ F_i & I \end{bmatrix} \geq 0, \forall i \in [1, m_u] \quad (4.77)$$

İspat: Yardımcı Teorem 4.5'den yararlanarak, sistemin dinamiğine eklenen normu sınırlı parametre belirsizliği yapısı ile dayanıklı gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyicinin elde edilmesi için önerilen kuramın ispatı aşağıdaki gibidir.

$A, A = A + \Delta A$ olarak değiştirilir ve aşağıdaki ifadeler tanımlanırsa,

$$J^T := [G^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ G^T \ 0]$$

ve

$$H := [E_A X \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

ifadelerinin tanımlanmasıyla (4.58)'in yerine $\Lambda + JF(t)H + H^T F^T(t)J^T < 0$ koşulları elde edilir. Her $F^T(t)F(t) < I$ için $\Lambda + JF(t)H + H^T F^T(t)J^T < 0$ geçerlidir ve eğer $\varepsilon > 0$ mevcut ise, $\Lambda + \varepsilon^{-1}JJ^T + \varepsilon H^T H < 0$ dir. Bunun sonucu olarak, Schur tümleyen ile ispatı sonlandıran (4.75) matris eşitsizliği şartlarının oluşturulması sağlanır. $\square$

Teorem 4.6'nın ışığında, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{S}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ile uygun boyutlu $\bar{L}$, F matrisi ve pozitif skaler γ için aşağıdaki doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir.

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{kosullar : (4.75), (4.76), (4.77)} \end{aligned}$$

Burada, yukarıdaki en iyileştirme problemi çözülerek, istenilen eyleyici doyumu limitinde verilen problem için alt en iyi denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir. (4.75)'deki doğrusal olmayan $-XT^{-1}X$ terimi nedeniyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerine, bir önceki bölümde tanımlanan konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak ulaşılabilir. (4.75) matris eşitsizliğinde $-XT^{-1}X < 0$ teriminin, $R = R^T > 0$ olmak üzere $R \leq XT^{-1}X$ şartının sağlanması durumu için $-R < 0$ ile yer değiştirilmesi ve buradan hareketle (4.73)'de verilen sisteminin en küçük H_∞ normunu bulmak için,

$$\begin{aligned} & \min \text{ iz } (\bar{R}R + \bar{X}X + \bar{T}T) \\ & \text{kosullar : (4.43), (4.75), (4.76), (4.77)} \end{aligned}$$

doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi kullanılabilir. Buradan hareketle, erişilebilir en üst gecikme zamanı sınırına ($\bar{h}_0$), en üst parametre belirsizliği değeri sınırına ($\bar{p}_0$) ve en düşük bozucu etkisizleştirme seviyesine (γ_0), Algoritma 4.4'ün (4.43), (4.75), (4.76) ve (4.77) matris eşitsizlikleri için modifiye edilmesiyle eş zamanlı olarak ulaşılabilir.

4.3. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_∞ Denetleyici Tasarımı

Zaman gecikmeli sistemlerde, zaman gecikmesinin türevlenebilir olması yani sistemde oluşan zaman gecikmelerinin zamanla değişmesi sistemlerin dinamiği düşünüldüğünde gerçeğe daha yakın bir durumdur. Doktora çalışmasının bu bölümünde, bir önceki bölümden farklı olarak eyleyici gecikmeli sistemde oluşan zaman gecikmesinin, zamanla değiştiği kabul edilerek yeni bir gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. İlk olarak, nominal zamanla değişen eyleyici gecikmeli bir sistemin küresel asimptotik kararlılık koşulları, uygun Lyapunov Krasovskii aday fonksiyonelinin seçimiyle yeterli kararlılık kısıtlarının DME biçiminde geliştirildiği bir Sınırlı Reel Yardımcı Teoremi (SRYT) ile elde edilmiştir. SRYT'nin genişletilmesiyle, yeterli gecikmeye bağlı kararlılık koşulları H_∞ sentezini kararlı kılmak amacıyla matris eşitsizliği biçiminde geliştirilmiştir. Tasarım sonucu ortaya çıkan DOME problemi konik tamamlayıcı algoritmasının kullanılması ile çözülmüştür. Doyumlu eyleyiciye sahip normu sınırlı parametre belirsizliği içeren eyleyici gecikmeli sistem modeli için, SRYT ve H_∞ kararlı kılma koşullarının genişletilmesiyle zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Tasarımı amaçlanan bu çok amaçlı denetleyicinin, sisteme etki eden enerjisi sınırlı bozucuları bastırması ve doyum sınırları içerisinde çalışması beklenmektedir.

Belirli kısıtlamalar altında en iyi değerin hesaplanması problemi, doğrusal matris eşitsizliklerinin kullanım alanlarından biridir. Doğrusal matris eşitsizlikleri ile formüle edilen kısıtlamalar, genelde gerçek kısıtlamaları içine alan daha büyük dışbükey yapılar şeklindedir. Aslında, gerçek en iyi değer ile hesaplanan en iyi değer arasında bir boşluk vardır. Bu boşluk tutucu gösterimlerden kaynaklanmaktadır [12]. Günümüzdeki çalışmalar bu tutuculuğun azaltılmasına yöneliktir.

Bu bölümde, DME yaklaşımı ile Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli temelli kararlılık ve performans koşullarının tutuculuğunun azaltılması için çeşitli matematiksel yaklaşımlar kullanılmıştır. Zamanla değişen eyleyici gecikmeli bir sistem için seçilen farklı Lyapunov-Krasovskii fonksiyelleri ile daha az tutucu sonuçların elde edilmesi hedeflenmiştir. Önerilen kararlılık ve kararlı kılma kriterlerinin esnetilmesinin sağlanması amacıyla,

Newton-Leibnitz kuralı ile ilişkili olan serbest gevşetme matrisleri tasarım mimarisine eklenmiştir (He vd. [125], [126]). Bununla birlikte Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelinin zamana göre türevinin alınmasında negatif olmayan yararlı terimlerin elimine edilmemesi için, tam kareye tamamlama metodundan yararlanılmıştır. Sun ve Zhang [129] ve Lu vd. [130] çalışmalarında, türetilmiş karalılık ve karalılık şartlarının sıklığını azaltmak için gevşetme matrislerinden yararlanmışlardır. Gevşetme matrisleri yaklaşımı sadece kararlılık şartlarının sıklığını azaltmanın yanısıra erişilebilir en üst gecikme zamanı sınırlarının arttırılması gibi problemlerin çözümüne de esneklik katmaktadır. Yapılan nümerik çalışmalar serbest gevşetme matrislerinin kullanıldığı ve kullanılmadığı durumlar için erişilebilir en üst gecikme zamanının elde edilmesi çalışmalarında, gevşetme terimlerinin kullanıldığı yapının kayda değer bir şekilde daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymuştur. Bununla birlikte Parlakçı ve Küçükdemiral [44], durum ve giriş gecikmeli sistemler için geliştirdikleri dayanıklı gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyicinin performansının test edilmesi için yaptıkları nümerik çalışmada serbest gevşetme matrislerinin kullanıldığı tasarımın, bu matrislerin kullanılmadığı duruma göre denetleyici kazancının azaltılmasında kayda değer bir iyileştirme sağladığını ortaya koymuşlardır. Doktora tezinde önerilen denetim metodunun türetilmesinde kullanılan serbest gevşetme matrisleri ile gecikme zamanın ve parametre belirsizliği değerinin en üst sınırı üzerindeki kısıtların azaltılarak, daha az tutucu ayar parametresi içermeyen ve pratikte uygulanabilir bir denetleyici yapısının elde edilmesi hedeflenmiştir.

4.3.1. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_∞ Denetleyici Tasarımı İçin Problemin Tanımlanması

Çalışmada, çözülmesi amaçlanan problemin matematiksel olarak tanımlanması aşağıdaki gibidir. Zamanla değişen eyleyici gecikmeli bir sistem

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_h u(t - h(t)) + B_w w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0]\end{aligned}\tag{4.78}$$

şeklinde ele alınsın.

Burada, $x(t) \in \mathcal{R}^n$ sistemin durum vektörünü $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$ sistemin denetim girişini, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$ sistem üzerindeki bozucu girişi ve $z(t) \in \mathcal{R}^p$ denetlenmek istenen çıkışları göstermektedir. A , B_h , B_w , C ve D matrisleri sistemin uygun boyutlu bilinen sabit durum-uzay matrisleridir. Bunu yanında zaman gecikmesi $h(t)$,

$$0 \leq h(t) < \bar{h}, \quad |\dot{h}(t)| < \mu, \quad \forall t \geq 0. \quad (4.79)$$

eşitsizliği sağlayan sürekli zamanla değişen bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Burada, $\bar{h}$ ve μ gecikme zamanının ve türevinin üst sınırını veren bilinen pozitif sabittir. Bu çalışmada sistem üzerinde etkin olan bozucu sinyalin sınırlı enerjiye sahip olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda,

$$W_\delta := \{w : \mathcal{R}_+ \rightarrow \mathcal{R}^{m_w} : \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt < \infty\} \quad (4.80)$$

geçerlidir. Bu çalışmada amaç, kapalı-çevrim sistemin küresel asimtotik kararlılığını sağlayacak ve bozuculardan sistem çıkışına en küçük H_∞ kazancını veren, $u(t) = Kx(t)$ formunda uygun bir durum geri-beslemeli denetim kuralı bulmaktır. Bu türden denetim kuralı vasıtasıyla sistemin kapalı-çevrim durum-uzay modeli,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_h Kx(t - h(t)) + B_w w(t) \\ z(t) &= (C + DK)x(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0] \end{aligned} \quad (4.81)$$

şeklinde elde edilebilir.

4.3.2. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Başlıca Sonuçlar

Nominal zamanla değişen eyleyici gecikmeli bir sistemin H_∞ kararlılığının araştırılması için

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + H_k x(t - h(t)) + B_w w(t) \\ z(t) &= \bar{C}x(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0] \end{aligned} \quad (4.82)$$

sistemi ele alınsın. Aşağıdaki SRYT, (4.82) sistemi için yeterli kararlılık koşullarını sunmaktadır.

Yardımcı Teorem 4.6 $\bar{h}, \mu$ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan simetrik pozitif tanımlı P, Q, W, Z, T matrisleri ve uygun boyutlu N_1, N_2, S_1, S_2 matrisleri varsa, nominal zamanla değişen eyleyici gecikmeli (4.82) sistemi, (4.79)'u sağlayan herhangi bir zamanla değişen $h(t)$ zaman gecikmesi değeri için, γ gibi bir bozucu azaltma seviyesi ile küresel asimptotik kararlı olur.

$$\bar{\Sigma} := \begin{bmatrix} \bar{\Sigma}_{11} & \bar{\Sigma}_{12} & -S_1 & PB_w & \bar{h}A^T Z & \bar{h}N_1 & \bar{h}S_1 & \bar{C}^T \\ * & \bar{\Sigma}_{22} & -S_2 & 0 & \bar{h}H_k^T Z & \bar{h}N_2 & \bar{h}S_2 & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{h}B_w^T Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \bar{h}Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Z & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -Z & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.83)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_{11} &:= PA + A^T P + N_1 + N_1^T + Q + W \\ \bar{\Sigma}_{12} &:= PH_k - N_1 + N_2^T + S_1 \\ \bar{\Sigma}_{22} &:= -(1-\mu)Q + S_2 + S_2^T - N_2 - N_2^T \end{aligned}$$

şeklinde ifade edilebilir.

İspat: Aşağıdaki gibi bir Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyoneli seçilirse

$$V(x(t), t) = V_1(x(t), t) + V_2(x(t), t) + V_3(x(t), t) + V_4(x(t), t)$$

Burada,

$$\begin{aligned} V_1(x(t), t) &= x^T(t)Px(t), \quad V_2(x(t), t) = \int_{-\bar{h}}^0 \int_{t+\beta}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)dsd\beta, \\ V_3(x(t), t) &= \int_{t-h(t)}^t x^T(s)Qx(s)ds, \quad V_4(x(t), t) = \int_{t-\bar{h}}^t x^T(s)Wx(s)ds \end{aligned} \quad (4.84)$$

olarak belirlenebilir. $V(x(t), t)$ 'nin (4.82) sisteminin durum yörüngeleri boyunca t' 'ye göre türevi (4.79)'daki şartlara bağlı olarak

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x(t), t) &\leq 2x^T(t)P(Ax(t) + H_k x(t-h(t)) + B_w w(t)) \\
&\quad + \bar{h}(Ax(t) + H_k x(t-h(t)) + B_w w(t))^T Z(Ax(t) + H_k x(t-h(t)) + B_w w(t)) \\
&\quad - \int_{t-\bar{h}}^t \dot{x}^T(s) Z \dot{x}(s) ds + (1-\dot{h}(t))x^T(t)Qx(t) - x^T(t-h(t))Qx(t-h(t)) \\
&\quad + x^T(t)Wx(t) - x^T(t-\bar{h})W(t-\bar{h}).
\end{aligned} \tag{4.85}$$

şeklinde sınırlanabilir. Bunu yanında;

$$-\int_{t-\bar{h}}^t \dot{x}^T(s) Z \dot{x}(s) ds = -\int_{t-h(t)}^t \dot{x}^T(s) Z \dot{x}(s) ds - \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} \dot{x}^T(s) Z \dot{x}(s) ds \tag{4.86}$$

ve N_1 , N_2 , S_1 ve S_2 gibi uygun boyutlu matrisleri için Newton-Leibnitz bağıntısı, bize

$$\begin{aligned}
2(x^T(t)N_1 + x^T(t-h(t))N_2) \times (x(t) - x(t-h(t)) - \int_{t-h(t)}^t \dot{x}(s) ds) &= 0 \\
2(x^T(t)S_1 + x^T(t-h(t))S_2) \times (x(t-h(t)) - x(t-\bar{h}) - \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} \dot{x}(s) ds) &= 0.
\end{aligned} \tag{4.87}$$

null eşitliklerini yazabilmemizi sağlamaktadır. Daha sonra (4.87)'de verilen null-eşitlikleri, (4.86) ve (4.79)'dan yararlanılarak (4.85)'in sağına eklenmesiyle,

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x(t), t) &\leq 2x^T(t)P(Ax(t) + 2x^T(t)PH_k x(t-h(t)) + 2x^T(t)PB_w w(t) + \bar{h}x^T(t)A^T Z Ax(t) \\
&\quad + \bar{h}x^T(t)A^T Z H_k x(t-h(t)) + \bar{h}x^T(t)A^T Z B_w w(t) + \bar{h}x^T(t-h(t))H_k^T Z Ax(t) \\
&\quad + \bar{h}x^T(t-h(t))H_k^T Z H_k x(t-h(t)) + \bar{h}x^T(t-h(t))H_k^T Z B_w w(t) + \bar{h}w^T(t)B_w^T Z Ax(t) \\
&\quad + \bar{h}w^T(t)B_w^T Z H_k x(t-h(t)) + \bar{h}w^T(t)B_w^T Z B_w w(t) - \int_{t-h(t)}^t \dot{x}^T(s) Z \dot{x}(s) ds \\
&\quad - \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} \dot{x}^T(s) Z \dot{x}(s) ds + 2(x^T(t)N_1 + x^T(t-h(t))N_2) \times (x(t) - x(t-h(t)) \\
&\quad - \int_{t-h(t)}^t \dot{x}(s) ds) + 2(x^T(t)S_1 + x^T(t-h(t))S_2) \times (x(t-h(t)) - x(t-\bar{h}) - \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} \dot{x}(s) ds) \\
&\quad + x^T(t)Qx(t) - (1-\mu)x^T(t-h(t))Qx(t-h(t)) + x^T(t)Wx(t) - x^T(t-\bar{h})Wx(t-\bar{h})
\end{aligned} \tag{4.88}$$

eşitsizliği elde edilebilir. Aşağıdaki negatif olmayan terimlerin oluşturulmasında, tam kareye tamamlama işlemindeki yol izlenir.

$$\begin{aligned}
0 \leq & - \int_{t-h(t)}^t (x^T(s)N_1 + x^T(s-h(s))N_2 + \dot{x}^T(s)Z^{-1}(N_1^T x(s) + N_2^T x(s) + N_2^T x(s-h(s)) + Z \dot{x}(s)) ds \\
& + \bar{h}x^T(t)N_1 Z^{-1}N_1^T x(t) + 2\bar{h}x^T(t)N_1 Z^{-1}N_2^T x(t-h(t)) + \bar{h}x^T(t-h(t))N_2 Z^{-1}N_2^T x(t-h(t))
\end{aligned} \tag{4.89}$$

ve benzer şekilde,

$$0 \leq - \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} (\mathbf{x}^T(s) \mathbf{S}_1 + \mathbf{x}^T(s-h(s)) \mathbf{S}_2 + \dot{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{Z}^{-1} (\mathbf{S}_1^T \mathbf{x}(s) + \mathbf{S}_2^T \mathbf{x}(s) + \mathbf{S}_2^T \mathbf{x}(s-h(s)) + \mathbf{Z} \dot{\mathbf{x}}(s)) ds \quad (4.90)$$

$$+ \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{S}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_1^T \mathbf{x}(t) + 2 \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{S}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_2^T \mathbf{x}(t-h(t)) + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{S}_2 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_2^T \mathbf{x}(t-h(t))$$

eşitsizlikleri yazılabilir. Buradan (4.88) eşitsizliğinin (4.89) ve (4.90) ile düzenlenmesiyle

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}(t), t) \leq & 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{H}_k \mathbf{x}(t-h(t)) + 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B}_w \mathbf{w}(t) + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{A}^T \mathbf{Z} \mathbf{A} \mathbf{x}(t) \\ & + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{A}^T \mathbf{Z} \mathbf{H}_k \mathbf{x}(t-h(t)) + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{A}^T \mathbf{Z} \mathbf{B}_w \mathbf{w}(t) + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{H}_k^T \mathbf{Z} \mathbf{A} \mathbf{x}(t) \\ & + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{H}_k^T \mathbf{Z} \mathbf{H}_k \mathbf{x}(t-h(t)) + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{H}_k^T \mathbf{Z} \mathbf{B}_w \mathbf{w}(t) + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{w}^T(t) \mathbf{B}_w^T \mathbf{Z} \mathbf{A} \mathbf{x}(t) \\ & + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{w}^T(t) \mathbf{B}_w^T \mathbf{Z} \mathbf{H}_k \mathbf{x}(t-h(t)) + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{w}^T(t) \mathbf{B}_w^T \mathbf{Z} \mathbf{B}_w \mathbf{w}(t) + 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{N}_1 \mathbf{x}(t) - 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{N}_1(t) \mathbf{x}(t) \\ & - 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{N}_1 \mathbf{x}(t-h(t)) + 2\mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{N}_2 \mathbf{x}(t) - 2\mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{N}_2 \mathbf{x}(t-h(t)) \\ & + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{N}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{N}_1^T \mathbf{x}(t) + 2\bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{N}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{N}_2^T \mathbf{x}(t-h(t)) + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{N}_2 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{N}_2 \mathbf{x}(t-h(t)) \\ & + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{S}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_1^T \mathbf{x}(t) + 2\bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{S}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_2^T \mathbf{x}(t-h(t)) + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{S}_2 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_2^T \mathbf{x}(t-h(t)) \\ & + \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} (t) - (1-\mu) \mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t-h(t)) + 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{S}_1 \mathbf{x}(t-h(t)) - 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{S}_1 \mathbf{x}(t-\bar{h}) \\ & + 2\mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{S}_2 \mathbf{x}(t-h(t)) - 2\mathbf{x}^T(t-h(t)) \mathbf{S}_2 \mathbf{x}(t-\bar{h}) + \mathbf{x}^T(t) \mathbf{W} \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^T(t-\bar{h}) \mathbf{W} \mathbf{x}(t-\bar{h}) \end{aligned} \quad (4.91)$$

seçilen Lyapunov-Krakovskii aday fonksiyonelinin türevi elde edilir. Genişletilmiş durum vektörü $\hat{\chi}^T := [\mathbf{x}^T(t) \quad \mathbf{x}^T(t-h(t)) \quad \mathbf{x}^T(t-\bar{h}) \quad \mathbf{w}^T(t)]$ olarak tanımlanabilir. Eğer $\hat{\Omega} < 0$ sağlanırsa, $\dot{V}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{z}^T(t) \mathbf{z}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) \leq \hat{\chi}^T(t) \hat{\Omega} \hat{\chi}(t)$ olur.

Buradan $\hat{\Omega}$,

$$\hat{\Omega} := \begin{bmatrix} \hat{\Omega}_{11} & \hat{\Omega}_{12} & -\mathbf{S}_1 & \hat{\Omega}_{14} \\ * & \hat{\Omega}_{22} & -\mathbf{S}_2 & \hat{\Omega}_{24} \\ * & * & -\mathbf{W} & 0 \\ * & * & * & \hat{\Omega}_{44} \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

şeklinde hesaplanabilir.

Burada,

$$\begin{aligned} \hat{\Omega}_{11} &= \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{A}^T \mathbf{Z} \mathbf{A} + \mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_1^T + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{N}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{N}_1^T + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{S}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_1^T + \mathbf{Q} + \mathbf{W} + \bar{\mathbf{C}}^T \bar{\mathbf{C}} \\ \hat{\Omega}_{12} &= \mathbf{P} \mathbf{H}_k + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{A}^T \mathbf{Z} \mathbf{H}_k - \mathbf{N}_1 + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{N}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{N}_2^T + \mathbf{N}_2^T + \mathbf{S}_1 + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{S}_1 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_2 \\ \hat{\Omega}_{14} &= \bar{\mathbf{h}} \mathbf{A}^T \mathbf{Z} \mathbf{B}_w + \mathbf{P} \mathbf{B}_w \\ \hat{\Omega}_{22} &= \bar{\mathbf{h}} \mathbf{H}_k^T \mathbf{Z} \mathbf{H}_k - \mathbf{N}_2 - \mathbf{N}_2^T + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{N}_2 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{N}_2^T + \bar{\mathbf{h}} \mathbf{S}_2 \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_2^T - (1-\mu) \mathbf{Q} + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_2^T \\ \hat{\Omega}_{24} &= \bar{\mathbf{h}} \mathbf{H}_k^T \mathbf{Z} \mathbf{B}_w \\ \hat{\Omega}_{44} &= \mathbf{B}_w^T \mathbf{Z} \mathbf{B}_w - \gamma^2 \mathbf{I} \end{aligned}$$

şeklindedir.

$\forall t \geq 0$ için $w(t) \equiv 0$ olduğunda, $\dot{V}(x(t), t) < 0$, (4.82) sisteminin küresel asimptotik olarak kararlı olduğunu garanti eder. Ayrıca, $\dot{V}(x(t), t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) \leq 0$ her iki taraftan 0'dan sonsuza kadar entegre edilirse;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t), t) - V(x(0), 0) + \int_0^\infty z^T(t)z(t)dt - \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt < 0 \quad (4.93)$$

elde edilir. Burada, $V(x(0), 0) = 0$ ve $\lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t), t) > 0$ olduğu için,

$$\int_0^\infty z^T(t)z(t)dt - \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt < 0 \text{ ifadesi geçerlidir ve bu } \|z\|_2 < \gamma \|w\|_2 \quad \forall w(t) \in L_2[0, \infty)$$

anlamına gelir. Sonuç olarak, Schur tümleyeninin (4.92)'ye uygulanmasıyla, (4.83) de verilen DME elde edilir. Bu şekilde ispat sonlandırılmış olur. $\square$

(4.82) sisteminde H_k 'nin, $B_h K$ ile $\bar{C}$ 'in $C + DK$ ile yer değiştirmesiyle (4.81) kapalı-çevrim sistemi elde edilir. $\bar{L} = KX$ olarak tanımlanması ve Yardımcı Teorem 4.6'nın genişletilmesiyle $u(t) = Kx(t)$ formunda durum geri beslemeli H_∞ denetleyici sentezini veren Teorem 4.7 aşağıdaki gibi elde edilebilir.

Teorem 4.7 $\bar{h}$, μ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{W}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1$, $\bar{N}_2$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$, $\bar{L}$ matrisleri varsa, (4.81) kapalı-çevrim sistemi, $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı altında (4.79)'u sağlayan herhangi bir zamanla değişen $h(t)$ zaman gecikmesi değeri için, γ gibi bir bozucu azaltma seviyesi ile küresel asimptotik kararlı olur.

$$\Xi := \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} & -\bar{S}_1 & B_w & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & \Xi_{18} & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T \\ * & \Xi_{22} & -\bar{S}_1 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & \Xi_{28} & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -XT^{-1}X & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.94)$$

Burada,

$$\Xi_{11} = AX + XA^T + \bar{N}_1 + \bar{N}_1^T + \bar{Q} + \bar{W}$$

$$\Xi_{12} = B_h \bar{L} - \bar{N}_1 + \bar{N}_2^T + \bar{S}_1$$

$$\Xi_{18} = \bar{h} X A^T$$

$$\Xi_{22} = -(1-\mu)\bar{Q} + \bar{S}_2 + \bar{S}_2^T - \bar{N}_2 - \bar{N}_2^T$$

$$\Xi_{28} = \bar{h} \bar{L}^T B_h^T$$

olmak üzere üzere, $\gamma, \forall t \geq 0$ için $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye kapalı-çevrim sistemin H_∞ normunun üst sınırıdır ve $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$, H_∞ denetleyicinin γ ile ilişkili denetim kuralıdır.

İspat: Schur tümleyeninin (Boyd vd. [13]), (4.92) matris eşitsizliğine uygulanmasıyla $\hat{\Omega} < 0$ eşdeğer olarak,

$$\tilde{\Omega} := \begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{11} & \tilde{\Omega}_{12} & -S_1 & PB_w & \bar{h}A^T Z & \bar{h}N_1 & \bar{h}S_1 & C^T + K^T D^T \\ * & \tilde{\Omega}_{22} & -S_2 & 0 & \bar{h}K^T B_h^T Z & \bar{h}N_2 & \bar{h}S_2 & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{h}B_w^T Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \bar{h}Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Z & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -Z & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.95)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$\hat{\Omega}_{11} := PA + A^T P + N_1 + N_1^T + Q + W$$

$$\hat{\Omega}_{12} := PB_h K - N_1 + N_2^T + S_1$$

$$\hat{\Omega}_{22} := -(1-\mu)Q + S_2 + S_2^T - N_2 - N_2^T$$

şeklinde ifade edilebilir. (4.95) Eşitsizliği $X := P^{-1}$ olmak üzere sağından ve solundan $\text{diag}\{X, X, X, I, X, X, X, I\}$ ile çarpılması durumunda ve $\bar{N}_1 := XN_1X$, $\bar{N}_2 := XN_2X$, $\bar{S}_1 := XS_1X$, $\bar{S}_2 := XS_2X$, $\bar{W} := XWX$, $\bar{Z} := XZX$, $\bar{Q} := XQX$ benzerlik dönüşümlerinin yapılmasıyla,

$$\hat{\Phi} := \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11} & \hat{\Phi}_{12} & -\bar{S}_1 & B_w & \bar{h}XA^T X^{-1}\bar{Z} & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & XC^T + XK^T D^T \\ * & \hat{\Phi}_{22} & -\bar{S}_2 & 0 & \bar{h}XK^T B_h^T X^{-1}\bar{Z} & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{h}B_w^T X^{-1}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.96)$$

eşitsizliği elde edilir. Burada,

$$\hat{\Phi}_{11} := AX + XA^T + \bar{N}_1 + \bar{N}_1^T + \bar{Q} + \bar{W}$$

$$\hat{\Phi}_{12} := B_h KX - \bar{N}_1 + \bar{N}_2^T + \bar{S}_1$$

$$\hat{\Phi}_{22} := -(1-\mu)\bar{Q} + \bar{S}_2 + \bar{S}_2^T - \bar{N}_2 - \bar{N}_2^T$$

şeklinde ifade edilebilir. $\hat{\Phi}$, bileşenlerine ayrıştırılarak $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_0 + \hat{\Phi}_1 + \hat{\Phi}_1^T$ ifadesi elde edilir. Burada,

$$\hat{\Phi}_0 := \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11} & \hat{\Phi}_{12} & -\bar{S}_1 & B_w & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & XC^T + XK^T D^T \\ * & \hat{\Phi}_{22} & -\bar{S}_2 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

ve

$$\hat{\Phi}_1 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{h}XA^T X^{-1}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{h}XK^T B_h^T X^{-1}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T X^{-1}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.98)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Açıktır ki, $\hat{\Phi}_1, \hat{\Phi}_1 = \Pi_1^T X^{-1} \Pi_2$ olarak yazılabilir.

Burada,

$$\Pi_1 = [\bar{h}AX \ \bar{h}B_h KX \ 0 \ \bar{h}B_w \ 0 \ 0 \ 0 \ 0],$$

$$\Pi_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \bar{Z} \ 0 \ 0 \ 0] \text{ dir.}$$

Bunun yanında T gibi herhangi bir pozitif tanımlı simetrik matris için

$$\Pi_1^T X^{-1} \Pi_2 + (\Pi_1^T X^{-1} \Pi_2)^T \leq \Pi_1^T T^{-1} \Pi_1 + \Pi_2^T (XT^{-1}X)^{-1} \Pi_2$$

eşitsizliği geçerlidir. Bundan dolayı, $\hat{\Phi}_0 + \Pi_1^T T^{-1} \Pi_1 + \Pi_2^T (XT^{-1}X)^{-1} \Pi_2 < 0$ ifadesi $\hat{\Phi} < 0$ şeklinde belirtilir. Daha sonar Schur tümleyeni ile $\hat{\Phi}_0 + \Pi_1^T T^{-1} \Pi_1 + \Pi_2^T (XT^{-1}X)^{-1} \Pi_2 < 0$ ifadesinden, ve $\bar{L} := KX$ olarak tanımlanması ile (4.94)'de verilen matris eşitsizliği şartları elde edilir. $\square$

Teorem 4.7'nin ışığında, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, $X, \bar{Q}, \bar{W}, \bar{Z}, T$ simetrik pozitif tanımlı matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{L}$ matrisleri ve pozitif skaler γ için aşağıdaki doğrusal olmayan iyileştirme problemi çözülebilir.

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{kosul : (4.94)} \end{aligned}$$

Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir. (4.94)'deki matris eşitsizliği şartları, doğrusal olmayan $-XT^{-1}X$ teriminden dolayı doğrusal matris eşitsizliği formunda değildir. Bu nedenle, yukarıdaki en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerini dışbükey en iyileştirme problemi çözümünde kullanılan yöntemlerle bulamayız. Buna karşın konik tamamlayıcı yöntem ile dışbükey bir en iyileştirme algoritması ile problem için alt en iyi denetleyici elde edilebilir. İlk olarak $R = R^T > 0$ gibi yeni bir değişken $R \leq XT^{-1}X$ şartıyla tanımlanır ve (4.94)'deki kısıtlar aşağıdaki eşitsizliklerle yer değiştirilir.

$$\bar{\Xi} := \begin{bmatrix} \bar{\Xi}_{11} & \bar{\Xi}_{12} & -\bar{S}_1 & B_w & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & \bar{\Xi}_{18} & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T \\ * & \bar{\Xi}_{22} & -\bar{S}_1 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & \bar{\Xi}_{28} & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -R & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.99)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Xi}_{11} &= AX + XA^T + \bar{N}_1 + \bar{N}_1^T + \bar{Q} + \bar{W}, \quad \bar{\Xi}_{12} = B_h \bar{L} - \bar{N}_1 + \bar{N}_2^T + \bar{S}_1, \quad \bar{\Xi}_{18} = \bar{h}XA^T \\ \bar{\Xi}_{22} &= -(1-\mu)\bar{Q} + \bar{S}_2 + \bar{S}_2^T - \bar{N}_2 - \bar{N}_2^T, \quad \bar{\Xi}_{28} = \bar{h}\bar{L}^T B_h^T \end{aligned}$$

ve

$$\begin{bmatrix} \bar{R} & \bar{X} \\ \bar{X} & \bar{T} \end{bmatrix} \geq 0 \quad \begin{bmatrix} \bar{R} & I \\ I & T \end{bmatrix} \geq 0 \quad \begin{bmatrix} \bar{X} & I \\ I & X \end{bmatrix} \geq 0 \quad \begin{bmatrix} \bar{T} & I \\ I & T \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.100)$$

Buradan $R^{-1} - X^{-1}TX^{-1} \geq 0$ eşitsizliği elde edilebilir ve Schur tümleyeni ile $\bar{R} := R^{-1}$, $\bar{X} := X^{-1}$, $\bar{T} := T^{-1}$ tanımlamaları (4.100)'deki, eşitsizliklerin elde edilmesini sağlar. Buradan hareketle (4.81)'de verilen kapalı-çevrim sisteminin en küçük H_∞ normunu bulmak için, aşağıdaki doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi kullanılabilir.

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{iz} (\bar{R}\bar{R} + \bar{X}\bar{X} + \bar{T}\bar{T}) \\ \text{kosullar} \quad & : (4.99), (4.100) \end{aligned}$$

Sonuç olarak, γ_0 gibi en küçük H_∞ kazancını ve $\bar{h}_0$ gibi en yüksek kabul edilebilir gecikme zamanının sınırını sağlayan alt en iyi denetleyici kazancına aşağıdaki doğrusallaştırma algoritmasının çözülmesiyle ulaşılabilir.

Algoritma 4.4

1. $k=0$ yap ve (4.99), (4.100)'deki doğrusal matris eşitsizlikleri kısıtlarını sağlayan $\{\bar{X}_0, X_0, \bar{R}_0, R_0, \bar{T}_0, T_0\}$ gibi uygun bir çözüm kümesini; yeterince büyük bir γ ve küçük $\bar{h}$ başlangıç değerleri için tara.
2. $\{\bar{X}, X, \bar{R}, R, \bar{T}, T\}$ değişkenleri için aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliği en iyileştirme problemini çöz

$$\min iz (\bar{R}_k R + \bar{X}_k X + \bar{T}_k T + \bar{R}R_k + \bar{X}X_k + \bar{T}T_k) \\ \text{kosullar (4.99),(4.100)}$$

ve şu atamaları gerçekleştir: $\bar{X}_{k+1} := \bar{X}, X_{k+1} := X, \bar{R}_{k+1} := \bar{R}, R_{k+1} := R, \bar{T}_{k+1} := \bar{T}, T_{k+1} := T$.

3. Eğer $R \leq XT^{-1}X$ kısıtı yukarıdaki çözüm kümesi için uygunsa, o halde $\gamma_0 = \gamma, \bar{h}_0 = \bar{h}$ için γ bir miktar azaltıldıktan ve $\bar{h}$ bir miktar arttırıldıktan sonra birinci adıma geri dön. Aksi taktirde küme $k = k + 1$ olarak al ikinci adıma git ve en iyileştirme işlemine gerekli iterasyon sayısı kadar, veya $R \leq XT^{-1}X$ şartını sağlayıncaya kadar devam et. Eğer çözüm yoksa alitmadan çık.

Bu algoritma ile uygun bir çözüm kümesi bulunabilirse, elde edilebilir en küçük γ 'nın, (4.81) kapalı-çevrim sisteminin alt en iyi H_∞ normu olduğu söylenebilir. Bu durumda, alt en iyi durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ formunda elde edilebilir.

4.3.3. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu H_∞ Denetleyici Tasarımı

Doktora tezinin bu bölümünde, doyumlu eyleyiciye sahip zamanla değişen eyleyici gecikmeli sistemler için gecikmeye-bağlı denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Eyleyici doyumu yapısı, denetim mimarisine Bölüm 4.2.3'de verilen yardımcı teorem ve yaklaşımlardan yararlanılarak geliştirilen DME kısıtları şeklinde eklenmiştir. Burada iki farklı yaklaşım kullanılmıştır. İlk olarak doyumlu eyleyici yapısına direk doğrusal matris eşitsizliği yaklaşımıyla denetim sinyaline getirilen kısıtlar ile ulaşılmıştır İkinci olarak ise eyleyici doyumu sistemin dinamiğine dahil edilerek elipsoit tabanlı bir H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir.

4.3.3.1. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Doyumlu Eyleyicinin Denetim İşareti Üzerinden Elde Edilmesi

Doyumlu eyleyicinin doğrudan denetim sinyali üzerinden DME kısıtları biçiminde elde edilmesi durumu için, Bölüm 4.2.3.1'de ispatı verilen aşağıdaki matris eşitsizliği kullanılır. (4.101) matris eşitsizliğinin en iyileştirme problemine dahil edilmesiyle

zamanla değişen eyleyici gecikmeli ve eyleyici doyumlu denetleyici yapısı elde edilebilir.

$$\begin{bmatrix} \bar{X} & \bar{L}^T \\ \bar{L} & u_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.101)$$

Teorem 4.7'nin ışığında, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, $\bar{X}$, $\bar{Q}$, $\bar{W}$, $\bar{Z}$, T simetrik pozitif tanımlı matrisleri ile uygun boyutlu $\bar{N}_1$, $\bar{N}_2$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$, $\bar{L}$ matrisleri ve pozitif skaler γ için,

$$\begin{aligned} &\min \gamma \\ &\text{kosullar : (4.94), (4.101)} \end{aligned}$$

doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir. Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir.

Eşitsizlik (4.94)'deki doğrusal olmayan $-XT^{-1}X$ terimi nedeniyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerine, bir önceki bölümde tanımlanan konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak ulaşılabilir. (4.94) matris eşitsizliğinde $-XT^{-1}X < 0$ teriminin $R = R^T > 0$ olmak üzere $R \leq XT^{-1}X$ şartının sağlanması durumu için $-R < 0$ ile yer değiştirilmesiyle elde edilen (4.99) ve (4.100) DME'lerine, (4.101) in eklenmesiyle kapalı-çevrim sisteminin en küçük H_∞ normunu bulmak için,

$$\begin{aligned} &\min \text{iz} (\bar{R}R + \bar{X}X + \bar{T}T) \\ &\text{kosullar : (4.99), (4.100), (4.101)} \end{aligned}$$

doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi çözülebilir. Bu doğrusallaştırılmış en iyileştirme probleminin çözümünden eyleyici doyumlu alt en iyi denetleyici kazancı elde edilebilir. Bunun için yukarıdaki en iyileştirme problemini çözen algoritmaya, Algoritma 4.4'ün (4.99), (4.100), ve (4.101) matris eşitsizliklerinin çözümü için modifiye edilmesiyle kolaylıkla ulaşılabilir. Buradan, uygun bir çözüm kümesi bulunabilirse, elde edilebilir en küçük γ 'nın, (4.81) kapalı-çevrim sisteminin alt en iyi H_∞ normu olduğu

söylenir. Bu durumda, eyleyici doyumlu alt en iyi durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ formunda elde edilebilir.

4.3.3.2. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmeli Sistem İçin Doyumlu Eyleyicinin Sistemin Dinamiğine Dahil Edildiği Eyleyici Doyumu Tasarımı

Bu bölümde, doyumlu eyleyicinin matematiksel ifadesi doğrusal geri-beslemeler ile oluşturulan bir dışbükey kabuk ile ifade edilerek, bu ifade üzerinden zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Problemin çözümünde eyleyici doyumu probleminin sistemin dinamiğine dahil edilmesinde Yardımcı Teorem 4.4'den yararlanılmıştır.

Eyleyici Doyumlu, zamanla değişen eyleyici gecikmesine sahip bir sistem aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_h \text{sat}(u(t - h(t))) + B_w w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0]\end{aligned}\tag{4.102}$$

Burada, $x(t) \in \mathcal{R}^n$, $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$, $z(t) \in \mathcal{R}^p$ vektörleri ile A , B_h , B_w , C ve D matrisleri sistemin bilinen durum-uzay elemanlarıdır. $\text{sat}(\cdot)$ birim seviyeli geleneksel doyum fonksiyonunu göstermektedir. Açıktır ki, birim seviyeli doyum fonksiyonları içeren tüm sistemler, uygun B_h seçimi ile (4.102)'deki gibi ifade edilebilir. Bunu yanında zaman gecikmesi $h(t)$, (4.79) eşitsizliğini sağlayan sürekli zamanla değişen bir fonksiyondur. Sistem üzerinde etkin olan bozucu sinyalin (4.80)'de verildiği gibi sınırlı enerjiye sahip olduğu kabul edilmiştir.

Burada amaç, kapalı-çevrim sistemin küresel asimtotik kararlılığını sağlayacak ve bozuculardan sistem çıkışına en küçük H_∞ kazancını veren, $u(t) = Kx(t)$ formunda uygun bir durum geri-beslemeli denetim kuralı bulmaktır. Ayrıca, $M \in \mathcal{R}^{m_u \times n}$ olmak üzere $\varepsilon(P,1) \subset L(M)$ dir. Yardımcı Teorem 4.4 kullanılarak eyleyici doyumu ve eyleyici gecikmesi içeren eşitlik

$$\text{sat}(Kx(t-h(t))) = \bar{D}_i Kx(t-h(t)) + \bar{D}_i^- Mx(t-h(t)), \quad i = [1, 2^{m_u}]\tag{4.103}$$

şeklinde yazılabilir. Bununla birlike, eyleyici gecikmesi ve eyleyici doyumu problemlerinin sistemin dinamiğine dahil edildiği sistemin kapalı-çevrim durum-uzay modeli

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_h(\bar{D}_i K + \bar{D}_i^- M)x(t-h(t)) + B_w w(t) \\ z(t) &= (C + DK)x(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0] \quad i = [1, 2^{m_u}] \end{aligned} \quad (4.104)$$

olarak elde edilir. Burada, $K, M \in \Re^{m_u \times n}$ geri-besleme kazanç matrisleri olmak üzere $\bar{D}$ matrisinin satırları $\bar{D}_i \mid i = 1, \dots, m_u$ dur.

Teorem 4.7'nin uygun şekilde düzenlenmesiyle doyumlu eyleyiciye sahip eyleyici gecikmeli (4.104) sistemi için $u(t) = Kx(t)$ formunda durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici sentezini veren teorem elde edilebilir. $F := MX$ değişken dönüşümü ve $\bar{L} := KX$ tanımlamaları altında aşağıdaki teorem bize (4.104)'te verilen eyleyici doyumlu ve zamanla değişen eyleyici gecikmeli kapalı-çevrim sistemi için yeterli kararlılık ve performans koşullarını sunmaktadır.

Teorem 4.8 $\bar{h}, \mu$ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı $X, \bar{Q}, \bar{W}, \bar{Z}, T$ matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{L}, F$ matrisleri varsa, (4.104) kapalı-çevrim sistemi, $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı altında (4.79)'u sağlayan herhangi bir zamanla değişen $h(t)$ zaman gecikmesi değeri için, γ gibi bir bozucu azaltma seviyesi ile küresel asimptotik kararlı olur.

$$\bar{\Lambda} := \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{11} & \bar{\Lambda}_{12} & -\bar{S}_1 & B_w & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & \bar{\Lambda}_{18} & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T \\ * & \bar{\Lambda}_{22} & -\bar{S}_1 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & \bar{\Lambda}_{28} & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -XT^{-1}X & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.105)$$

$$\begin{bmatrix} X^{-1} & F_i^T \\ F_i & I \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall i \in [1, m_u] \quad (4.106)$$

Burada, $\bar{A}_{11} = AX + XA^T + \bar{N}_1 + \bar{N}_1^T + \bar{Q} + \bar{W}$, $\bar{A}_{12} = B_h \bar{D}_i \bar{L} + B_h \bar{D}_i F - \bar{N}_1 + \bar{N}_2^T + \bar{S}_1$,
 $\bar{A}_{18} = \bar{h} X A^T$, $\bar{A}_{22} = -(1-\mu)\bar{Q} + \bar{S}_2 + \bar{S}_2^T - \bar{N}_2 - \bar{N}_2^T$, $\bar{A}_{28} = \bar{h}(\bar{L}^T \bar{D}_i^T B_h^T + F^T (\bar{D}_i^-)^T B_h^T)$
 olmak üzere üzere, γ , $\forall t \geq 0$ için $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye kapalı-çevrim sistemin H_∞
 normunun üst sınırıdır ve $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$, H_∞ denetleyicinin γ ile ilişkili denetim
 kuralıdır.

Doyumlu eyleyicinin matematiksel ifadesinin doğrusal geri-besleme ile oluşturulan bir
 dışbükey kabuk ile ifade edilebilmesi için $\varepsilon(P,1) \subset L(F)$ şartının sağlanması
 gerekmektedir. Ayrıca, $\forall t \geq 0$ için kapalı-çevrimin tüm durum yörüngelerinin
 enerjilerinin yayılımı $L(F)$ 'in bir alt kümesi olmalıdır. Sonuç olarak, $\varepsilon(X^{-1},1) \subset L(F)$
 şartının küme koşulu (4.106)'ya eşdeğerdir. Çünkü $\varepsilon(X^{-1},1) \subset L(F)$ ifadesi $F_i X F_i^T \leq 1$
 $\forall i \in [1, m_u]$ için eşdeğerdir. Buradan, Schur tümleyen ile (4.106)'da verilen matris
 eşitsizliği şartı elde edilebilir.

Teorem 4.8'in ışığında, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde
 etmek amacıyla, simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{W}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ve uygun boyutlu
 $\bar{N}_1$, $\bar{N}_2$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$, $\bar{L}$, F matrisleri ve pozitif skaler γ için aşağıdaki doğrusal olmayan en
 iyileştirme problemi çözülebilir.

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{kosullar : (4.105), (4.106)} \end{aligned}$$

Burada verilen en iyileştirme probleminin çözümünün var olması koşuluyla
 $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı ile alt en iyi denetleyici kazancı elde edilebilir. Doğrusal
 olmayan $-XT^{-1}X$ terimi nedeniyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi için bir
 küresel en küçük değerine, konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak ulaşılabilir.
 (4.105) matris eşitsizliğinde $-XT^{-1}X < 0$ teriminin $R = R^T > 0$ olmak üzere,
 $R \leq XT^{-1}X$ şartının sağlanması durumu için $-R < 0$ ile yer değiştirilmesi ve konik
 tamamlayıcı algoritmasının ile

$$\begin{aligned} & \min \text{ iz } (\bar{R}R + \bar{X}X + \bar{T}T) \\ & \text{kosullar : (4.100), (4.105), (4.106)} \end{aligned}$$

en iyileştirme probleminin çözümünden eyleyici doyumlu alt en iyi denetleyici kazancı elde edilebilir. Buradan eyleyici doyumlu (4.104) kapalı-çevrim sisteminin kararlı davranış sergilediği durumda gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırı ve en küçük bozucu azaltma seviyesi eş zamanlı olarak belirlenebilir. Bir önceki bölümde verilen Algoritma 4.4'ün modifiye edilmesiyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi aşağıdaki konik tamamlayıcı algoritması ile çözülebilir.

Algoritma 4.5

1. $k=0$ yap ve (4.100), (4.105), (4.106)'daki doğrusal matris eşitsizlikleri kısıtlarını sağlayan $\{\bar{X}_0, X_0, \bar{R}_0, R_0, \bar{T}_0, T_0\}$ gibi uygun bir çözüm kümesini; yeterince büyük bir γ ve küçük $\bar{h}$ başlangıç değerleri için tara.

2. $\{\bar{X}, X, \bar{R}, R, \bar{T}, T\}$ değişkenleri için aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliği en iyileştirme problemini çöz

$$\begin{aligned} \min \quad & (\bar{R}_k R + \bar{X}_k X + \bar{T}_k T + \bar{R} R_k + \bar{X} X_k + \bar{T} T_k) \\ \text{kosullar} \quad & (4.100), (4.105), (4.106) \end{aligned}$$

ve şu atamaları gerçekleştir: $\bar{X}_{k+1} := \bar{X}$, $X_{k+1} := X$, $\bar{R}_{k+1} := \bar{R}$, $R_{k+1} := R$, $\bar{T}_{k+1} := \bar{T}$, $T_{k+1} := T$.

3. Eğer $R \leq X T^{-1} X$ kısıtı yukarıdaki çözüm kümesi için uygunsa, o halde $\gamma_0 = \gamma$, $\bar{h}_0 = \bar{h}$ için γ bir miktar azaltıldıktan ve $\bar{h}$ bir miktar arttırıldıktan sonra birinci adıma geri dön. Aksi taktirde küme $k = k + 1$ olarak al ikinci adıma git ve en iyileştirme işlemine gerekli iterasyon sayısı kadar, veya $R \leq X T^{-1} X$ şartını sağlayıncaya kadar devam et. Eğer çözüm yoksa algoritmadan çık.

Bu algoritma ile uygun bir çözüm kümesi bulunabilirse, elde edilebilir en küçük γ 'nın, bu kapalı-çevrim sisteminin alt-en iyi H_∞ normu olduğu söylenebilir. Bu durumda, zamanla değişen eyleyici gecikmeli ve doyumlu eyleyiciye sahip sistem için alt en iyi durum geri-beslemeli H_∞ denetleyici $u(t) = \bar{L} X^{-1} x(t)$ formunda elde edilebilir.

4.4. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_∞ Denetleyici Tasarımı

Bu bölümde, zamanla değişen eyleyici gecikmeli, eyleyici doyumlu ve normu sınırlı parametre belirsizliğine sahip bir sistem için, DME yaklaşımıyla dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir.

İlk olarak dayanıklı denetleyici tasarımında eyleyici doyumunun doğrudan denetim sinyali üzerinden elde edildiği durum için zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Daha sonra eyleyici doyumunun sistemin dinamiğine dahil edildiği elipsoit tabanlı dayanıklı denetleyici H_∞ denetleyici tasarlanmıştır.

Eyleyici doyumunun, doğrudan denetim sinyali üzerinden elde edilmesinde kullanılacak zamanla değişen eyleyici gecikmesine sahip belirsizlik içeren bir sistemin durum-uzay modeli modeli,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + B_h u(t - h(t)) + B_w w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0]\end{aligned}\tag{4.107}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, $x(t) \in \mathcal{R}^n$, $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$, $w(t) \in \mathcal{R}^{m_w}$, $z(t) \in \mathcal{R}^p$ vektörleri ile A , B_h , B_w , C ve D matrisleri sistemin bilinen durum-uzay vektör ve matrisleridir. ΔA zamanla değişen parametre belirsizliği matrisini göstermektedir. Çalışmada, parametre belirsizliği,

$$\Delta A = GF(t)E_A\tag{4.108}$$

biçiminde normu sınırlı belirsizlik yapısında oluşturulmuştur. Burada, G ve E_A bilinen, sabit, gerçek matrisleri ve $F(t)$ her $t \geq 0$ için $F^T(t)F(t) \leq I$ 'yi sağlayan, Lebesgue ölçülebilir sınırlı bilinmeyen matris fonksiyonunu göstermektedir.

Aşağıdaki teorem zamanla değişen eyleyici gecikmesine sahip, belirsizlik içeren, doyumlu (4.107) sistemi için yeter kararlılık ve performans koşullarını sunmaktadır. Teorem 4.7'nin belirsizlik içeren sistem için genişletilmesi ve $\bar{L} := KX$ tanımlamasıyla Teorem 4.9 aşağıdaki gibi elde edilebilir.

Teorem 4.9 $\bar{h}, \mu$ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı $X, \bar{Q}, \bar{W}, \bar{Z}, T$ matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{L}$, matrisleri varsa, ve $\varepsilon > 0$ olmak üzere, (4.107) sistemi, durum geri-beslemeli $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı altında (4.79)'u sağlayan herhangi bir zamanla değişen $h(t)$ zaman gecikmesi değeri için, dayanıklı olarak küresel asimptotik kararlı olur.

$$\hat{\Psi} =: \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{11} & \hat{\Psi}_{12} & -\bar{S}_1 & B_w & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & \hat{\Psi}_{18} & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T & \hat{\Psi}_{111} \\ * & \hat{\Psi}_{22} & -\bar{S}_1 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & \hat{\Psi}_{28} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & \hat{\Psi}_{88} & 0 & 0 & \hat{\Psi}_{811} \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -XT^{-1}X & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.109)$$

$$\begin{bmatrix} X & \bar{L}^T \\ \bar{L} & u_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.110)$$

Burada, $\hat{\Psi}_{11} = AX + XA^T + \bar{N}_1 + \bar{N}_1^T + \bar{Q} + \bar{W} + \varepsilon GG^T$, $\hat{\Psi}_{18} = \varepsilon GG^T + \bar{h}XA^T$, $\hat{\Psi}_{88} = \varepsilon GG^T - T$

$\hat{\Psi}_{111} = XE_A^T$, $\hat{\Psi}_{811} = XE_A^T$ olmak üzere üzere, $\gamma, \forall t \geq 0$ için $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye kapalı-çevrim sistemin H_∞ normunun üst sınırıdır ve $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$, H_∞ denetleyicinin γ ile ilişkili denetim kuralıdır.

İspat: Yardımcı Teorem 4.5'den yararlanarak, sistemin dinamiğine eklenen normu sınırlı parametre belirsizliği yapısı ile zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı, doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyicinin elde edilmesi için önerilen kuramın ispatı aşağıdaki gibidir.

$A, A = A + \Delta A$ olarak değiştirilir ve

$$J^T := [G^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ G^T \ 0 \ 0]$$

ve

$$H := [E_A X \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

ifadelerinin tanımlanmasıyla (4.94)'ün yerine $\Xi + JF(t)H + H^T F^T(t)J^T < 0$ koşulları elde edilir. Her $F^T(t)F(t) < I$ için $\Xi + JF(t)H + H^T F^T(t)J^T < 0$ geçerlidir ve eğer $\varepsilon > 0$ mevcut ise, $\Xi + \varepsilon^{-1}JJ^T + \varepsilon H^T H < 0$ dır. Bunun sonucu olarak, Schur tümleyen ile ispatı sonlandıran (4.109) matris eşitsizliği şartlarının oluşturulması sağlanır. $\square$

Teorem 4.9'un ışığında, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, $X, \bar{Q}, \bar{W}, \bar{Z}, T$ matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{L}$ matrisleri varsa ve pozitif skaler γ için aşağıdaki doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir.

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{kosullar: (4.109), (4.110)} \end{aligned}$$

Burada, yukarıdaki en iyileştirme problemi çözülerek, istenilen eyleyici doyumu limitinde verilen problem için alt en iyi denetleyici $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir. (4.109)'daki doğrusal olmayan $-XT^{-1}X$ terimi nedeniyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerine, konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak ulaşılabilir. (4.109) matris eşitsizliğinde $-XT^{-1}X < 0$ teriminin, $R = R^T > 0$ olmak üzere, $R \leq XT^{-1}X$ şartının sağlanması durumu için $-R < 0$ ile yer değiştirilmesi ve buradan hareketle (4.63)'de verilen sisteminin en küçük H_∞ normunu bulmak için,

$$\begin{aligned} & \min \text{iz} (\bar{R}R + \bar{X}X + \bar{T}T) \\ & \text{kosullar: (4.100), (4.109), (4.110)} \end{aligned}$$

doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi kullanılabilir. Sonuç olarak, γ_0 gibi en küçük H_∞ kazancını, $\bar{p}_0$ gibi en üst parametre belirsizliği sınırını ve $\bar{h}_0$ gibi en büyük kabul edilebilir gecikme zamanı sınırını sağlayan alt en iyi denetleyici kazancına aşağıdaki konik tamamlayıcı algoritmasının çözülmesiyle ulaşılabilir.

Algoritma 4.6

1. $k=0$ yap ve (4.100), (4.109), (4.110)'daki doğrusal matris eşitsizlikleri kısıtlarını sağlayan $\{\bar{X}_0, X_0, \bar{R}_0, R_0, \bar{T}_0, T_0\}$ gibi uygun bir çözüm kümesini; yeterince küçük $\bar{h}$, $\bar{p}$ ve büyük bir γ başlangıç değerleri için tara.

2. $\{\bar{X}, X, \bar{R}, R, \bar{T}, T\}$ değişkenleri için aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliği en iyileştirme problemini çöz

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{iz} (\bar{R}_k R + \bar{X}_k X + \bar{T}_k T + \bar{R} R_k + \bar{X} X_k + \bar{T} T_k) \\ \text{kosullar} \quad & (4.100), (4.109), (4.110) \end{aligned}$$

ve şu atamaları gerçekleştir: $\bar{X}_{k+1} := \bar{X}$, $X_{k+1} := X$, $\bar{R}_{k+1} := \bar{R}$, $R_{k+1} := R$, $\bar{T}_{k+1} := \bar{T}$, $T_{k+1} := T$.

3. Eğer $R \leq X T^{-1} X$ kısıtı yukarıdaki çözüm kümesi için uygunsa, o halde $\gamma_0 = \gamma$, $\bar{h}_0 = \bar{h}$, $\bar{p}_0 = \bar{p}$ için $\bar{h}$, $\bar{p}$ bir miktar arttırıldıktan ve γ bir miktar azaltıldıktan ve sonra birinci adıma geri dön. Aksi taktirde küme $k = k + 1$ olarak al ikinci adıma git ve en iyileştirme işlemine gerekli iterasyon sayısı kadar, veya $R \leq X T^{-1} X$ şartını sağlayıncaya kadar devam et. Eğer çözüm yoksa algoritmadan çık.

Bu algoritma ile uygun bir çözüm kümesi bulunabilirse, elde edilebilir en küçük γ 'nın, bu kapalı-çevrim sisteminin alt-eniyi H_∞ normu olduğu söylenebilir. Bu durumda, eyleyici doyumlu alt en iyi durum geri-beslemeli dayanıklı H_∞ denetleyici $u(t) = \bar{L} X^{-1} x(t)$ formunda elde edilebilir. Bu algoritmaya ait m.dosyası EK-B'de verilmiştir.

Eyleyici doyumunun sistemin dinamiğine dahil edildiği elipsoit tabanlı eyleyici gecikmesine bağlı, doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı aşağıdaki gibi gerçekleştirilebilir. Sabit zamanlı eyleyici gecikmesine sahip belirsizlik içeren bir sistemin durum-uzay modeli modeli

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + B_h \text{sat}(u(t - h(t))) + B_w w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0] \end{aligned} \quad (4.111)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, $u(t) \in \mathfrak{R}^{m_u}$, $w(t) \in \mathfrak{R}^{m_w}$, $z(t) \in \mathfrak{R}^p$ vektörleri ile A , B_h , B_w , C ve D matrisleri sistemin bilinen durum-uzay vektör ve matrisleridir. Burada, $\text{sat}(\cdot)$ birim seviyeli geleneksel doyum fonksiyonunu göstermektedir. ΔA

zamanla değişen parametre belirsizliği matrisini göstermektedir. Çalışmada, parametre belirsizliği aşağıda belirtildiği gibi normu sınırlı belirsizlik yapısında oluşturulmuştur.

$$\Delta A = GF(t)E_A \quad (4.112)$$

Burada amaç, kapalı-çevrim sistemin asimtotik kararlılığını sağlayacak ve bozuculardan sistem çıkışına en küçük H_∞ kazancını veren, $u(t) = Kx(t)$ formunda uygun bir durum geri-beslemeli eyleyici doyumlu dayanıklı gecikmeye-bağlı bir denetim kuralı bulmaktır.

Aşağıdaki teorem sabit zamanlı eyleyici gecikmesine sahip, belirsizlik içeren, doyumlu (4.111) sistemi için yeter kararlılık ve performans koşullarını sunmaktadır. Teorem 4.5'in belirsizlik içeren sistem için genişletilmesi $F := MX$ değişken dönüşümü ve $\bar{L} := KX$ tanımlamasıyla Teorem 4.10 aşağıdaki gibi elde edilebilir.

Teorem 4.10 $\bar{h}$, μ ve γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki doğrusal olmayan matris eşitsizliklerini sağlayan uygun boyutlu simetrik pozitif tanımlı X , $\bar{Q}$, $\bar{W}$, $\bar{Z}$, T ve uygun boyutlu $\bar{N}_1$, $\bar{N}_2$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$, $\bar{L}$ ve F matrisleri varsa, γ ve $\varepsilon > 0$ olmak üzere, (4.111) sistemi, durum geri-beslemeli $u(t) = \bar{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı altında (4.79)'u sağlayan herhangi bir zamanla değişen $h(t)$ zaman gecikmesi değeri için, dayanıklı olarak küresel asimptotik kararlı olur.

$$\tilde{\Lambda} = \begin{bmatrix} \tilde{\Lambda}_{11} & \tilde{\Lambda}_{12} & -\bar{S}_1 & B_w & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & \tilde{\Lambda}_{18} & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T & \tilde{\Lambda}_{111} \\ * & \tilde{\Lambda}_{22} & -\bar{S}_1 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & \tilde{\Lambda}_{28} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & \tilde{\Lambda}_{88} & 0 & 0 & \tilde{\Lambda}_{811} \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -XT^{-1}X & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.113)$$

$$\begin{bmatrix} X^{-1} & F_i^T \\ F_i & I \end{bmatrix} \geq 0, \forall i \in [1, m_u] \quad (4.114)$$

Burada,

$$\tilde{\Lambda}_{11} = AX + XA^T + \bar{N}_1 + \bar{N}_1^T + \bar{Q} + \bar{W} + \varepsilon GG^T, \tilde{\Lambda}_{12} = B_h \bar{D}_i \bar{L} + B_h \bar{D}_i^T F - \bar{N}_1 + \bar{N}_2^T + \bar{S}_1,$$

$$\tilde{\Lambda}_{22} = -(1-\mu)\bar{Q} + \bar{S}_2 + \bar{S}_2^T - \bar{N}_2 - \bar{N}_2^T, \tilde{\Lambda}_{28} = \bar{h}(\bar{L}^T \bar{D}_i^T B_h^T + F^T (\bar{D}_i^-)^T B_h^T), \tilde{\Lambda}_{18} = \varepsilon G G^T + \bar{h} X A^T$$

$\tilde{\Lambda}_{88} = \varepsilon G G^T - T, \tilde{\Lambda}_{111} = X E_A^T, \tilde{\Lambda}_{811} = X E_A^T$ olmak üzere üzere, $\gamma, \forall t \geq 0$ için $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye kapalı-çevrim sistemin H_∞ normunun üst sınırıdır ve $u(t) = \bar{L} X^{-1} x(t), H_\infty$ denetleyicinin γ ile ilişkili denetim kuralıdır.

İspat: Yardımcı Teorem 4.5'den yararlanarak, sistemin dinamiğine eklenen normu sınırlı parametre belirsizliği yapısı ile dayanıklı gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyicinin elde edilmesi için önerilen kuramın ispatı aşağıdaki gibidir.

$A, A = A + \Delta A$ olarak değiştirilir ve aşağıdaki ifadeler tanımlanırsa,

$$J^T := [G^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ G^T \ 0 \ 0]$$

ve

$$H := [E_A X \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

ifadelerinin tanımlanmasıyla (4.105)'in yerine $\bar{\Lambda} + JF(t)H + H^T F^T(t)J^T < 0$ koşulları elde edilir. Her $F^T(t)F(t) < I$ için $\bar{\Lambda} + JF(t)H + H^T F^T(t)J^T < 0$ geçerlidir ve eğer $\varepsilon > 0$ mevcut ise, $\bar{\Lambda} + \varepsilon^{-1} J J^T + \varepsilon H^T H < 0$ dir. Bunun sonucu olarak, Schur tümleyen ile ispatı sonlandıran (4.113) matris eşitsizliği şartlarının oluşturulması sağlanır. $\square$

Teorem 4.10'un ışığında, tüm $t \geq 0$ için, $w(t)$ 'den $z(t)$ 'ye en küçük H_∞ normunu elde etmek amacıyla, $X, \bar{Q}, \bar{W}, \bar{Z}, T$ matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{L}, F$ matrisleri varsa ve pozitif skaler γ için aşağıdaki doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir.

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & \text{kosullar : (4.113), (4.114)} \end{aligned}$$

Burada, yukarıdaki en iyileştirme problemi çözülerek, istenilen eyleyici doyumu limitinde verilen problem için alt en iyi denetleyici $u(t) = \bar{L} X^{-1} x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir. (4.113)'teki doğrusal olmayan $-X T^{-1} X$ terimi nedeniyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerine, konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak ulaşılabilir. (4.113) matris

eşitsizliğinde $-XT^{-1}X < 0$ teriminin, $R = R^T > 0$ olmak üzere, $R \leq XT^{-1}X$ şartının sağlanması durumu için $-R < 0$ ile yer değiştirilmesi ve buradan hareketle (4.111)'de verilen sisteminin en küçük H_∞ normunu bulmak için,

$$\begin{aligned} \min \text{ iz } (\bar{R}R + \bar{X}X + \bar{T}T) \\ \text{kosullar: (4.100), (4.113), (4.114)} \end{aligned}$$

doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi kullanılabilir. Buradan hareketle, erişilebilir en üst gecikme zamanı sınırına ($\bar{h}_0$), en üst parametre belirsizliği değeri sınırına ($\bar{p}_0$) ve en düşük bozucu etkisizleştirme seviyesine (γ_0), Algoritma 4.6'nın (4.100), (4.113) ve (4.114) matris eşitsizlikleri için modifiye edilmesiyle eş zamanlı olarak ulaşılabilir.

DEPREM ETKİSİ ALTINDAKİ EYLEYİCİ GECİKMELİ EYLEYİCİ DOYUMLU BELİRSİZLİK İÇEREN YAPISAL SİSTEMLERİN TİTREŞİMLERİNİN AKTİF KONTROLÜ İÇİN BENZETİM ÇALIŞMALARI

Doktora tezinin bu bölümünde, Bölüm 4'de öne sürülen teoremlerin uygulanabilirliklerinin gösterilmesi amacıyla benzetim çalışmaları yapılmıştır. Tasarımı gerçekleştirilen doyumlu eyleyiciye sahip, eyleyici gecikmesine bağlı dayanıklı H_∞ denetleyicilerin etkinlikleri, deprem etkisi altındaki çok serbestlik dereceli yapısal bir sistemin titreşimlerinin aktif kontrolü problemi ile test edilmiştir. Bu bölümde, deprem etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında en iyi sönüm performansının elde edilebilmesi için denetleyicinin yerleştirileceği kat, sistemin yönetilebilirlik indeksinin bulunmasıyla matematiksel olarak tespit edilmiştir. Zaman ve frekans alanında yapılan analizler, deprem etkisindeki yapısal titreşimlerin azaltılmasında önerilen denetleyicilerin yüksek sönüm performansı gösterdiğini ve denetim sisteminin erişilebilir en üst eyleyici gecikme zamanı ve parametre belirsizliği sınırlarındaki kararlılığının arzu edilen eyleyici doyumu limiti için garanti altında olduğunu göstermiştir.

5.1. Benzetim Çalışmalarında Kullanılan Yapısal Sistemde Denetleyicinin Yerleştirileceği En İyi Katın Belirlenmesi

Sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında denetleyicinin yapıya yerleştirileceği yerin sönüm performansı üzerinde

önemli etkileri vardır. Bilindiği gibi, deprem esnasında en büyük kat kesme kuvvetleri birinci katta meydana gelmektedir. Yine depremin yıkıcı etkisinin bu kata etki etmesi beklenmektedir. Bu nedenle birçok çalışmada aktif denetim birinci kata uygulanmıştır [131], [132], [133], [134]. Bunun yanında, deprem anında en büyük genlikli titreşimler en üst katta meydana gelmektedir. Bu iki kritik noktada oluşan titreşimlerin en aza indirilmesi için yapının hem en alt katına hemde en üst katına aktif denetim sistemlerinin yerleştirildiği ve başarılı sonuçların elde edildiği çalışmalar vardır [69], [84], [85]. Literatürde, yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında denetleyicinin yerleştirileceği katın belirlenmesinde kullanılan kesin bir yöntemle rastlanılmamıştır. Daha çok deneme yanılma metoduyla benzetim çalışmalarından elde edilen cevaplara göre denetleyiciler uygun katlara yerleştirilmiştir [135]. Bu doktora tezinde, en iyi performansa ulaşmak için denetleyicinin yapısal sisteme yerleştirileceği kat sistemin yönetilebilirlik indeksinin bulunmasıyla matematiksel olarak aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

Doğrusal zamanla değişmeyen bir denetim sisteminin,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_h u(t) \quad (5.1)$$

şeklinde olduğunu düşünelim. Burada, $\dot{x}(t) \in \mathcal{R}^n$ ve $u(t) \in \mathcal{R}^{m_u}$ olacak şekilde sistem tümüyle yönetilebilir olsun. Yani $C_y = [B_h \ AB_h \ A^2 B_h \ \dots \ A^{n-1} B_h]$ matrisinin rankı n olsun. Bölüm 2'de, hareket denklemlerini elde ettiğimiz dört serbestlik dereceli yapısal sistem düşünüldüğünde $n=8$ olduğu ve sistemin tam yönetilebilir olduğu görülmektedir. Bu bölümde yapılan tüm benzetim çalışmalarında, Bölüm 2'de modellenen ve Çizelge 2.1'de kat kütle, sönüm ve rijitlik parametreleri verilen deprem etkisindeki dört serbestlik dereceli yapısal sistem kullanılmıştır.

Buradan hareketle yapılması gereken şey, sistemi yönetilebilir kanonik forma getirmektir. Bunun için C_y yönetilebilirlik matrisi sütunlarının ilişkilerini de ortaya koyacak şekilde yazılır. İlk olarak, Bölüm 2 Şekil 2.1'de fiziksel modeli verilen yapının tüm katlarına denetleyici yerleştirilelim.

Eğer,

$$B_h = [u_1 \ u_2 \ u_3] \quad (5.2)$$

şeklinde ise

$$\bar{C}_y = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ | \ Au_1 \ Au_2 \ Au_3 \ | \ A^2u_1 \ A^2u_2 \ A^2u_3 \ | \ A^3u_1 \ A^3u_2 \ A^3u_3] \quad (5.3)$$

olarak yazılır.

Bu matrisin içinde sol baştan itibaren sırasıyla doğrusal bağımsız sütunlar seçilerek kurulan $n \times n$ boyutlu $\bar{C}_y$ matrisi bulunur. $\bar{C}_y$ matrisi içinde u_1 sütunundan türemiş sütunlar $\bar{m}_1$ adet, u_2 sütunundan türemiş sütunlar $\bar{m}_2$ adet ve u_3 sütunundan türemiş sütunlar $\bar{m}_3$ adet olur. Buradan, $\bar{C}_y$ matrisinin B_h 'nin kolonlarına göre sıralı yeni bir L matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$L = [u_1 \ Au_1 \ A^2u_1 \ A^3u_1 \ | \ u_2 \ Au_2 \ | \ u_3 \ Au_3] \quad (5.4)$$

Burada, $\bar{m}$ tamsayılarına yönetilebilirlik indisi, bunların en büyüğüne ise yönetilebilirlik indeksi adı verilir. Bütünüyle yönetilebilir bir sistemde yönetilebilirlik indislerinin toplamı n adet olur.

Yapısal sistemimiz 8 durumlu ve 3 denetim girişi olan bir sistemdir. Yapısal sistemde her kata yerleştirilen denetleyicilerin yönetilebilirlik indisleri sayıldığında birinci kata yerleştirilen ve u_1 ile gösterilen denetim girişinin yönetilebilirlik indisinin L matrisinden $\bar{m}_1 = 4$ ve diğerlerinin $\bar{m}_2 = 2$, $\bar{m}_3 = 2$ olduğu belirlenmiştir. Özetle, yönetilebilirlik indisleri, ilgili girişe ait yönetilebilirlik alt uzayının boyutudur. Bu alt uzay ne kadar büyükse, ilgili giriş sistem denetiminde o derece etkilidir. Bu durumda, yönetilebilirlik indeksine sahip olan giriş, sistemin yönetiminde en etkin giriştir. Yapılan analiz sonucunda birinci kata yerleştirilen denetleyicinin en etkin giriş olduğu görülmektedir. Bu nedenle, bu bölümde yapılan tüm benzetim çalışmalarında geliştirilen denetim algoritmalarının, mühendislik ve maliyet açısından pratikte uygulanabilirliklerinin arttırılması amacıyla aktif kontrol bu kata Aktif Gergi Sistemi (AGS) şeklinde uygulanmıştır.

Doktora tezinde, eyleyici doyumu, eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği problemleri eş zamanlı olarak ele alınarak yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında etkin olarak kullanılabilecek bir denetim algoritmasının elde

edilmesine çalışılmıştır. Bu çok amaçlı denetim probleminin çözümünde yeterli kararlılık kısıtlarında erişilebilir en üst eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği sınırları ile pratikte uygulanabilirlik açısından eyleyici doyumu limitinin belirlenmesinde bir ödünleşmenin yaşanması kaçınılmazdır. Kapalı-çevrim sisteminde kararlılık ve performans problemine neden olan bu üç olayın sistem dinamiği üzerindeki etkilerinin ve tasarımda yaşanan ödünleşmelerin gösterilmesi amacıyla benzetim çalışmaları üç örnek için yapılmıştır. Örnek 1'de sadece eyleyici gecikmesi problemi incelenmiş ve Bölüm 4'de geliştirilen iki denetleyicinin birbirlerine göre üstünlükleri sönüm performansı ve daha az tutucu olması durumları için karşılaştırılmıştır. Örnek 2'de eyleyici gecikmesi problemine eyleyici doyumu problemi eklenerek Örnek 1'de yapılan benzetim çalışması tekrarlanmıştır. Örnek 3'de ise doktora tezinin ana amacı olan eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemleri eş zamanlı olarak incelenmiştir. Bu örnekte yapılan benzetim çalışmalarıyla bu doktora tezinde, titreşim azaltma problemlerinde etkin olarak kullanılabilecek ayar parametresi gerektirmeyen bir denetleyici yapısının elde edildiği gösterilmiştir. Bu üç örnek içinde yapılan denetleyici tasarımları MATLAB paket programı altında, YALMIP arayüzü üzerinde kodlanarak SEDUMİ çözücüsü ile gerçekleştirilmiştir [17], [18].

5.2. Örnek 1: Eyleyici Gecikmesi Problemi

Bu benzetim çalışmasıyla, eyleyici gecikmesi olayının sistemin dinamiği üzerindeki etkilerinin ortaya konulması ve önerilen denetleyicilerin etkinliklerinin gösterilmesi amaçlanmıştır. Benzetim çalışmaları, Bölüm 4'de tasarımları gerçekleştirilen, sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyici ve zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyici için ayrı ayrı yapılmıştır. Her iki denetleyici tasarımında da tüm durumlar geri-beslenmiştir. En büyük iterasyon sayısı $k_{max} = 900$ olarak seçilmiştir. Bölüm 4'de önerilen konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak alt en iyi denetleyici kazancına, gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırına ve en düşük bozucu etkisizleştirme seviyesine eş zamanlı olarak erişilmiştir.

5.2.1. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı H_∞ Denetleyici İçin Benzetim Çalışmaları

İlk olarak, sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyici için benzetim çalışmaları yapılmıştır. Enerjisi sınırlı bozucuların durum geri-besleme mantığı ile bastırılmasına yönelik sistemin kararlılık şartlarındaki gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırına, en düşük bozucu bastırma seviyesine ve alt en iyi denetleyici kazancına

$$\min \gamma$$

kosullar : (4.27), (4.28)

en iyileştirme probleminin çözümünden ulaşılmıştır. Bu en iyileştirme probleminin çözümünden sistemin kararlılık şartlarındaki gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.012 saniye, en düşük bozucu bastırma seviyesi γ 'nın 19.93 olduğu, Bölüm 4'te önerilen konik tamamlayıcı algoritması ile eşzamanlı olarak bulunmuştur. Bu sonuçlara 402 iterasyonla ulaşılmış ve alt-en iyi denetleyici kazancı

$$K = \bar{L}X^{-1} = 10^8 \times [-0.2435 \ -1.0280 \ 2.1636 \ 0.0227 \ 0.1636 \ -0.3486 \ -0.2886 \ -0.3038]$$

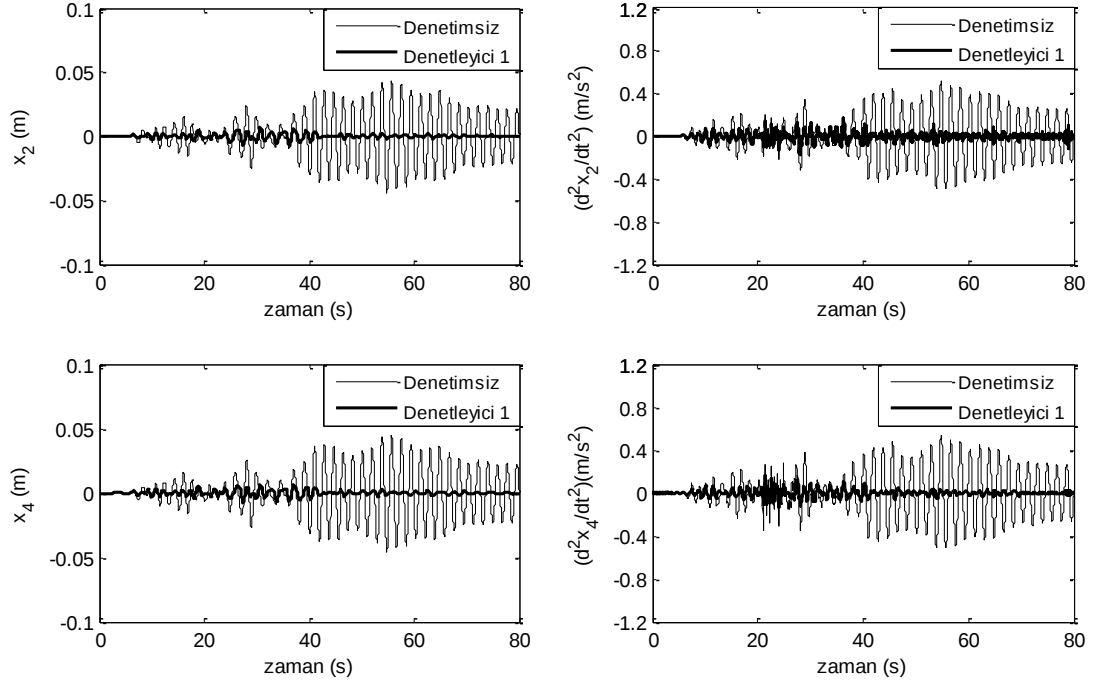
şeklinde elde edilmiştir. Gösterim kolaylığı açısından, bundan sonraki bölümde sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyici, "Denetleyici 1" olarak ifade edilecektir.

Tasarım için güvenlik ve konfor gerekli performans kriterleridir. Genel olarak yapıların güvenliği yer değiştirme cevaplarına bağlı olarak değerlendirilirken, konfor için ise ivme cevapları değerlendirilmektedir. Bununla birlikte, deprem etkisindeki yapısal sistemlerde ivme cevaplarının yapı güvenliği açısından incelenmesi gerekir. Yapıya enerjisi sınırlı bozucu giriş olarak 1995 Kobe Depremi yer hareketi uygulanmıştır.

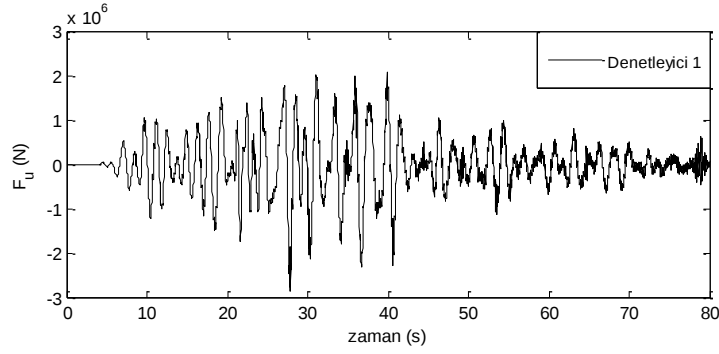
Şekil 5.1'de modellenen yapının 2. ve 4. katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin zaman cevapları denetimsiz ve sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyicili (Denetleyici 1) olarak gösterilmektedir.

Şekil 5.1'den de görüldüğü gibi Denetleyici 1'in göstermiş olduğu sönüm performansı oldukça tatmin edicidir. Hem ivme hem de yerdeğiştirme cevaplarında önerilen denetleyicinin üstün sönüm performansı göstererek titreşim genliklerini etkin bir

şekilde azalttığı gözlenmektedir. Tasarlanan Denetleyici 1'in, denetim kuvvetindeki değişimi Şekil 5.2'de gösterilmektedir.



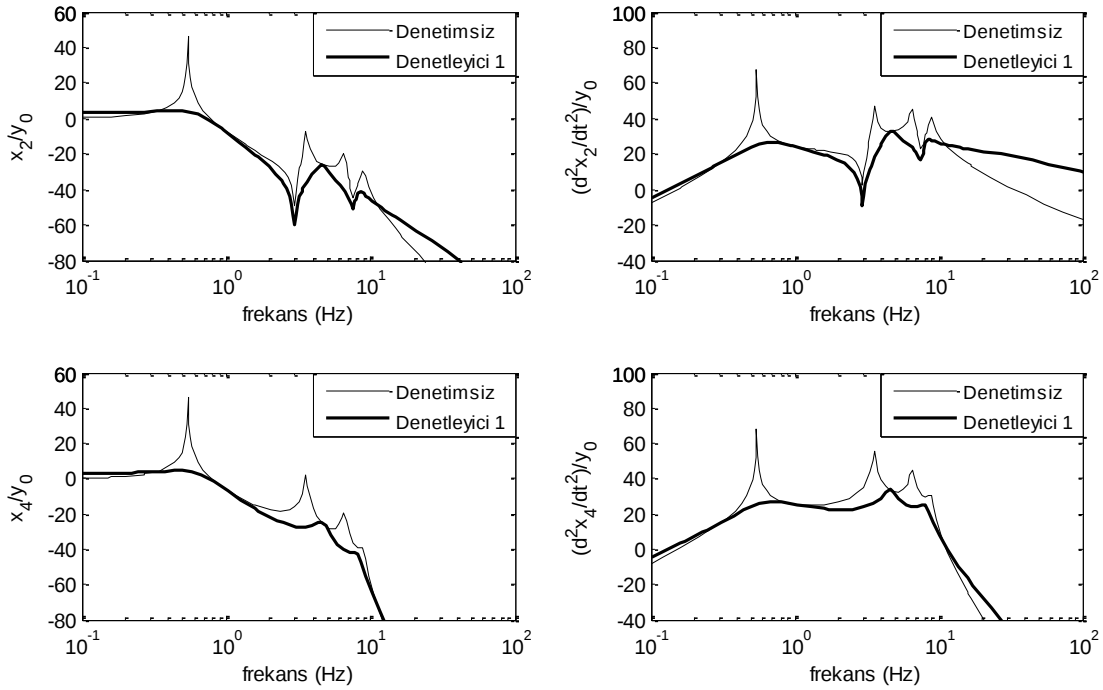
Şekil 5. 1 1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 1 ile zaman cevapları



Şekil 5. 2 1995 Kobe depremi için denetim kuvvetindeki değişim

Şekil 5.3'de yapısal sistemin 2. ve 4'üncü katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 1 ile frekans cevapları, eyleyici gecikmesinin üst sınırı olan 0.012 saniye için çizdirilmiştir. Sistem 4 serbestlik derecesine sahip olduğundan; 0.54, 3.55, 6.56 ve 8.86 Hz. olmak üzere 4 tane doğal frekansı vardır. Bu değerler kat kütle ve rijitlik değerleri kullanılarak analitik olarak hesaplanmıştır. Ayrıca, eğrilerde görülen yapının doğal frekansları ile hesaplama bulunan doğal frekanslar çakışma göstermektedir. Bu durum, yapılan benzetim çalışmasının doğruluğunu göstermektedir. Beklenildiği gibi

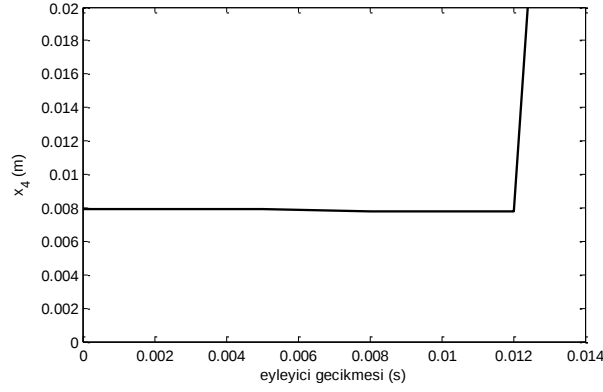
yüksek genlikli eğriler denetimsiz duruma aittir. Sismik zorlanma altındaki bir yapı için en yıkıcı modun birinci mod olduğu iyi bilinmektedir. Amaçlandığı gibi, tasarlanan Denetleyici 1 rezonans değerlerinde oldukça iyi sönüm performansı göstererek 1. modu etkin bir şekilde bastırmıştır.



Şekil 5. 3 Yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 1 ile frekans cevapları

Eyleyici gecikmesi olayının sistemin kapalı-çevrim kararlılığı üzerindeki etkilerinin incelenmesi amacıyla, Şekil 5.4'de eyleyici gecikmesi değerine göre 4. katın Denetleyici 1 ile yer değiştirme cevaplarının tepe değerleri çizdirilmiştir. Kapalı-çevrim kararlılığı için önerilen algoritma ile eyleyici gecikmesinin üst sınırının 0.012 saniye olduğu belirlenmiştir.

Şekil 5.4'ten de görüldüğü gibi kapalı-çevrim denetim sisteminin performansında 0.012 saniyelik kritik eyleyici gecikmesi sınırına kadar herhangi bir kötüleşme görülmemektedir. Buna rağmen, kritik eyleyici gecikmesi değeri 0.012 saniye aşıldığı zaman, sistem kapalı-çevrim kararlılığını kaybetmektedir.



Şekil 5. 4 Eyleyici gecikmesine bağlı olarak 4. katın Denetleyici 1 ile yer değiştirmelerinin tepe değerleri

5.2.2. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı H_∞ Denetleyici İçin Benzetim Çalışmaları

İkinci olarak, yine aynı yapısal sistem ve 1995 Kobe depremi bozucu girişi kullanılarak zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyici için benzetim çalışmaları yapılmıştır. Eyleyici gecikmeli sistemin kararlılık şartlarındaki gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırına, en düşük bozucu bastırma seviyesine ve alt en iyi denetleyici kazancına

$$\begin{aligned} &\min \gamma \\ &\text{kosullar : (4.94)} \end{aligned}$$

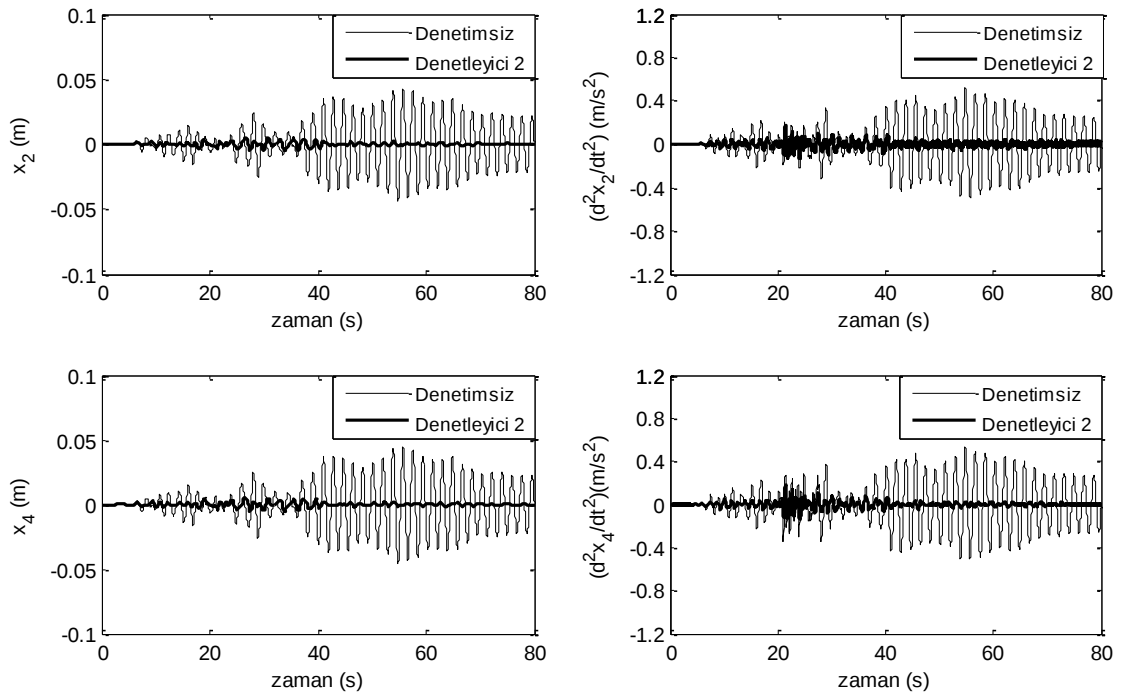
en iyileştirme probleminin çözümünden ile ulaşılmıştır. Bu en iyileştirme probleminin çözümünden, sistemin kararlılık şartlarındaki gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.021 saniye, en düşük bozucu bastırma seviyesi γ 'nın 9.1 olduğu, Bölüm 4'te önerilen konik tamamlayıcı algoritması ile eşzamanlı olarak bulunmuştur. Yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü uygulamalarında kullanılan eyleyicilerin sabit zaman gecikmeli ekipmanlardan oluşması nedeniyle benzetim çalışmalarında $\mu = 0$ olarak alınmıştır. Bu sonuçlara 23 iterasyon sonucunda ulaşılmış ve alt en iyi denetleyici kazancı

$$K = \bar{L}X^{-1} = 10^8 \times [-1.1403 \ -0.0558 \ 2.0405 \ 0.4836 \ -0.0860 \ -0.2830 \ -0.1878 \ -0.2199]$$

olarak belirlenmiştir. Gösterim kolaylığı açısından, bundan sonraki bölümde zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyici, "Denetleyici 2" olarak ifade edilecektir.

Zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyicinin (Denetleyici 2), kapalı-çevrim sistemin yeterli kararlılık kısıtlarında en yüksek gecikme zamanı ve en düşük bozucu bastırma seviyesi değerlerinin belirlenmesinde, Denetleyici 1'e göre çok daha az tutucu sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu tasarımda beklenen bir sonuçtur. Özellikle zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı denetleyicinin denetim mimarisine yerleştirilen $\bar{N}_1$, $\bar{N}_2$, $\bar{S}_1$ ve $\bar{S}_2$ serbest gevşetme matrisleri sayesinde daha az tutucu sonuçların elde edilmesi sağlanmıştır.

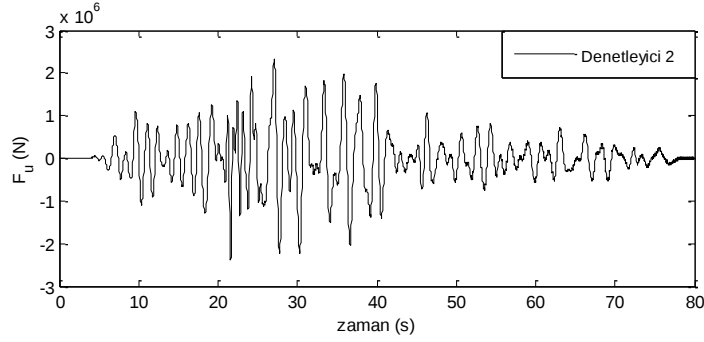
Şekil 5.5'de sismik zorlanma altındaki yapısal sistemin yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları gösterilmektedir.



Şekil 5. 5 1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları

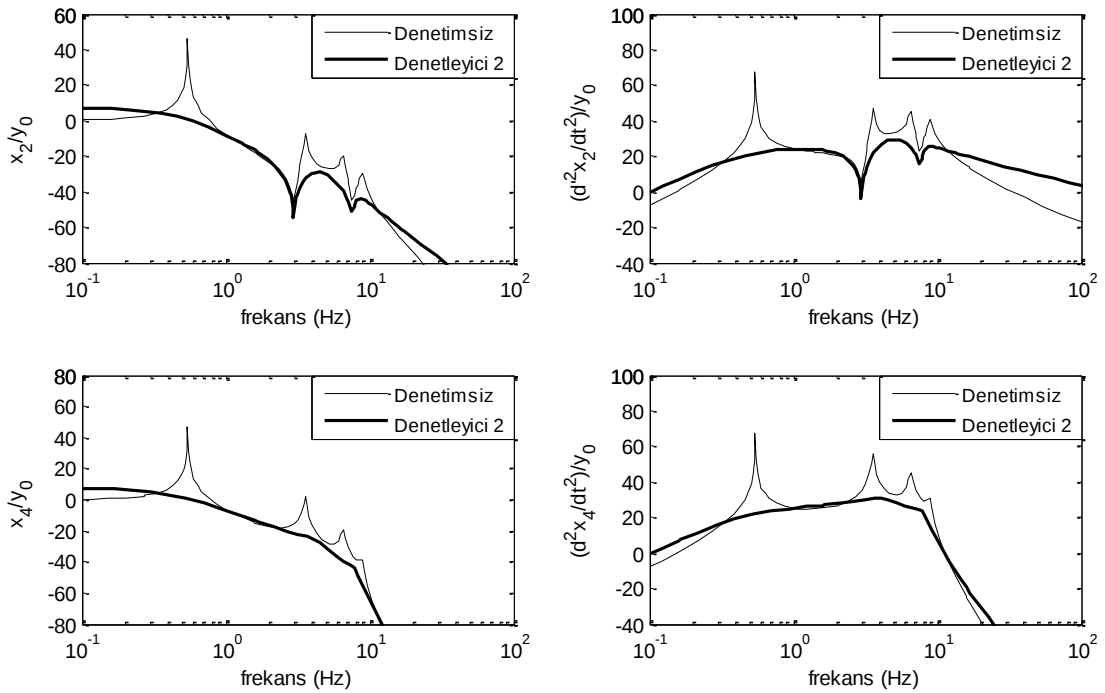
Şekil 5.5'den de gözlemlendiği gibi, önerilen Denetleyici 2, titreşim genliklerinin azaltılmasında son derece başarılı olmuştur. Yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında ortaya konulan güvenlik ve konfor kriterlerinin sağlandığı

görülmektedir. Özellikle birçok aktif kontrol çalışmasında ortaya çıkan denetleyicinin yerleştirildiği katta meydana gelen aşırı ivmelenme olayının ortaya çıkmaması tasarlanan denetleyicinin başarısını göstermektedir. Tasarlanan Denetleyici 2'nin, denetim kuvvetindeki değişimi Şekil 5.6'da gösterilmektedir.



Şekil 5. 6 1995 Kobe depremi için denetim kuvvetindeki değişim

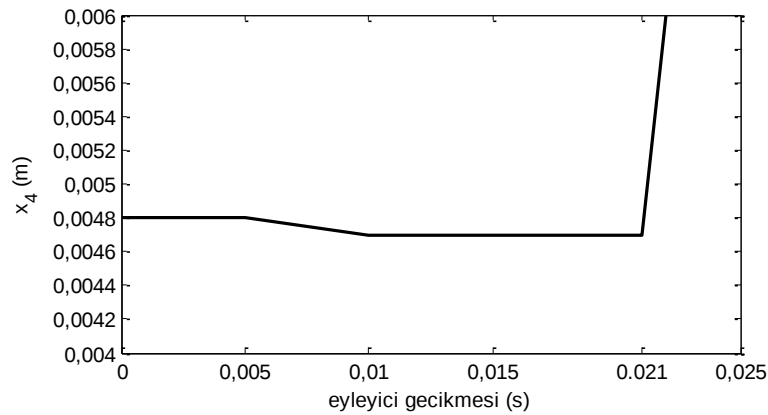
Şekil 5.7'de yapısal sistemin 2. ve 4'üncü katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 2 ile frekans cevapları, eyleyici gecikmesinin üst sınırı olan 0.021 saniye için çizdirilmiştir.



Şekil 5. 7 Yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 2 ile frekans cevapları

Şekil 5.7'den de görüldüğü gibi, önerilen Denetleyici 2, tüm doğal frekans değerlerinde oldukça başarılı sönüm performansı göstererek, tüm modları etkin bir şekilde bastırmıştır. Bunun yanında, bilindiği gibi deprem anında yapısal sistemler için en yıkıcı mod 1. moddur. Hem yer değiştirme hem de ivme cevaplarında 1. modun önerilen Denetleyici 2 ile başarılı bir şekilde bastırıldığı görülmektedir.

Geri-beslemeli denetim sistemlerindeki eyleyici gecikmesi olayı birçok mühendislik sisteminde düşük performansın ve kararsızlığın en önemli nedenlerinden biridir. Deprem etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü uygulamalarında ortaya çıkan eyleyici gecikmesi probleminin sistem dinamiği üzerindeki olumsuz etkileri, hem teorik hem de gerçek uygulama çalışmalarında gözlemlenmiştir. Eyleyici gecikmesi olayının sistemin kapalı-çevrim kararlılığı üzerindeki etkilerinin incelenmesi amacıyla, Şekil 5.8'de eyleyici gecikmesi değerine göre 4. katın Denetleyici 2 ile yer değiştirme cevaplarının tepe değerleri çizdirilmiştir. Kapalı-çevrim kararlılığı için önerilen algoritma ile eyleyici gecikmesinin üst sınırının 0.021 saniye olduğu belirlenmiştir. Şekil 5.8'den de görüldüğü gibi kapalı-çevrim denetim sisteminin performansında 0.021 saniyelik kritik eyleyici gecikmesi sınırına kadar herhangi bir kötüleşme görülmemektedir. Buna rağmen, kritik eyleyici gecikmesi değeri 0.021 saniye aşıldığında sistem kapalı-çevrim kararlılığını kaybetmektedir.



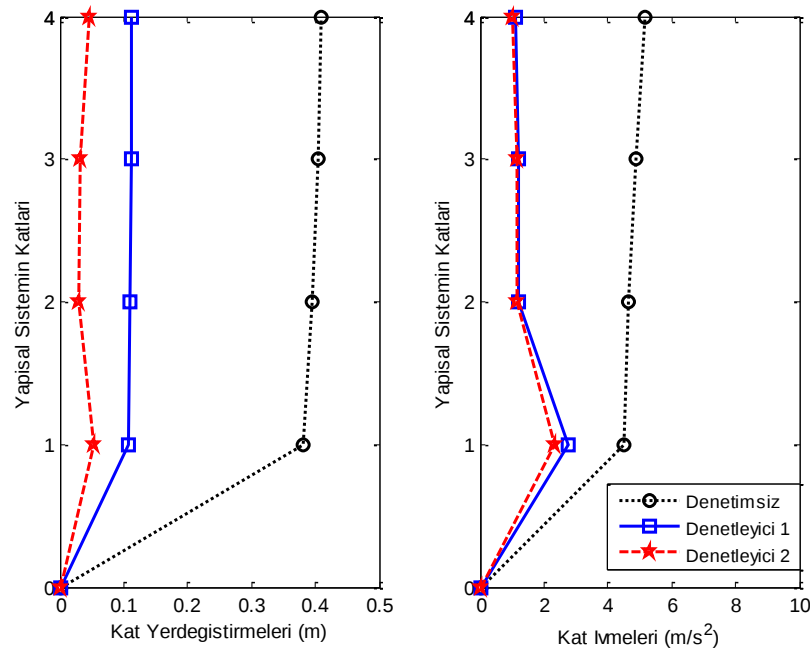
Şekil 5. 8 Eyleyici gecikmesine bağlı olarak 4. katın Denetleyici 2 ile yer değiştirmelerinin tepe değerleri

Şekil 5.8'den de gözlemlendiği gibi deprem etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında eyleyici gecikmesi olayının hesaba katılmadığı durumda sistemde kararlılık problemi meydana gelebilmektedir. Bu

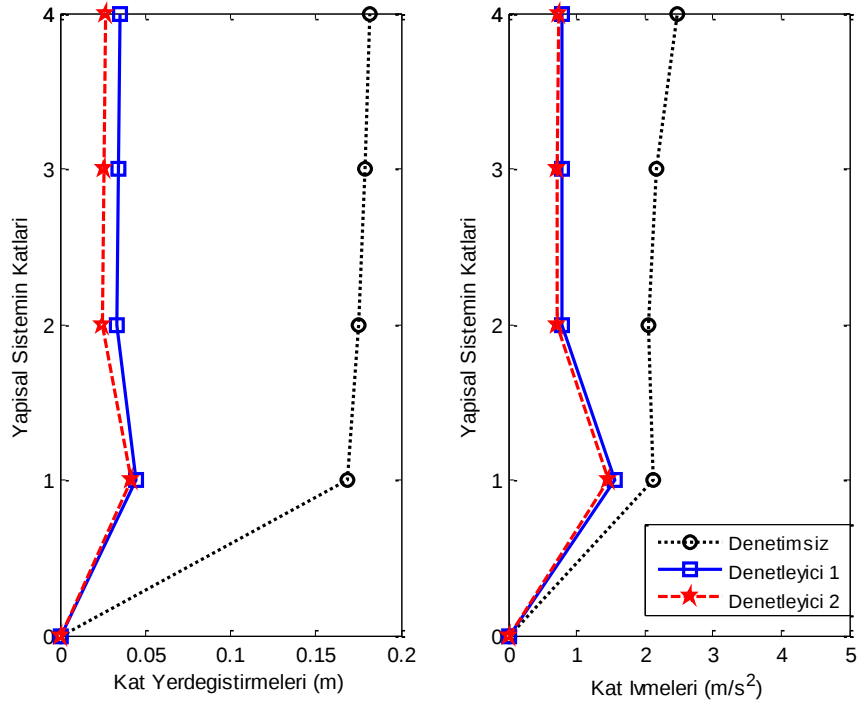
nedenle, bu tip eyleyici gecikmesi olayının sistem dinamiği üzerinde olumsuz etkilerinin beklenildiği denetim uygulamalarında, denetim algoritması olarak gecikmeye-bağlı denetleyici algoritmaları kullanılmalıdır.

5.2.3. Farklı Deprem Girişleri için Tasarlanan Denetleyicilerin Sönüm Performanslarının Karşılaştırılması

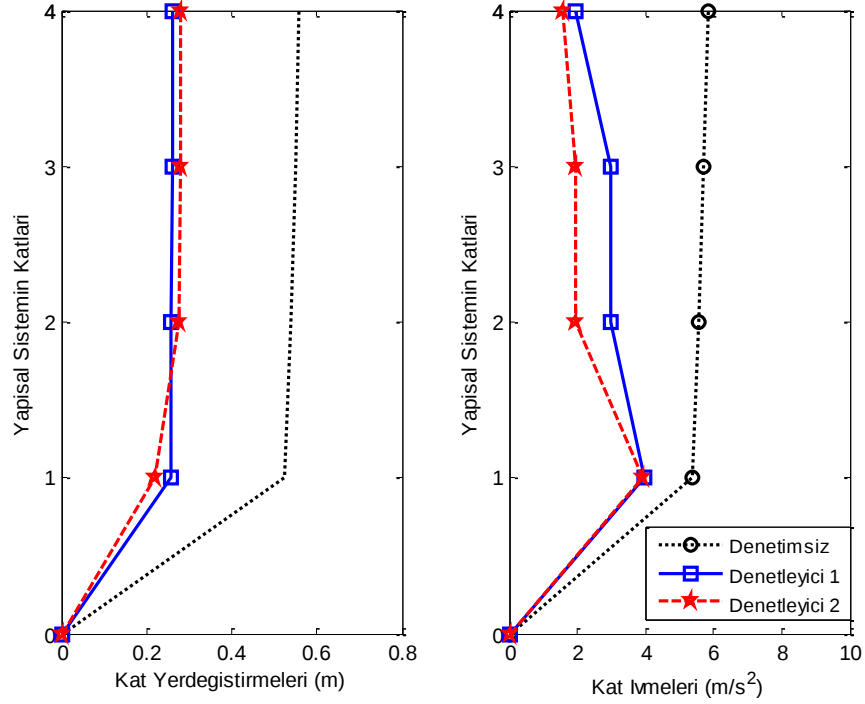
Tasarlanan denetleyicilerin etkinliklerinin gösterilmesi amacıyla, yukarıda 1995 Kobe depremi için yapılan benzetim çalışması aynı yapısal sistem kullanılarak farklı deprem girişleri için tekrarlanmıştır. Şekil 5.9, Şekil 5.10 ve Şekil 5.11'de, sırasıyla 1940 El-Centro, 1994 Northridge ve 1999 Kocaeli depremlerinin etkisiyle yapısal sistemde oluşan titreşimlerin denetimsiz, Denetleyici 1 ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları gösterilmektedir. Bu şekiller, Denetleyici 1 için, gecikme zamanının üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.012 saniye ve Denetleyici 2 için gecikme zamanının üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.021 saniye olması durumunda çizdirilmiştir. Önerilen her iki denetleyicinin de yeterli kararlılık kısıtlarında belirlenen eyleyici gecikmesi değerleri için kararlılıklarının garanti altında olduğu görülmektedir. Burada, her iki denetleyicinin sönüm performansları birbirine çok yakın olmasına karşın, Denetleyici 2'nin bu sönüm performansına daha yüksek eyleyici gecikmesi ve daha düşük bozucu bastırma seviyesinde ulaştığı unutulmamalıdır.



Şekil 5. 9 1940 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz, Denetleyici 1 ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları



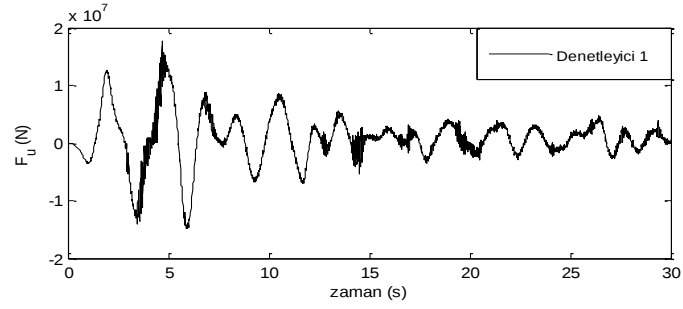
Şekil 5. 10 1994 Northridge depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 1 ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları



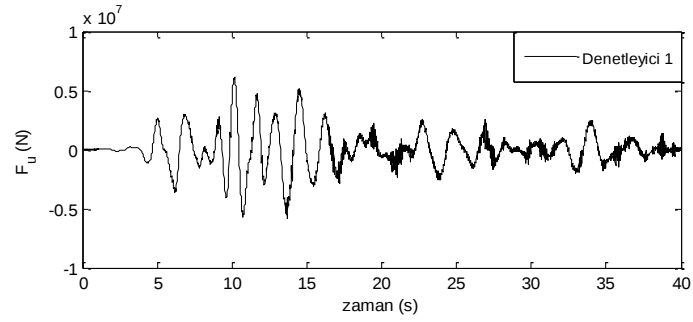
Şekil 5. 11 1999 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 1 ve Denetleyici 2 ile zaman cevapları

Sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyicinin (Denetleyici 1) 1940 El-Centro, 1994 Northridge ve 1999 Kocaeli depremi bozucu girişleri etkisindeki yapısal

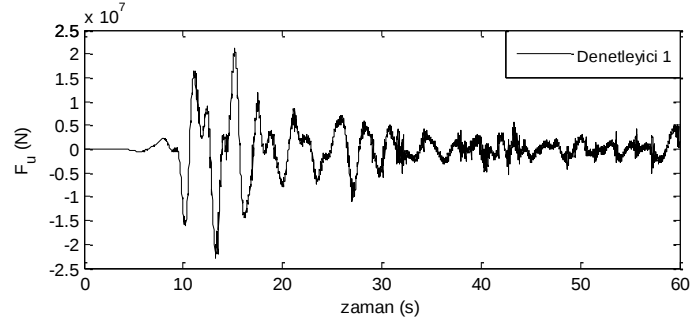
sistemin titreşimlerinin azaltılması için ürettiği denetim kuvvetleri, sırasıyla Şekil 5.12, Şekil 5.13 ve Şekil 5.14'de gösterilmektedir.



Şekil 5. 12 1940 El-Centro depremi için denetim kuvvetindeki değişim

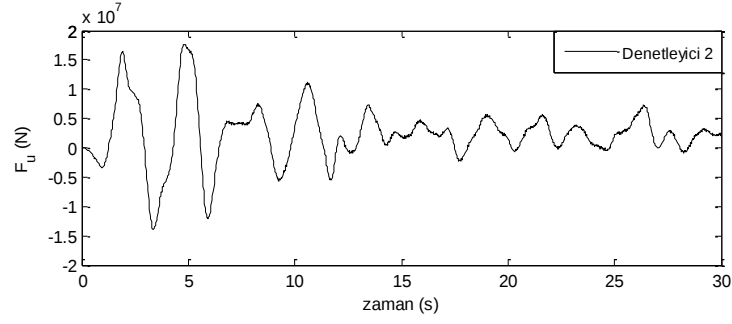


Şekil 5. 13 1995 Northridge depremi için denetim kuvvetindeki değişim

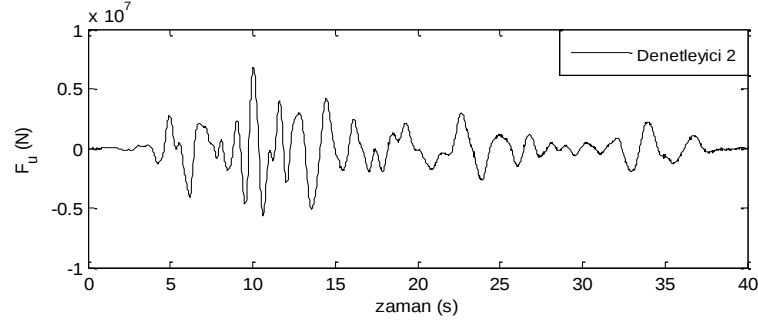


Şekil 5. 14 1999 Kocaeli depremi için denetim kuvvetindeki değişim

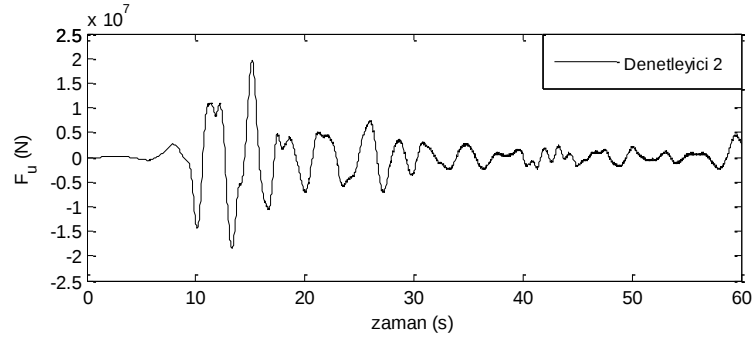
Zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı H_{∞} denetleyicinin (Denetleyici 2) 1940 El-Centro, 1994 Northridge ve 1999 Kocaeli depremi bozucu girişleri etkisindeki yapısal sistemin titreşimlerinin azaltılması için ürettiği denetim kuvvetleri, sırasıyla Şekil 5.15, Şekil 5.16 ve Şekil 5.17'de gösterilmektedir.



Şekil 5. 15 1940 El-Centro depremi için denetim kuvvetindeki değişim



Şekil 5. 16 1994 Northridge depremi için denetim kuvvetindeki değişim



Şekil 5. 17 1999 Kocaeli depremi için denetim kuvvetindeki değişim

5.3. Örnek 2: Eyleyici Gecikmesi ve Eyleyici Doyumu Problemleri

Bilindiği gibi denetim sistemlerinde eyleyici doyumu problemi kapalı-çevrim sisteminin kararlılığını etkileyen doğrusal olmayan bir yapıdır. Eyleyici içeren geri-beslemeli denetim uygulamalarında eyleyiciler üzerinde çok katı genlik ve değişim sınırlamaları bulunur. Deprem etkisiyle yapıda oluşan titreşimlerin azaltılması için ihtiyaç duyulan denetim kuvvetlerinin çok büyük olması bu alandaki en önemli problemlerin başında gelmektedir. Bu nedenle, sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması probleminde kullanılan eyleyicilerinde genlik değerlerinin sınırlı olması

gereksinimi vardır. Bununla birlikte, denetleyici tasarımı yapılırken bu kısıtlamanın matematiksel olarak probleme dahil edilmesi gerekmektedir. Eyleyici limitlerinin hesaba katılmadığı denetleyici tasarımlarında, beklenilmeyen geçici hal davranışları, kapalı-çevrim performansının düşmesi ve kapalı-çevrim kararsızlığı gibi problemlerle karşılaşılabilir. Bu durum bu tip denetleyicilerin pratikte uygulanabilirliğini azaltmaktadır.

Bu örnekte, Bölüm 4'de iki farklı eyleyici doyum yapısı kullanılarak geliştirilen sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu H_∞ denetleyicinin ve zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu H_∞ denetleyicinin sönüm performanslarının gösterilmesi amacıyla benzetim çalışmaları yapılmıştır.

Burada tasarımı gerçekleştirilen denetleyicilerin, sisteme etki eden enerjisi sınırlı bozucuları bastırmaları ve giriş doyum sınırları içerisinde çalışmaları beklenmektedir. Her iki denetleyici tasarımında da tüm durumlar geri-beslenmiştir. En büyük iterasyon sayısı $k_{max} = 900$ olarak seçilmiştir.

5.3.1. Sabit Zamanlı Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu H_∞ Denetleyici İçin Benzetim Çalışmaları

İlk olarak doyumlu eyleyiciye sahip sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyici için benzetim çalışmaları yapılmıştır. Eyleyici doyum limiti olarak algoritmanın sağladığı en düşük genlik kısıtı olan ± 1000 KN seçilmiştir. Doyumlu eyleyiciye sahip bir sistemde, enerjisi sınırlı bozucuların durum geri-besleme denetim mantığı ile bastırılmasına yönelik olarak alt en iyi denetleyici kazancına

$$\min \gamma$$

$$\text{kosullar : (4.27), (4.28), (4.49)}$$

en iyileştirme probleminin çözümünden ulaşılabilir. Bu en iyileştirme probleminin çözümünden sistemin kararlılık şartlarındaki gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.0607 saniye en düşük bozucu bastırma seviyesi γ 'nın 443.3985 olduğu Bölüm 4'te önerilen konik tamamlayıcı algoritma ile eşzamanlı olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar altında durum geri-beslemeli denetleyici kazancı

$$K = \bar{L}X^{-1} = [-0.1597 \ -0.2949 \ 0.0775 \ 0.0825 \ -2.1768 \ -1.7941 \ -1.8832 \ -1.9367]$$

olarak hesaplanmıştır. Gösterim kolaylığı açısından, bundan sonraki bölümde sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu H_∞ denetleyici, "Denetleyici 3" olarak ifade edilecektir.

± 1000 KN'luk eyleyici doyum limitinde, doyumlu eyleyicinin sistemin dinamiğine dahil edildiği eyleyici doyum yapısı için ise önerilen

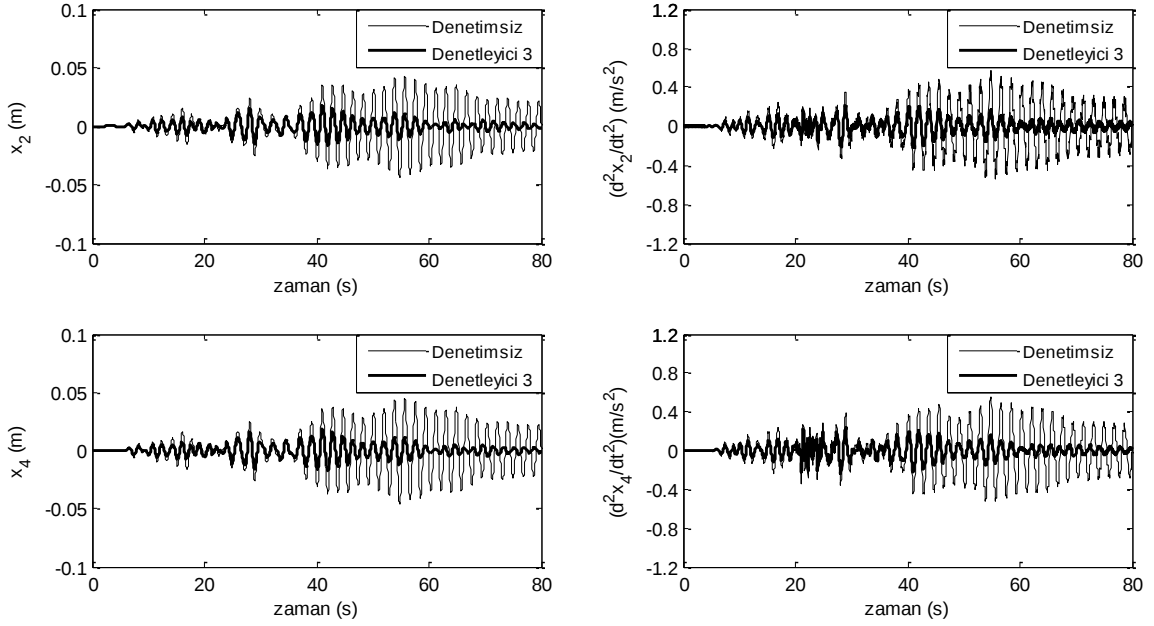
$$\min \gamma$$

$$\text{kosullar: (4.58), (4.59), (4.62)}$$

en iyileştirme probleminin çözümünden sistemin kararlılık şartlarındaki gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.0407 saniye, en düşük bozucu bastırma seviyesi γ 'nın 444.3985 olduğu bulunmuştur. Bu sonuçlardan da görüldüğü gibi, eyleyici doyumunun denetim işareti üzerinden DME kısıtları kullanılarak oluşturulduğu denetleyici tasarımının daha az tutucu sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Bu nedenle, daha az tutucu sonuçların elde edildiği denetim işareti üzerinden DME kısıtları kullanılarak oluşturulan eyleyici doyum yapısından elde edilen sonuçlar kullanılarak sismik zorlanma altındaki dört serbestlik dereceli yapısal sistem için aşağıda benzetim çalışmaları yapılmıştır. Yapısal sisteme enerjisi sınırlı buzucu giriş olarak, 1995 Kobe Depremi yer hareketi uygulanmıştır.

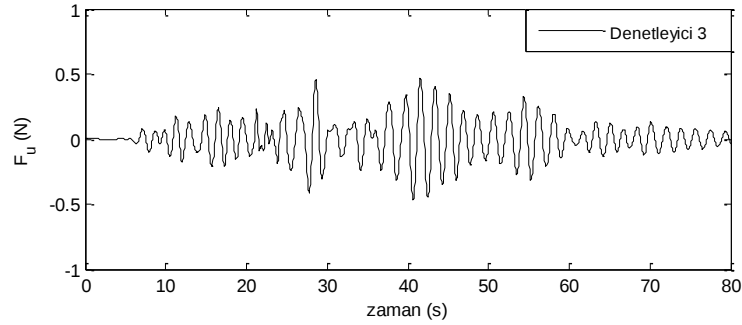
Şekil 5.18'de modellenen yapının 2. ve 4. katının yerdeğiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 3 ile zaman cevapları gösterilmektedir.

Şekil 5.18'den görüldüğü gibi tasarlanan eyleyici doyumlu denetleyicinin sönüm performansı, denetleyicinin eyleyici doyumlu olmadığı Örnek 1 Şekil 5.3'de verilen zaman cevapları düşünüldüğünde biraz düşmüştür. Burada, denetim kuvvetinin sınırlandırılması ile titreşim genliklerinin en aza indirilmesi arasında bir ödünleşme yaşanmıştır. Bununla birlikte en büyük titreşim genliklerinin etkin bir şekilde azaltıldığı görülmektedir.



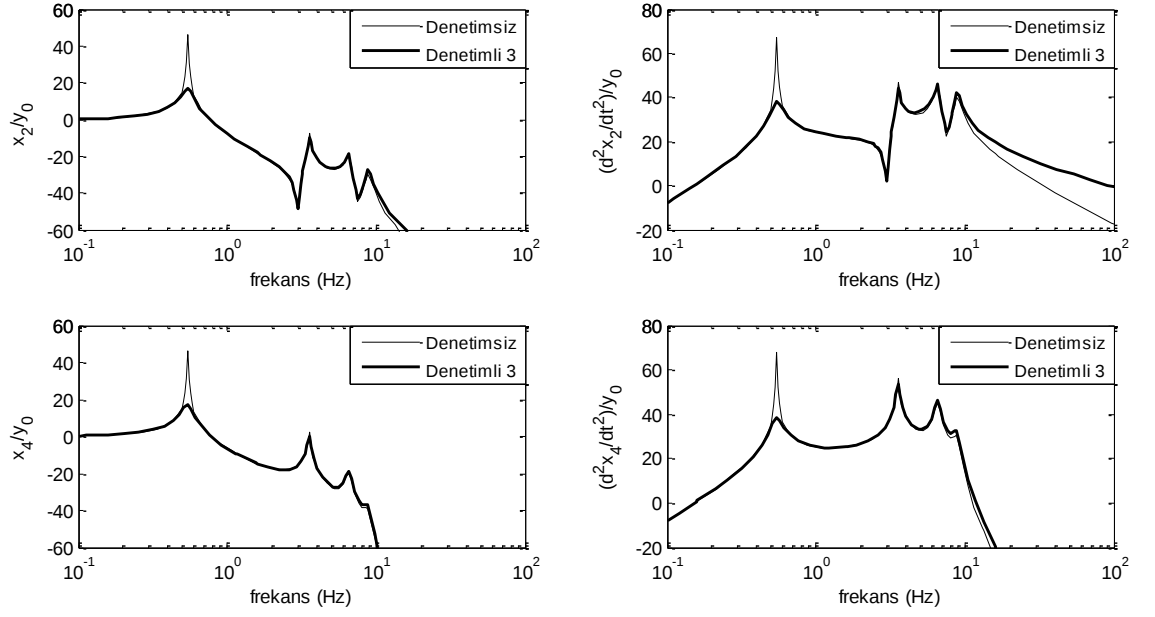
Şekil 5. 18 1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değıştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 3 ile zaman cevapları

Şekil 5.19'da yapıya uygulanan denetim kuvveti gösterilmektedir. Burada, tasarlanan Denetleyici 3'ün ürettiğı denetim kuvvetinin, 1995 Kobe depremi bozucu etkisindeki yapısal sistemin titreşimlerinin azaltılmasında ± 1000 KN'luk eyleyici doyumu limitini aşmadığı görülmektedir.



Şekil 5. 19 1995 Kobe depremi için denetim kuvvetindeki değışim (± 1000 KN)

Modellenen yapısal sistemin 2. ve 4. katlarının yer değıştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 3 ile frekans cevapları, en yüksek eyleyici gecikme zamanı değeri olan 0.0607 saniye için Şekil 5.20'de çizdirilmiştir.



Şekil 5. 20 Yapısal sistemin katlarının yer değıştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 3 ile frekans cevapları

Sismik zorlanma altındaki bir yapı için en yıkıcı mod olarak kabul edilen 1. mod tasarlanan Denetleyici 3 ile etkin bir şekilde bastırılmıştır. Diğer modların titreşim genliklerinde azalma olmaması, yine tasarımın en düşük eyleyici doyumu limitinde yapılmış olmasından kaynaklanmaktadır.

5.3.2. Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine bağlı Doyumlu H_∞ Denetleyici İçin Benzetim Çalışmaları

İkinci olarak, yine aynı yapısal sistem kullanılarak doyumlu eyleyiciye sahip zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyici için benzetim çalışmaları yapılmıştır. Denetim işareti üzerinden DME kısıtları kullanılarak oluşturulan $\pm 1000\text{KN}$ 'luk eyleyici doyumu limiti için enerjisi sınırlı bozucuların durum geri-besleme denetim mantığı ile bastırılmasına yönelik olarak alt en iyi denetleyici kazancına

$$\min \gamma$$

$$\text{kosullar: (4.94), (4.101)}$$

en iyileştirme probleminin çözümünden ulaşılmıştır. Bu en iyileştirme probleminin çözümünden arzu edilen eyleyici doyumu limitinde sistemin kararlılık şartlarındaki gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.2705 saniye, en düşük bozucu

bastırma seviyesi γ 'nın 417.05 olduğu konik tamamlayıcı algoritması ile eşzamanlı olarak hesaplanmıştır. Yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü uygulamalarında kullanılan eyleyicilerin sabit zaman gecikmeli ekipmanlardan oluşması nedeniyle benzetim çalışmalarında $\mu=0$ olarak alınmıştır. Bu sonuçlara 15 iterasyon sonucunda ulaşılmış ve alt en iyi denetleyici kazancı

$$K = \bar{L}X^{-1} = [-0.1131 \ -0.2956 \ 0.2421 \ 0.2252 \ -2.7057 \ -2.1867 \ -2.2656 \ -2.3101].$$

şeklinde elde edilmiştir. Gösterim kolaylığı açısından, bundan sonraki bölümde zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu H_∞ denetleyici, "Denetleyici 4" olarak ifade edilecektir.

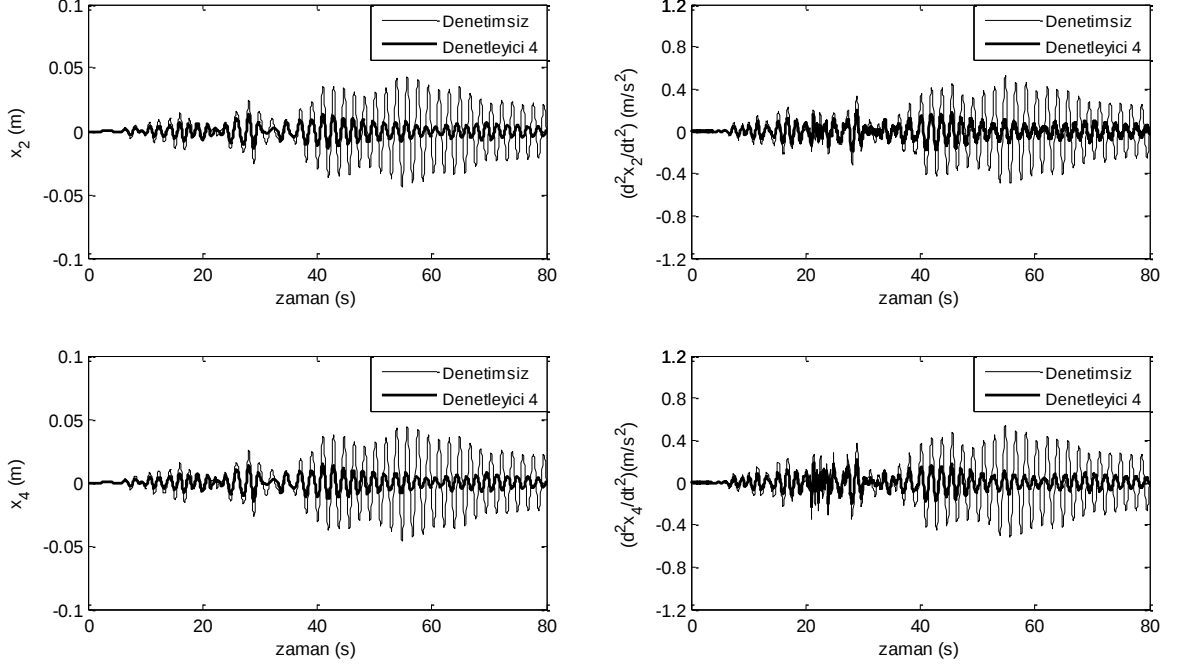
Denetleyici 4'ün, bozucu bastırma seviyesi ve kapalı-çevrim sistemin yeterli kararlılık kısıtlarında erişilebilen gecikme zamanının üst sınırı değerleri için Denetleyici 3'e göre çok daha az tutucu sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu durum beklenen bir durumdur. Yine en düşük bozucu bastırma seviyesinin Örnek 1'e göre artırılması sonucunda daha yüksek eyleyici gecikmesi değerlerine ulaşılması sağlanmıştır.

± 1000 KN'luk eyleyici doyum limitinde, doyumlu eyleyicinin sistemin dinamiğine dahil edildiği eyleyici doyum yapısı için önerilen

$$\begin{aligned} &\min \gamma \\ &\text{kosullar : (4.105), (4.106)} \end{aligned}$$

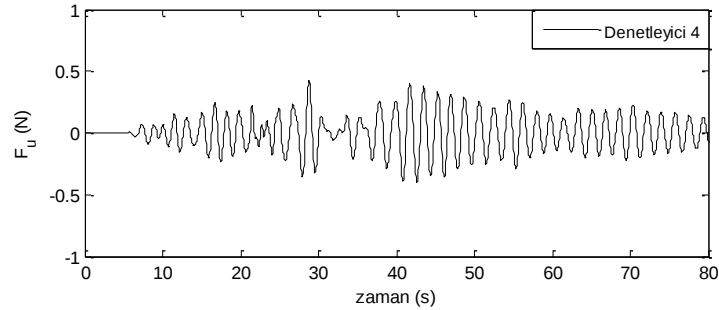
en iyileştirme probleminin çözümünde sistemin kararlılık şartlarındaki gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.075 saniye en düşük bozucu bastırma seviyesi γ 'nın 437.3985 olduğu bulunmuştur. Bu sonuçlardan da görüldüğü gibi, eyleyici doyumunun denetim işareti üzerinden DME kısıtları kullanılarak oluşturulduğu denetleyici tasarımının daha az tutucu sonuçlar verdiği görülmüştür. Bu nedenle, daha az tutucu sonuçların elde edildiği denetim işareti üzerinden DME kısıtları kullanılarak oluşturulan eyleyici doyum yapısından elde edilen sonuçlar kullanılarak deprem etkisindeki dört serbestlik derceli yapısal sistem için aşağıda benzetim çalışmaları yapılmıştır.

Şekil 5.21'de 1995 Kobe depremi etkisiyle yapısal sistemin 2. ve 4. katlarında oluşan titreşimlerin yer değiştirme ve ivmelerin zaman cevapları Denetleyici 4 ve denetimsiz olarak gösterilmektedir.



Şekil 5. 21 1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 4 ile zaman cevapları

Şekil 21'den de görüldüğü gibi önerilen Denetleyici 4, titreşim genliklerinin azaltılmasında başarılı olmuştur. Yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında ortaya konulan güvenlik ve konfor kriterlerinin sağlandığı görülmektedir. Şekil 5.22'de Denetleyici 4 için yapısal sisteme uygulanan denetim kuvveti gösterilmektedir.

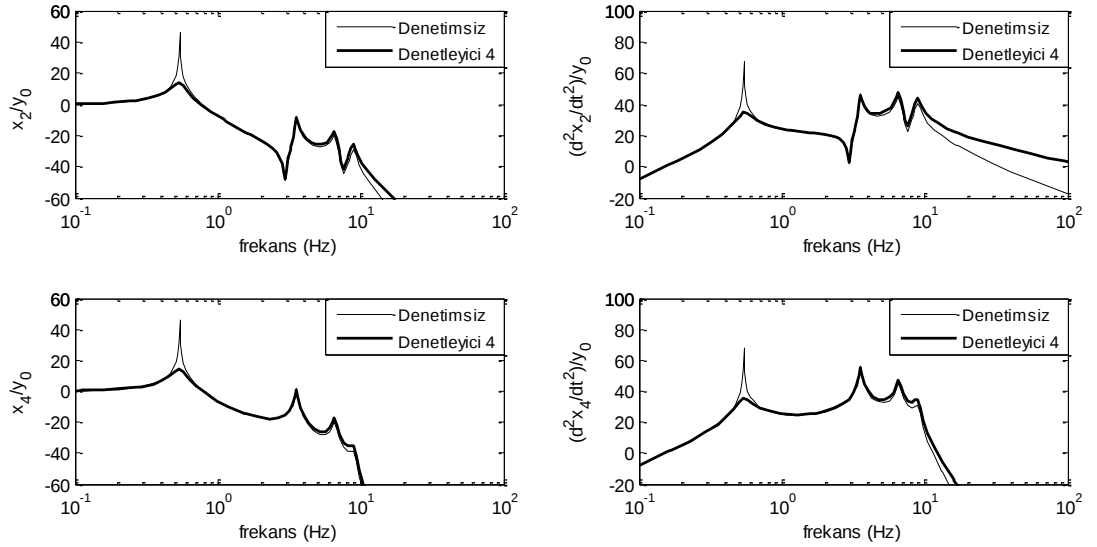


7

Şekil 5. 22 1995 Kobe depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)

Burada tasarlanan Denetleyici 4'ün, sisteme etki eden enerjisi sınırlı bozucuları etkin bir şekilde bastırdığı ve giriş doyumu limiti olan $\pm 1000\text{KN}$ 'luk denetim kuvveti genlik kısıtı aralığında çalıştığı görülmektedir.

Yapısal sistemin 2. ve 4. katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 4 ile frekans cevapları, en yüksek eyleyici gecikme zamanı değeri olan 0.2705 saniye için Şekil 5.23'de çizdirilmiştir.



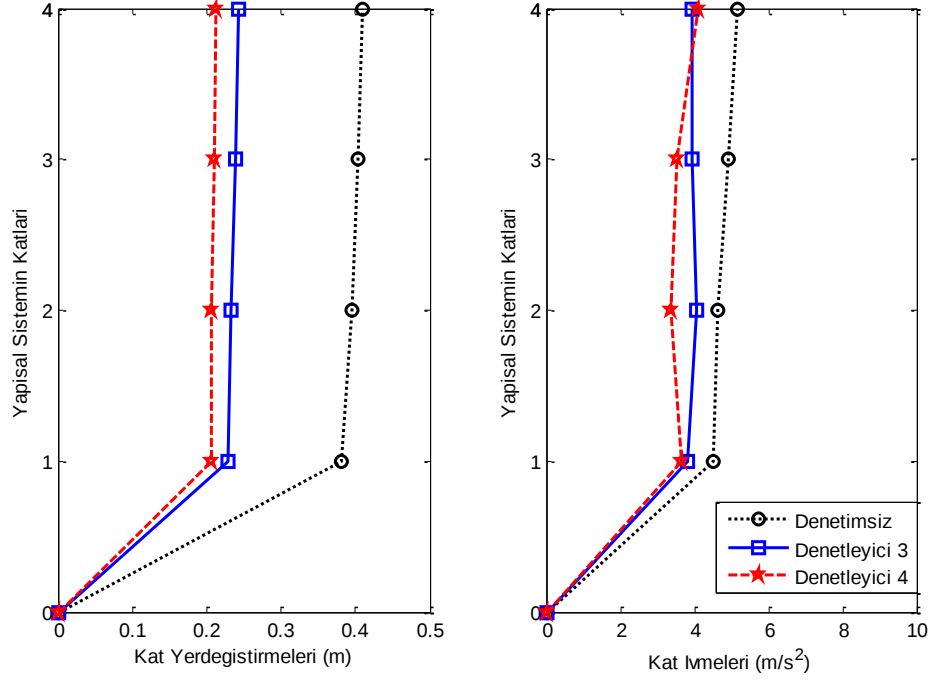
Şekil 5. 23 Yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 4 ile frekans cevapları

Denetim algoritmasının sağladığı en düşük eyleyici doyumu limitinde yapısal sistem için deprem anında en tehlikeli mod olan 1. mod başarılı bir şekilde bastırılmıştır.

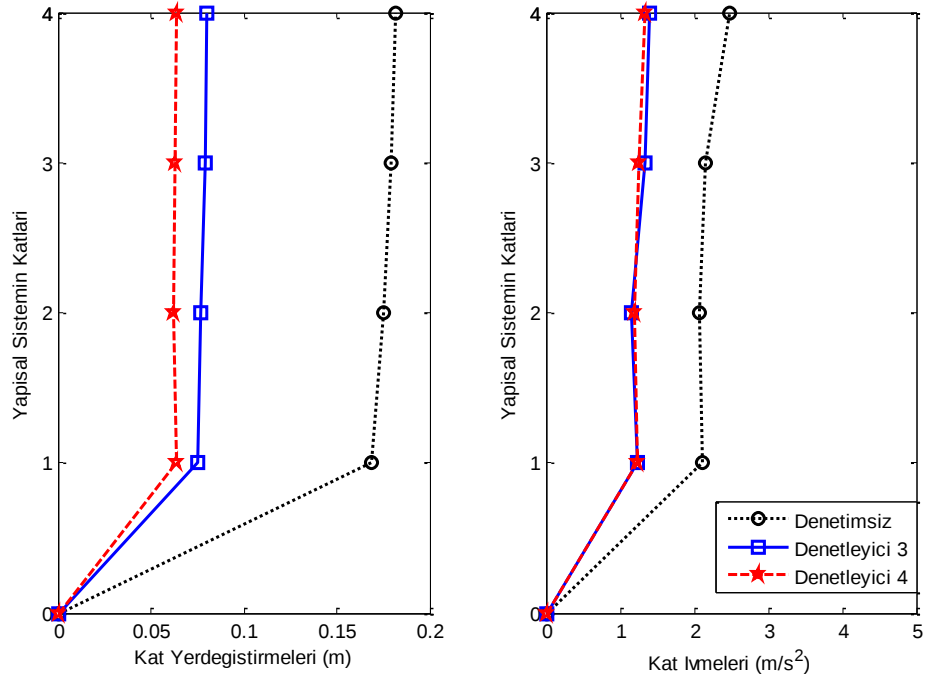
5.3.3. Farklı Deprem Girişleri için Doyumlu Eyleyicilere Sahip Denetleyicilerin Sönüm Performanslarının Karşılaştırılması

Tasarlanan denetleyicilerin değişik bozucu girişler için de etkin sönüm performansına sahip olduklarının gösterilmesi amacıyla Şekil 5.24, Şekil 5.25 ve Şekil 5.26'da, sırasıyla 1940 El-Centro, 1994 Northridge ve 1999 Kocaeli depremi etkisiyle yapısal sistemde oluşan titreşimlerin denetimsiz, Denetleyici 3 ve Denetleyici 4 ile zaman cevapları gösterilmektedir. Bu şekiller doyumlu eyleyiciye sahip sabit zamanlı eyleyici gecikmeli gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyici için gecikme zamanının üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.0607 saniye ve doyumlu eyleyiciye sahip zamanla değişen eyleyici gecikmeli gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyici için gecikme zamanının üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.2705 saniye olması durumu için

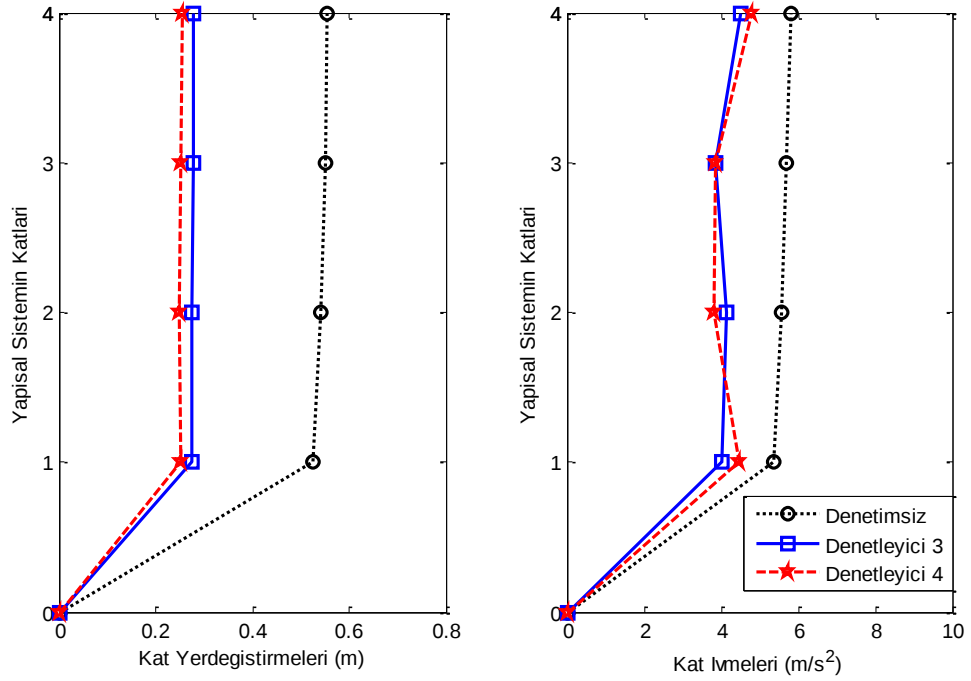
çizdirilmiştir. Her iki denetleyici yapısı için de eyleyici doyumu limiti olarak algoritmanın sağladığı en düşük genlik kısıtı ± 1000 KN olarak alınarak aşağıdaki benzetim çalışmaları yapılmıştır.



Şekil 5. 24 1940 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 3 ve Denetleyici 4 ile zaman cevapları



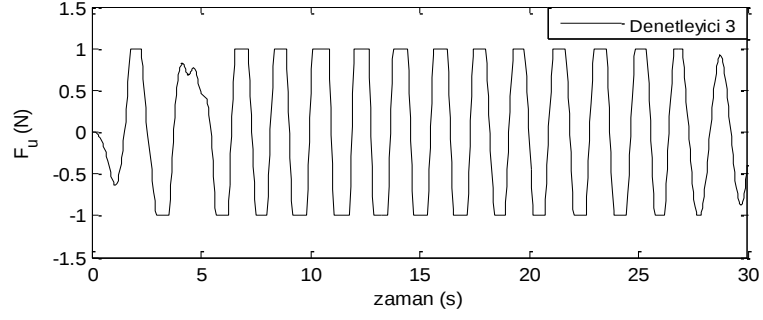
Şekil 5. 25 1994 Northridge depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 3 ve Denetleyici 4 ile zaman cevapları



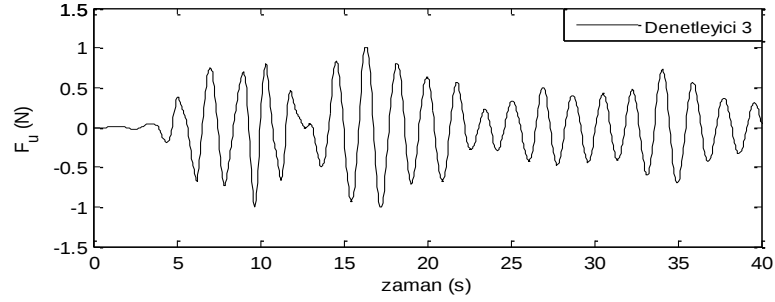
Şekil 5. 26 1999 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye denetimsiz Denetleyici 3 ve Denetleyici 4 ile zaman cevapları

Önerilen her iki denetleyicinin de yeter kararlılık kısıtlarında belirlenen eyleyici gecikmesi değerleri için kararlılıklarının garanti altında olduğu görülmektedir. Burada her iki denetleyicinin sönüm performansları birbirine çok yakın olmasına karşın, doyumlu eyleyiciye sahip zamanla değişen eyleyici gecikmeli gecikmeye-bağlı H_∞ denetleyicinin bu sönüm performansına daha yüksek eyleyici gecikmesi ve daha düşük bozucu bastırma seviyesinde ulaştığı unutulmamalıdır.

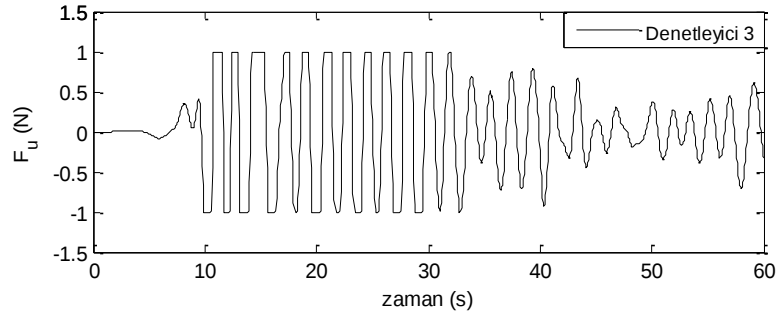
Doyumlu eyleyiciye sahip sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyicinin 1940 El-Centro, 1994 Northridge ve 1999 Kocaeli depremi bozucu girişleri etkisindeki yapısal sistemin titreşimlerinin azaltılması için ürettiği eyleyici doyumlu denetim kuvvetleri Şekil 5.27, Şekil 5.28 ve Şekil 5.29'da gösterilmektedir.



Şekil 5. 27 1940 El- Centro depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)



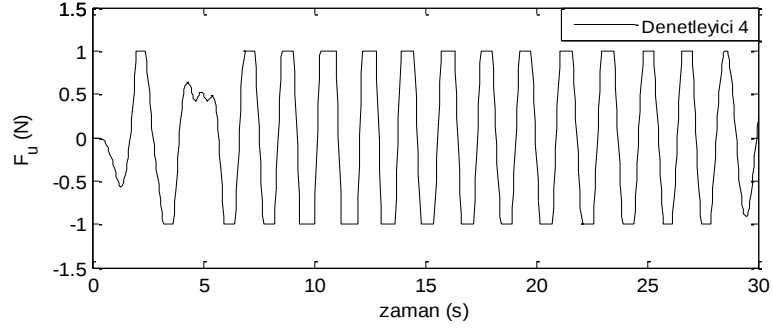
Şekil 5. 28 1995 Northridge depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)



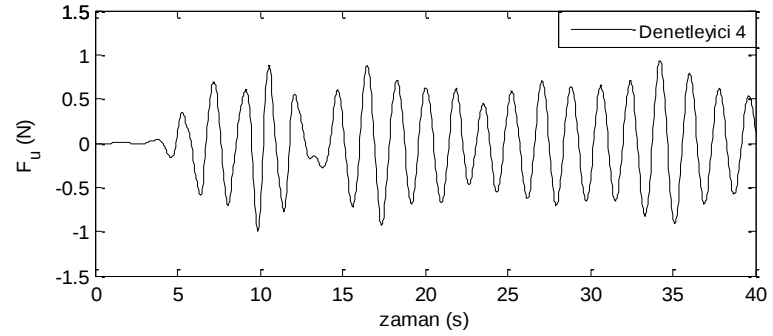
Şekil 5. 29 1999 Kocaeli depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)

Şekil 5.27, Şekil 5.28 ve Şekil 5.29'dan da görüldüğü gibi tasarlanan Denetleyici 3, istenildiği gibi eyleyici doyumu sınırları içinde çalışmaktadır.

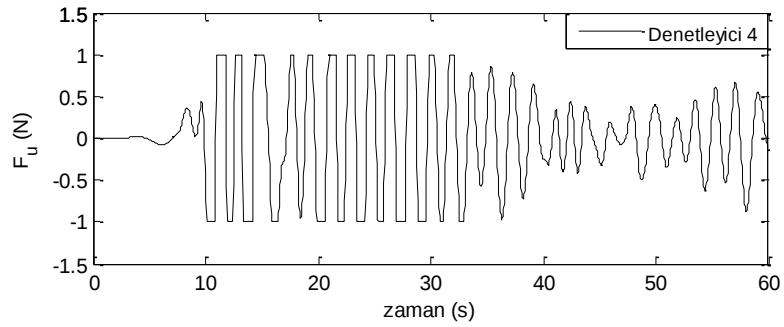
Doyumlu eyleyiciye sahip zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı H_∞ denetleyicinin 1940 El-Centro, 1994 Northridge ve 1999 Kocaeli depremi bozucu girişleri etkisindeki yapısal sistemin titreşimlerinin azaltılması için ürettiği eyleyici doyumlu denetim kuvvetleri Şekil 5.30, Şekil 5.31 ve Şekil 5.32'de gösterilmektedir.



Şekil 5. 30 1940 El-Centro depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)



Şekil 5. 31 1994 Northridge depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)



Şekil 5. 32 1999 Kocaeli depremi için denetim kuvvetindeki değişim (± 1000 KN)

Burada, tasarlanan Denetleyici 4'ün yapsal sistemin titreşimlerinin azaltılmasında, tasarımda belirlenen ± 1000 KN'luk eyleyici doyumu limitini aşmadığı görülmektedir. Bu örnekte yapılan benzetim çalışmaları, doyumlu eyleyicilere sahip sistemlerdeki enerjisi sınırlı bozucuların azaltılmasına yönelik olarak tasarlanan her iki denetim metodunun da yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında denetim algoritması olarak etkin bir şekilde kullanılabileceğini göstermektedir.

5.4. Örnek 3: Eyleyici Gecikmesi, Eyleyici Doyumu ve Parametre Belirsizliği Problemleri

Bu bölümde doyumlu eyleyicilere sahip, eyleyici gecikmeli, belirsizlik içeren sistemlerdeki enerjisi sınırlı bozucuların durum geri-besleme denetim mantığı ile bastırılmasına yönelik olarak benzetim çalışmaları yapılmıştır. Tasarlanan dayanıklı gecikmeye-bağlı denetleyiciden sismik zorlanma sonucu yapısal sistemde oluşan yanıl titreşimleri bastırması ve eyleyici doyumu sınırları içerisinde çalışması beklenilmektedir. Bu çok amaçlı denetim probleminde, eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu, parametre belirsizliği ve en küçük bozucu bastırma seviyesi arasında kabul edilebilir bir ödünleşmenin sağlanması gerekmektedir. Bu ödünleşmelerin tasarlanan denetleyicilerin tutuculuğunu arttıracığı kesindir. Bununla birlikte performanstan çok fazla ödün vermeden kabul edilebilir eyleyici doyumu, eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği sınırlarının belirlenmesi gerekmektedir. Yapılan benzetim çalışmaları ile önerilen konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak arzu edilen eyleyici doyumu limitinde, yeterli kararlılık kısıtlarında en büyük gecikme zamanı ve parametre belirsizliği değeri ile en küçük bozucu bastırma seviyesi eş zamanlı olarak belirlenmiştir.

Sismik zorlanma altındaki yapısal sistemler için denetleyici tasarımı çalışmalarında en önemli problemlerin başında yapısal sistemlerdeki parametre belirsizlikleri gelmektedir. Yapısal sistemlerde kat rijitlik ve sönüm parametreleri zamanla değiştiği bilinmektedir. Bununla birlikte yapısal sistemler için sönüm parametrelerinin belirlenmesi oldukça karmaşık ve zor bir problemdir. Bu parametreler gerçeğe yakın olarak belirlense bile zamanla yapısal sistemin işletme şartlarına bağlı olarak değişiklik gösterebilmektedir. Bu durum, yapısal sistemlerin aktif titreşim kontrolü çalışmalarında kullanılmak üzere tasarlanan denetleyicilerde kararlılık ve performans problemlerine neden olmaktadır. Yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında tasarlanan denetleyicilerin parametre değişimlerinden etkilenmeden çalışmaları istenmektedir. Literatürde yapılan çalışmaların çoğunda parametre belirsizliği matematiksel olarak sistemin dinamiğine dahil edilmemiş, tasarlanan denetleyicinin dayanıklılığı yapı parametrelerinin belirli oranlarda değiştirilmesi durumu için yapılan benzetim çalışmalarıyla gözlemlenmiştir. Bunun dışında, yapısal sistemdeki parametre belirsizliklerinin sistemin dinamiğine dahil edildiği çalışmalarda belirsizliğin üst sınırı,

yeterli kararlılık kısıtlarında bir algoritma ile bulunmamış bu değer deneme yanılma yöntemiyle belirlenmiştir. Bu doktora tezinde, konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak parametre belirsizliğinin yeterli kararlılık kısıtlarında ulaşılabilinecek en üst değeri iteratif olarak belirlenmiştir. Bu nedenle, benzetim çalışmasında yapının her bir katındaki kat rijitlik k_i ($i=1,...,4$) ve sönüm c_i ($i=1,...,4$) değerlerinin normu sınırlı parametre belirsizliği formunda sabit ve zamanla değiştiği kabulüyle sistemin dinamiğine dahil edilerek parametre belirsizliği içeren yapısal model elde edilmiştir. Normu sınırlı parametre belirsizliği yapısı $\Delta A = GF(t)E_A$ şeklindedir. Burada, ΔA zamanla değişen parametre belirsizliği matrisini göstermektedir. G ve E_A sistemdeki belirsizliklerin yapısını tanımlayan, bilinen, sabit, gerçel matrisleri ve $F(t)$ her $t \geq 0$ için $F^T(t)F(t) \leq I$ 'yi sağlayan, Lebesgue sınırlı ölçülebilir bilinmeyen matris fonksiyonunu göstermektedir.

Sistemdeki belirsizliklerin yapısını gösteren matrisleri

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(k_1+k_2)/m_1 & k_2/m_1 & 0 & 0 & -(c_1+c_2)/m_1 & c_2/m_1 & 0 & 0 \\ k_2/m_2 & -(k_2+k_3)/m_2 & k_3/m_2 & 0 & c_2/m_2 & -(c_2+c_3)/m_2 & c_3/m_2 & 0 \\ 0 & k_3/m_3 & -(k_3+k_4)/m_3 & k_4/m_3 & 0 & c_3/m_3 & -(c_3+c_4)/m_3 & c_4/m_3 \\ 0 & 0 & k_4/m_4 & -k_4/m_4 & 0 & 0 & c_4/m_4 & -c_4/m_4 \end{bmatrix}$$

$$E_A = I,$$

$$F(t) = \bar{p}f_i(t)I$$

şeklinde seçilmiştir. Burada $\bar{p} > 0$ şartıyla, $\bar{p}$ kapalı-çevrim sistemin kararlılık sınırlarında sistemdeki parametre belirsizliğinin ulaşabileceği en üst belirsizlik sınırını gösteren değerdir. Bu benzetim çalışmasında, önerilen konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak alt en iyi denetleyici kazancına, gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırına, erişilebilir en üst parametre belirsizliği sınırına ve en düşük bozucu bastırma seviyesine dışbükey bir en iyileştirme tekniği ile eş zamanlı olarak erişilmiştir.

Burada, tasarımı gerçekleştirilen dayanıklı denetleyicilerin sisteme etki eden enerjisi sınırlı bozucuları bastırmaları ve giriş doyum sınırları içerisinde çalışmaları

beklenmektedir. Denetleyici tasarımlarında tüm durumlar geri-beslenmiştir. En büyük iterasyon sayısı $k_{max} = 900$ olarak seçilmiştir.

İlk olarak, sabit zamanlı eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_{∞} denetleyici için benzetim çalışmaları yapılmıştır. Doyumlu eyleyiciye sahip, parametre belirsizliği içeren bir sistemde enerjisi sınırlı bozucuların durum geri-besleme denetim mantığı ile bastırılmasına yönelik olarak alt en iyi denetleyici kazancına

$$\min \gamma$$

kosullar : (4.65) (4.66), (4.67)

en iyileştirme probleminin çözümünden ulaşılabilir. Bu en iyileştirme probleminin çözümü, önerilen konik tamamlayıcı algoritması ile gerçekleştirilmiştir. Beklenildiği gibi serbest gevşetme matrisleri ve tam kareye tamamlama metodları gibi tutuculuğun azaltılmasında etkili olan yaklaşımların kullanılmadığı bu denetleyici yapısında oldukça tutucu sonuçlar elde edilmiştir. Bu en iyileştirme probleminin çözümünden sistemin kararlılık şartlarındaki ve 10000 KN'luk eyleyici doyumu limitindeki, gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.0001 saniye, en büyük parametre belirsizliği sınırının $\bar{p}$ % 0.015 ve en düşük bozucu bastırma seviyesi γ 'nın 1443.5985 olduğu kullanılan dışbükey en iyileştirme tekniği ile eşzamanlı olarak hesaplanmıştır. Elde edilen eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği sınırlarının oldukça küçük çıkması bu tasarımın pratikte uygulanabilirliğini ortadan kaldırmaktadır. Buradan da görüldüğü gibi, özellikle kapalı-çevrim sistemin kararlılığı ve performansı üzerinde önemli etkileri olan parametre belirsizliğinin çok amaçlı denetim problemine dahil edilmesiyle eyleyici doyumu, eyleyici gecikmesi, parametre belirsizliği ve en küçük bozucu bastırma seviyesi arasında önemli ödünleşmeler meydana gelmiştir. Örnek 2'de aynı denetleyici yapısı için parametre belirsizliğinin sistemin dinamiğine dahil edilmediği durumda elde edilen sonuçlarla bu örnekte elde edilen sonuçlar kıyaslandığında yaşanan bu ödünleşmenin etkileri daha iyi anlaşılmaktadır. Elde edilen sonuçların pratikte uygulanabilirliğinin olmaması nedeniyle, sabit zamalı eyleyici gecikmesine bağlı, doyumlu ve dayanıklı H_{∞} denetleyici için titreşim azaltma problemi incelenmemiştir.

Bu durum, çok amaçlı denetim problemlerinde tasarlanan denetleyicilerin daha az tutucu sonuçlar vermesi için denetleyici tasarımlarında tutuculuğun azaltılmasını

sağlayacak yöntemlerin kullanılması gerektiğini göstermektedir. Doktora tezinde, zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımı denetim mimarisine eklenen $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{S}_1, \bar{S}_2$ serbest gevşetme matrisleri sayesinde daha az tutucu sonuçların elde edilmesi beklenilmektedir. Yine bu denetim metodunda Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelinin zamana göre türevinin alınmasında negatif olmayan yararlı terimlerin elimine edilmemesini sağlayarak tutuculuğu azaltan tam karaye tamamlama metodu kullanılmıştır.

Daha az tutuculu sonuçların elde edilmesi beklenen zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı dayanıklı H_∞ denetleyici için benzetim çalışmaları yapılmıştır. $\pm 10000\text{KN}$ 'luk eyleyici doyumu limiti için enerjisi sınırlı bozucuların durum geri-besleme denetim mantığı ile bastırılmasına yönelik olarak alt en iyi denetleyici kazancına

$$\min \gamma$$

$$\text{kosullar: (4.109), (4.110)}$$

en iyileştirme probleminin çözümünden ulaşılmıştır. Bu en iyileştirme probleminin çözümünden arzu edilen eyleyici doyumu limitinde sistemin kararlılık şartlarındaki gecikme zamanının erişilebilir en üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.030 saniye, en büyük parametre belirsizliği sınırının $\bar{p}$ %48, en düşük bozucu bastırma seviyesi γ 'nın 1373 olduğu Bölüm 4'te önerilen konik tamamlayıcı algoritması ile eşzamanlı olarak hesaplanmıştır. Yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü uygulamalarında kullanılan eyleyicilerin sabit zaman gecikmeli ekipmanlardan oluşması nedeniyle benzetim çalışmalarında $\mu = 0$ olarak alınmıştır. Bu sonuçlara 37 iterasyon sonucunda ulaşılmış ve alt-eniyi denetleyici

$$K = \bar{L}X^{-1} = [-1.9547 \ -0.4282 \ 2.2953 \ 0.4153 \ -0.3275 \ -0.4891 \ -0.5020 \ -0.5177]$$

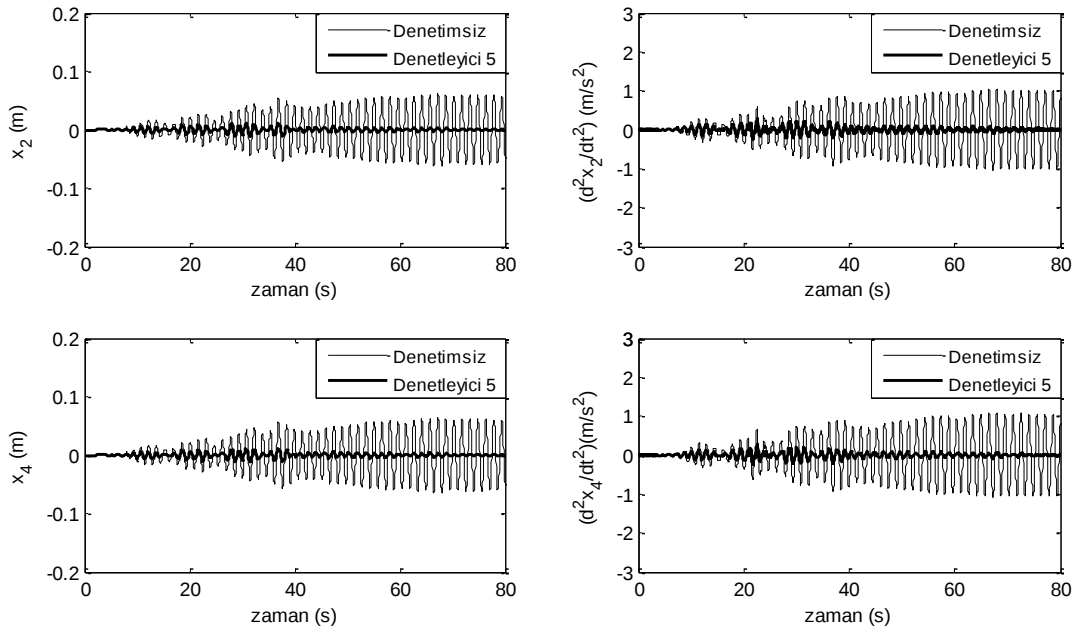
şeklinde elde edilmiştir. Gösterim kolaylığı açısından, bundan sonraki bölümde zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici, "Denetleyici 5" olarak ifade edilecektir.

Denetleyici 5'in, bozucu bastırma seviyesi ve kapalı-çevrim sistemin yeterli kararlılık kısıtlarında erişilebilen gecikme zamanının üst sınırı değerleri için doyumlu eyleyiciye

sahip sabit zamanla değişen gecikmeye-bağılı dayanıklı H_∞ denetleyiciye göre beklenildiği gibi çok daha az tutucu sonuçlar verdiği görülmektedir.

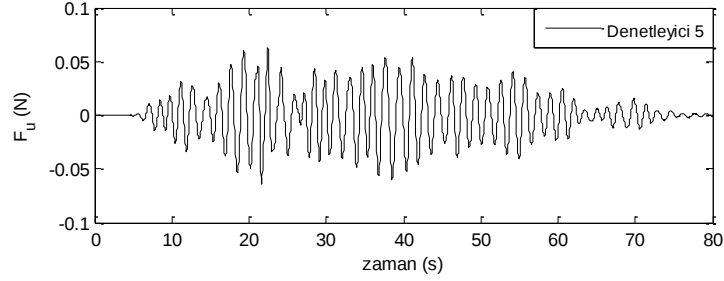
Benzetim çalışmalarında, sistemin dinamiğine dahil edilen parametre belirsizliği sabit ve zamanla değişen yapıda olmak üzere iki farklı durum için incelenmiştir. Aşağıda gösterildiği gibi Durum 1'de parametre belirsizliği sabit olarak alınmış ve belirsizliğin 1'e eşit olduğu yani en kötü durum için analizler gerçekleştirilmiştir. Durum 2'de ise sistemdeki parametre belirsizliklerinin 0.5 frekanslı bir sinüs eğrisi şeklinde zamanla değiştiği kabulü için analizler yapılmıştır. Durum 1 ve Durum 2 için detaylı bilgi Bölüm 2'de verilmiştir.

Şekil 5.33'te yapısal sistemin 2. ve 4. katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile Durum 1 için zaman cevapları gösterilmektedir. Şekil 5.33'ten önerilen Denetleyici 5'in, hem yer değiştirme hem de ivme cevaplarında üstün sönüm performansı göstererek titreşim genliklerini başarılı bir şekilde azalttığı görülmektedir. Bunun yanında, kapalı-çevrim sistemin, yeterli kararlılık kısıtlarında erişilebilir en üst eyleyici gecikmesi ve %48'lik parametre belirsizliği sınırlarında küresel asimtotik kararlılığının garanti altında olduğu görülmektedir.



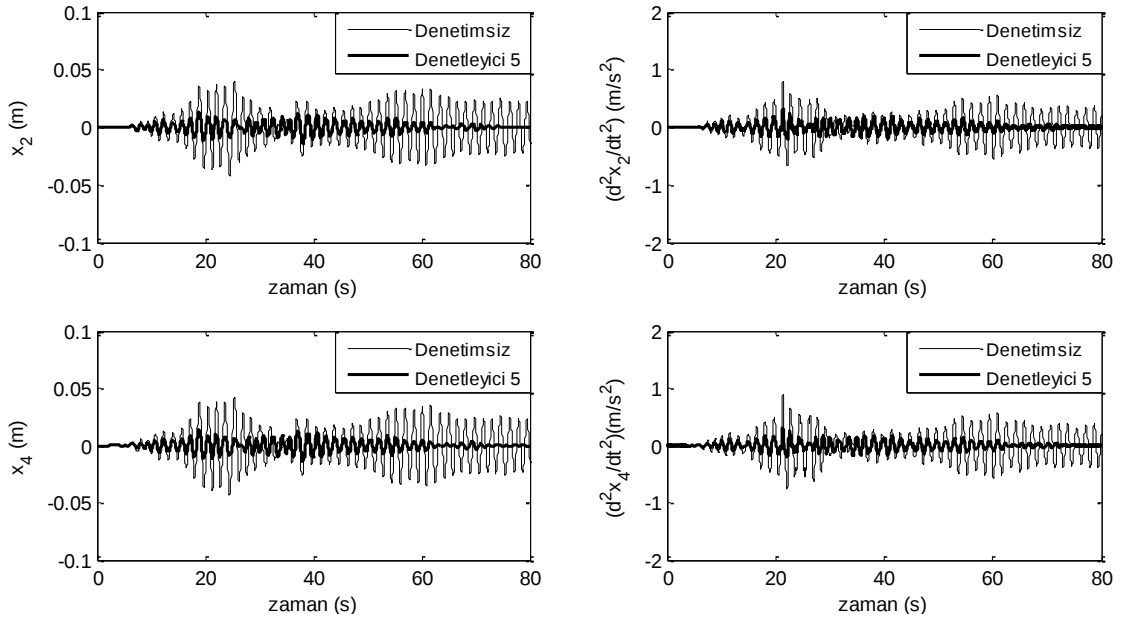
Şekil 5. 33 1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile Durum 1 için zaman cevapları

Şekil 5.34'te yapısal sisteme uygulanan eyleyici doyumlu denetim kuvveti gösterilmektedir. Burada tasarlanan Denetleyici 5'in, giriş doyum sınırı olan ± 10000 KN'luk denetim kuvveti genlik kısıtı içerisinde çalıştığı görülmektedir.



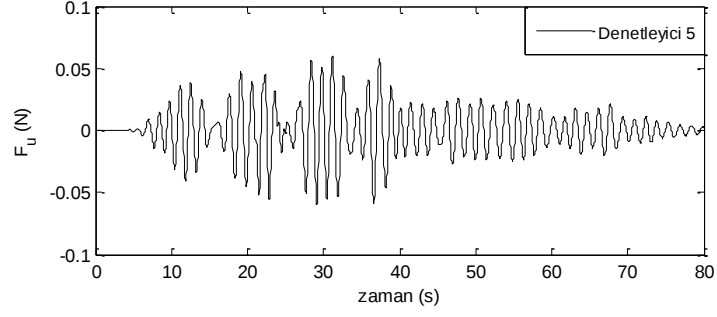
Şekil 5. 34 Durum1 için 1995 Kobe depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)

Şekil 5.35'de sismik zorlanma altındaki yapısal sistemin 2. ve 4. katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile Durum 2 için zaman cevapları gösterilmektedir. Şekil 5.35'den Denetleyici 5 ile, hem yer değiştirme hem de ivme cevaplarında, titreşim genliklerinin başarılı bir şekilde azaltıldığı görülmektedir.



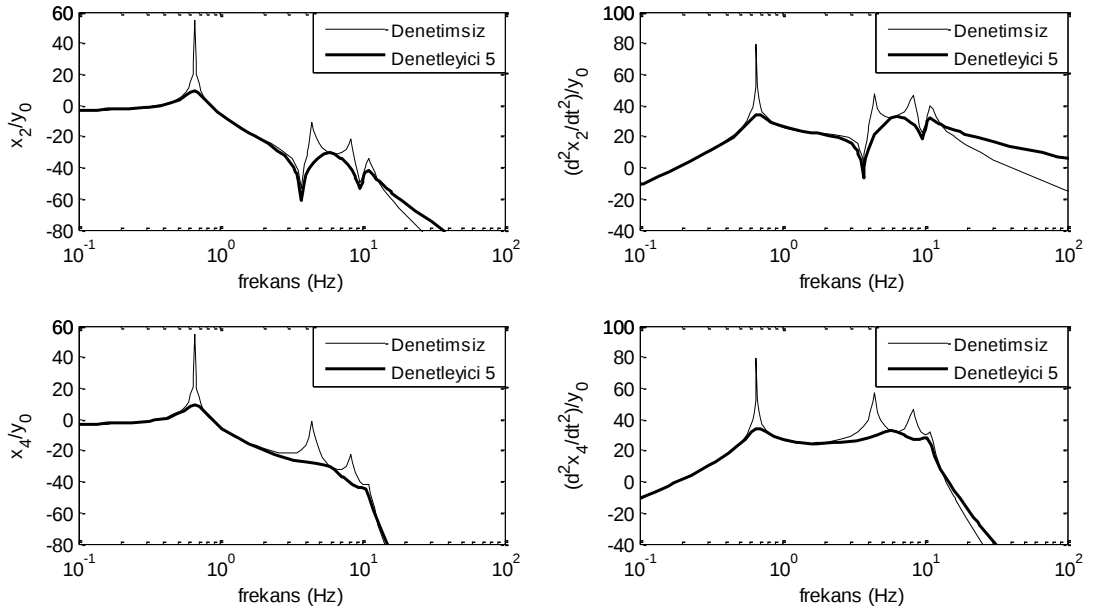
Şekil 5. 35 1995 Kobe depremi etkisindeki yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile Durum 2 için zaman cevapları

Şekil 5.36'da yapısal sisteme uygulanan eyleyici doyumlu denetim kuvveti gösterilmektedir. Burada tasarlanan Denetleyici 5'in, giriş doyum limiti olan ± 10000 KN'luk denetim kuvveti kısıtı içinde çalıştığı görülmektedir.



Şekil 5. 36 Durum 2 için 1995 Kobe depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)

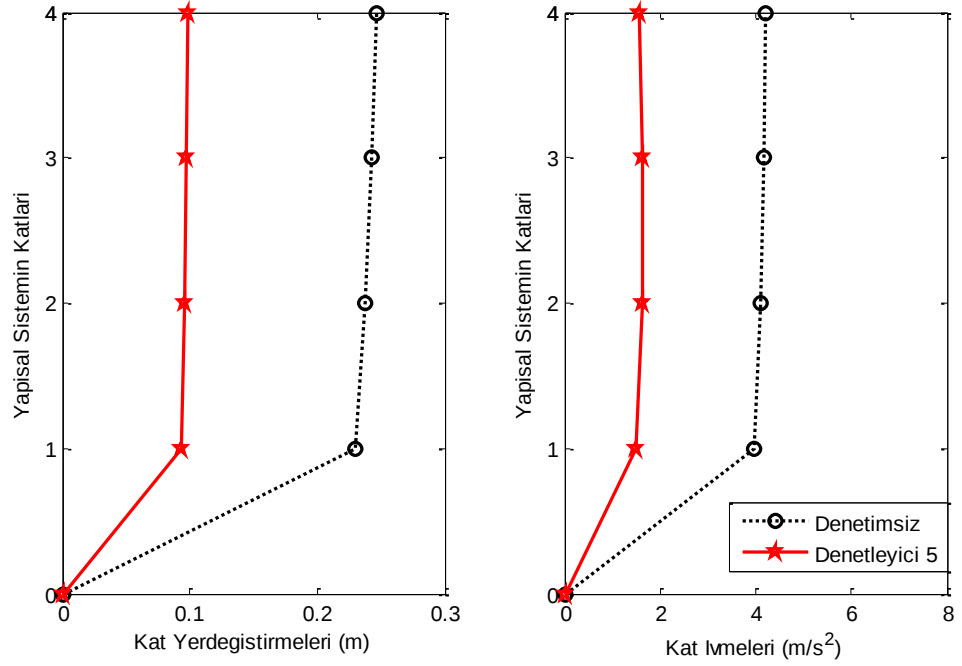
Şekil 5.37'de eyleyici doyumlulu, eyleyici gecikmeli ve parametre belirsizliği içeren yapısal sistemin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile frekans cevapları erişilen en üst eyleyici gecikmesi ($\bar{h} = 0.030$ saniye) ve parametre belirsizliği ($\bar{p} = 0.48$) sınırları için çizdirilmiştir. Şekil 5.37'den de görüldüğü gibi önerilen dayanıklı gecikmeye-bağlı denetleyici ile tüm modlarda yüksek sönüm performansı elde edilmiştir.



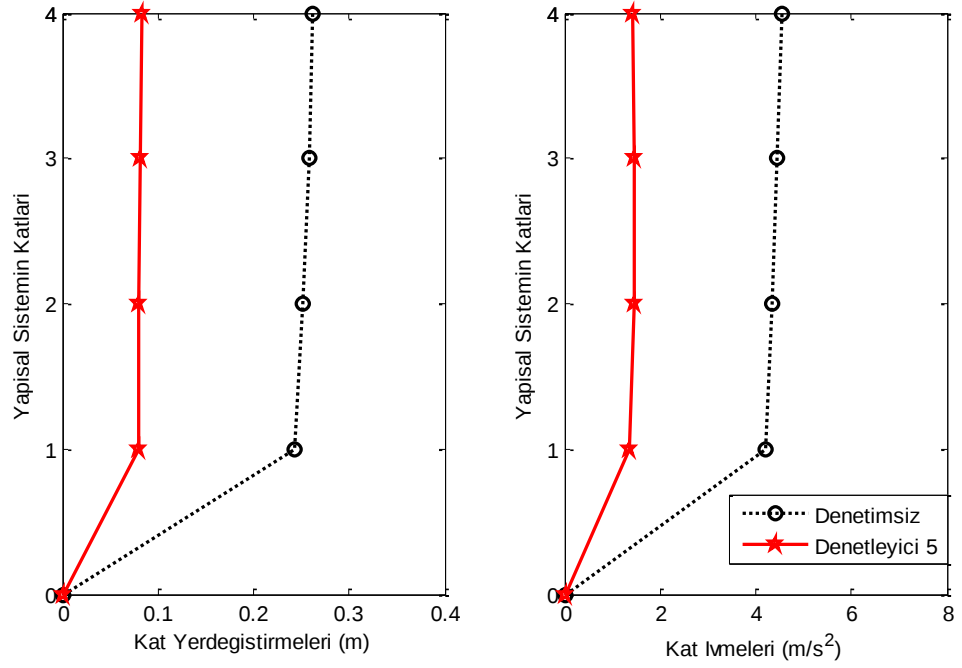
Şekil 5. 37 Yapısal sistemin katlarının yer değiştirme ve ivmelerinin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile Durum 1 için frekans cevapları

5.4.1. Tasarlanan Zamanla Değişen Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_{∞} Denetleyicinin Farklı Deprem Girişleri İçin Sönüm Performansının Gösterilmesi

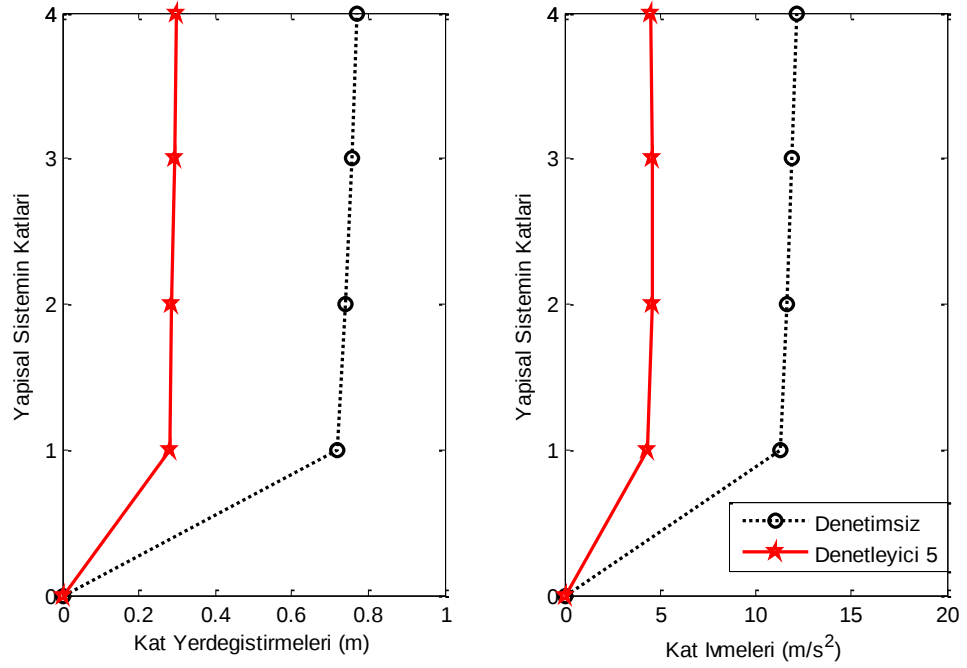
Tasarlanan Denetleyici 5'in değişik bozucu girişler karşısındaki sönüm performansının gösterilmesi amacıyla, Şekil 5.38, Şekil 5.39 ve Şekil 5.40'da sırasıyla 1940 El-Centro, 1994 Northridge ve 1999 Kocaeli depremi etkisiyle yapısal sistemde oluşan titreşimlerin denetimsiz ve Denetleyici 5 ile zaman cevapları gösterilmektedir. Burada, gecikme zamanının üst sınırı $\bar{h}$ 'ın 0.030, en büyük parametre belirsizliği değerinin $\bar{p}=0.48$ olması halinde ve eyleyici limiti olarak yapısal sistemin titreşimlerinin azaltılması çalışmasında en iyi zaman ve frekans cevaplarının elde edildiği genlik kısıtı olan ± 10000 KN değeri için benzetim çalışmaları yapılmıştır. En kötü parametre belirsizliği durumu olan, Durum 1 için analizler gerçekleştirilmiştir.



Şekil 5. 38 1940 El-Centro depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Durum 1 için denetimsiz ve Denetleyici 5 ile zaman cevapları



Şekil 5. 39 1994 Northridge depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Durum 1 için denetimsiz ve Denetleyici 5 ile zaman cevapları

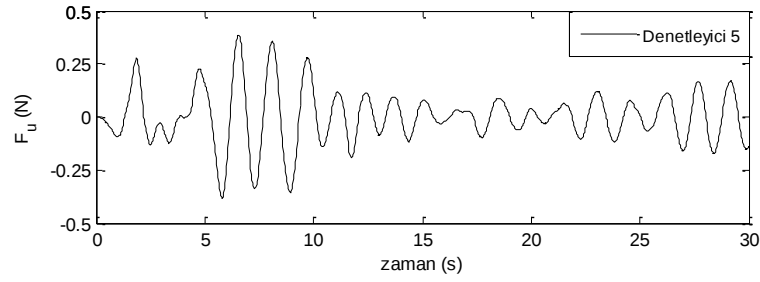


Şekil 5. 40 1999 Kocaeli depremi etkisindeki yapısal sistemin tüm katlarının tepeden-tepeye Durum 1 için denetimsiz ve Denetleyici 5 ile zaman cevapları

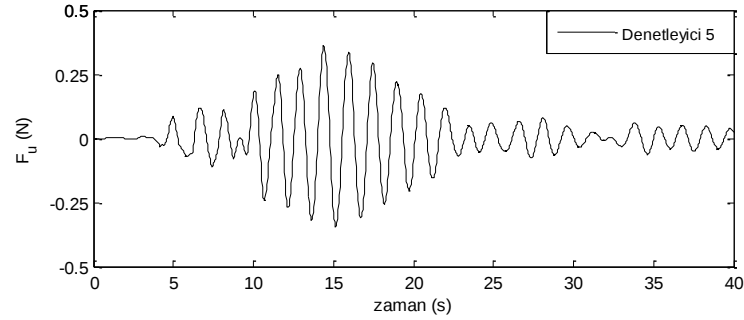
Şekil 5.38, Şekil 5.39 ve Şekil 5.40'da önerilen denetleyicinin farklı deprem girişleri için titreşim genliklerini azaltmadaki başarısı görülmektedir. Bununla birlikte, kapalı-çevrim

denetim sisteminin istenilen eyleyici doyumunu limitinde, en yüksek gecikme zamanı ve en büyük parametre belirsizliği değeri küresel asimptotik kararlılığının garanti altında olduğu ortaya konulmuştur.

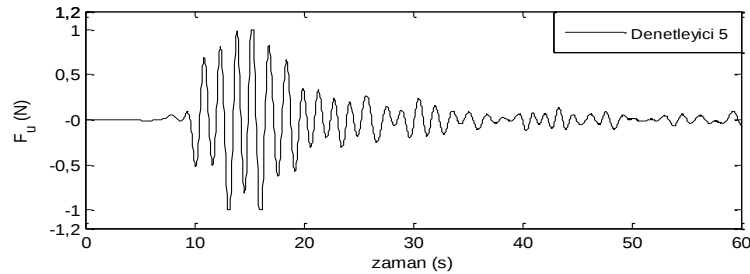
Denetleyici 5'in, 1940 El-Centro, 1994 Northridge ve 1999 Kocaeli depremlerinin bozucu girişleri etkisindeki yapısal sistemin titreşimlerinin azaltılması için ürettiği eyleyici doyumlu denetim kuvvetleri Şekil 5.41, Şekil 5.42 ve Şekil 5.43'de gösterilmektedir.



Şekil 5. 41 Durum 1 için 1940 El-Centro depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)



Şekil 5. 42 Durum 1 için 1994 Northridge depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)



Şekil 5. 43 Durum 1 için 1999 Kocaeli depremi etkisinde denetim kuvvetindeki değişim (± 10000 KN)

Şekil 5.41, Şekil 5.42 ve Şekil 5.43'ten tasarlanan Denetleyici 5'in arzu edildiği gibi giriş doyum limiti içerisinde çalıştığı görülmektedir. Örnek 1'de sismik zorlanma altındaki aynı yapısal sistemin titreşim genliklerinin azaltılmasında kullanılan Denetleyici 2'nin gereksinim duyduğu denetim kuvvetleri düşünüldüğünde, eyleyici doyumunu tasarımının denetim sistemine sağladığı katkı daha iyi görülmektedir. Denetleyici tasarımda, eyleyici doyumunu limitinin azaltılması durumunda daha tutucu sonuçların ve daha düşük titreşim sönüm performansının elde edileceği beklenen bir durumdur.

Bu bölümde yapılan benzetim çalışmalarıyla, doktora tezinde tasarımı gerçekleştirilen denetleyicilerin performansları ve uygulanabilirlikleri gösterilmiştir. Tasarımda tüm katlardan ölçüm alınmış ve önerilen yöntemin pratikte uygulanabilirliğinin arttırılması amacıyla tek denetim girişi kullanılmıştır. Denetleyicinin yapısal sistem üzerinde en iyi denetim performansı göstereceği yer, sistemin yönetilebilirlik indeksinin bulunmasıyla belirlenmiştir.

Sistemin dinamiği üzerinde olumsuz etkileri olan eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumunu ve parametre belirsizliği problemlerinin eş zamanlı olarak çözümüne ancak çok amaçlı bir denetleyici yapısı geliştirilerek ulaşılabilir. Çok amaçlı denetleyici tasarımlarında performans kriterleri arasında ödünleşmelerin yaşanılması kaçınılmazdır. Bu ödünleşmelerin gösterilmesi amacıyla sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması çalışması üç örnek üzerinden yapılmıştır. Yapılan benzetim çalışmaları sonucunda, zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı dayanıklı H_{∞} denetleyicinin, sabit zaman gecikmesine bağlı dayanıklı H_{∞} denetleyiciye göre çok daha az tutucu sonuçlar verdiği görülmüştür.

Burada, doktora tezinde önerilen yöntemin tasarımında karşılaşılan en önemli problemin, gecikmeye-bağlı kararlılık kısıtlarının doğrusal olmayan matris eşitsizliği formunda elde edilmesi olduğu belirtilmelidir. Tasarımda yer alan doğrusal olmayan matris eşitsizliği formundaki terimlerden dolayı önerilen en iyileştirme probleminin çözümünün dışbükey en iyileştirme problemi çözümünde kullanılan yöntemlerle bulunamıyor olması, bir doğrusallaştırma algoritmasının kullanılmasını zorunlu hale getirmektedir. Doktora tezinde kullanılan konik tamamlayıcı doğrusallaştırma algoritması ile bu doğrusal olmayan en iyileştirme problemini çözmek üzere birtakım

doğrusal matris eşitsizlikleri biçiminde kısıtlamalar öne sürülmüştür. Ancak burada konik tamamlayıcı algoritması ile elde edilen çözümleme, yalnızca bir alt en iyi sonuç olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu durum bize eğer gecikmeye-bağlı kararlılık kriterlerinin DME kısıtları şeklinde elde edilecek denetleyici tasarımlarının gerçekleştirilmesi halinde, problemin en iyi çözümüne ulaşarak daha da gevşetilmiş sonuçların elde edilebileceğini göstermektedir. Yine önerilen yaklaşımda denetlenecek sistemin durum sayılarının artması kararlılık koşullarına bakıldığında, bu koşulların boyutunu ve karar değişkeni matris boyutlarını doğru orantılı bir şekilde arttırarak daha tutucu sonuçların elde edilmesine neden olmaktadır. Çok amaçlı denetim probleminin boyutunun artmasından kaynaklanan bu sorun, ağır hesaplama yüküne rağmen böylesi kararlılık koşullarının sayısal çözümlemesi için yüksek hesaplama yeteneğine sahip güçlü bilgisayarların kullanılması ile aşılabılır.

Bu doktora tezi ile, istenilen eyleyici doyumunu limitine bağlı olarak; daha az tutucu, pratikte uygulanabilir, ayar parametresi gerektirmeyen gecikmeye-bağlı durum geri-beslemeli dayanıklı H_∞ denetleyici elde edilerek, kolayca gerçekleştirilebilir bir sentez metodu önerilmiştir. Yapılan benzetim çalışmaları, önerilen denetleyicinin titreşim azaltma problemlerinde etkin olarak kullanılabileceğini ve kapalı-çevrim sistemin küresel asimptotik kararlılığının en yüksek eyleyici gecikmesi sınırı ve en büyük parametre belirsizliği değeri için arzu edilen giriş doyum sınırları içerisinde garanti altında olduğunu göstermektedir.

BÖLÜM 6

SONUÇ VE ÖNERİLER

Doktora tezinde, eyleyici gecikmeli, eyleyici doyumlu ve parametre belirsizliği içeren sistemler için çok amaçlı denetim problemleri incelenmiştir. Denetim problemlerinin çözümü için durum geri-besleme mantığı ile çalışan gecikmeye-bağlı denetleyici yaklaşımı kullanılmıştır. Denetleyici tasarımlarının en önemli aracı dışbükey en iyileştirme temelindeki doğrusal matris eşitsizlikleri olmuştur.

Doktora tezinin giriş bölümünde, tezde çözülmesi amaçlanan eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerinin sistem dinamiği üzerindeki etkileri açıklanarak geniş bir literatür araştırması verilmiştir. Bölüm 2’de çok serbestlik dereceli kat rijitlik ve sönüm parametreleri zamanla değişen normu sınırlı belirsizlik içeren yapısal bir sistemin modeli oluşturularak hareket denklemleri elde edilmiştir. Doktora tezinde enerjisi sınırlı bozucu giriş olarak kullanılacak bazı önemli deprem girişlerinin yer hareketleri verilmiştir. Deprem etkisindeki belirsizlik içeren yapısal sistem için yapılan benzetim çalışmasıyla, parametre belirsizliği probleminin sistemin dinamiği üzerindeki etkileri gösterilmiştir.

Bölüm 3’te DME yaklaşımıyla H_∞ performans kriteri ekseninde dışbükey en iyileştirme ile ilgili temel tanımlar verilerek, DME tabanlı en iyileştirme problemlerinin çözümü için kullanılan iç nokta yöntemi açıklanmıştır. Daha sonra, DME tabanlı durum geri-beslemeli karma H_2/H_∞ denetleyici ve çıkış geri-beslemeli dinamik H_∞ denetleyici

tasarımları gerçekleştirilerek, sismik zorlanma altındaki çok serbestlik dereceli yapısal bir sistemin titreşimlerinin azaltılması için benzetim çalışmaları yapılmıştır. Kapalı-çevrim sisteminde eyleyici gecikmesi olmadığı durumda, son derece yüksek sönüm performansı gösteren bu denetleyicilerin, çok küçük eyleyici gecikmesi zamanları için performanslarını kaybettikleri gösterilerek doktora tezinin motivasyon kaynağı ortaya konulmuştur.

Yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında denetim kuvvetinin yapıya iletilmesi sürecinde sistemde eyleyici gecikmesi probleminin oluşması kaçınılmaz bir olaydır. Yine gerçek fiziksel sistemlerin istenilen amaç ölçütlerine yöneltmesinde bu sistemlere ait eyleyicilerin doyumlu olması gereksinimi vardır. Bununla birlikte bilindiği gibi her matematik modelde kabullerden ve zamanla değişiklik gösteren sistem parametrelerinden dolayı belirsizlikler mevcuttur. İşte sistemin dinamiği üzerinde olumsuz etkileri bulunan ve kapalı-çevrim döngüsünü kırarak sistemde kararlılık problemine neden olabilen bu üç dinamiğin matematiksel olarak denetim sisteminin dinamiğine dahil edilmesi gerekmektedir. Bölüm 4'te sismik zorlanma altındaki yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması çalışmalarında etkin olarak kullanılabilecek zaman gecikmesinin sabit ve zamanla değişen yapıda olduğu iki farklı yaklaşımla eyleyici doyumlu, dayanıklı gecikmeye-bağlı denetleyici tasarımları gerçekleştirilmiştir. Gecikmeye-bağlı yeterli kararlılık kriterleri uygun Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyoneli seçimi ile matris eşitsizliği şeklinde elde edilmiştir. Daha sonra eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemleri sistemin dinamiğine dahil edilerek denetleyici mimarisine DME kısıtları şeklinde eklenmiştir. Tasarım sonucu oluşan doğrusal olmayan matris eşitsizliği probleminin çözümü için konik tamamlayıcı algoritmasından yararlanılmıştır. Önerilen konik tamamlayıcı algoritması ile kapalı-çevrim sistemin küresel asimtotik kararlılığı altında doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülerek, en düşük bozucu bastırma seviyesi, en büyük eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği sınırları, istenilen eyleyici doyumu limiti değeri için eş zamanlı olarak belirlenmiştir.

Bölüm 5'de, önerilen denetleyicilerin sönüm performansları, deprem etkisindeki çok serbestlik dereceli yapısal sistemlerin titreşimlerinin azaltılması problemi için yapılan benzetim çalışmalarıyla karşılaştırılmıştır. Serbest gevşetme matrisleri ve tam kareye

tamamlama metodlarının kullanılması ile geliştirilen zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyicinin çok daha az tutucu sonuçlar vererek üstün sönüm performansı gösterdiği gözlemlenmiştir.

Çalışmanın literatüre yapmış olduğu en önemli katkı, eyleyici doyumu, eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği problemlerinin yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarında sistemin dinamiğine dahil edilerek çözüm arandığı ilk çalışma olmasıdır. Yine eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği sınırlarının yeterli kararlılık kısıtlarında istenilen eyleyici doyumu değeri için eş zamanlı olarak belirlendiği bir çalışmaya literatürde rastlanılmamıştır. Benzetim çalışmalarıyla üstünlüğü gözlemlenen zamanla değişen eyleyici gecikmesine bağlı doyumlu ve dayanıklı H_∞ denetleyici tasarımının yapısal sistemlerin bozucu bastırma problemlerinde etkin olarak kullanılabileceği kanıtlanmıştır.

Bu doktora tezinde önerilen çok amaçlı denetleyici tasarımında, gerekli kararlılık koşullarının sağlanabilmesi için eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerinin tasarıma getirdiği kısıtlar, çözmek zorunda olduğumuz koşulların boyutunu ve dolayısıyla karar değişkeni matrislerini arttırmaktadır. Bilindiği gibi sistemlerin serbestlik derecelerinin artması, durum-uzay modelindeki durum sayılarının artmasına neden olur. Bu da çözülecek problemin boyutunu arttırarak problemin nümerik çözümünün zorlaşmasına neden olmaktadır. Bununla birlikte çözümü aranan problemin boyutunun artması, çözüm sonucu erişilmeye çalışılan zaman gecikmesinin ve parametre belirsizliği değerlerinin kabul edilebilir üst sınırları ile istenilen eyleyici doyumu sınırının düşmesine neden olmaktadır. Ağır hesaplama yüküne rağmen, böylesi çok amaçlı denetim problemleri için geliştirilen kararlılık koşullarının nümerik çözümlemesi için günümüzde yüksek hesaplama yeteneğine sahip güçlü bilgisayarlar ve sürekli çözüm kapasitesi arttırılan çözücüler bulunmaktadır. Bununla birlikte, burada göz ardı edilmemesi gereken diğer bir durum ise, gecikmeye-bağlı denetleyici tasarımlarında gerekli kararlılık kısıtlarının doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri formunda elde edilmesidir. Bunun sonucu olarak, gecikme zamanının ve parametre belirsizliğinin kabul edilebilir üst sınırının arzu edilen eyleyici doyumu sınırlarında hesaplanması için önerilen en iyileştirme problemi, doğrusal olmayan en iyileştirme problemi şeklindedir. Doktora tezinde önerilen konik tamamlayıcı

algoritması ile ulaşılan çözümleme, doğrusal olmayan en iyileştirme problemini çözmek üzere bir takım doğrusal matris eşitsizliği formunda kısıtlamalar öne sürdüğü için yalnızca bir alt en-iyi sonuç olarak ortaya çıkmaktadır. Bu durum, şunu göstermektedir. Eğer bir en iyi çözüm varsa, bu en iyi çözüm alt en iyi karşılıklarına göre daha da gevşetilmiş sonuçlar verebilir. Gecikmeye bağlı denetleyici tasarımlarında, tasarım sonucu elde edilen kararlılık kısıtlarının doğrusal matris eşitsizliği formunda elde edilebilmesi durumunda, çok daha yüksek gecikme ve parametre belirsizliği sınırlarının elde edilebileceği açıktır. Yine de bu çalışmada gerçekleştirilen çözüm yönteminin, alt en iyi sonuçlar verme kabiliyetindeki konik tamamlayıcı yöntemine başvurmaksızın bir en iyi çözümü incelemek üzere, gelecekteki çalışmalar için iyi temellendirilmiş bir motivasyon unsuru olduğu söylenebilir.

Doktora tezinde geliştirilen, eyleyici gecikmesine bağlı, doyumlu ve dayanıklı denetleyiciler, deprem etkisindeki yapısal sistemlerin titreşimlerinin aktif kontrolü çalışmalarının yanında, taşıtların aktif süspansiyon sistemlerinde veya rüzgar etkisindeki kule vinçlerin ve köprülerin titreşimlerinin azaltılması gibi birçok titreşim kontrolü probleminde denetim algoritması olarak tercih edilebilir. Bununla birlikte, eyleyici gecikmesi, eyleyici doyumu ve parametre belirsizliği problemlerinin sistemin dinamiğinde var olduğu her türlü mekanik, kimyasal ve biyolojik sistemler için de doktora tezinde geliştirilen eyleyici gecikmesine bağlı, eyleyici doyumlu ve dayanıklı denetim metodları dayanıklı kararlılık ve dayanıklı performans problemleri için etkin bir şekilde kullanılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Francis, B.A., (1987). A Course in H_∞ Control Theory, Lecture Notes in Control and Information Sciences 88, Edited by M. Thoma and A. Wyner, Springer-Verlag, New York.
- [2] Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P.P. ve Francis B.A., (1989). "State-Space Solutions to Standart H_2 and H_∞ Control Problems", IEEE Transactions on Automatic Control, 34(8):831-847.
- [3] Lyapunov, A., (1947). Problema General de la Stabilité du Mouvement, Annals of Mathematical Studies, Princeton University Press, Princeton.
- [4] Gahinet, P. ve Apkarian, P., (1994). "A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control", International Journal of Robust and Nonlinear Control, 4:421-448.
- [5] Chilali, M. ve Gahinet, P., (1996),. " H_∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI approach", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3):358-367.
- [6] Gahinet, P., Apkarian, P. ve Chilali, M., (1996), "Affine Parameter Dependent Lyapunov Functions and Real Parametric Uncertainty", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3):436-442.
- [7] de Oliveira, M.C., Geromel, J.C. ve Bernussou, J., (2002). "Extended H_2 and H_∞ Characterization and Controller Parametrizations for Discrete-Time Systems", International Journal Of Control, 75(9):666–679.
- [8] de Oliveira, P.J., Oliveira, R.C.L.F., Leite, V.J.S., Montagner, V.F. ve Peres, P.L.D., (2004). " H_2 Guaranteed Cost Computation by Means of Parameter Dependent Lyapunov Functions", International Journal of System Science, 35(5):305–315.
- [9] de Oliveira, P.J., Oliveira, R.C.L.F., Leite, V.J.S., Montagner, V.F. ve Peres, P.L.D., (2004). " H_∞ Guaranteed Cost Computation by Means of Parameter Dependent Lyapunov Functions", Automatica, 40(6):1053–1061.
- [10] Oliviera, R.C.L.F., de Oliveira, M.C. ve Peres, P.L.D., (2006). "LMI Relaxations for Robust H_2 Performance Analysis of Polytopic Linear Systems", Proc. IEEE Conference on Decision & Control, CA, San Diego, 2907–2912.

- [11] Sato, M., (2005). "Robust Performance Analysis of Linear Time-Invariant Parameter-Dependent Systems using Higher-Order Lyapunov Functions", American Control Conference, 8-10 June 2005, Proceedings of the 2005:615–620.
- [12] Scherer, C.W., (2006). "LMI Relaxations in Robust Control", European Journal of Control, 12(1):3–29.
- [13] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. ve Balakrishnan, V., (1994). Linear .Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia.
- [14] Chilali, M., Gahinet, P. ve Scherer, C., (1996). "Multi-Objective Output-Feedback Control via LMI Optimization", IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco.
- [15] Akin, M., (1997). H_∞ Optimal Kontrol Problemlerinde Doğrusal Matris Eşitsizlikleri Yaklaşımı, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [16] Akin, M., (2003), H_∞ Model Eşleme Problemlerinin Lineer Matris Eşitsizlikleri Yaklaşımı İle Çözümü, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [17] Löfberg, J., (2004). "Yalmip: A toolbox for Modeling and Optimzation in MATLAB", Proceedings of the CACSD Conference, Taipei, Taiwan.
- [18] Strum, J.F., (1999). "Using SeDuMi 1.02 a Matlab for Optimization over Symmetric Cones", Optimization Methods and Software, 11(2):625-653.
- [19] Hale, J., (1997). Theory of Functional Differential Equations. Springer: Berlin.
- [20] Feliachi, A. ve Thowsen, A., (1981). "Memoryless Stabilization of Linear Delay-Differential Systems", IEEE Trans. Automatic Control, AC-26, 586-587.
- [21] Lee, E.B., Lu, W.S. ve Wu, N.E., (1986). "A Lyapunov Theory for Linear Time-Delay Systems", IEEE Trans. Automatic Control, AC-31, 259-261.
- [22] Gorecki, H., Fuska, S., Garbowski, P. ve Korytowski, A., (1989). Analysis and Synthesis of Time Delay System, J. Wiley, New York.
- [23] Toker, O. ve Ozbay, H., (1990). "Complexity Issues in Robust Stability of Linear Delay Differential Systems", Mathematics of Control, Signals and Systems, 9:386-400.
- [24] Dugard, L. ve Verriest E.I., (1997). Satability and Control of Time Delay Systems, Springer Verlag, New York.
- [25] Niculescu, S. I., (2001). "On Delay-Dependent Stability under Model Transformations of Some Neutral Linear Systems", International Journal of Control, 74(6):608-617.
- [26] Mahmoud, M.S., (1994). "Output Feedback Stabilization of Uncertain Systems with State Delay", Advances in Theorey and Applications, 63,:197-257.

- [27] Gu, K., Kharitonov, V. ve Chen, J., (2003). Stability of Time Delay Systems, Birkhauser: Basel, Boston.
- [28] Su, T.J. ve Huang, C.G., (1992). "Robust Stability of Delay Dependence of Linear Uncertain Systems", IEEE Trans. Automatic Control, 37:1656-1659.
- [29] Su, T.J. ve Lui, P.L., (1993), "Robust Stability for Linear Uncertain Time-Delay Systems with Delay Dependence", International Journal Systems Science, 24:1067-1080.
- [30] Mahmoud, M.S. ve Zribi, M., (1999). " H_∞ Controllers for Time Delay Systems Using Linear Matrix Inequalities", J. Optimization Theory and Applications, 100: 89-122.
- [31] Wu, H. ve Muzikami, K., (1996). "Robust Stability Conditions Based on Eigenstructure Assignment for Uncertain Time Delay Systems: Discrete Time Case", Proc. 13th IFAC World Congress, San Francisco, 107-112.
- [32] Mahmoud, M.S. ve Al Muthairi N.F., (1994). "Design of Robust Controllers for Time Delay Systems", IEEE Trans. Automatic Control, 39: 2135-2139.
- [33] Moheimani, S.O.R., Savkin, A.V. ve Petersen, I.R., (1995). "Robust Control of Uncertain Time Delay Systems: A Minimax Optimal Approach", Proc. The 35th Conference Decision and Control, Kobe, Japan, 1326-1367.
- [34] Li, X. ve de Souza C.E., (1997). "Delay-Dependent Robust Stability and Stabilization of Uncertain Linear Delay Systems: Linear Matrix Inequality", IEEE Trans. Automatic Control, 42:1144-1148.
- [35] Mahmoud, M.S. (2000). Robust Control and Filtering for Time-Delay Systems, Marcel Dekker Inc, New York.
- [36] Moon, Y.S, Park, P, Kwon, W.H. ve Lee, Y.S., (2001). "Delay-Dependent Robust Stabilization of Uncertain State-Delayed Systems", International Journal of Control, 74(14):1447–1455.
- [37] Gao, J. ve Huang B., (2005). "Delay-Dependent Robust Guaranteed Cost Control of an Uncertain Linear System with State and Input Delay", International Journal of Systems Science, 36(1):19–26.
- [38] Yue, D. ve Han, Q.L., (2005). "Delayed Feedback Control of Uncertain Systems with Time-Varying Input Delay", Automatica, 4:233–240.
- [39] Zhang, X.M., Wu, M., She, J. ve He, Y., (2005). "Delay Dependent Stabilization of Linear Systems with Time-Varying State and Input Delays", Automatica, 41:1405–1412.
- [40] Zhang, X.M., Wu, M. ve She, J., (2009). "Further Results on Stability and Stabilization of Linear Systems with State and Input Delays", International Journal of Systems Science, 40(1):1-10.
- [41] Parlakçı, M.N.A., (2006). "Improved Robust Stability Criteria and Design of robust Stabilizing Controller for Uncertain Linear Time-Delay Systems", International Journal of Robust and Nonlinear Control, 16:599-636.

- [42] Kucukdemiral, I.B., (2008). "Delay-Dependent Guaranteed Cost Gain-Scheduling Control of LPV State-Delayed Systems", *Optimal Control Applications and Methods*, 29:313-331.
- [43] Wang, Z., Goldsmith, P. ve Tan, D., (2007). "Improvement on Robust Control of Uncertain Systems with Time-Varying Input Delays", *IET Control Theory Appl.*, 1(1):189-194.
- [44] Parlakci, M.N.A. ve Kucukdemiral, I.B., (2010). "Robust Delay-Dependent H_∞ Control of Time-Delay Systems with State and Input Delays," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 21:974-1007.
- [45] Lin, Z., (1997). " H_∞ almost disturbance decoupling with internal stability for linear systems subject to input saturation", 42(7):992–995.
- [46] Castelan, E.B., Tarbouriech, S., da Silva Jr, J.M.G. ve Queinnec, I., (2006). " L_2 -Stabilization of Continuous-Time Linear Systems with Saturating Actuators", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 16(18):935–944.
- [47] Montagner, V.F., Oliveira, R.C.L.F. ve Peres, P.L.D., Tarbouriech, S., Queinnec, I. (2007). "Gain-Scheduled Controllers for Linear Parameter-Varying Systems with Saturating Actuators: LMI-based Design", *Proc. American Control Conference (ACC'2007)*, 6067–6072.
- [48] Hsia, T., (1967). "On the Optimal Control of Plants with Saturation Nonlinearity", *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 12(3):331–332.
- [49] Kapasouris, P., Athans, M. ve Stein, G., (1988). "Design of Feedback Control Systems for Stable Plants with Saturating Actuators", *Decision and Control, 1988., Proceedings of the 27th IEEE Conference on*, 1:469–479.
- [50] Astrom, K.J. ve Rundqwist, L., (1989). "Integrator Windup and How to Avoid It", *Proc. American Control Conference*, 1693–1698.
- [51] Pan, H. ve Kapila, V., (2001). "LMI-Based Control of Discrete-Time Systems with Actuator Amplitude and Rate Nonlinearities", *American Control Conference Proceedings of the 2001*, 5:4140–4145.
- [52] Tarbouriech, S. ve Garcia, G., (2002). Output Feedback Compensators for Linear Systems with Position and Rate Bounded Actuators, in V. Kapila ve K.M. Grigoriadis, editors, *Actuator Saturation Control 10*. Bolum, Marcel Dekker, Inc., New York.
- [53] Iwasaki, T. ve Fu, M., (2002). Regional H_2 Performance Synthesis, in V. Kapila ve K.M. Grigoriadis, editors, *Actuator Saturation Control 4*. Bolum", Marcel Dekker, Inc., New York.
- [54] Tarbouriech, S. ve Gomes da Silva J.M., (2000). "Synthesis of Controllers for Continuous Time Delay Systems with Saturating Controls via LMIs", *IEEE Trans. Automatic Control*, 45(1):105-111.
- [55] Tarbouriech, S., Peres, P., Garcia, G. ve Queinnec, I. (2000). "Delay Dependent Stabilization of Time Delay Systems with Saturating Actuators", in *Decision and Control, Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, 4:3248-3253

- [56] Cao, Y.Y., Lin, Z. ve Hu, T., (2002). "Stability Analysis of Linear Time-Delay Systems Subject to Input Saturation", IEEE Trans. Circuit Syst. I., 49(2):233-240.
- [57] Zuo, Z., Wang, Y. ve Zhang, G., (2007). "Stability Analysis and Controller Design for Linear Time Delay Systems with Actuator Saturation", in American Control Conference, ACC'07, 5840-5844.
- [58] Zhang L., Boukas E.K. ve Haidar, A., (2008). "Delay-Range-Dependent Control Synthesis for Time-Delay Systems with Actuator Saturation", Automatica, 44(10):2691-2695.
- [59] Delibaşı, A., (2008). Doyumlu Eyleyicilere Sahip DPD Sistemler İçin Dayanıklı Denetleyici Tasarımı, Dotoru Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [60] Parlakci M.N.A. ve Kucukdemiral, I.B., (2010). " L_2 Gain Control of Time-Delay Systems with Actuator Saturation", Int. Conf. on System Science and Engineering in Taiwan, IEEE ICSSE2010, Taipei, Taiwan.
- [61] Khargonekar, P.P., Petersen, I.R. ve Zhou, K., (1990). "Robust Stabilization of Uncertain Linear Systems: Quadratic Stability and H_∞ Control Theory", IEEE Trans. Automatic Control, 35:356-361.
- [62] Zhou, K., Doyle, J. ve Glover, K., (1995). Robust and Optimal Control, Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA.
- [63] Su, T.J. ve Huang, C.G., (1992)., "Robust Stability of Delay Dependence of Linear Uncertain Systems", IEEE Trans. Automatic Control, 37:1656-1659.
- [64] Fu, M., (1997). Robust Stability and Stabilization of Time-Delay Systems via Integral Quadratic Constraint Approach, Chapter 4 in Stability and Control of Time- Delay Systems, Edited by Dugard and Verriest, Springer-Verlag, 101-116.
- [65] Du, H., Lam, J. ve Sze, K.Y., (2005). " H_∞ Disturbances Attenuation for Uncertain Mechanical Systems with Input Delay", Transactions of the Institute of Measurement and Control, 27(1):37-52.
- [66] Majia, R.V., (2005). Robust Control of Systems Subject to Uncertain Disturbances and Actuator Dynamics, University of Girona, Doctoral Thesis, Spain.
- [67] Aldemir, U., (2009). "Causal Semi-Active Control of Seismic Response," Journal of Sound and Vibration, 322:665–673.
- [68] Yazici, H. ve Guclu, R., (2008), "Active Vibration Control of a Structure with ATMD using a Robust Self-tuning Scheme P-ID Type Fuzzy Controller", The Mechanics Conference to Celebrate the 100th Anniversary of The Department of Engineering Science and Mechanics, 29-30 May 2008, Virginia.
- [69] Agarwala, R., Ozcelik, S. ve Faruqi, M., (2000). "Active Vibration Control of a Multi-Degree-of-Freedom Structure by the Use of Direct Model Reference Adaptive Control," American Control Conference, Chicago, 3580-3584.

- [70] Park, K., Koh, H. ve Seo C., (2004). "Independent Modal Space Fuzzy Control of Earthquake Excited Structures", *Engineering Structures*, 26:279-289.
- [71] Ikhouane, F., Manosa, V. ve Rodellar, J., (2005), "Adaptive Control of Hysteretic Structural System", *Automatica*, 41:225-331.
- [72] Guclu, R. ve Sertbas, A., (2005), "Evaluation of Sliding Mode and Proportional –Integral-Derivative Controlled Structures with an Active Mass Damper", *Journal of Vibration and Control*, 11:397-406.
- [73] Guclu, R. ve Yazici, H., (2007), "Fuzzy Logic Control of a Non-Linear Structural System against Earthquake Induced Vibration", *Journal of Vibration and Control*, 13(11):1535-1551.
- [74] Soong, T.T. ve Constantinou, M.C., (1994), "Passive and Active Structure Vibration Control in Civil Engineering, Springer-Verlag, New York.
- [75] Kelly, J.M., (1996), *Earthquake Resistant Design with Rubber*, Springer-Verlag, London.
- [76] Erdik M. ve Yüzügüllü Ö., (1980), *Deprem Mühendisliği Açısından Yapı Dinamiğine Giriş*, T.C. İmar ve İskan Bakanlığı Deprem Araştırma Başkanlığı", ODTÜ, Ankara.
- [77] Kasımcı, A.A., (2004), "Yapı Dinamiği", Birsan Yayınevi, İstanbul, Türkiye.
- [78] Gawronski, W., (2004), *Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures*, Springer Verlag.
- [79] Yagiz, N., (2001). "Sliding Mode Control of a Multi-Degree-of-Freedom Structural System with Active Tuned Mass Damper", *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 25:651-657.
- [80] Al-dawod, M., Samali, B., Naghdy, F. ve Kwok, K.C.S., (2001). "Active Control of along Wind Response of Tall Building Using a Fuzzy Controller", *Engineering Structures*, 23:1512-1522.
- [81] Aldemir, U., (2003). "Optimal Control of Structures with Semi-Active Tuned Mass dampers", *Journal of Sound and Vibration*, 4(266):847–874.
- [82] Guclu, R., (2001). "Fuzzy Logic Control of Vibrations of Analytical Multi-Degree-of-Freedom Structural Systems" *Turkish J. Eng. Env. Sci.*, 27:157–167.
- [83] Yazıcı, H., (2006). "Çok Serbestlik Dereceli Bir Yapının Titreşimlerinin Bulanık Mantıkla Kontrolü", YTÜ, FBE, Yüksek Lisans Tezi.
- [84] Guclu, R. ve Yazici, H., (2008). "Vibration Control of a Structure with ATMD Against Earthquake using Fuzzy Logic Controllers", *Journal of Sound and Vibration*, 318(1-2):36-49.
- [85] Guclu, R. ve Yazici, H., (2009). "Seismic-Vibration Mitigation of a Non-Linear Structural System with an ATMD Through a Fuzzy PID Controller", *Nonlinear Dynamics*, 58(3): 553-564.

- [86] Guclu R. ve Yazici, H., (2009). "Self-Tuning Fuzzy Logic Control of a Non-Linear Structural System with ATMD Against Earthquake", *Nonlinear Dynamics*, 56(3):199-211.
- [87] Alli, H. ve Yakut, O., (2009). "Application of Neural Based Fuzzy Logic Sliding Mode Control with Moving Sliding Surface for the Seismic Isolation of a Building with Active Tendon", *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 20:235-256.
- [88] Kose, I.E., Schmitendorf, W., Jabbari, F. ve Yang, J., (1996). " H_∞ Active Seismic Response Control Using Static Output Feedback", *Journal of Engineering Mechanics*, 122(7):651–659.
- [89] Nonami, K. ve Sivrioglu, S., (1996). "Active Vibration Control Using LMI-Based Mixed H_2/H_∞ State and Output Feedback Control with Nonlinearity", *Proc. of the 35th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Kobe, 161-166,.
- [90] Kim, S.J. ve Choi, J.W., (2000). "Parametric Uncertainty in Controlling the Vibration of a Building", *SICE Iizuka, Japan*, 107-112.
- [91] Fujinami, T., Saito, Y., Morishita, M., Koike, Y. ve Tanida, K., (2001). "A Hybrid Mass Damper System Controlled by H_∞ Control Theory for Reducing Bending-Torsion Vibration of an Actual Building", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 30:1639-1653.
- [92] Wang, S.G., Yen, H.V. ve Roschke, P.N., (2001). "Robust Control for Structural Systems with Parametric and Unstructured Uncertainties", *Journal of Vibration and Control*, 7: 713-722.
- [93] Du, H., Lam, J. ve Sze, K.Y., (2004). "Non-Fragile H_∞ Vibration Control for Uncertain Structural Systems", *Journal of Sound and Vibration* 273, 1031-1045.
- [94] Huo, L., Song, G., Li, H. ve Grigoriadis, K., (2008). " H_∞ Robust Control Design of Structural Vibration Suppressions using an Active Mass Damper", *Smart Materials and Structures* 17 015021(10pp).
- [95] Yazıcı, H., Küçükdemiral, İ.B. ve Güçlü, R., (2009). "LMI Tabanlı Çıkış Geribeslemeli H_∞ Kontrolör ile Yapısal Bir Sistemin Aktif Titreşim Kontrolü", 14. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, ODTÜ 2-4 Temmuz 2009, Güzelyurt, 7-13.
- [96] Yazıcı, H. ve Guclu, R., (2010). "Active Vibration Control of Seismic Excited Structural System using LMI-Based Mixed H_2/H_∞ State Feedback Controller, *Turkish Journal of Electrical of Engineering & Computer Sciences*, doi:10.3906/elk-1007-592.
- [97] Agrawal, A.K. ve Yang, J.N., (1997). "Effect of Fixed Time Delay on Stability and Performance of Actively Controlled Civil Engineering Structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26:1169–1185.
- [98] Agrawal, A.K. ve Yang, J.N., (2000). "Compensation of Time-Delay for Control Civil Engineering Structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 29:37–62.

- [99] Chung, L.L., Wang, Y.P. ve Tung, C.C., (1997). "Instantaneous Control of Structures with Time-Delay Consideration", Engineering Structures, 19(6):465-475.
- [100] Chai, G.P., Huang, J.Z. ve Yang, S.X., (2003). "An Optimal Control Method for Linear System with Time Delay", Computer and Structures, 81:1539-1546.
- [101] Du, H. ve Lam, J., (2006). "Energy-to-Peak Performance Controller Design for Building via Static Output Feedback under Consideration of Actuator Saturation", Computer Structures, 84(31-32):2277-2290.
- [102] Du H. ve Zhang, N., (2008). "Active Vibration Control of Structures Subject to Parametric Uncertainties and Actuator Delay", Journal of Vibration and Control 14(5):689-709.
- [103] Yazıcı, H., Guclu, R. ve Kucukdemiral, I.B., (2010). "Gecikmeye-Bağlı H_{∞} Denetleyici ile Eyleyici Gecikmeli Yapısal Sistemlerin Aktif Titreşim Denetimi", TOK2010 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, GYTE, 21-23 Eylül 2010, Kocaeli.
- [104] Du, H. ve Zhang, N., (2008). " H_{∞} Control for Buildings with Time Delay in Control via Linear Matrix Inequalities and Genetic Algorithms", Engineering Structures, 30:81-94.
- [105] El Ghaoui, L., Qustry, F. ve Ait Rami, M., (1997). "A Cone Complementarity Linearization Algorithm for Static Output-Feedback and Related Problems", IEEE Transactions on Automatic Control, 42(8):1171-1176.
- [106] Yagiz, N., (2003). "Vibration Control of a Building with ATMD under Earthquake Excitation", International Journal of Applied Mechanics and Engineering, 8(1).
- [107] Yagiz, N. ve Ertal, C., (2003). "Evaluation of Control Methods on a Structural System", Mathematical & Computational Applications, 8(3):369-376,
- [108] Yazici, H., Guclu, R., (2007). "Active Vibration Control of a Building Structure Using a Hybrid Fuzzy Logic P+ID Controller", The 36th International Congress & Exhibition on Noise Control Engineering, 28-31 August 2007, Istanbul, 36, in07-029 CD.
- [109] Scherer, C. ve Weiland, S., (1999). Linear Matrix Inequalities in Control, Lecture Notes DISC Course, Netherlands.
- [110] Turhan, Ö., (2010). Optimizasyon Yöntemleri, Yüksek Lisans Ders Notları, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [111] Lure, A., (1957). Some Nonlinear Problems in the the Theory of Automatic Control, H. Stationary Office, London.
- [112] Nesterov, Y. ve Nemirovskii, A., (1988), A General Approach to Polynomial-Time Algorithms Design for Convex Programming, Technical Report Cent. Econ. and Math. Inst ., USSR Acad. Sci, Moscow, USSR.
- [113] Nesterov, Y. ve Nemirovskii, A., (1994), Interior -Point Polynomial Algorithms in Convex Programming, Theory and Application, Philadelphia.

- [114] Apkarian, P. ve Tuan, H.D., (1998), "Parameterized LMIs in Control Theory", Proceedings on the 37th IEEE Conference on Decision and Control, 152-157.
- [115] Chilali, M. ve Gahinet, P., (1996). " H_∞ design with the pole placement constraints: an LMI approach", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3): 358-367.
- [116] Scherer, C., Gahinet, P. ve Chilali, M., (1997). "Multi-Objective Output-Feedback Control via LMI Optimization, IEEE Transactions on Automatic Control, 42(7):895-911.
- [117] Boyd, S. ve Desoer, C. A., (1985). "Subharmonics Functions and Performance Bounds in Linear Time-Invariant Feedback Systems", IMA J. Math. Cont. and Info., 2:153-170.
- [118] Doyle, J., Fancis, J., Tannenbaum, K., (1995). Feedback Control Theory, Mcmillian Englewood Clifts, NJ, USA.
- [119] Khargonekar, P.P. ve Rotea M.A., (1991). "Mixed H_2/ H_∞ Control Problem: A Convex Optimisation Approach", IEEETrans. Automatic Control, 3(7):824-837.
- [120] Masubuchi, I., Ohara, A. ve Suda, N., (1998). "LMI-Based Controller Synthesis: A Unified Formulation and Solution" International Journal of Robust and Nonlinear Control, 8(8):669-686.
- [121] Jabbari, F., (1997). "Output-Feedback Controllers for Systems with Structured Uncertainty", IEEE Transactions on Automatic Control, 42(5):715-719.
- [122] Polat, İ. (2006), LPC Control of Two Link Flexible Manipulator, Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [123] Wu, M., He, Y. ve She, J.H., (2010). Stability Analysis and Robust Control of Time-Delay System, Springer, Beijing.
- [124] He, Y., Wu, M., She, J.H. ve Liu, G.P., (2004). "Delay-Dependent Robust Stability Criteria for Uncertain Neutral Systems with Mixed Delays", Systems & Control Letters, 51 (1):57-65.
- [125] He Y., Wang, Q.G., Xie, L.H. ve Lin, C., (2007). "Further Improvement of Free-Weighting Matrices Technique for Systems with Time-Varying Delay", IEEE Transactions on Automatic Control, 52 (2):293-299.
- [126] Hale, J.K. ve Verduyn Lunel S.M. (1993). Introduction to Functional Differential Equations, Springer-Verlag, New York.
- [127] Hu, T. ve Lin, Z., (2001). Control Systems with Actuator Saturation: Analysis and Design, MA: Birkhkauser, Boston.
- [128] Petersen, I.R. ve Hollot, C.V., (1986). "A Riccati Equation Approach to the Stabilization of Uncertain Linear Systems", Automatica, 22(4):397-411.
- [129] Sun, X. ve Zhang, Q., (2009). "Delay-Dependent Robust Stablization for a Class of Uncertain Singular Delay Systems", International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 5(5):1231-1242.

- [130] Lu, C.Y., Shyr, W.J., Yao, K.C. ve Chen D.F., (2009)."Delay-Dependent H_{∞} Control Discrete Time Uncertain Recurrent Neural Networks for Internal Time Varying Delay", International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 5(10(B)):3483-3494.
- [131] Yazici, H. ve Guclu, R., (2006). "Self-Tuning Fuzzy Logic Controller of Vibrations of a Multi-Degree-of-Freedom Structural Systems", 5th International Symposium on Intelligent Manufacturing Systems (IMS-2006), 29-31 May 2006, Sakarya, 462-474.
- [132] Yazici, H. ve Guclu, R., (2006). "Fuzzy Logic Control of Vibrations of Tall Structural System", Proceedings of the International Conference on Modeling and Simulation, 28-30 Aug. 2006, Konya, 291-295.
- [133] Yazici, H. ve Guclu, R., (2006)."Fuzzy PID Controller of Vibrations of Multi-Degree-of-Freedom Structural Systems", 7th International Congress on Advances in Civil Engineering-ACE 2006, 11-13 Oct. 2006, ace06-676 CD (ISBN 975-461-416-4), Istanbul.
- [134] Yazici, H. ve Güçlü R., (2008), "Bulanık Kazanç Ayarlamalı PD Kontrolör ile Bir Yapının Aktif Titreşim Kontrolü", TOK08 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, İTÜ, 13-15 Kasım 2008, İstanbul, 370-375.
- [135] Yazici, H. ve Güçlü R., (2007), "Öz Uyarlamalı Bulanık Mantıklı P-ID Kontrolörüyle 9 Katlı Bir Binanın Aktif Titreşim Kontrolü", TOK07 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Sabancı Üniversitesi, 4-7 Eylül 2007, İstanbul, 312-317.

KÜTLE, SÖNÜM VE RİJİTLİK MATRİSLERİ

Kütle Matrisi:

$$M_s = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}$$

Sönüm Matrisi:

$$C_s = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{bmatrix}$$

Rijitlik Matrisi:

$$K_s = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix}$$

ÖNERİLEN YÖNTEMİN m. DOSYASI

```

clear all;
sayac=0;
sayac1=0;
k_max=maksimum iterasyon sayısı giriniz;

% Sistem Parametreleri
m1=450000; m2=345000; m3=345000; m4=345000;
k1=18.05e6; k2=340e6; k3=326e6; k4=285e6;
c1=26170; c2=490000; c3=467000; c4=410000;

% Sistem Modeli
A = [0 0 0 0 1 0 0 0;
0 0 0 0 0 1 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0;
0 0 0 0 0 0 0 1;
-(k1+k2)/m1 k2/m1 0 0 -(c1+c2)/m1 c2/m1 0 0;
k2/m2 -(k2+k3)/m2 k3/m2 0 c2/m2 -(c2+c3)/m2 c3/m2 0;
0 k3/m3 -(k3+k4)/m3 k4/m3 0 c3/m3 -(c3+c4)/m3 c4/m3;
0 0 k4/m4 -k4/m4 0 0 c4/m4 -c4/m4];

Bh=[0;0;0;0;-1/m1;1/m2;0;0];
Bw=[0 0;0 0;0 0;0 0;k1/m1 c1/m1;0 0;0 0;0 0];
C=eye(8);
D=[0;0;0;0;0;0;0;0];

umax=istenilen maksimum denetim girişi limiti giriniz;
barp=başlangıç için yeterince küçük bir parametre belirsizliği değeri giriniz;
delta_barp=artma miktarı giriniz;
barh= başlangıç için yeterince küçük bir eyleyici gecikmesi değeri giriniz;
delta_barh=artma miktarı giriniz;
mu=0;
gamma=yeterince büyük bir bozucu bastırma değeri giriniz;
delta_gamma=azalma miktarı giriniz;

G= [0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0;

```

```

0 0 0 0 0 0 0 0;
-(k1+k2)/m1 k2/m1 0 0 -(c1+c2)/m1 c2/m1 0 0;
k2/m2 -(k2+k3)/m2 k3/m2 0 c2/m2 -(c2+c3)/m2 c3/m2 0;
0 k3/m3 -(k3+k4)/m3 k4/m3 0 c3/m3 -(c3+c4)/m3 c4/m3;
0 0 k4/m4 -k4/m4 0 0 c4/m4 -c4/m4;
EA= barp*eye(8);

% Matrislerin Boyut Tayini
[n,n]=size(A);
[n,m_u]=size(Bu);
[n,m_w]=size(Bw);
[n,m_h]=size(Bh);
[m,n]=size(C);
[m_e,n]=size(EA);
[n,m_g]=size(G);

% YTP Değişkenlerinin Tanımlanması
X=sdpvar(n);
barX=sdpvar(n);
barN_1=sdpvar(n,n,'full');
barN_2=sdpvar(n,n,'full');
barS_1=sdpvar(n,n,'full');
barS_2=sdpvar(n,n,'full');
barZ=sdpvar(n);
barW=sdpvar(n);
barQ=sdpvar(n);
T=sdpvar(n);
barT=sdpvar(n);
barL=sdpvar(m_u,n,'full');
R=sdpvar(n);
barR=sdpvar(n);
lambda=sdpvar(1);
ksi=sdpvar(1);

while true
Psi1_1=A*X+X*A'+barQ+barN_1+barN_1'+barW+ksi*G*G';
Psi1_2=Bh*barL-barN_1+barN_2'+barS_1;
Psi1_3=-barS_1;
Psi1_4=Bw;
Psi1_5=zeros(n,n);
Psi1_6=barh*barN_1;
Psi1_7= barh*barS_1;
Psi1_8=barh*X*A'+barh*ksi*G*G';
Psi1_9=zeros(n,n);
Psi1_10=X*C'+barL'*D';
Psi1_11=X*EA';

Psi2_2=-(1-mu)*barQ+barS_2+barS_2'-barN_2-barN_2';
Psi2_3=-barS_2;
Psi2_4=zeros(n,m_w);
Psi2_5=zeros(n,n);
Psi2_6=barh*barN_2;
Psi2_7=barh*barS_2;
Psi2_8=barh*barL'*Bh';
Psi2_9=zeros(n,n);
Psi2_10=zeros(n,m);

```

```

Psi2_11=zeros(n,m_e);

Psi3_3=-barW;
Psi3_4=zeros(n,m_w);
Psi3_5=zeros(n,n);
Psi3_6=zeros(n,n);
Psi3_7=zeros(n,n);
Psi3_8=zeros(n,n);
Psi3_9=zeros(n,n);
Psi3_10=zeros(n,m);
Psi3_11=zeros(n,m_e);

Psi4_4=-gamma^2*eye(m_w);
Psi4_5=zeros(m_w,n);
Psi4_6=zeros(m_w,n);
Psi4_7=zeros(m_w,n);
Psi4_8=barh*Bw';
Psi4_9=zeros(m_w,n);
Psi4_10=zeros(m_w,m);
Psi4_11=zeros(m_w,m_e);

Psi5_5=-barh*barZ;
Psi5_6=zeros(n,n);
Psi5_7=zeros(n,n);
Psi5_8=zeros(n,n);
Psi5_9=barZ;
Psi5_10=zeros(n,m);
Psi5_11=zeros(n,m_e);
Psi6_6=-barZ;
Psi6_7=zeros(n,n);
Psi6_8=zeros(n,n);
Psi6_9=zeros(n,n);
Psi6_10=zeros(n,m);
Psi6_11=zeros(n,m_e);

Psi7_7=-barZ;
Psi7_8=zeros(n,n);
Psi7_9=zeros(n,n);
Psi7_10=zeros(n,m);
Psi7_11=zeros(n,m_e);

Psi8_8=ksi*G*G'-T;
Psi8_9=zeros(n,n);
Psi8_10=zeros(n,m);
Psi8_11=X*EA';

Psi9_9=-R;
Psi9_10=zeros(n,m);
Psi9_11=zeros(n,m_e);

Psi10_10=-eye(m);
Psi10_11=zeros(m,m_e);

Psi11_11=-ksi*eye(m_e);

Psi=[ Psi1_1 Psi1_2 Psi1_3 Psi1_4 Psi1_5 Psi1_6 Psi1_7 Psi1_8 Psi1_9 Psi1_10 Psi1_11;

```

```

Psi1_2' Psi2_2 Psi2_3 Psi2_4 Psi2_5 Psi2_6 Psi2_7 Psi2_8 Psi2_9 Psi2_10 Psi2_11;
Psi1_3' Psi2_3' Psi3_3 Psi3_4 Psi3_5 Psi3_6 Psi3_7 Psi3_8 Psi3_9 Psi3_10 Psi3_11;
Psi1_4' Psi2_4' Psi3_4' Psi4_4 Psi4_5 Psi4_6 Psi4_7 Psi4_8 Psi4_9 Psi4_10 Psi4_11;
Psi1_5' Psi2_5' Psi3_5' Psi4_5' Psi5_5 Psi5_6 Psi5_7 Psi5_8 Psi5_9 Psi5_10 Psi5_11;
Psi1_6' Psi2_6' Psi3_6' Psi4_6' Psi5_6' Psi6_6 Psi6_7 Psi6_8 Psi6_9 Psi6_10 Psi6_11;
Psi1_7' Psi2_7' Psi3_7' Psi4_7' Psi5_7' Psi6_7' Psi7_7 Psi7_8 Psi7_9 Psi7_10 Psi7_11;
Psi1_8' Psi2_8' Psi3_8' Psi4_8' Psi5_8' Psi6_8' Psi7_8' Psi8_8 Psi8_9 Psi8_10 Psi8_11;
Psi1_9' Psi2_9' Psi3_9' Psi4_9' Psi5_9' Psi6_9' Psi7_9' Psi8_9' Psi9_9 Psi9_10 Psi9_11;
Psi1_10' Psi2_10' Psi3_10' Psi4_10' Psi5_10' Psi6_10' Psi7_10' Psi8_10' Psi9_10' Psi10_10 Psi10_11;
Psi1_11' Psi2_11' Psi3_11' Psi4_11' Psi5_11' Psi6_11' Psi7_11' Psi8_11' Psi9_11' Psi10_11' Psi11_11];

F=set(Psi<0);
F=F+set([barR barX; barX barT]>0)+set([barR eye(n);eye(n) R]>=0)+set([barX eye(n);eye(n) X]>=0)+set([barT eye(n);eye(n) T]>=0);
F=F+set(barQ > 0);
F=F+set([X barL'; barL umax^2*eye(m_u)]>0);

if (sayac==0),
    sol=solvesdp(F,[], sdpsettings('solver','sedumi', 'verbose', 0));
    if (sol.problem==1),
        break;
    end
end

k=0;

X_d=double(X); T_d=double(T); barR_d=double(barR); R_d=double(R);
barX_d=double(barX); barT_d=double(barT);

obj=R_d*barR+barR_d*R+X_d*barX+barX_d*X+T_d*barT+barT_d*T;
solvesdp(F,trace(obj),sdpsettings('solver','sedumi', 'verbose', 0));

stop=min(eig(double(X)*inv(double(T))*double(X)-double(R)));
while ((k<k_max) && (stop <0))
    obj1=R_d*barR+barR_d*R+X_d*barX+barX_d*X+T_d*barT+barT_d*T;
    sol=solvesdp(F,trace(obj1),sdpsettings('solver','sedumi', 'verbose', 0));

    X_d=double(X); T_d=double(T); barR_d=double(barR); R_d=double(R);
    barX_d=double(barX); barT_d=double(barT);

    stop=min(eig(double(X)*inv(double(T))*double(X)-double(R)));
    k=k+1;
    sayac1=sayac1+1;
end
sayac=sayac+sayac1;
sayac1=0;

if (k==k_max)
    disp('k_max iterasyonda cozum bulunamadi!!!')
    break
end
k

gamma0=gamma
gamma=gamma-delta_gamma;
barh0=barh

```

```
K=double(barL)*inv(double(X))
barh=barh+delta_barh;
barp0=barp
barp=barp+delta_barp
end
    Objective=double(trace(obj1))
    gamma0
    barh0
    barp0
```

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Hakan YAZICI
Doğum Tarihi ve Yeri : 19.07.1979 TRABZON
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : hyazici@yildiz.edu.tr

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Y. Lisans	Makine Müh.	Yıldız Teknik Üni.	2006
Lisans	Makine Müh.	Zonguldak Karaelmas Üni.	2002
Lise	Sayısal	Pendik Süper Lisesi	1997

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2005	Yıldız Teknik Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

YAYINLARI

Makale

1. Yazıcı, H. ve Guclu, R., (2010). "Active Vibration Control of Seismic Excited Structural System using LMI-Based Mixed H_2/H_∞ State Feedback Controller, Turkish Journal of Electrical of Engineering & Computer Sciences, doi:10.3906/elk-1007-592.
2. Guclu R. ve Yazici, H., (2009). "Self-Tuning Fuzzy Logic Control of a Non-Linear Structural System with ATMD Against Earthquake", Nonlinear Dynamics, 56(3):199-211.
3. Guclu, R. ve Yazici H., (2009), "Seismic-Vibration Mitigation of a Non-linear Structural System with an ATMD through a Fuzzy PID Controller", Nonlinear Dynamics, 58(3):553-564.
4. Guclu, R., and Yazici H., (2008), "Vibration Control of a Structure with ATMD against Earthquake using Fuzzy Logic Controllers", Journal of Sound and Vibration, 318(1-2):36-49.
5. Guclu, R. and Yazici, H., (2007), "Fuzzy Logic Control of a Non-linear Structural System against Earthquake Induced Vibration", Journal of Vibration and Control, 13(11):1535-1551.

Bildiri

1. Yazici, H. ve Guclu, R., (2008), "Active Vibration Control of a Structure with ATMD using a Robust Self-tuning Scheme P-ID Type Fuzzy Controller", The Mechanics Conference to Celebrate the 100th Anniversary of The Department of Engineering Science and Mechanics, 29-30 May 2008, Virginia.
2. Yazici, H. ve Guclu, R., (2007). "Active Vibration Control of a Building Structure Using a Hybrid Fuzzy Logic P+ID Controller", The 36th International Congress & Exhibition on Noise Control Engineering, 28-31 August 2007, Istanbul, 36, in07-029 CD.
3. Yazici, H. ve Guclu, R., (2006). "Self-Tuning Fuzzy Logic Controller of Vibrations of a Multi-Degree-of-Freedom Structural Systems", 5th International Symposium on Intelligent Manufacturing Systems (IMS-2006), 29-31 May 2006, Sakarya, 462-474.
4. Yazici, H. ve Guclu, R., (2006). "Fuzzy Logic Control of Vibrations of Tall Structural System", Proceedings of the International Conference on Modeling and Simulation, 28-30 Aug. 2006, Konya, 291-295.
5. Yazici, H. ve Guclu, R., (2006). "Fuzzy PID Controller of Vibrations of Multi-Degree-of-Freedom Structural Systems", 7th International Congress on Advances in Civil Engineering-ACE 2006, 11-13 Oct. 2006, ace06-676 CD (ISBN 975-461-416-4), Istanbul.
6. Yazıcı, H. ve Guclu, R., Kucukdemiral, I.B. (2010). "Gecikmeye-Bağlı H_∞ Denetleyici ile Eyleyici Gecikmeli Yapısal Sistemlerin Aktif Titreşim Denetimi", TOK2010 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, GYTE, 21-23 Eylül 2010, Kocaeli.

7. Yazıcı, H., Küçükdemiral, İ.B., Güçlü, R., “LMI Tabanlı Çıkış Geri-Beslemeli H_∞ Kontrolör ile Yapısal Bir Sistemin Aktif Titreşim Kontrolü”, 14. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, ODTÜ, 2-4 Temmuz, Güzelyurt, 7-13.

8. Yazıcı, H. ve Güçlü R., (2008), “Bulanık Kazanç Ayarlamalı PD Kontrolör ile Bir Yapının Aktif Titreşim Kontrolü”, TOK08 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, İTÜ, 13-15 Kasım 2008, İstanbul, 370-375.

9. Yazıcı, H. ve Güçlü R., (2007), “Öz Uyarlamalı Bulanık Mantıklı P-ID Kontrolörüyle 9 Katlı Bir Binanın Aktif Titreşim Kontrolü”, TOK07 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Sabancı Üniversitesi, 4-7 Eylül 2007, İstanbul, 312-317 .

Proje

109M523 TUBİTAK 1001 “Yapısal Sistemlerin farklı Bozucu Girişler Etkisi altındaki Titreşimlerinin Analizi ve Aktif-Pasif Yapı Kontrolü”, Güçlü R., Yazıcı, H., Metin, M., Bayraktar, M., Keskin G., (2010-...)