

Soru

Bir miktar alüminyum 90K sıcaklığına kadar soğutulmuştur. Bu durumda sistem çok büyük sayıda mikrodurumlara sahiptir. Bu mikrodurumların sayısını 10^{10} oranında artırmak için kaç joule ısı vermek gerekmektedir. ($k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$) (sbt. sıcaklıklar)

Çözüm

$$S = k_B \ln W$$

$$\Delta S = k_B \ln \left(\frac{W_2}{W_1} \right)$$

$$\frac{W_2}{W_1} = 10^{10} \text{ ve } T = 90K$$

sisteme ısı veriliyor. Be ;

$$Q = T \Delta S = k_B T \ln \left(\frac{W_2}{W_1} \right) = (1.38 \times 10^{-23}) (90K) \ln(10^{10})$$

$$Q = 2.86 \times 10^{-20} \text{ J} //$$

Soru

Bir sisteme ait mikrodurumların sayısı $W = aT^3 V^N$ ile verilmektedir. Burada a sbt, T sıcaklık, V hacim ve N parçacık sayısıdır.

a) sbt hacimdeki ısı sığasını bulunuz.

b) Bu sistem lineer olmayan moleküllerden oluşuyorsa, moleküllerin serbestlik derecesi nedir ve hangi enerjiler buna neden olur. ($n=1$ alınacak)

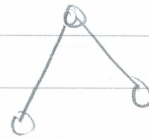
Çözüm a) $W = aT^3 V^N$

$$S = k_B \ln W = k_B \ln(aT^3 V^N)$$

$$C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = T \left[k_B \frac{a 3T^2 V^N}{a V^N T^3} \right] = 3k_B$$

b) $C_V = \frac{f}{2} k_B = 3k_B \Rightarrow f = 6 //$

Lineer olmayan molekül Be
3 öteleme, 3 dönme



$$E = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} I_x \omega_x^2 + \frac{1}{2} I_y \omega_y^2 + \frac{1}{2} I_z \omega_z^2 //$$

$NdT \equiv dE = dQ - dW$
 $nC_V dT = Tds - p dV$ (v=sbt)

$$ds = \frac{dQ}{T} \Rightarrow dQ = Tds$$

$$nC_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \Rightarrow C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \quad (n=1 \text{ mol alınacak})$$

Bekir Koçulu (3-4)

Soru

Karacım kuantum yapan bir sistemin entropisi

$$S = \frac{4\sigma}{3} V^{1/4} E^{3/4}$$

formülle verilmektedir. ($\sigma = \text{sabit}$). Kuantum sıcaklığını bulun ve durum denkleminin $PV = \frac{E}{3}$ olduğunu gösterin.

Çözüm

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_V$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_V = \frac{4}{3} \sigma V^{1/4} \cdot \frac{3}{4} E^{-1/4} = \sigma \left(\frac{V}{E} \right)^{1/4}$$

$$T = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{E}{V} \right)^{1/4}$$

$$P = T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_E$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_E = \frac{4}{3} \sigma \cdot \frac{1}{4} V^{-3/4} E^{3/4} = \frac{1}{3} \sigma \left(\frac{E}{V} \right)^{3/4}$$

$$P = \left[\frac{1}{\sigma} \left(\frac{E}{V} \right)^{1/4} \right] \left[\frac{1}{3} \sigma \left(\frac{E}{V} \right)^{3/4} \right] = \frac{1}{3} \frac{E}{V}$$

$$PV = \frac{E}{3}$$

$$dE = dQ - dW$$

$$dQ = T dS$$

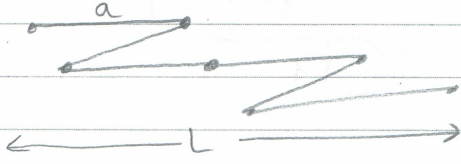
$$dE = T dS - P dV$$

$$dS = \frac{dE}{T} + \frac{P}{T} dV$$

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_V ; \frac{P}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_E$$

Böler Kavglu (35)

Tek bagytlı lastik modelı. (özet)



N tane aubuktan oluyur. Aubukların uzunluğu a . Tek bagytlı modelde sağa dęerı yęnelme aubukların sağı n_+ sola dęerı n_- Be modelün tığlam

uzunluęı $L = (n_+ - n_-)a = (2n_+ - N)a$ oluyur.

- Verilen bir L uzunluğuna karılık gelen tığlam mikrodurumların sağı nedir?
- Lastięin entropisi nedir
- Modelün L uzunluęta tutmak iain ila uuna uyęunması gereben gerilme kuvveti

$$F = -T \frac{\partial S}{\partial L} \text{ ifadesi ile bulunuyur. } F$$

kuvveti ile L uzunluğı arasındaki ilağı bulur ve $L \ll Na$ iain limit ifadesi hesaplayın. (Serı acılımmı yaz!)

^{4.11}
~~örnek~~ a) N tane aubuktan n_+ tanesi karı faalı zebilde sağa yęenebilir.

$$\Omega = \frac{N!}{n_+!(N-n_+)!} \quad \leftarrow \text{mikrodurumların sağı.}$$

b) $S = k_B \ln \Omega$ (Stirling yakarımmı ile)

$$S = k_B [N \ln N - n_+ \ln n_+ - (N - n_+) \ln (N - n_+)] \text{ bulunur.}$$

c) $F = -T \frac{\partial S}{\partial L}$ (S aıkca L 'ye bağlı değil ama n_+ 'ya bağlı)

$$\frac{\partial S}{\partial L} = \frac{\partial S}{\partial n_+} \frac{dn_+}{dL}$$

$$L = (2n_+ - N)a \Rightarrow dL = 2a dn_+ \Rightarrow \frac{dn_+}{dL} = \frac{1}{2a} \text{ bulunur.}$$

$$\frac{\partial S}{\partial n_+} = k_B \left[-\ln(n_+) - \underbrace{n_+ \left(\frac{1}{n_+} \right)}_{-1} + \ln(N-n_+) + \underbrace{(N-n_+) \left(\frac{1}{N-n_+} \right)}_{+1} \right]$$

$$\frac{\partial S}{\partial n_+} = k_B \ln \left(\frac{N-n_+}{n_+} \right)$$

$$F = -\frac{T k_B}{2a} \ln \left(\frac{N-n_+}{n_+} \right) //$$

F ile L arasındaki bağıntıyı bulalım;

$$L = (2n_+ - N)a \Rightarrow n_+ = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{a} + N \right)$$

$$F = -\frac{T k_B}{2a} \ln \left[\frac{N - \frac{1}{2} \left(\frac{L}{a} + N \right)}{\frac{1}{2} \left(\frac{L}{a} + N \right)} \right]$$

deneyenirse.

$$F = -\frac{T k_B}{2a} \ln \left(\frac{Na - L}{L + Na} \right) = \frac{T k_B}{2a} \ln \left(\frac{Na + L}{Na - L} \right) //$$

$$L \ll Na \text{ de } \Rightarrow \frac{L}{Na} \ll 1 \text{ çok küçük}$$

$$F \approx \frac{k_B T L}{Na^2} \text{ bulunur.}$$

Not:

$$\left[\ln(1 \pm x) = \pm x - \frac{x^2}{2} + \dots \text{ serisini kullan.} \right]$$

$$F = \frac{T k_B}{2a} \left[\ln \left(1 + \frac{L}{Na} \right) - \ln \left(1 - \frac{L}{Na} \right) \right] = \frac{T k_B}{2a} \left[\frac{L}{Na} - \left(-\frac{L}{Na} \right) \right] = \frac{T k_B L}{Na^2} //$$

500

N tane atandan oluşan bir kristal gözünüze alınız. Kristaldeki her atom $E_1 = E_2 = 0$ ve $E_3 = E_4 = E_5 = E$ olmak üzere 5 tane mümkün duruma sahiptir.

Mikrokavirik toplulukta bu kristalin enerjisini (E) bulunuz.

çözüm

0	0	E
0 ^E	0 ^E	0 ⁰
0 ⁰	0 ^E	0 ⁰

Kristaldeki her atom

0 enerjili 2 duruma

E enerjili 3 duruma sahiptir.

$$N = 0, 0, E, E, E, 0, 0, E, 0$$

N tane atandan n tanesi 0 enerjiye geyre kalan $(N-n)$ tanesinin de E enerjiye

$$W_1 = \frac{N!}{n!(N-n)!} \text{ farklı duruma sahiptir.}$$

0 enerjili her atom 2 duruma sahipse, n tane 0 enerjili atom için

$$W_2 = 2^n \text{ tane durum bulunur.}$$

Benzer şekilde $(N-n)$ tane E enerjili atom için

$$W_3 = 3^{N-n} \text{ tane durum vardır.}$$

$$W = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 = \frac{N!}{n!(N-n)!} 2^n 3^{N-n} \text{ olacaktır.}$$

$$S = k_B \ln W$$

$$S = k_B \left\{ N \ln N - N - n \ln n + n - (N-n) \ln (N-n) + (N-n) + n \ln 2 + (N-n) \ln 3 \right\}$$

$$S = k_B \left\{ N \ln N + n \ln \left(\frac{2}{n} \right) + (N-n) \ln \left(\frac{3}{N-n} \right) \right\}$$

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial n} \right) \left(\frac{\partial n}{\partial E} \right)$$

$$E = (N-n)\epsilon \Rightarrow n = N - \frac{E}{\epsilon} \Rightarrow \frac{\partial n}{\partial E} = -\frac{1}{\epsilon} //$$

$$\frac{\partial S}{\partial n} = k_B \ln \left[\frac{2}{3} \left(\frac{N-n}{n} \right) \right]$$

$$\frac{1}{T} = -\frac{k_B}{\epsilon} \ln \left[\frac{2}{3} \left(\frac{N}{n} - 1 \right) \right]$$

$$\Rightarrow e^{-\epsilon/k_B T} = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{N - \frac{E}{\epsilon}} - 1 \right)$$

$$E = \frac{3N\epsilon e^{-\epsilon/k_B T}}{2 + 3e^{-\epsilon/k_B T}} //$$

bulunur.

Soru

N tane parçacık olan bir sistemin enerji durumları zebinde gibi verilmektedir. Mikrokavirik tıgıulukta E enerjili parçacıkların sayısını (n)

$$\text{===== } E$$

skablgın fıkbrıyauı olarak;

serbest enerjinin minimizasyonu yöntemi ile bulunuz.

$$\text{----- } 0$$

çözüm N tane parçacığın n tanesi E enerjili
geri kalanı $(N-n)$ tanesi 0 enerjili

$$\Omega_1 = \frac{N!}{n!(N-n)!} \quad \Omega_2 = 3^n$$

$$\Omega = \Omega_1 \Omega_2 = \frac{N!}{n!(N-n)!} 3^n$$

$$S = k_B \ln \Omega \quad (\text{Stirling yaklaşımı ile})$$

$$S = k_B [N \ln N - n \ln n - (N-n) \ln (N-n) + n \ln 3]$$

$$E = nE \text{ idi.} \quad F = E - TS$$

Denge de Helmholtz serbest enerjisi minimumdur.

$$\frac{\partial F}{\partial n} = 0 \quad F = nE - k_B T [N \ln N - n \ln n - (N-n) \ln (N-n) + n \ln 3]$$

$$\frac{\partial F}{\partial n} = E - k_B T \left[-\ln n - \underbrace{\left(\frac{n}{n} \right)}_{-1} + \ln(N-n) - \underbrace{(N-n) \left(\frac{-1}{N-n} \right)}_{+1} + \ln 3 \right] = 0$$

$$E = k_B T \ln \left[\frac{3(N-n)}{n} \right]$$

$$\frac{E}{k_B T} = \ln \left(\frac{3N}{n} - 3 \right) \Rightarrow \frac{3N}{n} - 3 = e^{E/k_B T}$$

$$n = \frac{3N}{3 + e^{E/k_B T}} \quad \text{bulunmaktadı.$$

Klasik yoldan kontrol edelim;

$$S = k_B \ln \Omega$$

$$S = k_B \left[N \ln N - N - n \ln n + n - (N-n) \ln (N-n) + (N-n) + n \ln 3 \right]$$

$$S = k_B \left[N \ln N - n \ln n - (N-n) \ln (N-n) + n \ln 3 \right]$$

$$E = nE \Rightarrow dE = dnE \Rightarrow \frac{dn}{dE} = \frac{1}{E}$$

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_V \Rightarrow \frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial n} \right) \frac{dn}{dE} //$$

$$\frac{\partial S}{\partial n} = k_B \left[-\ln n - \underbrace{\left(n \frac{1}{n} \right)}_{-1} + \ln (N-n) - \underbrace{\frac{(N-n)(-1)}{N-n}}_{+1} + \ln 3 \right]$$

$$\frac{1}{T} = \frac{k_B}{E} \ln \left[\frac{3(N-n)}{n} \right]$$

$$n = \frac{3N}{3 + e^{E/k_B T}} //$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sinir koşulları} \\ T \rightarrow 0; e^{E/k_B T} \rightarrow \infty; n \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty; e^{E/k_B T} \rightarrow 1; n = \frac{3N}{3+1} = \frac{3N}{4} // \end{array} \right.$$

Bekir Karagün (3-6) (Adsorbsiyon) :

N tane adsorbsiyon gözü den bir yüzeyde tutulan her molekül $-E$ enerjiye sahiptir. Bu yüzeyde n tane gaz molekülü tutulmuşsa, $r = \frac{n}{N}$ değere örtme oranı denir.

a) örtme oranındaki mikrodurum sayısını ve sistemin entropisini bulun.

b) örtme oranının sıcaklığa bağıllığını bulun ve $r = f(T)$ grafiğini çizin?

çözüm

$$r = \frac{n}{N} \text{ örtme oranı.}$$

mikrodurum sayısı

$$\Omega = \left(\frac{N}{n} \right) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \text{ olmakta.}$$

$$S = k_B \ln \Omega$$

$$S = k_B [N \ln N - n \ln n - (N-n) \ln (N-n)]$$

$$S = k_B N \left[\ln N - \frac{n}{N} \ln n - \frac{N-n}{N} \ln (N-n) \right]$$

$$S = k_B N \left[\ln N - r \ln n - (1-r) \ln (N-n) \right]$$

$$S = -k_B N \left[-\ln N + r \ln n + (1-r) \ln (N-n) \right]$$

$$S = -k_B N \left[r \ln n - \ln N + \ln (N-n) - r \ln (N-n) \right]$$

$$S = -k_B N \left[\ln \left(\frac{N-n}{N} \right) - r \ln \left(\frac{N-n}{N} \right) \right]$$

$$S = -k_B N \left[\ln (1-r) - r \ln \left(\frac{1-r}{r} \right) \right]$$

$$S = -k_B N \left\{ (1-r) \ln(1-r) + r \ln r \right\}$$

$$S = -k_B N \left\{ r \ln r + (1-r) \ln(1-r) \right\}$$

$$b) \frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_V$$

$$r = \frac{n}{N} ; E = -n\epsilon$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial r} \left(\frac{dr}{dn} \right) \left(\frac{dn}{dE} \right) \quad \text{differential}$$

$$\frac{dr}{dn} = \frac{1}{N} ; \frac{dn}{dE} = -\frac{1}{\epsilon}$$

$$S = -k_B N \left[r \ln r + (1-r) \ln(1-r) \right]$$

$$\frac{\partial S}{\partial r} = -k_B N \left[\ln r + \underbrace{\left(\frac{1}{r} \right)}_{+1} - \ln(1-r) - \underbrace{(1-r) \frac{1}{(1-r)}}_{-1} \right]$$

$$\frac{\partial S}{\partial r} = -k_B N \left[\ln \left(\frac{r}{1-r} \right) \right]$$

$$\frac{1}{T} = \frac{k_B}{\epsilon} \ln \left(\frac{r}{1-r} \right)$$

$$\ln \left(\frac{r}{1-r} \right) = \frac{\epsilon}{k_B T} \Rightarrow r = (1-r) e^{\epsilon/k_B T}$$

$$\Rightarrow r(T) = \frac{e^{\epsilon/k_B T}}{1 + e^{\epsilon/k_B T}}$$

Beber Koenig (3-6)

2/2

(deram)

$$r(T) = \frac{1}{1 + e^{-E/kT}} \quad \left\{ \begin{array}{l} T \rightarrow \infty ; e^{-E/kT} \rightarrow 1 ; r \rightarrow \frac{1}{2} \\ T \rightarrow 0 ; e^{-E/kT} \rightarrow \infty ; r \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

$$T \rightarrow 0 \quad r \rightarrow 0$$

$$T \rightarrow \infty \quad r \rightarrow \frac{1}{2}$$

