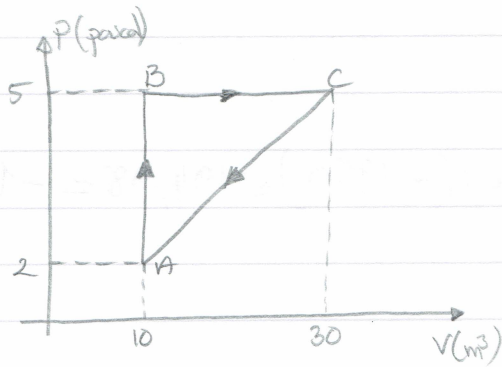


Soni:



İdeal bir gaz ele alalım. A noktasındaki sıcaklığı 300K

Gaz $A \rightarrow B \rightarrow C$ çevrimini yapıyor. Her bir basamakta, W, Q, U değerlerini hesaplayınız?

(Not: gazı tek atomlu ele alınız)

Gözüm

tek atomlu gaz

$$C_v (\text{cal/mol K}) = \frac{3R}{2}$$

$$C_p (\text{cal/mol K}) = \frac{5R}{2}$$

$$PV = nRT$$

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{2 \cdot 10}{(8.314)(300)} = \frac{20}{2494.2} = 8.018 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

A $\rightarrow$ B

$$W = 0$$

$$Q = nC_v \Delta T = (8.018 \times 10^{-3}) \left(\frac{3 \times 8.314}{2} \right) (450) = 44.99 = 45 \text{ J}$$

$$U = Q = 45 \text{ J}$$

(#)

(*)

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{T_A P_B}{P_A} = \frac{(300)(5)}{2} = \underline{\underline{750 \text{ K}}}$$

B $\rightarrow$ C

$$W = 5(30 - 10) = P \Delta V = 100 \text{ J}$$

$$Q = nC_p \Delta T = (8.018 \times 10^{-3}) \left(\frac{5 \times 8.314}{2} \right) (1500) = 249.98 = 250 \text{ J}$$

$$U = Q - W = 250 - 100 = 150 \text{ J} \quad \left[(8.018 \times 10^{-3}) \left(\frac{3}{2} \right) (8.314) (1500) \approx 150 \text{ J dir} \right]$$

(#)

(*)

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_C}{T_C} \Rightarrow T_C = \frac{T_B V_C}{V_B} = \frac{(750)(30)}{10} = \underline{\underline{2250 \text{ K}}}$$

C → A

yang dari.

$$W = - \left[\frac{(2+5)(20)}{2} \right] = -70 \text{ J}$$

$$U = n c_v \Delta T = (8.018 \times 10^{-3}) \left(\frac{3 \times 8,314}{2} \right) (-1950) = -194,98 = -195 \text{ J}$$

$$U = Q - W$$

$$Q = U + W$$

$$Q = -195 - 70$$

$$Q = -265 \text{ J}$$

Saglama

$$\sum U = 0$$

$$0 = 45 + 150 - 195$$

$$0 \cong 0 \text{ ok!}$$

Soru:

Aşağıdaki ifadelerden hangisi tam diferansiyeldir?

a) $dx = (10y + 6z) dy + 6y dz$

b) $dx = (3y^2 + 4yz) dy + (2yz + y^2) dz$

c) $dx = y^4 z^{-1} dy + z dz$

Çözüm

a) $dx = \underbrace{(10y + 6z)}_A dy + \underbrace{6y}_B dz$

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial B}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (10y + 6z) = \frac{\partial}{\partial y} (6y)$$

$$6 = 6 \quad \text{tam diferansiyel.}$$

b) $dx = (3y^2 + 4yz) dy + (2yz + y^2) dz$

$$\frac{\partial}{\partial z} (3y^2 + 4yz) = \frac{\partial}{\partial y} (2yz + y^2)$$

$$4y \neq 2z + 2y \quad \text{tam dif. değil.}$$

c) $dx = y^4 z^{-1} dy + z dz$

$$\frac{\partial}{\partial z} (y^4 z^{-1}) \neq \frac{\partial}{\partial y} (z) \quad \text{tam dif. değil.}$$

$$-y^4/z^2 \neq 0$$

Soru:

$F(T, V) = U - TS$ bir durum fonksiyonudur. Aşağıdaki ifadeleri gösteriniz?

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V \quad P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$$

Buradan Maxwell bağlantısını çıkarınız?

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

Çözüm:

$F(T, V)$ durum fonksiyonu, tam diferansiyel şekilde yazılabilir.

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T dV \quad \dots (1)$$

$$dF = dU - TdS - SdT$$

$$dU = dQ - dW = dQ - PdV$$

$$dS = \frac{dQ}{T} \Rightarrow dQ = TdS$$

yerleştirelim

$$dF = TdS - PdV - TdS - SdT$$

$$dF = -SdT - PdV \quad \dots (2)$$

① ve ② denklemlerini karşılaştıralım:

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$$

$$P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$$

olmakta.

① denkleminden;

$$\frac{\partial}{\partial V} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V \right]_T = \frac{\partial}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T \right]_V \quad \text{ohmalı}$$

$$\frac{\partial}{\partial V} (-S) = \frac{\partial}{\partial T} (-P)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

Maxwell denklemi bulunmuş olur.

Bekar Kapağı 1-2

20°C 'de 1kg suyun sıcaklığı 80°C 'ye iki farklı şekilde artırılıyor.

a) Su doğrudan 80°C 'deki bir ısı kaynağı ile ısıtılıyor.

b) Su önce 50°C bir ısı kaynağına sonra da 80°C 'deki bir ısı kaynağına ısıtılıyor.

Her iki durumdaki toplam sistemin (su + ısı kaynağı) entropi artışı hesaplayıp karşılaştıralım.

çözüm

$$m = 1\text{kg}$$

$$T_1 = 20^{\circ}\text{C} = 293\text{K}$$

$$T_2 = 80^{\circ}\text{C} = 353\text{K}$$

$$c_v = 1\text{cal/gK} = 4180\text{J/kgK}$$

$$1\text{cal} = 4,18\text{J}$$

$$a) 293\text{K} \rightarrow 353\text{K}$$

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$\Delta S_{\text{su}} = \int_{293}^{353} mc \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1} = (1)(4180) \ln \left(\frac{353}{293} \right) = 778,7\text{J/K}$$

$$\Delta S_{\text{kayn}} = -\frac{Q}{T} = -\frac{mc\Delta T}{T} = -\frac{(1)(4180)(353-293)}{353} = -710,48\text{J/K}$$

$$S_{\text{toplam}} = \Delta S_{\text{su}} + \Delta S_{\text{kayn}} = 778,7 - 710,48 = 68,22\text{J/K} //$$

$$b) 293\text{ K} \rightarrow 323\text{ K} \rightarrow 353\text{ K}$$

$$\Delta S_{su} = \int_{293}^{323} mc \frac{dT}{T} + \int_{323}^{353} mc \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S_{su} = mc \ln\left(\frac{323}{293}\right) + mc \ln\left(\frac{353}{323}\right) = 778,7 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{bany} = - \left(\frac{mc \Delta T}{T_1} + \frac{mc \Delta T}{T_2} \right)$$

$$\Delta S_{bany} = - \left[\frac{(1)(4180)(323-293)}{323} + \frac{(1)(4180)(353-323)}{353} \right]$$

$$\Delta S_{bany} = -743,45 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{toplam} = 778,7 - 743,45 = 35,25 \text{ J/K}$$

Bunun nedeni ara sıcaklık değeri alınarak tersinir süreçte yapılmakta. Tersinir süreçlerde entropi değişimi sıfır olduğundan, ara değerler artıkcı entropi değişimide sıfıra yablaacaktır.

Sam

Bir sıvının durum denklemi $V(T,P) = a \exp\left(\frac{T}{b} - \frac{P}{c}\right)$ olarak

veriliyor. Sıvının ısı sıgası ile sıcaklıkla $C_v = eT^3$ şeklinde değişiyor. Burada a, b, c ve e sabittir. Sıvının entropi değerini veren ifadeyi bulunuz.

Yol gösterme: $dS(T,V)$ diferansiyelini ifade ediniz ve $dQ = C(T)dT = TdS$

$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ bağıntılarından yararlanınız.

Çözüm

$$dS(T,V) = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V ; C_v dT = TdS \Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{C_v}{T}$$

$$V(T,P) = a \exp\left(\frac{T}{b} - \frac{P}{c}\right) \Rightarrow \ln\left(\frac{V}{a}\right) = \left(\frac{T}{b} - \frac{P}{c}\right)$$

$$\frac{P}{c} = \frac{T}{b} - \ln\left(\frac{V}{a}\right)$$

$$P = \frac{c}{b} T - c \ln\left(\frac{V}{a}\right)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{c}{b} T - c \ln\left(\frac{V}{a}\right) \right)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{c}{b} - 0$$

$$dS(T,V) = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV \Rightarrow dS = \frac{C_v}{T} dT + \frac{c}{b} dV$$

$$\int dS = \int \frac{C_v}{T} dT + \int \frac{c}{b} dV$$

$$\Delta S = S - S_0 = \int \frac{eT^3}{T} dT + \int \frac{c}{b} dV$$

$$S = \frac{eT^3}{3} + \frac{c}{b} V + S_0$$

$$V_b \left(\frac{26}{V_b} \right) + T_b \left(\frac{26}{V_b} \right) = (V_b) 26$$

$$\frac{W}{T} = \left(\frac{26}{V_b} \right) \left(\frac{26}{V_b} \right) = 16W : \quad \left(\frac{26}{V_b} \right) - \left(\frac{26}{V_b} \right)$$

$$\left(\frac{9}{3} - \frac{1}{3} \right) = \left(\frac{V}{10} \right) \ln \left(\frac{9}{3} - \frac{1}{3} \right) \ln \left(\frac{9}{3} - \frac{1}{3} \right) = (V) \ln \left(\frac{9}{3} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\left(\frac{V}{10} \right) \ln \left(\frac{9}{3} - \frac{1}{3} \right) = \frac{9}{3} - \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{V}{10} \right) \ln \left(\frac{9}{3} - \frac{1}{3} \right) = \frac{9}{3} - \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{V}{10} \right) \ln \left(\frac{9}{3} - \frac{1}{3} \right) = \frac{9}{3} - \frac{1}{3}$$

$$0 - \frac{2}{3} = \left(\frac{9}{3} - \frac{1}{3} \right)$$

$$V_b \left(\frac{26}{V_b} \right) + T_b \left(\frac{26}{V_b} \right) = 26 \Leftrightarrow V_b \left(\frac{26}{V_b} \right) + T_b \left(\frac{26}{V_b} \right) = (V_b) 26$$

Bekar Kararışu 1-10

Entalpi $H = E + PV$ olarak tanımlanmıştır ve tam diferansiyeli $dH = TdS + Vdp$ oluyordu. Buna göre, sabit basınçta özgül ısı n_{cp}

$$n_{cp} = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p$$

olduğunu gösterin? (yol gösterme: sabit basınçta $dH = dQ$ olduğunu gösterin)

çözüm

$$dH = TdS + Vdp$$

Entropi tanımından $dS = \frac{dQ}{T} \Rightarrow dQ = TdS$

$$dH = dQ + Vdp$$

$p = \text{sbt} \Rightarrow dp = 0$ olur. Sonuç olarak

$$dH = dQ \quad \text{olmaktadır.}$$

$$dQ = n_{cp} dT \quad (\text{sbt basınçta})$$

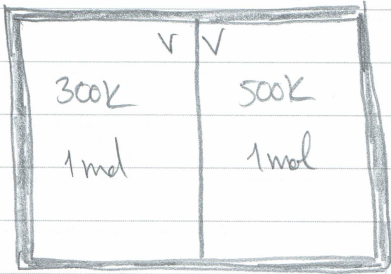
$$n_{cp} = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_p$$

$$n_{cp} = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \quad //$$

Bekir Karaglu 1-4

Isıya yalıtılmış bir silindirin eşit hacimli iki bölgesinde, aynı cinsten 1'er mol ideal gaz bulunmaktadır. Başlangıçta farklı $T_1 = 300K$ ve $T_2 = 500K$ sıcaklığında olan bu iki gazın arasındaki mülük açılarak dengeye getiriliyor. Son sıcaklığı ve toplam entropi değişimini hesaplayınız?

çözüm



Termal dengeye getiriliyor.
Enerji akışı vardır. (sistem yalıtılmış olduğundan)

$$n_1 \Delta T = -n_2 \Delta T$$

$$1 \sqrt{(T_s - 300)} = -1 \sqrt{(T_s - 500)}$$

$$T_s = 400K$$

Entropi değişimi:

$$\Delta S_T = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$S_T = \int_{T_1}^{T_s} \frac{dQ}{T} + \int_{T_2}^{T_s} \frac{dQ}{T} = n_1 c_p \ln\left(\frac{400}{300}\right) + n_2 c_p \ln\left(\frac{400}{500}\right)$$

$$S_T = c_p(0.29) + c_p(-0.22)$$

$$S_T = 0.07 c_p \quad \text{bulunur.}$$

Soru

Helyum atomlarından oluşan bir gaz için, genleşme katsayısı α ve izotermal sıkıştırılabilirlik katsayısı κ_T aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{5}{4} \frac{a}{c} T^{3/2} V^2 - \frac{3}{2} \frac{b}{c} T^2 V^2$$

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{2c} V^2$$

$P(V, T)$ durum denklemini bulunuz. Burada a, b, c sabittir. Büyük hacim ve düşük sıcaklıklarda basınç sıfır olmaktadır.

Çözüm

$$P(V, T)$$

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dT$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = \frac{1}{\left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T} = -\frac{2c}{V^3}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_T = -\frac{2c}{V^3} \left(\frac{5}{4} \frac{a}{c} T^{3/2} V^3 - \frac{3}{2} \frac{b}{c} T^2 V^3 \right)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = 3bT^2 - \frac{5}{2} a T^{3/2}$$

$$\int dP = \int \left(-\frac{2c}{V^3} \right) dV + \int \left(3bT^2 - \frac{5}{2} a T^{3/2} \right) dT$$

$$P = + \frac{2c}{2V^2} + f(T) + \left(\frac{3bT^3}{3} - \frac{5}{2} \frac{aT^{5/2}}{(5/2)} \right) + g(V)$$

$$P = \frac{C}{r^2} + bT^3 - aT^{5/2} + sbt$$

Düşük sıcaklık ve büyük hacimde $P=0$ olabilir için integrale gelen sbt sıfır olmalı. Sonuçta.

$$P = \frac{C}{r^2} + bT^3 - aT^{5/2} //$$