



KÜMELER VE OLASILIK

KÜME KAVRAMI

Olasılık ve istatistiğin ve hatta matematiğin temelini küme (dizi, Ing. Set) kavramı oluşturmaktadır. Küme nesnelerin toplamından oluşur. Kümeyi oluşturan nesnelere kümenin “üyeleri” yada “elemanları” denir.

Bir küme en basit anlamda elemanlarının listelenmesi ile tanımlanabilir. Eğer bu mümkün değilse elemanlarının yada elemanı dışındaki nesnelerin sahip olduğu genel özellikler belirtilerek ifade edilebilir. İlk yöntem “roster yöntemi”, ikinci yöntem ise “property yöntemi” olarak anılır.

Örnek: Türkçe'deki sesli harflerin oluşturduğu küme

roster yöntemi ile $\{a,e,ı,i,o,ö,u,ü\}$

property yöntemi ile ise $\{x \mid x \text{ sesli harf}\}$



“öyle ki”

“verildiği takdirde”

“küme elemanı x öyle ki x bir sesli harftir”.

Örnek: $\{x \mid x \text{ düzlemdeki bir üçgen}\}$

Örnek: Bir çift zar atıldığında her bir zarın üst yüzünde gelen olası sayılar

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Örnek: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesini gösterebilirsin. Bir B kümesi A'nın elemanlarının karesinden oluşuyor.

$$B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$$

Alt Küme

A kümesinin her elemanı B kümesine de aitse A'ya B kümesinin alt kümesi denir ve $A \subset B$ ya da $B \supset A$ şeklinde gösterilir. İfade olarak da “A, B kümesi tarafından içerilir” ya da “B A'yı kapsar” denir.

$A \subset B$ ve $B \subset A$ ise A ve B ($A = B$). Böyle bir durumda A ve B tamamıyla aynı elemanlara sahiptir.

A B' ye eşit değilse yani A ve B'nin tam olarak elemanları aynı değilse o zaman $A \neq B$ yazılır.

$$A \subset B \text{ ve } B \subset C \text{ ise } A \subset C$$

Evrensel Küme

Üzerinde çalıştığımız kümelerin her birini alt küme kabul eden daha geniş kümeye denir.

$E = \{a, b, c\}$ olsun.

$\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{c,b\}, \{a,b,c\}$ kümelerinin tümü E 'nin alt kümesidir.

Üç elemanlı bir evrensel kümenin alt kümelerinin sayısı $2^3=8$

En önemli kümelerden biri 3, -2, $\sqrt{2}$, π gibi elemanlardan oluşan $\mathbb{R}$ gerçekte sayılar kümesidir.

Gerçek sayılar gerçekte bir eksen, yani x absis ekseninde gösterilebilirler.

a ve b , $a < b$ olacak şekilde gerçekte sayılar ise $\mathbb{R}$ 'nin $\{x \mid a \leq x \leq b\}$ ve $\{x \mid a < x < b\}$ alt kümeleri sırasıyla kapalı ve açık aralıklı olarak adlandırılır.

$\{x \mid a \leq x < b\}$ ve $\{x \mid a < x \leq b\}$ alt kümeleri ise yarı açık ve yarı kapalı aralıklardır.

□ x öyle ki $x^2 = -1$ olacak şekilde oluşturulan tüm gerçel sayıların kümesi $\{x \mid x^2 = -1\}$, karesi -1 e eşit olan gerçel sayı bulunmadığından boş kümedir.

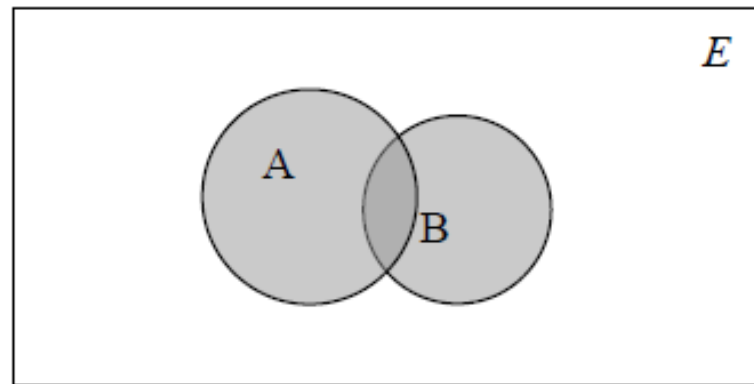
Kümeye kompleks sayılar eklendiğinde küme boş küme olmaktan kurtulur !!!!

□ Bir zar attığımızda zarın üst yüzünde gelebilecek sayılardan oluşan küme $\{1,2,3,4,5,6\}$ evrenini meydana getirir.

□ Tek bir zar atıldığında 7 ya da 11 gelmesi ile oluşan küme boş kümedir.

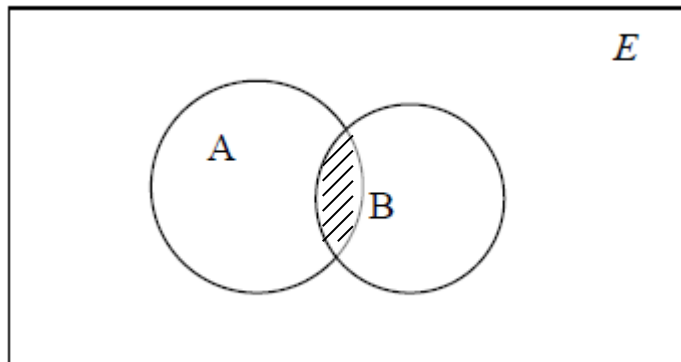
Kümelerle İşlemler

1. **Kümelerin birleşimi.** A ya yada B ye yada A ve B'nin her ikisine de ait olan tüm elemanlar kümesine A ve B'nin birleşimi denir ve $A \cup B$ ile gösterilir



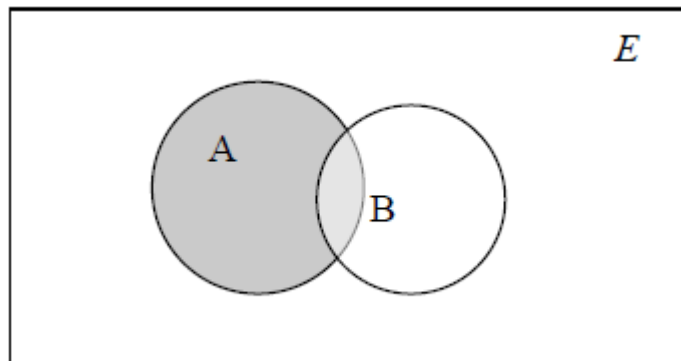
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

2. **Kesişim.** A ve B'nin ortak elemanlarından oluşan küme, ya da A ve B'nin arakesiti olan küme A ve B'nin kesişimi olarak adlandırılır ve $A \cap B$ ile gösterilir



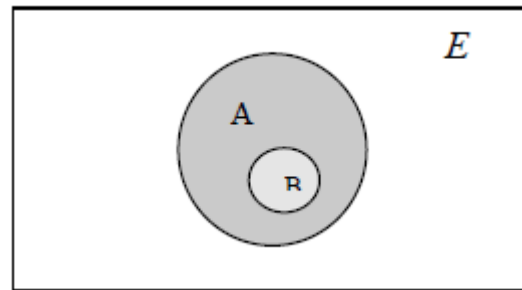
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

3. **Fark.** A'nın B'de olmayan tüm elemanlarından oluşan kümeye A ve B'nin farkı denir ve $A - B$ (ya da $A \setminus B$) şeklinde yazılır



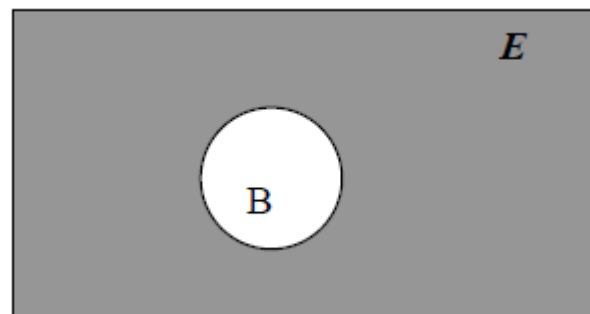
$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$$

4. **Tümleme.** $B \subset A$ ise $A - B$ ye B nin A ya göre tümleyeni denir ve B'_A ile gösterilir



$A = E$, yani evrensel küme ise $E - B$ ye B 'nin tümleyeni denir ve B' ile gösterilir

$A \cup B$ 'nin tümleyeni ise $(A \cup B)'$ ile gösterilir.



Kümelerle İlgili Teoremler

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$$

$$\left. \begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{aligned} \right\}$$

$$A - B = A \cap B'$$

$$A \subset B \text{ ise } A' \supset B' \text{ ya da } B' \subset A'$$

$$\left. \begin{aligned} A \cup \emptyset &= A, A \cap \emptyset = \emptyset \\ A \cup E &= E, A \cap E = A \end{aligned} \right\}$$

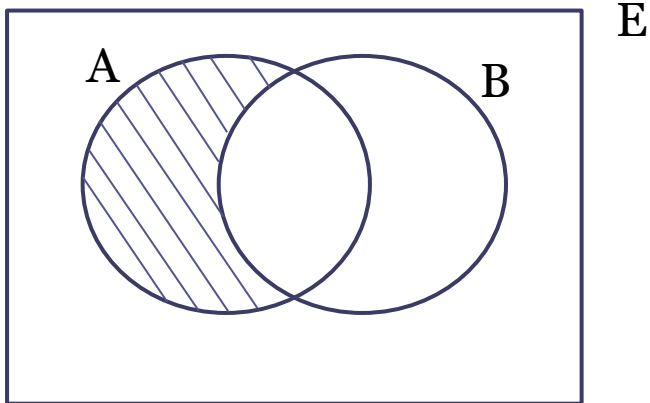
$$\left. \begin{aligned} (A \cup B)' &= A' \cap B' \\ (A \cap B)' &= A' \cup B' \end{aligned} \right\}$$

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B')$$



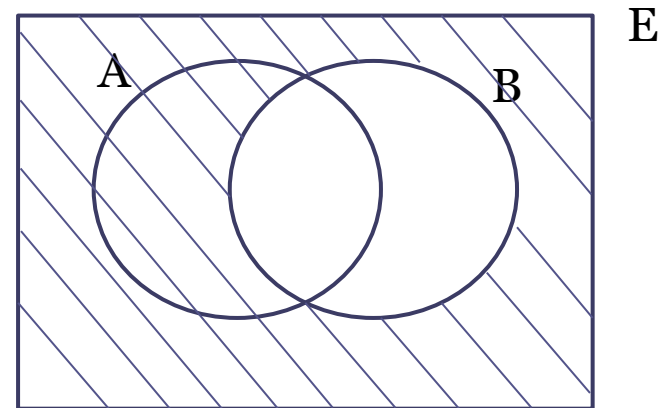
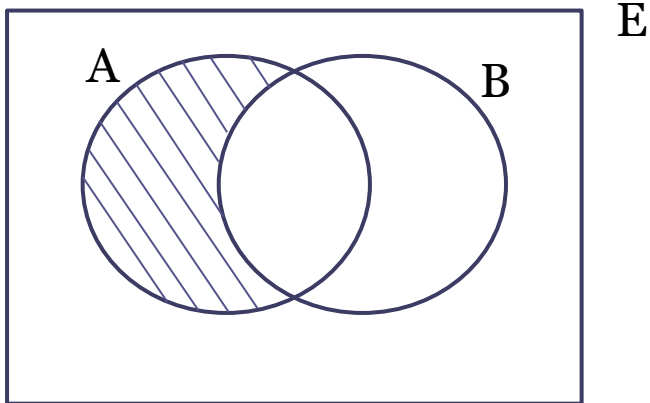
Kümelerle İlgili Teoremler

$$A - B = A \cap B'$$



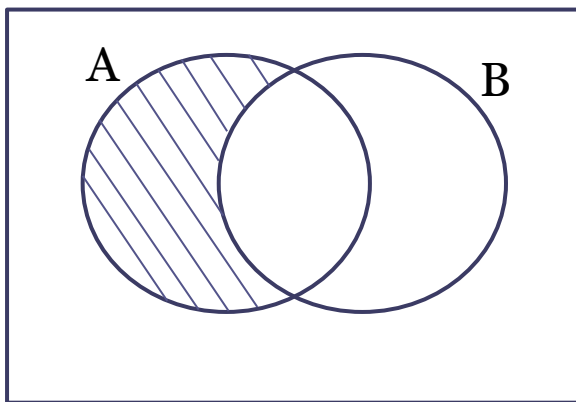
Kümelerle İlgili Teoremler

$$A - B = A \cap B'$$

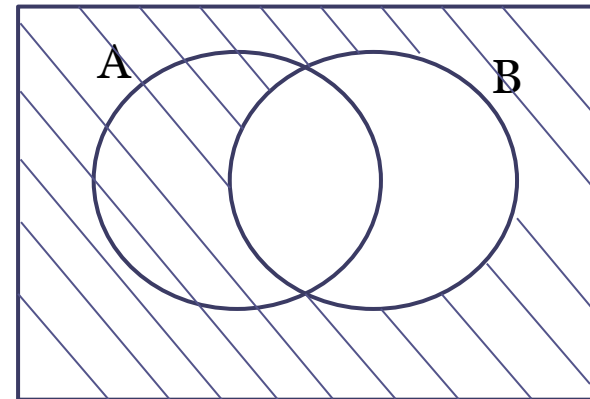


Kümelerle İlgili Teoremler

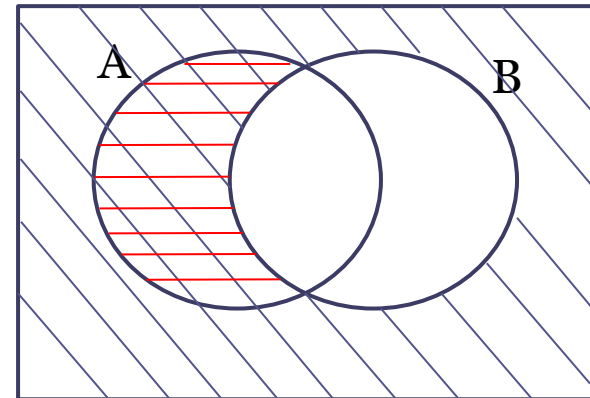
$$A - B = A \cap B'$$



E



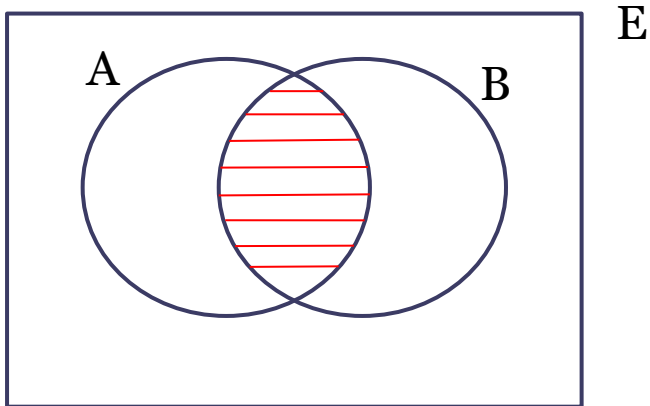
E



E

Kümelerle İlgili Teoremler

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B')$$



Kümelerle İlgili Teoremler

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B')$$

