



II. BÖLÜM

TOPRAK BASINCI TEORİLERİ

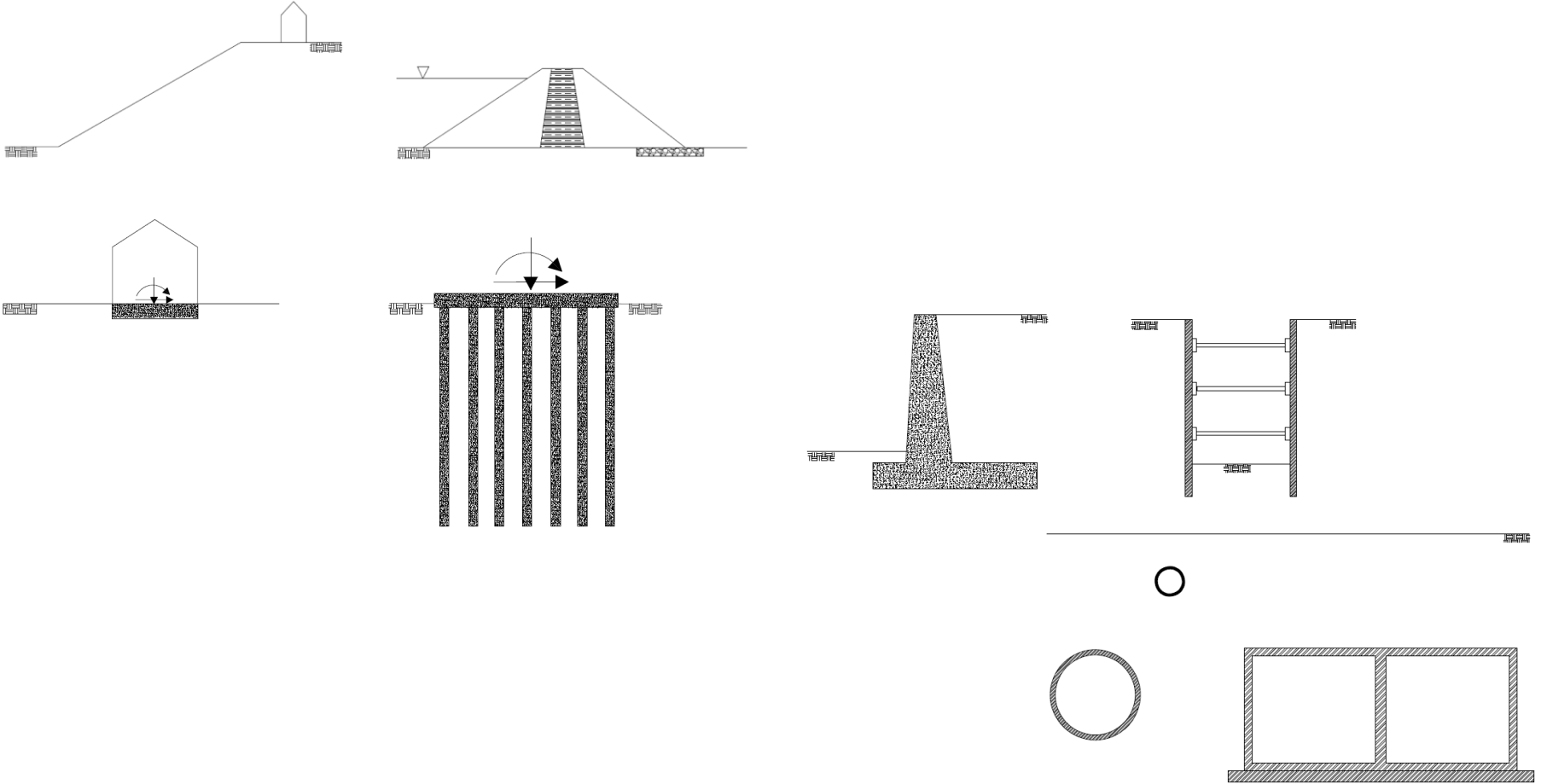
Prof. Dr. Mehmet BERİLGİN
İnşaat Mühendisliği Bölümü
Geoteknik Anabilim Dalı



Toprak Basınçları

- Geoteknik yapıların tasarımında basınçların bilinmesi gerekmektedir.
- Zemin Mekaniğinde düşey gerilmeler kolaylıkla hesaplanırken($\sigma_v = \gamma z$) yatay gerilmeler için genellikle bir katsayı (toprak basıncı katsayısı) kullanılması tercih edilmektedir.

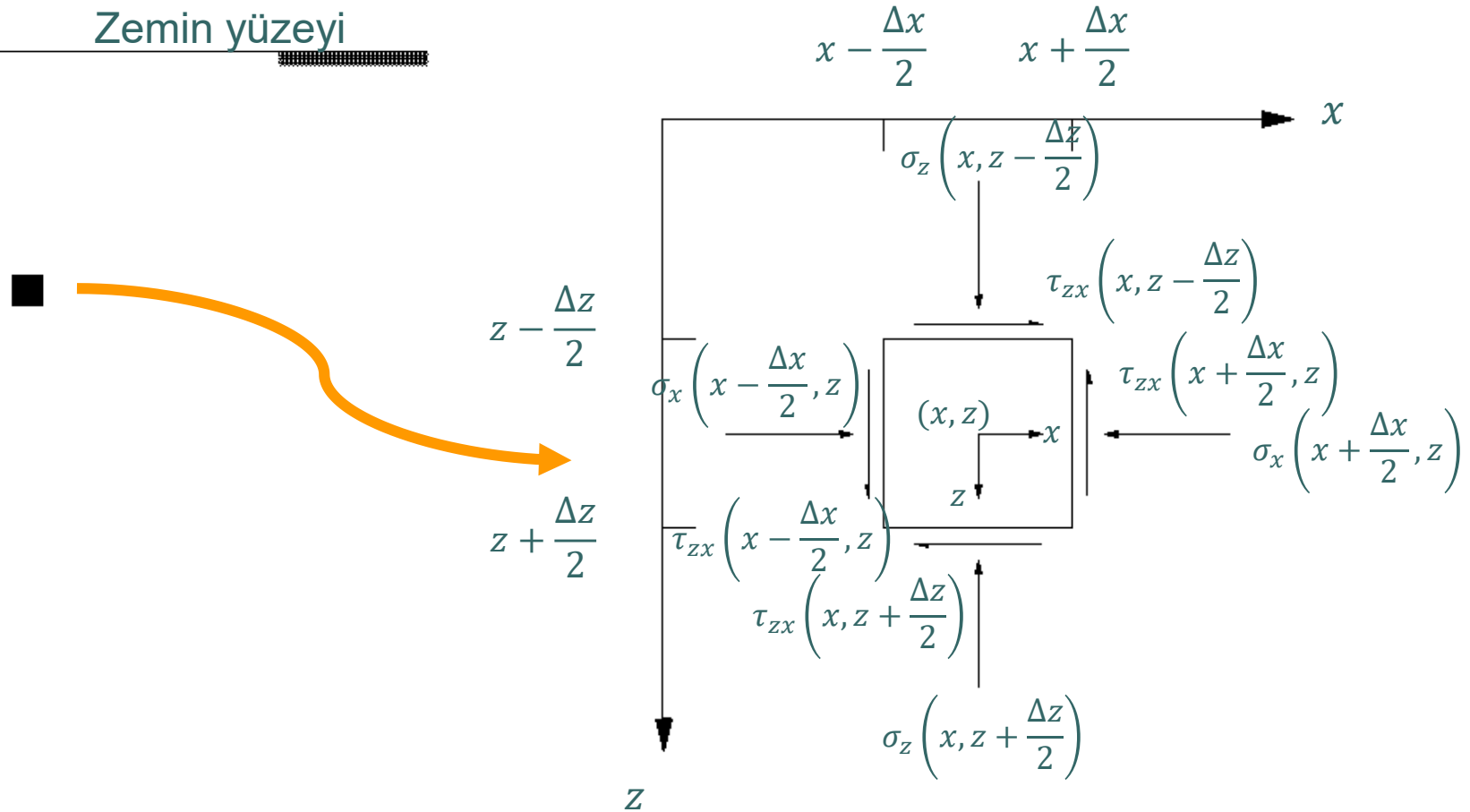
Geoteknik yapılar





RANKINE TOPRAK BASINCI TEORİSİ

Sürekli bir ortamda küçük bir elemana etkiyen gerilmeler ve kütle kuvvetleri



Denge denklemleri

$$\sum F_x = 0:$$

$$\tau_{zx} \left(x, z + \frac{\Delta z}{2} \right) \cdot \Delta x - \tau_{zx} \left(x, z - \frac{\Delta z}{2} \right) \cdot \Delta x + \sigma_x \left(x + \frac{\Delta x}{2}, z \right) \cdot \Delta z - \sigma_x \left(x - \frac{\Delta x}{2}, z \right) \cdot \Delta z - X \cdot \Delta x \cdot \Delta z = 0$$

$$\sum F_z = 0:$$

$$\sigma_z \left(x, z + \frac{\Delta z}{2} \right) \cdot \Delta x - \sigma_z \left(x, z - \frac{\Delta z}{2} \right) \cdot \Delta x + \tau_{zx} \left(x + \frac{\Delta x}{2}, z \right) \cdot \Delta z - \tau_{zx} \left(x - \frac{\Delta x}{2}, z \right) \cdot \Delta z - Z \cdot \Delta x \cdot \Delta z = 0$$



$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left[\frac{\tau_{xz} \left(x, z + \frac{\Delta z}{2} \right) - \tau_{xz} \left(x, z - \frac{\Delta z}{2} \right)}{\Delta z} \right] + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\sigma_x \left(x + \frac{\Delta x}{2}, z \right) - \sigma_x \left(x - \frac{\Delta x}{2}, z \right)}{\Delta x} \right] = X$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left[\frac{\sigma_x \left(x, z + \frac{\Delta z}{2} \right) - \sigma_x \left(x, z - \frac{\Delta z}{2} \right)}{\Delta z} \right] + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\tau_{xz} \left(x + \frac{\Delta x}{2}, z \right) - \tau_{xz} \left(x - \frac{\Delta x}{2}, z \right)}{\Delta x} \right] = Z$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = X$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = Z$$

$$X = 0$$

$$Z = \gamma$$

Yarı sonsuz ortam için denge denklemlerinin çözümü

- *Yarı sonsuz, homojen ve izotrop ortam*
- *Zemin yüzü yatay ve yanal gerilme x doğrultusunda değişmiyor.*

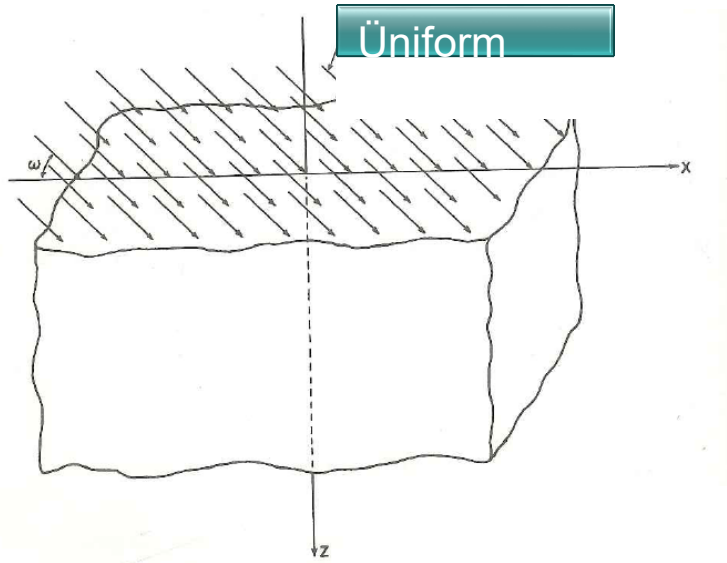
$$\frac{d\sigma_z}{dz} = \gamma$$

$$\frac{d\tau_{xz}}{dz} = 0$$

$$\sigma_z = \gamma z + C_1$$

$$\tau_{xz} = C_2$$

C_1 ve C_2 sınır koşullarına göre elde edilen sabitler



Yüzeyde yatayla ω açı yapan q üniform yük olması durumu için C_1 ve C_2 sabitleri aşağıdaki gibi belirlenir:

$$\sigma_z|_{z=0} = q \sin \omega$$

$$\tau_{xz}|_{z=0} = q \cos \omega$$

Buna göre z derinliğinde gerilmeler

$$\sigma_z = \gamma z + q \sin \omega$$

$$\tau_{xz} = q \cos \omega$$

Yükleme sınır normalini doğrultusunda veya sıfır ise yatay ve düşey düzlemler asal düzlemlerdir!

Limit denge

- σ'_x 'i belirlemek için ilave bir denkleme ihtiyaç vardır.
- Malzeme bünye davranışı dikkate alarak böyle bir denklem yazılabilir.
- Bunun için malzemenin göçme durumu göz önüne alınması uygun bir yaklaşım olur.
- Bu durumda zemin kütlesinin her noktada göçmeye ulaştığı kabul edilir.
- Zemin kütlesinin her noktada göçmeye ulaşması **limit denge durumu** olarak adlandırılır.
- Zemin malzemesinin göçme durumunun matematiksel olarak modellenmesi için Mohr Coulomb Göçme hipotezi uygun olduğundan göçme durumundaki Mohr dairesinin denklemi:

$$\left(\frac{\sigma'_z - \sigma'_x}{2} \right)^2 = \tau_{xz}^2 + \left(\frac{\sigma'_z + \sigma'_x}{2} \right)^2$$

- Bu ilave denklemle 3 bilinmeyene karşılık 3 denklem olduğundan bilinmeyenler σ'_x , σ'_z ve τ_{xz} için elde edilebilir.



Kabuller

- 1) Mohr Coulomb Göçme Hipotezi'nde göçme orta asal gerilmeden bağımsızdır.
- 2) Orta asal gerilme x-z düzleminde etkir ve $\sigma'_2 = \sigma'_y$
- 3) σ'_x , σ'_z ve τ_{xz} **y**'den bağımsızdır

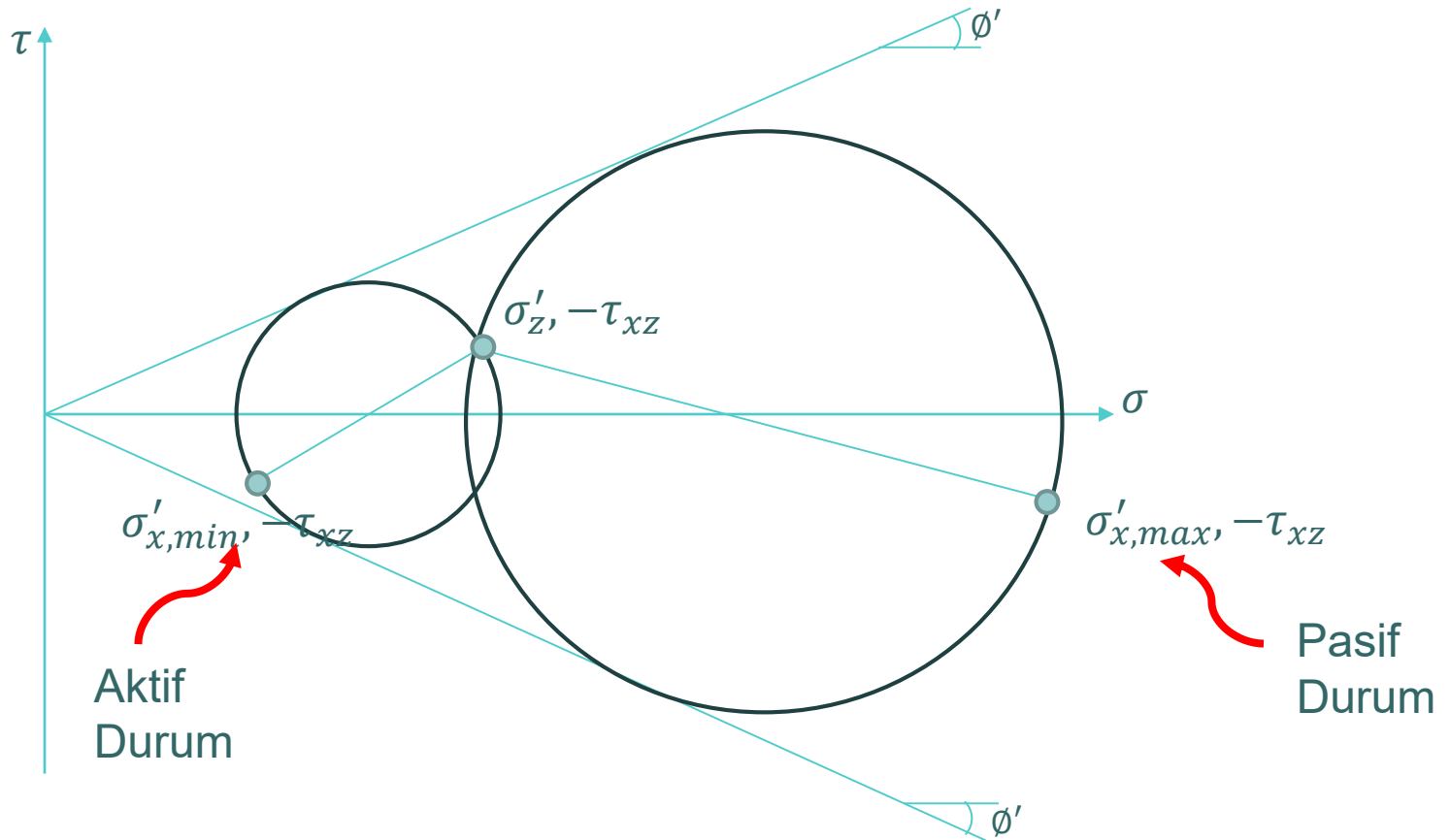

$$\left(\frac{\sigma'_z - \sigma'_x}{2}\right)^2 = \tau_{xz}^2 + \left(\frac{\sigma'_z + \sigma'_x}{2}\right)^2$$

eşitliğinin 2° olması dolayısı ile göçme üreten iki gerilme durumu mümkündür:

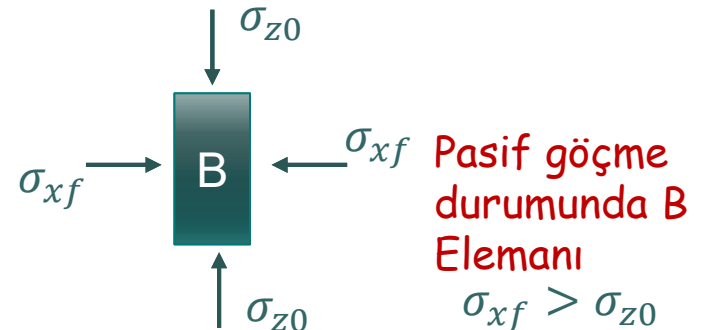
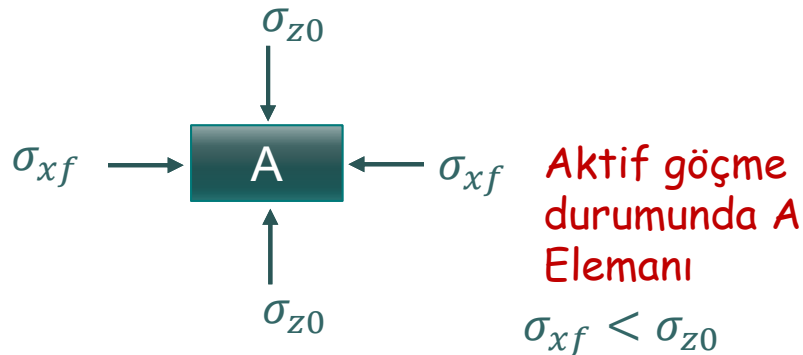
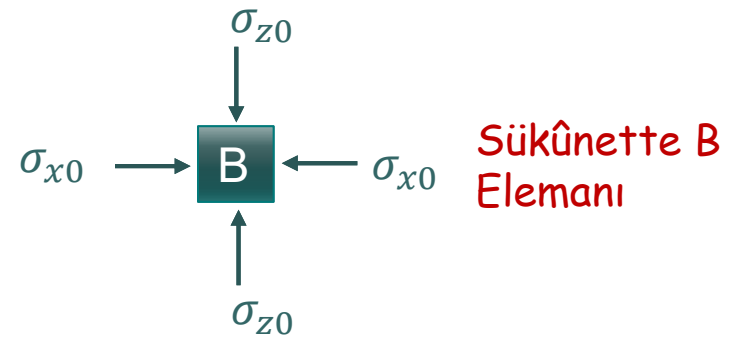
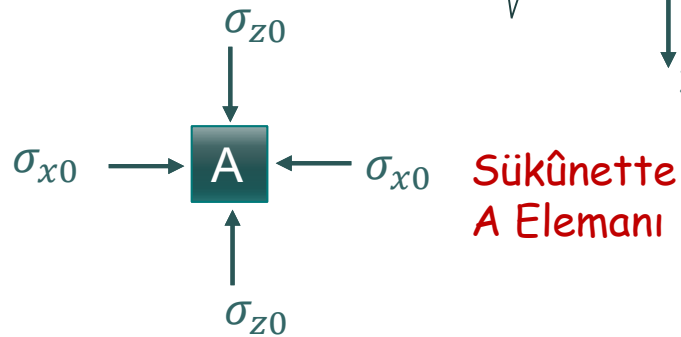
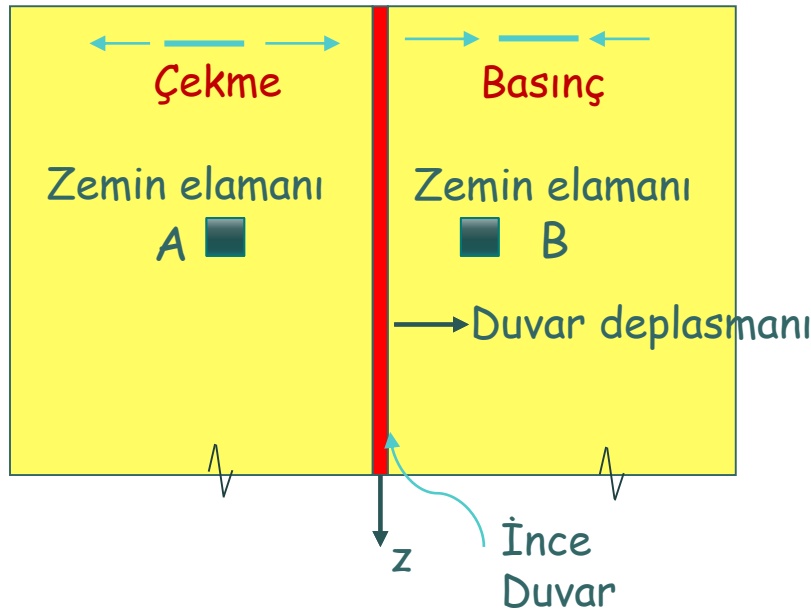
$$\sigma'_x = \sigma'_z \left(\frac{1 + \sin^2 \phi'}{1 - \sin^2 \phi'} \right) - \frac{2 \sin \phi'}{1 - \sin^2 \phi'} \sqrt{\sigma_z'^2 - \tau_{xz}^2 \left(\frac{1 - \sin^2 \phi}{\sin^2 \phi} \right)}$$

$$\sigma'_x = \sigma'_z \left(\frac{1 + \sin^2 \phi'}{1 - \sin^2 \phi'} \right) + \frac{2 \sin \phi'}{1 - \sin^2 \phi'} \sqrt{\sigma_z'^2 - \tau_{xz}^2 \left(\frac{1 - \sin^2 \phi}{\sin^2 \phi} \right)}$$

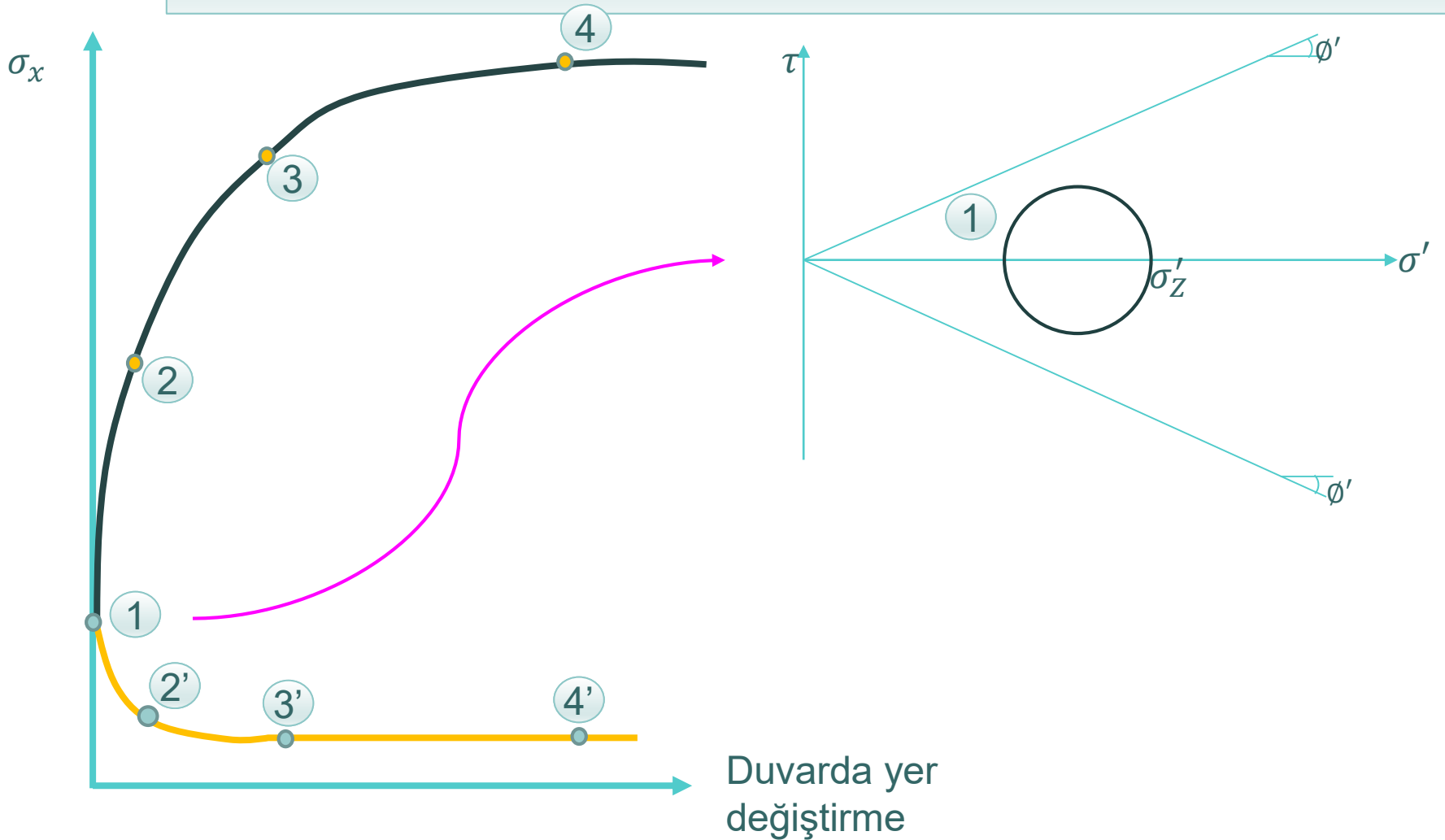
Limit dengede gerilmelerin durumu



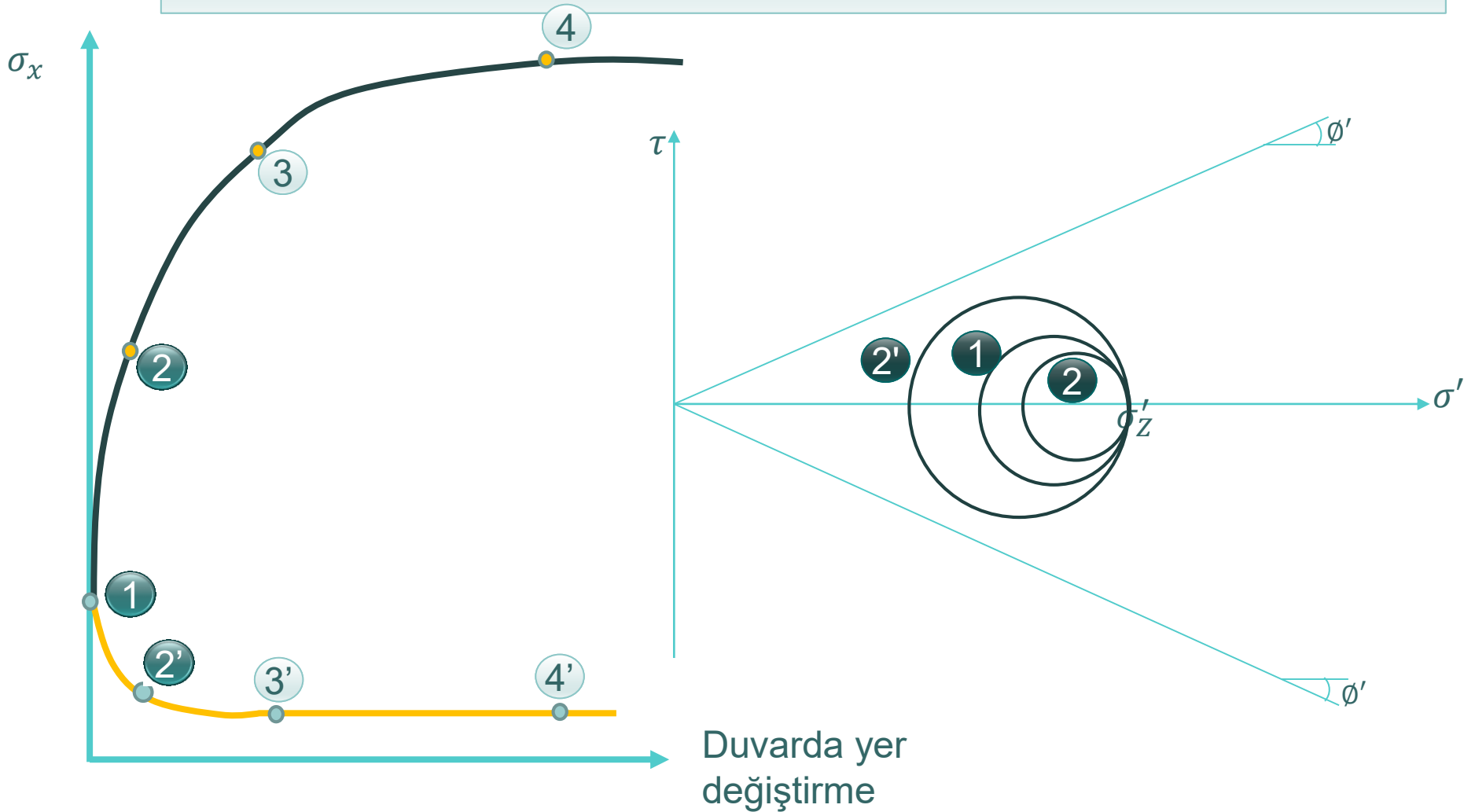
Limit dengenin oluşumu



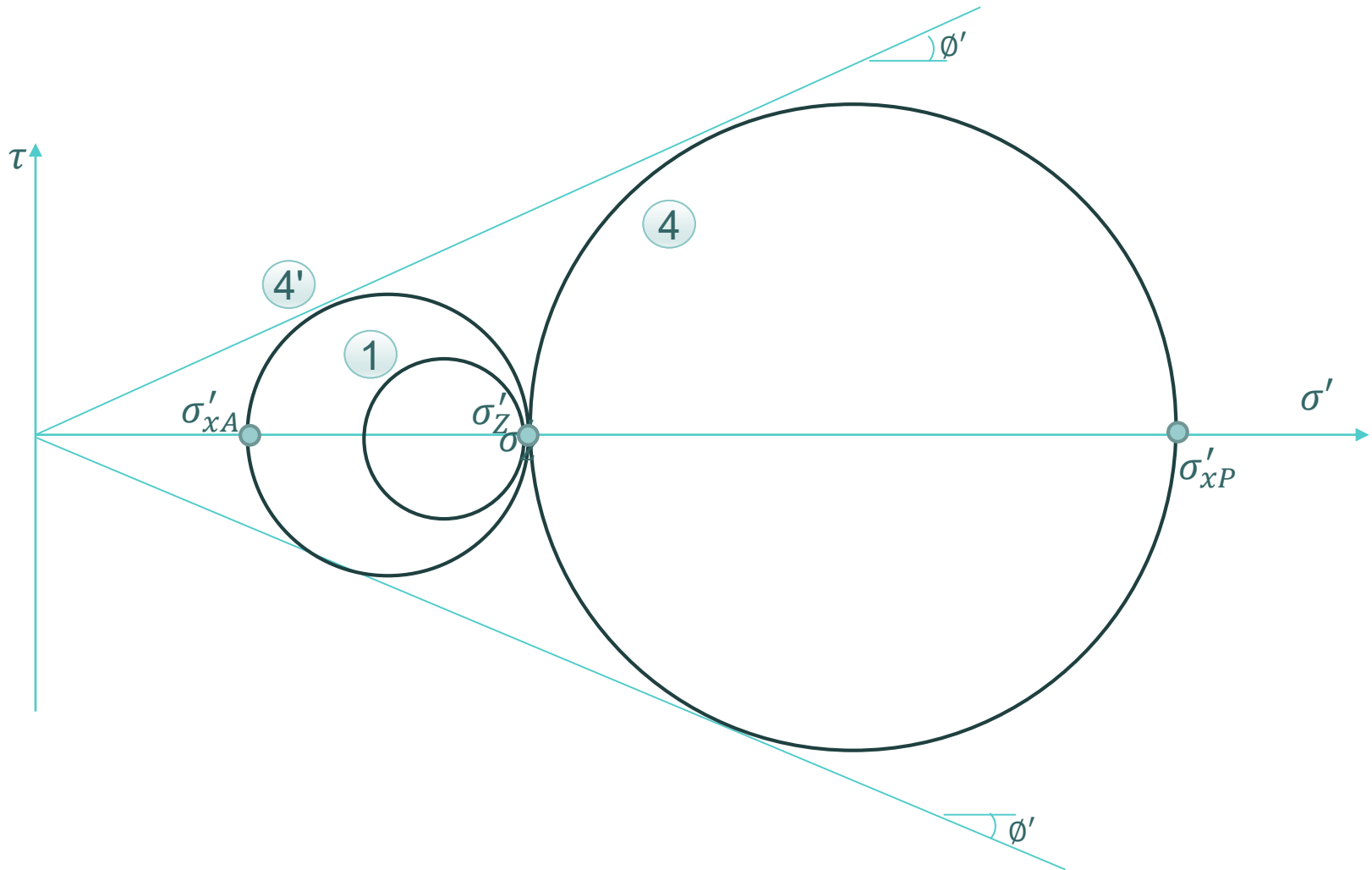
Kohezyonsuz bir zemin kütlesinde aktif ve pasif toprak basınçlarının oluşumu



Kohezyonsuz bir zemin kütlesinde aktif ve pasif toprak basınçlarının oluşumu



Kohezyonsuz bir zemin kütlesinde aktif ve pasif toprak basınçlarının oluşumu



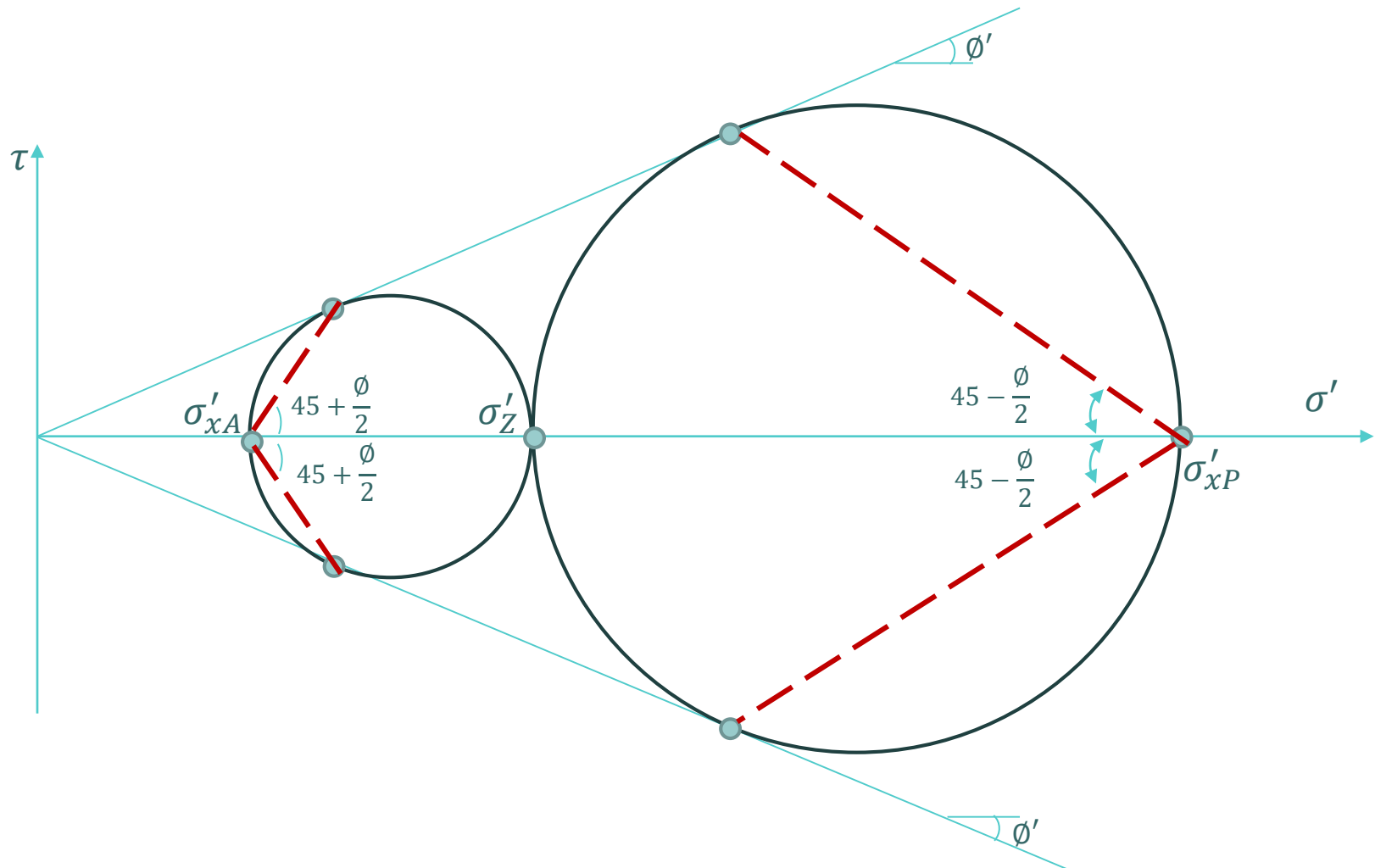
Limit Dengede Gerilme Dağılımı

- Yatay zemin yüzeyine sahip yarı sonsuz kohezyonsuz bir zemin kütlesinde birim hacim ağırlık γ ve sürüşarj yükünün $q=0$ olması durumunda aktif ve pasif toprak basınçlarının derinlikle değişimi:

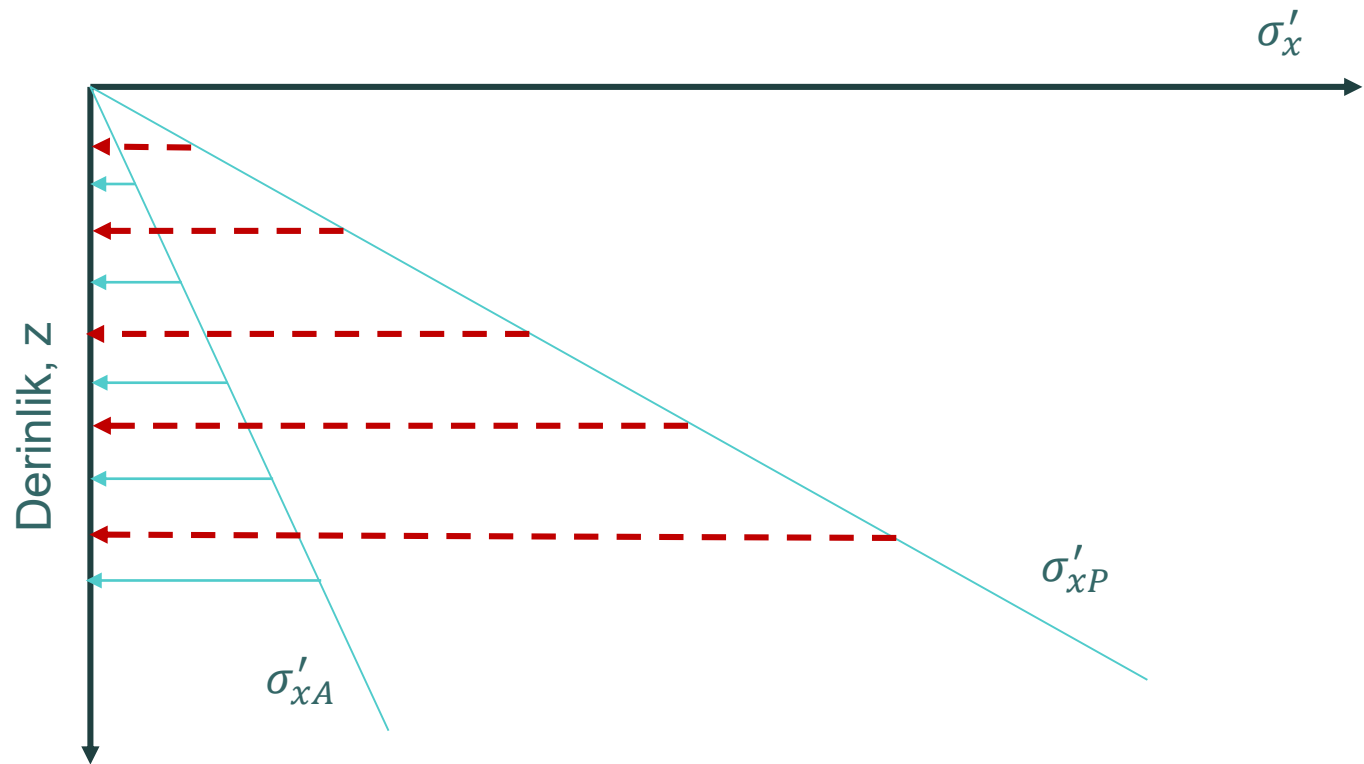
$$\sigma'_{xA} = \left(\frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} \right) \gamma z = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi'}{2} \right) \gamma z$$

$$\sigma'_{xP} = \left(\frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} \right) \gamma z = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right) \gamma z$$

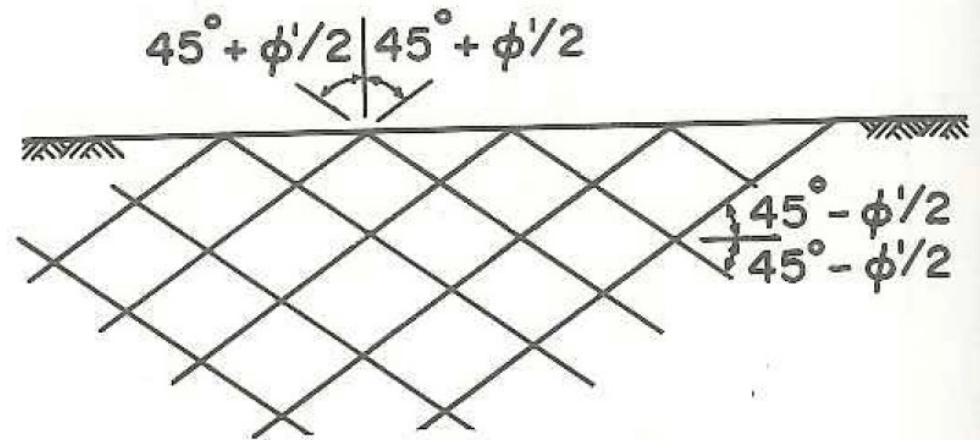
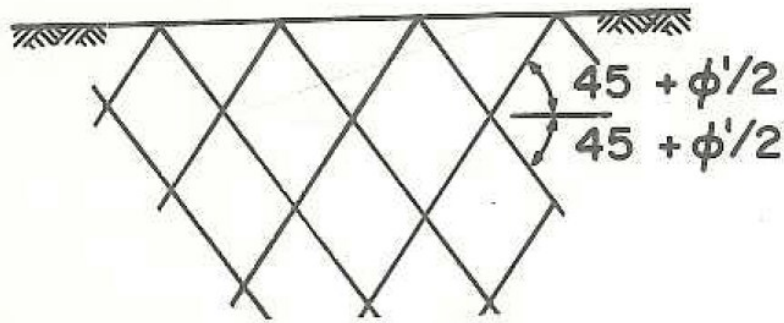
Limit dengede aktif ve pasif durum için Mohr Daireleri



Aktif ve Pasif Basınç değerlerinin derinlikle değişimi



Aktif ve Pasif Durumda Göçme Yüzeyleri





Aktif ve pasif toprak basıncı katsayıları

$$\frac{\sigma'_{xA}}{\sigma'_z} = K_A = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$\frac{\sigma'_{xP}}{\sigma'_z} = K_P = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

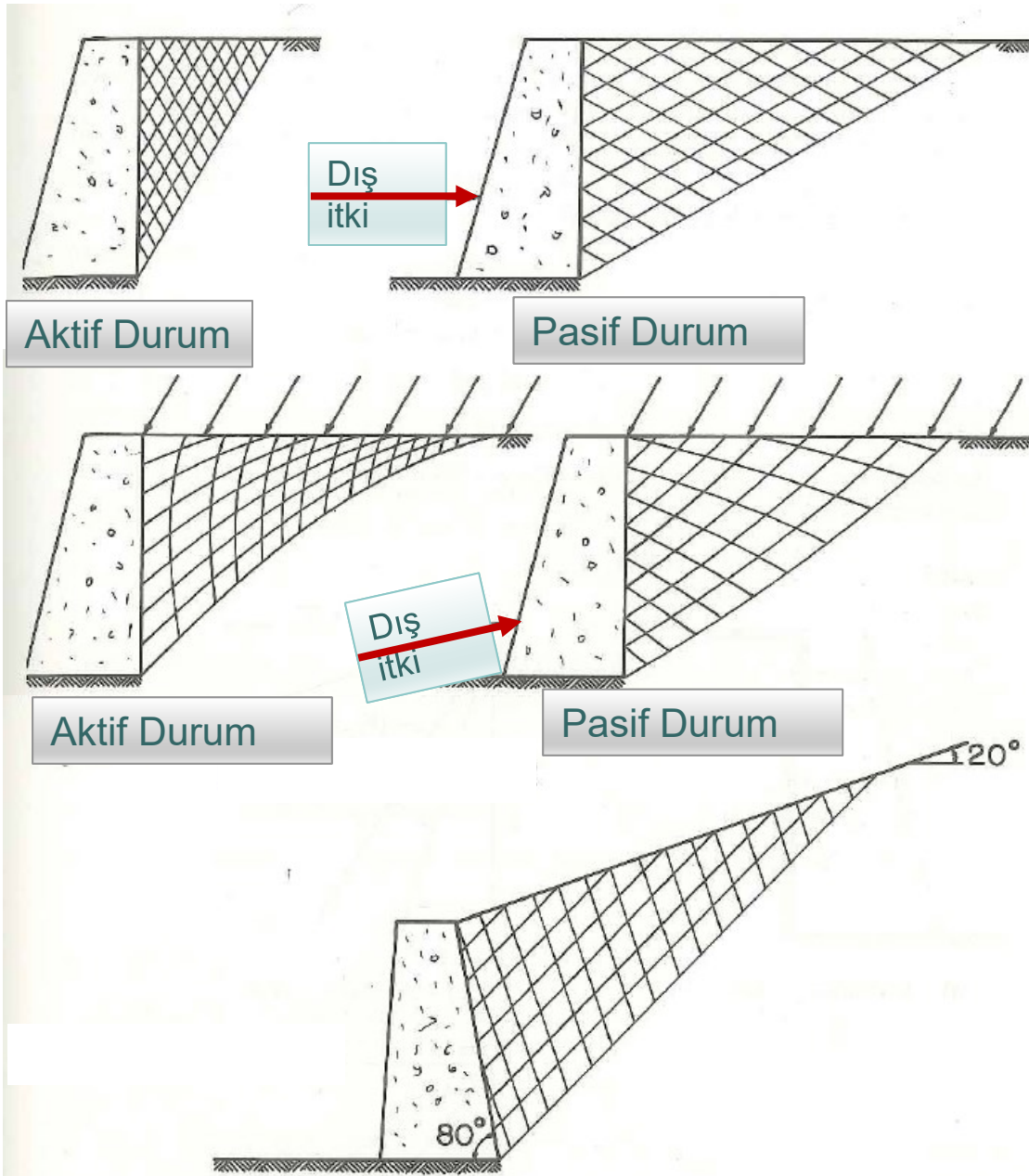
K_A =Aktif Toprak basıncı katsayısı

K_P =Pasif Toprak basıncı katsayısı

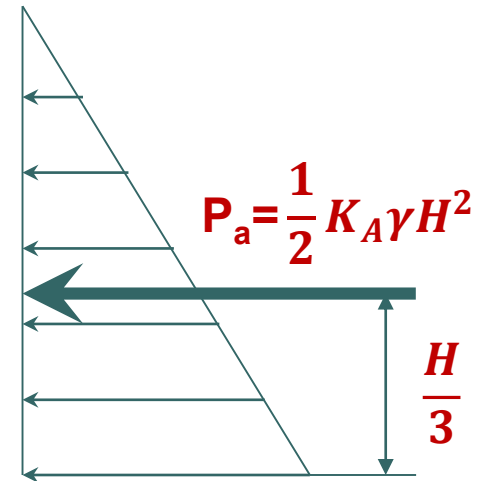
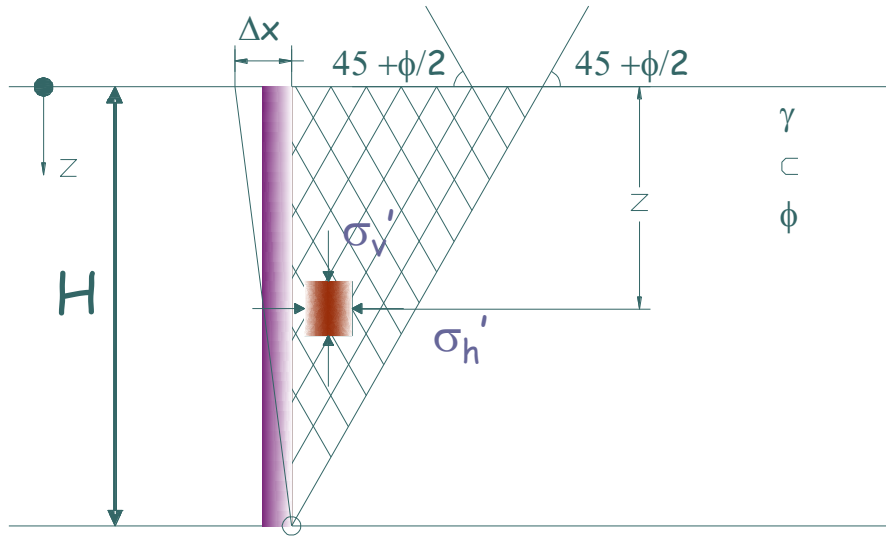
Rankine Toprak Basıncı Teorisi'nin İstinat Yapılarına Uygulanması

- Rankine 19. yy'da yarı sonsuz ortamın limit denge durumunu istinat yapılarına etkileyen minimum ve maksimum toprak basınçlarının hesabına uygulamıştır (1857).
- Bu yaklaşımda, istinat duvarı ile zemin arasındaki yüzeydeki normal ve kayma gerilmelerinin limit dengedeki yarı sonsuz kütlenin içindeki gibi tanımlanabileceğini kabul edilir.
- Duvarla zemin arasında sürtünme etkisinin olmadığını kabul edilir.
- Zemin yüzü yataydır ve düşey ve yatay doğrultularda kayma gerilmeleri oluşmamaktadır.
- Arkası zeminle doldurulurken duvar-zemin arayüzeyinde her noktada göçme sınırına ulaşacak şekilde duvarın şekil değiştirmesi durumunda Rankine toprak basıncı oluşur.

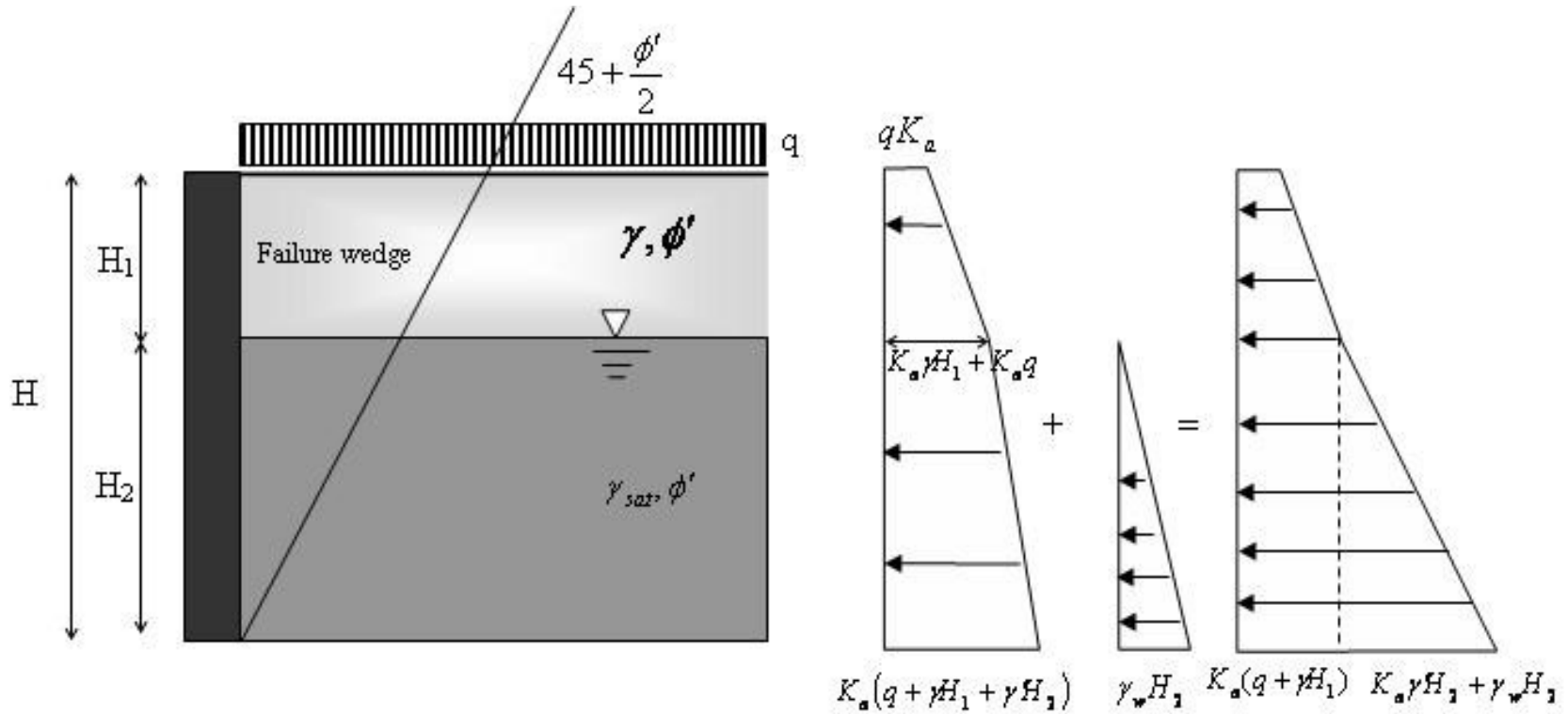




Aktif Toprak Basıncı Dağılımı ve Toprak İtkisi



Aktif Toprak Basıncı



Yatay Toprak Basıncı Dağılımı

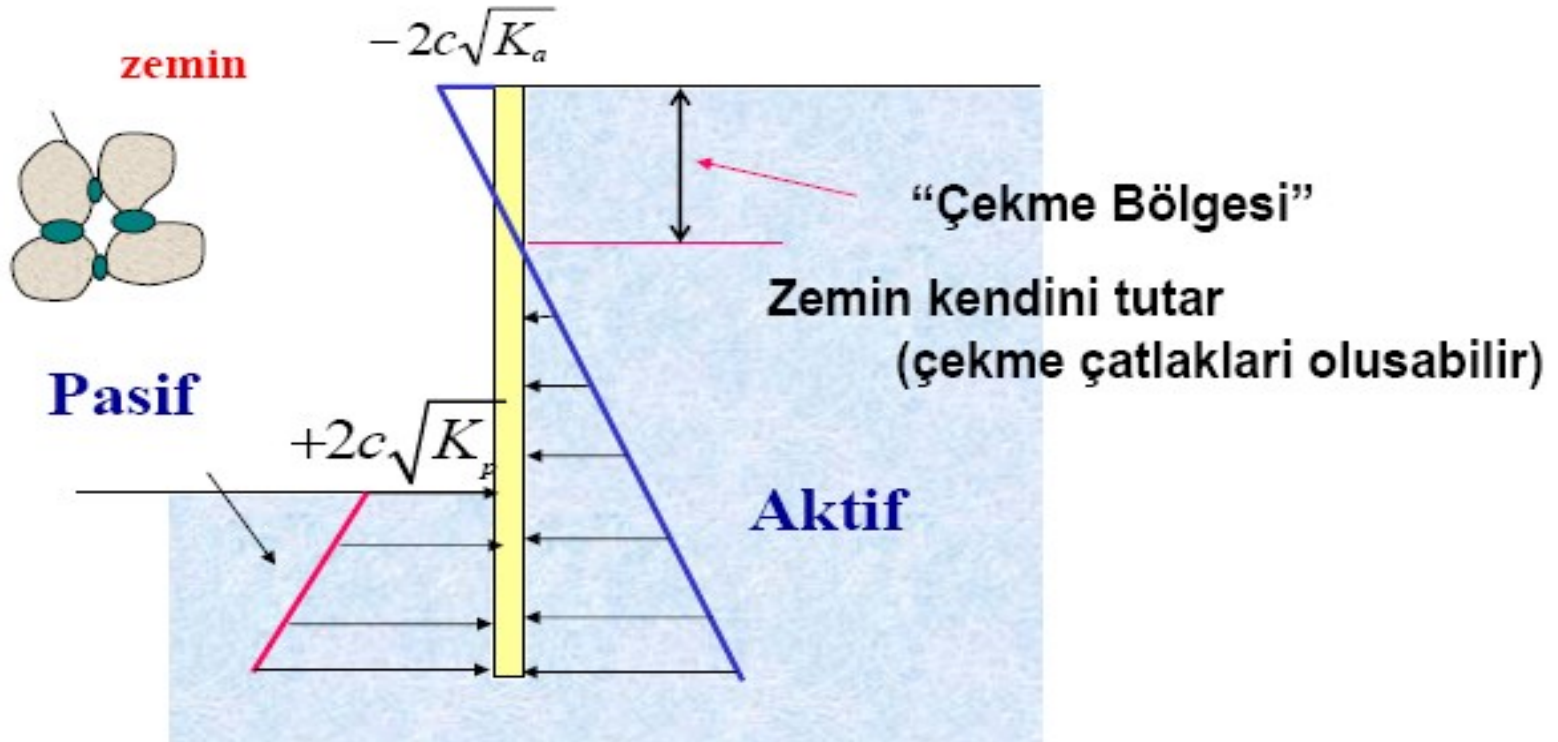
Granüler zeminler –Tabakalı Zemin+Duvar arkası yatay+sürşarj

Kohezyonlu Zeminde Aktif Toprak Basıncı

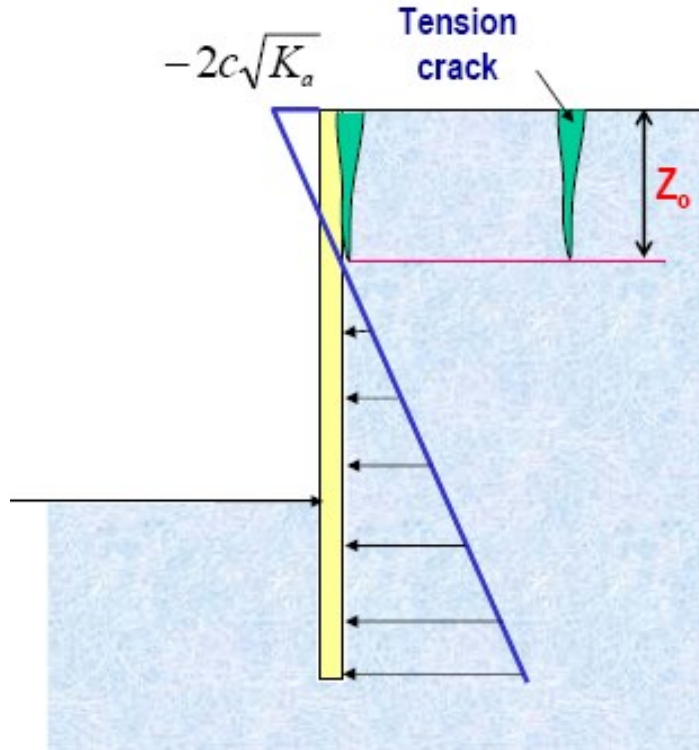
Aktif Durum: $\sigma'_{xA} = K_A \sigma'_Z - 2c' \sqrt{K_A}$

Pasif Durum: $\sigma'_{xP} = K_P \sigma'_Z + 2c' \sqrt{K_A}$

Suya doymun kohezyonlu zeminde $\phi_u=0$ olduğundan $K_A=1$ olur



Çekme çatlakları



$$\sigma'_{xA} = K_A \sigma'_z - 2c'\sqrt{K_A}$$

$$\sigma'_z = \gamma' z$$

Çekme çatlaklarının başladığı derinlik, z_0 :

$$\sigma'_{xA} = K_A \sigma'_z - 2c'\sqrt{K_A} = 0$$

$$K_A \gamma' z_0 = 2c'\sqrt{K_A}$$

$$z_0 = \frac{2c'\sqrt{K_A}}{K_A \gamma'}$$

Yanal Toprak Basıncına Sürşarj etkisi : Çizgisel Yük

Elastisite Teorisi'nden:

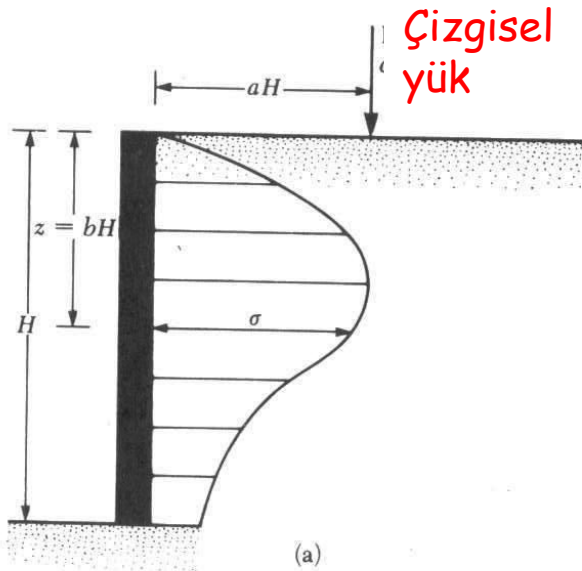
$$\sigma = \frac{2q}{\pi H} \frac{a^2 b}{(a^2 + b^2)}$$

σ = z derinliğinde yatay gerilme ($z=bH$)

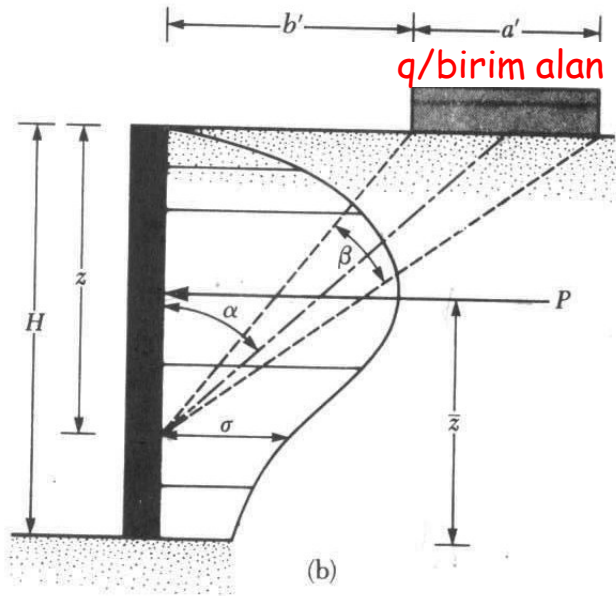
Zeminin ideal plastik malzeme olduğu kabul edilirse

$$\sigma = \frac{4q}{\pi H} \frac{a^2 b}{(a^2 + b^2)} \quad a > 0.4$$

$$\sigma = \frac{4q}{\pi H} \frac{0.203b}{(0.16 + b^2)} \quad a \leq 0.4$$



Yanal Toprak Basıncına Sürşarj etkisi : Şerit Yük



Elastisite Teorisi'nden:

$$\sigma = \frac{q}{\pi} (\beta - \sin \beta \cos 2\alpha)$$

Zemin ortamının akması durumu için:

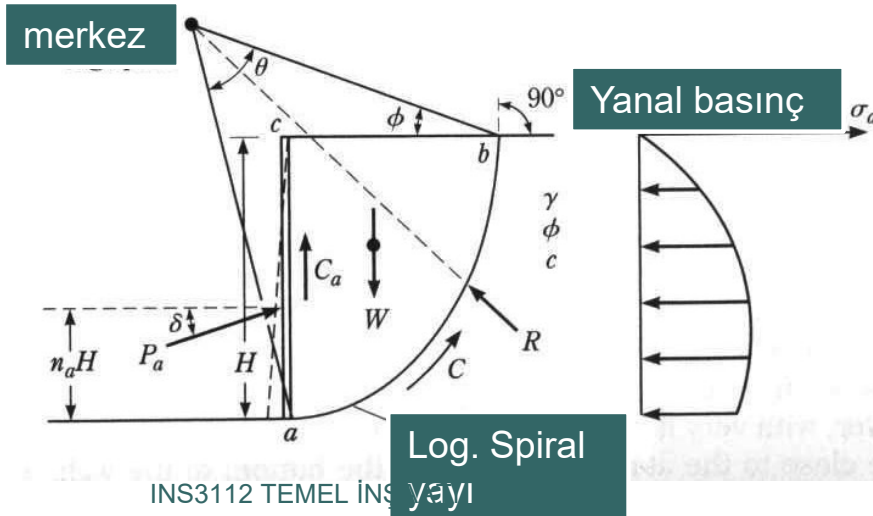
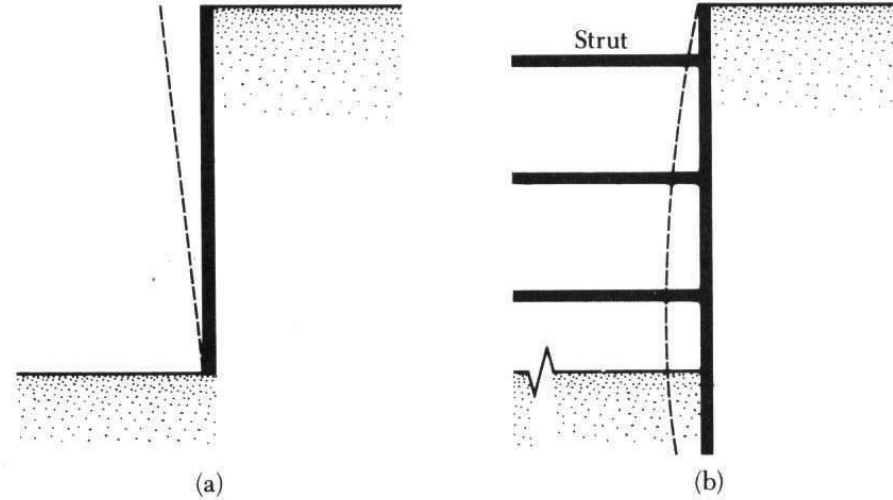
$$\sigma = \frac{2q}{\pi} (\beta - \sin \beta \cos 2\alpha)$$

Birim uzunluktaki toplam kuvvet P:

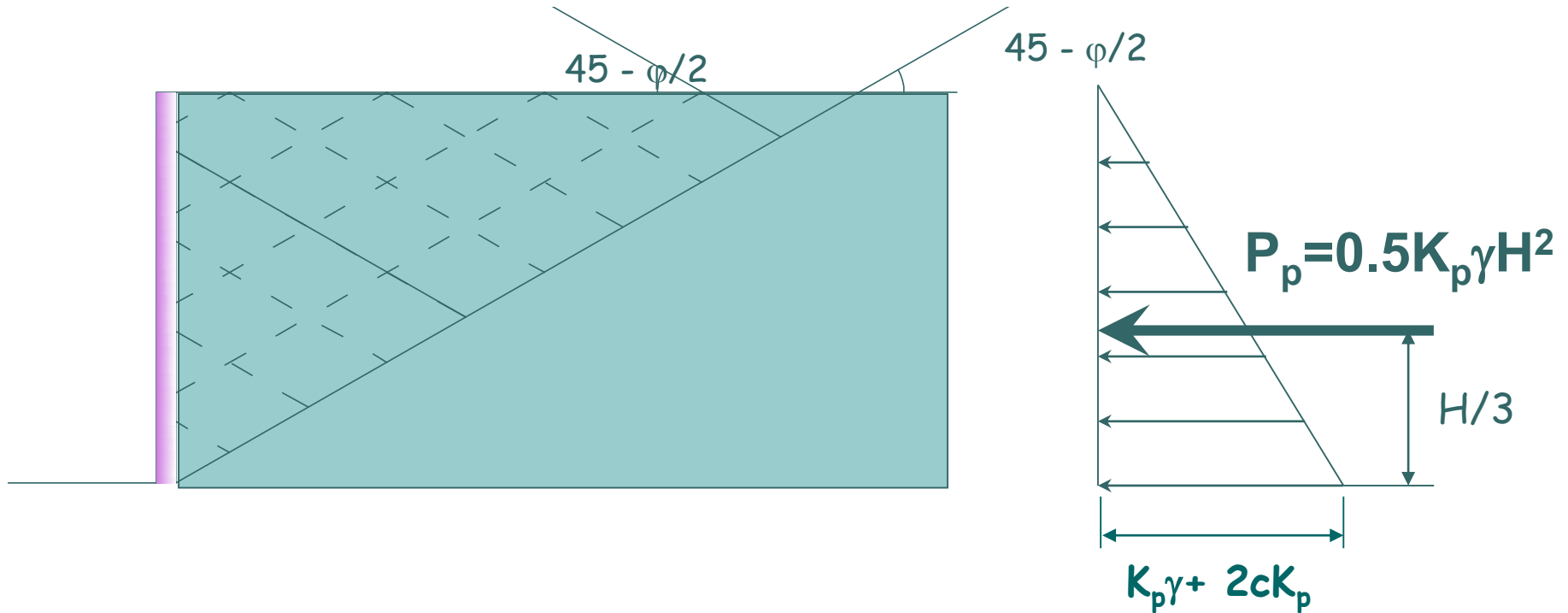
$$P = \frac{q}{90} [H(\theta_2 - \theta_1)]$$

$$\theta_1 = \text{Arc tan} \left(\frac{b'}{H} \right) \text{ (derece)}$$

$$\theta_2 = \text{Arc tan} \left(\frac{a' + b'}{H} \right) \text{ (derece)}$$



Pasif Toprak Basıncı

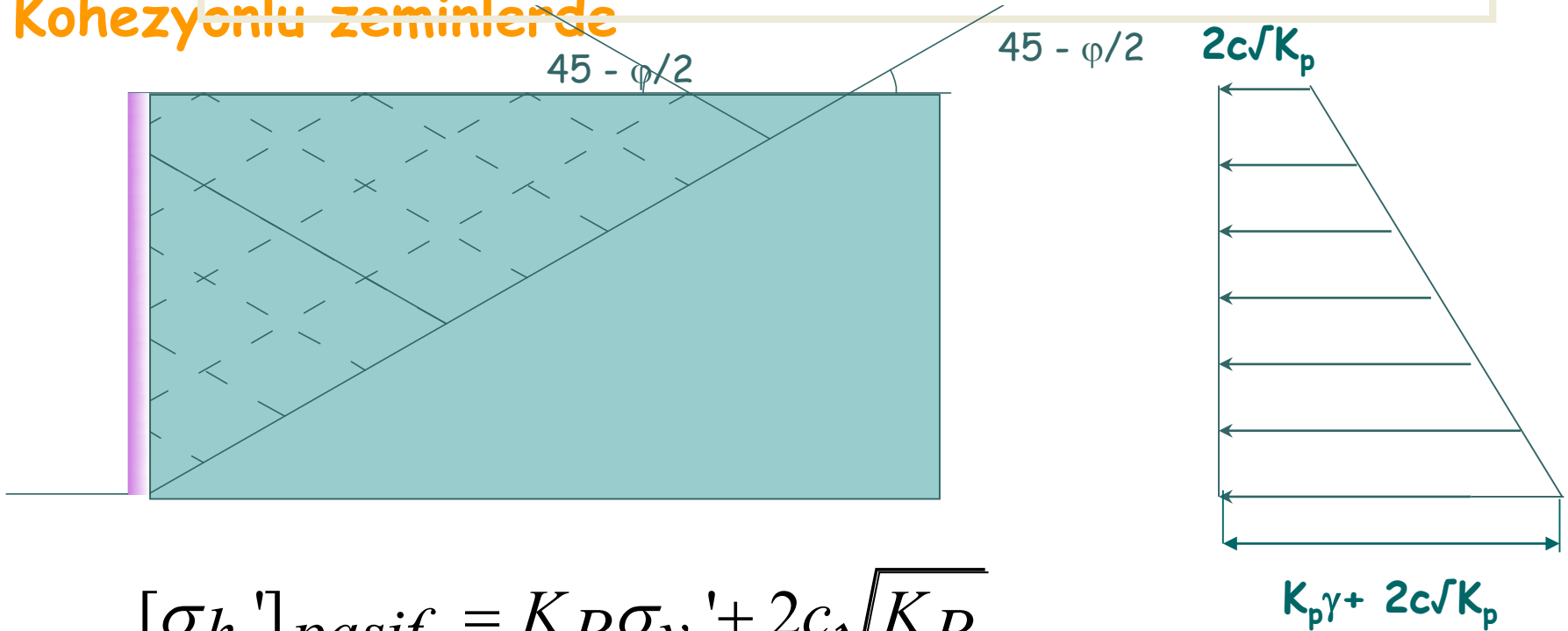


Yatay Toprak Basıncı dağılımı

Granüler zeminler –Duvar arkası yatay

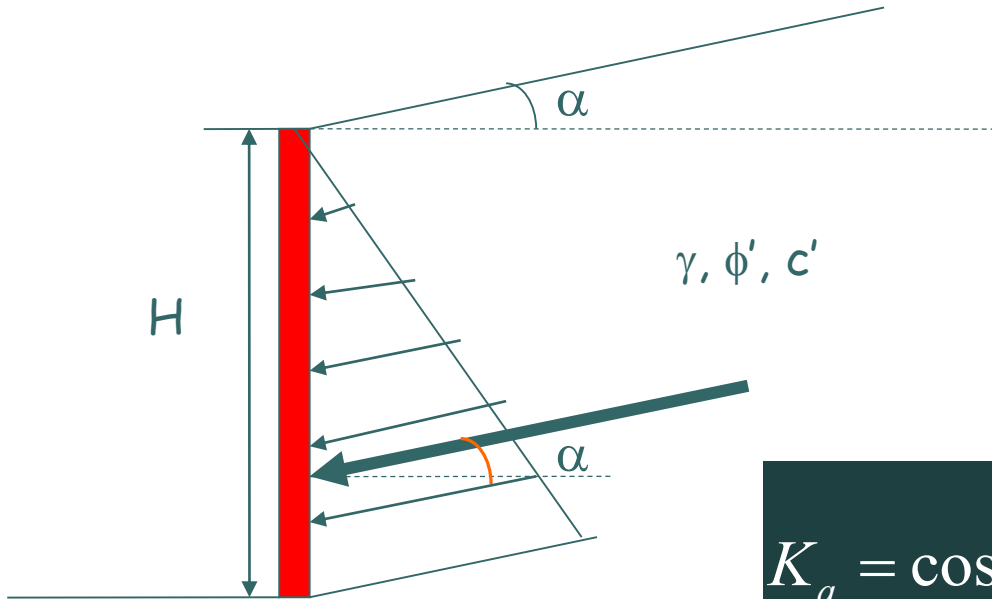
Pasif Toprak Basıncı

- Kohezyonlu zeminlerde



$$[\sigma_h']_{pasif} = K_p \sigma_v' + 2c\sqrt{K_p}$$

Duvar arkasının eğimli olması durumunda Rankine Toprak Basınçları



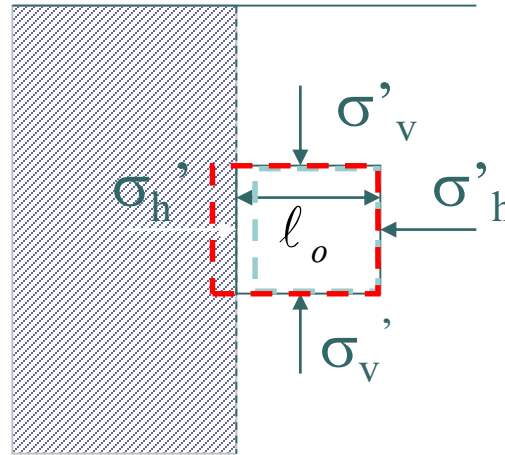
$$K_a = \cos \alpha \cdot \frac{\cos \alpha - \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \phi'}}{\cos \alpha + \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \phi'}}$$

$$K_p = \cos \alpha \cdot \frac{\cos \alpha + \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \phi'}}{\cos \alpha - \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \phi'}}$$



Sükunette Toprak Basıncı Katsayısı

Homojen doğal bir zemin tabakası içinde yeralan hareketsiz bir duvar



$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$$

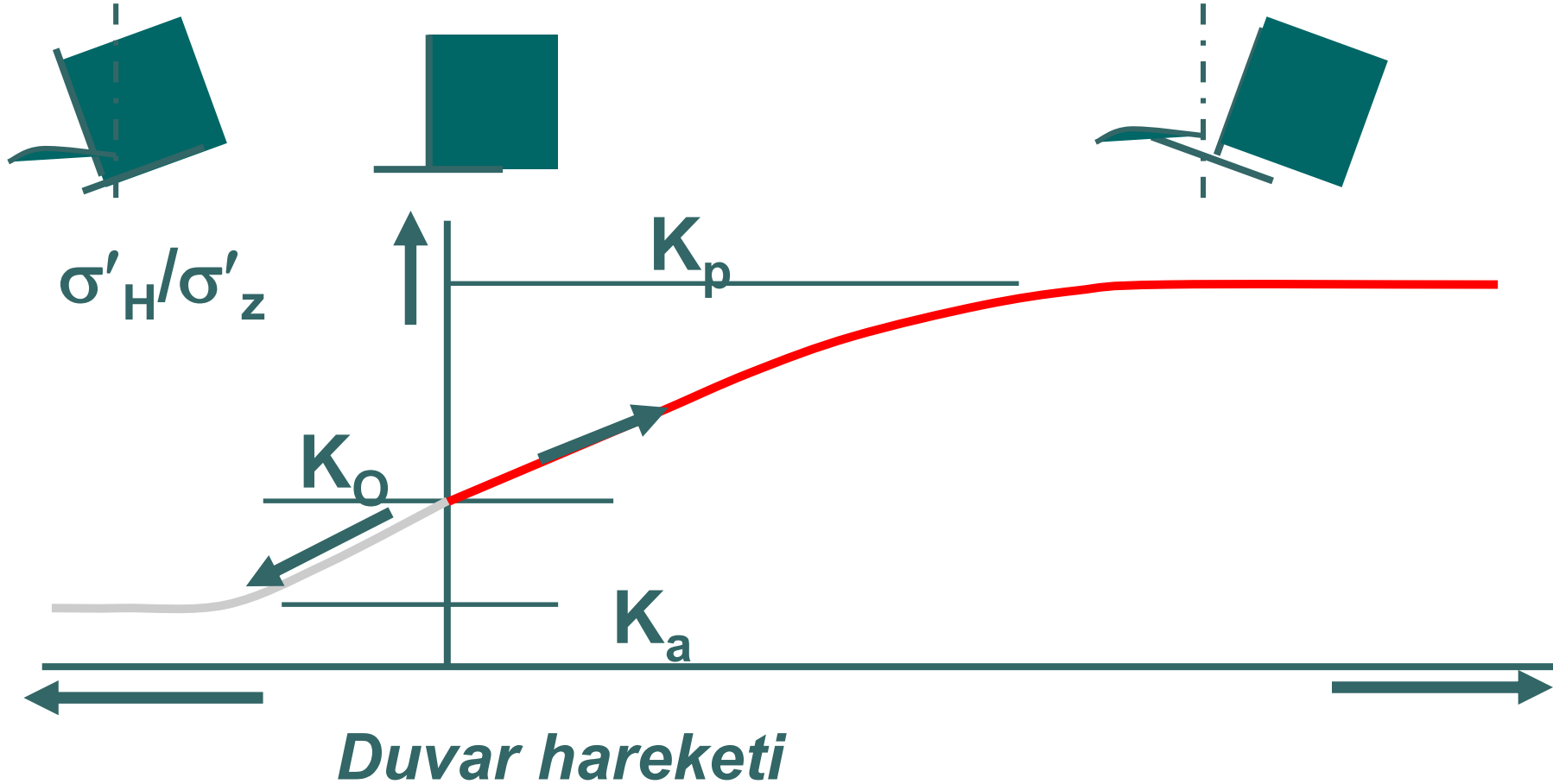
K toprak basıncı katsayısıdır.

Sükunette $K=K_0=\sigma'_h / \sigma'_v$ oranı;

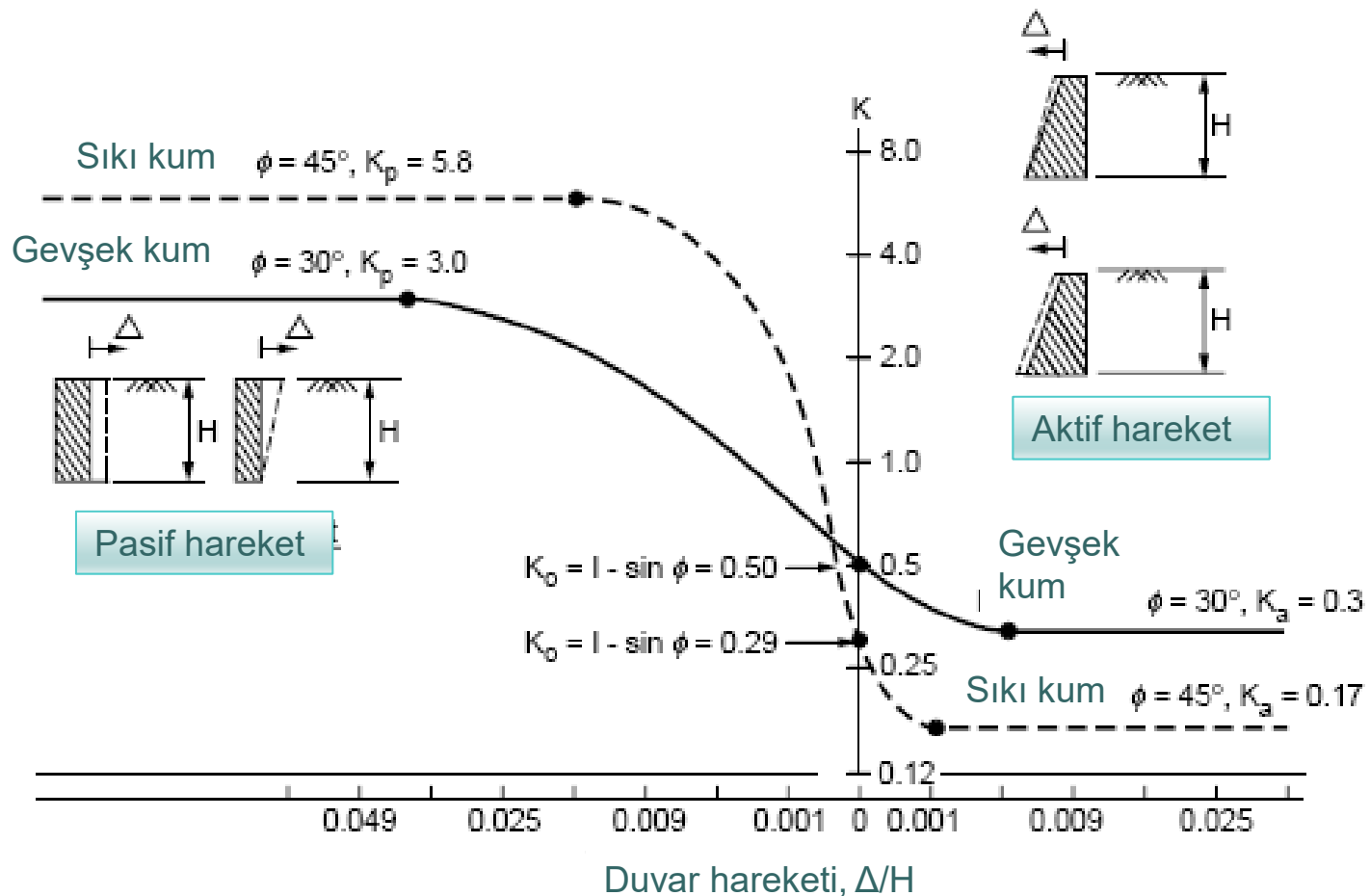
K_0 durumunda, yatay yer değiştirme olmaz !



Düşey duvarda 3 durum

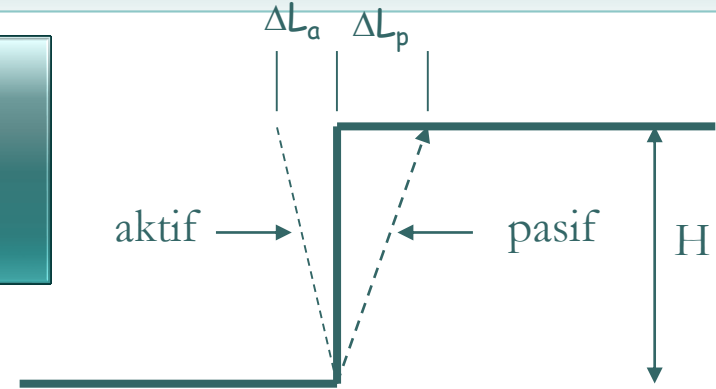


Duvar Hareketi ve Toprak Basıncı arasındaki ilişki



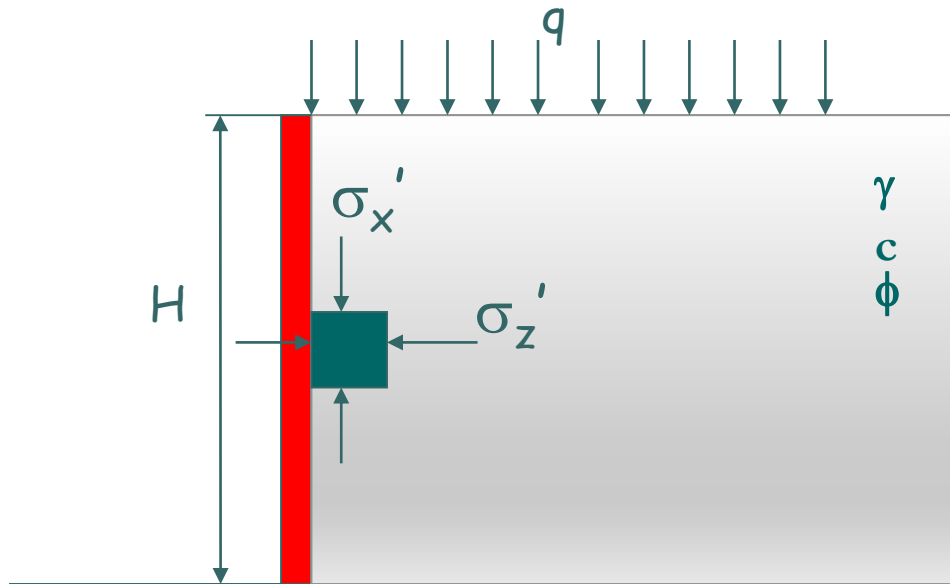
K_A ve K_P 'ye erişmek için duvar hareketleri

Genellikle duvar K_A 'ya erişinceye kadar hareket eder
 K_P 'ye çoğu zaman erişilmez

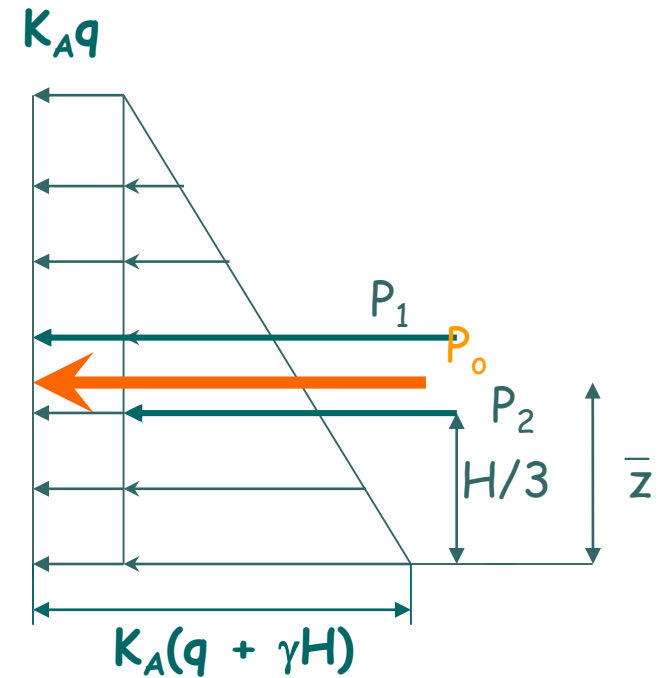


Zemin türü	$\Delta L_a/H$	$\Delta L_p/H$
Gevşek kum	0.001-0.002	0.01
Sıkı kum	0.00005-0.001	0.005
Yumuşak kil	0.02	0.04
Sert kil	0.01	0.02

SÜKUNETTE YANAL TOPRAK BASINCI

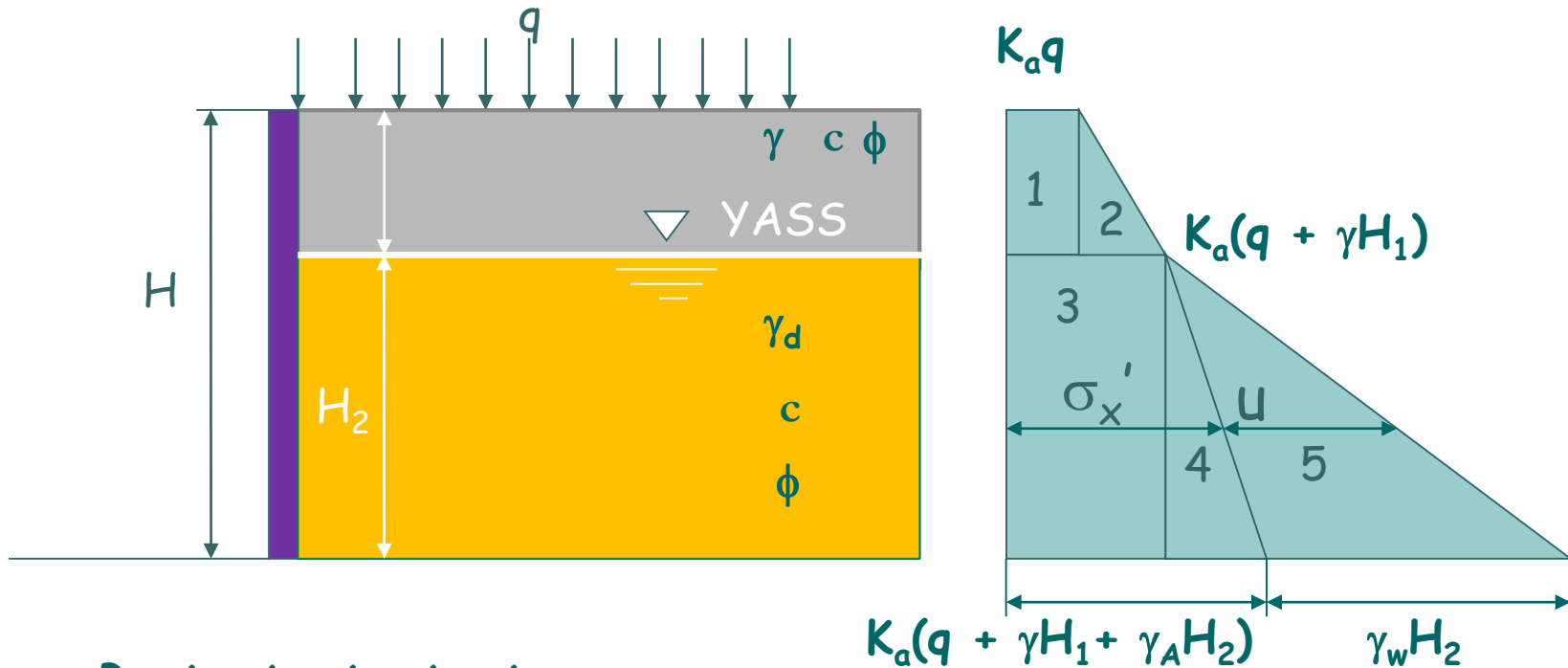


P_1 = Dikdörtgen alanı, P_2 = Üçgen alanı



$$\bar{z} = \frac{P_1 \left(\frac{H}{2} \right) + P_2 \left(\frac{H}{3} \right)}{P_0}$$

● ● ● Tabakalı ve YASS durumu



$$P_0 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$

A = Basiñç diagramı alanı

$$P_0 = K_0 q H_1 + \frac{1}{2} K_0 \gamma H_1^2 + K_0 (q + \gamma H_1) H_2 + \frac{1}{2} K_0 \gamma_A H_2^2 + \frac{1}{2} \gamma_w H_2^2$$

● ● ● K_0 Tahmini

Granüler zeminlerde,

$$K_0 = 1 - \sin \phi'$$

Normal konsolide killerde,

$$K_0 = 0.95 - \sin \phi'$$

Aşırı konsolide killerde,

$$K_{0,\text{Aşırı Konsolide}} = K_{0,\text{Normal Konsolide}} AKO^{0.5}$$

Aşırı
Konsolidasyon
Oranı (AKO)

Elastik analizlerden,

$$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

Poisson
oranı



Tipik K_o değerleri

Zemin	K'_o (Efektif,Drenajlı)
Yumuşak kil	0.6
Katı kil	0.5
Gevşek kum ve çakıl	0.6
Sıkı kum ve çakıl	0.4
Aşırı konsolide kil	0.6->1
Sıkıştırılmış yarı doygun kil	0.4-0.7



Sonuç

- Geoteknikte yanal toprak basınçları yer değiştirmelere bağlı olarak hesaplanır. Bunun için
 - A. Sükunetteki durumda (yer değiştirme yok) K_0 (sükunetteki toprak basıncı katsayısı)
 - B. Limit denge durumu (Çekmede K_A , Basınçta K_P)
 - C. Yer değiştirmeye bağlı yanal toprak basıncı bulunması (iteratif sayısal analiz=p-y yöntemi)
 - D. Gerilme şekil değiştirme analizleri