

	YTÜ – Kimya-Metalürji Fakültesi		NOT TABLOSU					
	Sınavı Soru ve Cevap Kâğıdı		Soru 1			Not Toplamı		
Adı Soyadı								
Öğrenci Numarası								
Bölümü						Sınav Tarihi	16/05/2022	
Dersin Adı	Analiz-II- 2. Ara sınav		Grup No		Sınav Süresi	90 dk	Sınav Yeri	
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı	Dr. Seda GÖKTEPE KÖRPEOĞLU					İmza		
YÖK nun 2547 sayılı Kanunun Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin 9. Maddesi olan “Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek” fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.								

- CEVAP ANAHTARI -

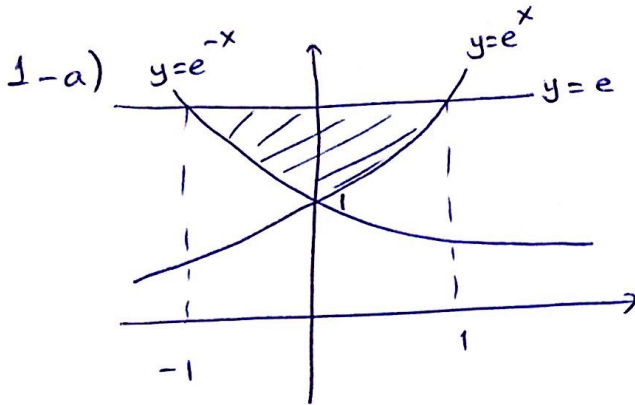
Soru 1-a) (18 puan)

$y = e^x$ ve $y = e^{-x}$ eğrilerinin $y = e$ doğrusu ile oluşturduğu bölgenin alanını bulunuz.

Soru 1-b) (17 puan)

$$f(x) = \frac{d}{dx} \left[\int_x^{x^2} (t+1) 3^{t-4} dt \right]$$

olduğuna göre, $f'(2) = ?$



$$\begin{aligned}
 A &= 2 \int_0^1 (e - e^{-x}) dx \\
 &= 2 [ex - e^{-x}]_0^1 \\
 &= 2 [e - e] - 2 [0 - 1] \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

veya

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{-1}^0 (e - e^{-x}) dx + \int_0^1 (e - e^{-x}) dx \\
 &= [ex + e^{-x}]_{-1}^0 + [ex - e^{-x}]_0^1 = 1 + 1 = 2
 \end{aligned}$$

1-b)

$$f'(x) = (x^2)' \cdot f(x^2) - (x)' \cdot f(x)$$

$$= 2x \cdot [(x^2+1) \cdot 3^{x^2-4}] - 1 \cdot [(x+1) \cdot 3^{x-4}]$$

$$= 2x \cdot (x^2+1) \cdot 3^{x^2-4} - (x+1) \cdot 3^{x-4}$$

$$f'(2) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3^0 - 3 \cdot 3^{-2}$$

$$= 20 - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{59}{3}$$

	YTÜ – Kimya-Metalürji Fakültesi		NOT TABLOSU				
	Sınavı Soru ve Cevap Kağıdı		Soru 2			Not Toplamı	
Adı Soyadı							
Öğrenci Numarası							
Bölümü						Sınav Tarihi	16/05/2022
Dersin Adı	Analiz-II- 2. Ara sınav	Grup No		Sınav Süresi	90 dk	Sınav Yeri	
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı	Dr. Seda GÖKTEPE KÖRPEOĞLU					İmza	
YÖK nun 2547 sayılı Kanunun Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin 9. Maddesi olan “Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek” fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.							

- CEVAP ANAHTARI -

Soru 2-a) (18 puan)

$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx = ?$$

Soru 2-b) (17 puan)

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x+e^x} dx$$

integralinin yakınsaklığını-ıraksaklığını inceleyiniz.

$$\begin{aligned}
 2-a) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx &= \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{1-(x-1)^2}} dx & \left[\begin{array}{l} u=x-1 \\ du=dx \end{array} \right] \\
 &= \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du \\
 &= \int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du + \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du \\
 &= \lim_{a \rightarrow -1^+} [\arcsin u]_{-1}^0 + \lim_{b \rightarrow 1^-} [\arcsin u]_0^1 \\
 &= \lim_{a \rightarrow -1^+} [\arcsin 0 - \arcsin(-1)] \\
 &\quad + \lim_{b \rightarrow 1^-} [\arcsin(1) - \arcsin 0] \\
 &= 0 - (-\frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi
 \end{aligned}$$

$$2-b) \int_1^{\infty} \frac{1}{x+e^x} dx$$

$$\frac{1}{x+e^x} < \frac{1}{e^x} = e^{-x}$$

$$\begin{aligned} \int_1^{\infty} e^{-x} dx &= \lim_{a \rightarrow \infty} \int_1^a e^{-x} dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \left(-e^{-x} \Big|_1^a \right) \\ &= \lim_{a \rightarrow \infty} (-e^{-a} + e^{-1}) \\ &= e^{-1} \end{aligned}$$

$$\int_1^{\infty} e^{-x} dx \text{ yakınsak}$$

Doğrudan karşılaştırma testinden $\int_1^{\infty} \frac{1}{x+e^x} dx$ integrali de yakınsaktır.

$$3-b) \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\frac{1}{3^n - n}}_{a_n}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} \text{ serisini } b_n \text{ olarak secelim.}$$

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3^n - n} \cdot 3^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{3^n - n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \frac{n}{3^n}}$$

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \frac{n}{3^n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3^n} = \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliği (L'Hospital)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3^n \ln 3} = 0$$

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \frac{n}{3^n}} = \frac{1}{1 - 0} = 1$$

$$C = 1 \text{ olduğundan ve } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n \text{ serisi}$$

geometrik serisi, $|r| = \frac{1}{3} < 1$ olduğundan yakınsaktır durumundan

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n - n} \text{ serisi de yakınsaktır. (Limit Karşılaştırma Testinden)}$$

	YTÜ – Kimya-Metalürji Fakültesi		NOT TABLOSU			
	Sınavı Soru ve Cevap Kâğıdı		Soru 3		Not Toplamı	
Adı Soyadı						
Öğrenci Numarası						
Bölümü					Sınav Tarihi	16/05/2022
Dersin Adı	Analiz-II- 2. Ara sınav	Grup No		Sınav Süresi	90 dk	Sınav Yeri
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı	Dr. Seda GÖKTEPE KÖRPEOĞLU				İmza	
YÖK nun 2547 sayılı Kanunun <i>Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin</i> 9. Maddesi olan “ <i>Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek</i> ” fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.						

- CEVAP ANAHTARI -

Soru 3-a) (15 puan)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$$

serisinin toplamını bulunuz.

Soru 3-b) (15 puan)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n - n}$$

serisinin yakınsaklığını-ıraksaklığını inceleyiniz.

$$3-a) \quad \frac{1}{n^2 + 3n + 2} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$$

$$\begin{aligned}
 S_k &= \sum_{k=0}^k \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \\
 &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right) \\
 &= 1 - \frac{1}{k+2}
 \end{aligned}$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} S_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{k+2} \right) = 1 - 0 = 1$$