MATRİS ANALİZİ

MATRİSLER

Matris, elemanları sayılar, değişkenler ve fonksiyonlardan oluşan, düzenli tabloya denir. Genel olarak m satır, n sütundan oluşan bir A matrisi;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

şeklinde gösterilir. Kısaca $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ şeklinde de ifade edilir.

Örneğin;

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} e^{2x} \\ \cos x \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} x^2 & 2 & e^x \\ 0 & \ln x & 1+x \end{bmatrix}$$

CamScanner ile tarandı

MATRİS ÇEŞİTLERİ

Kare matris : Satır sayısı, sütun sayısına eşit olan matrise denir.

Köşegen matris : Bir kare matriste asal köşegen üzerindeki elemanların dışındaki tüm elemanları sıfır olan matrise denir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Skaler matris : Köşegen matriste $a_{ii} = k$, $i = 1, 2, \dots, n$ ise matrise skaler matris denir.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Birim matris : Asal köşegen üzerindeki elemanlar "1" diğerleri "0" olan matrise denir. I veya I_n ile gösterilir.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CamScanner ile tarandı

Satır ve sütun matrisi (vektör)

Bir satırdan oluşan matrise satır matrisi, bir sütundan oluşan matrise de sütun matrisi denir.

Bir matrisin transpozesi (devriği)

Matrisin satırları ile sütunlarının yer değiştirilmesidir. A^T ile gösterilir.

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 8 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad A^T=\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 0 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

Simetrik matris

$A^T=A$ ise A ya simetrik matris denir.

Ters-simetrik matris (Anti-simetrik matris)

$A^T=-A$ ise A ya ters simetrik matris denir. ($a_{ij}=-a_{ji}$ ve $a_{ii}=0$ olmalıdır)

Örnek:

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 2 & -5 \\ -2 & 0 & -4 \\ 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$: Anti simetrik matristir.

CamScanner ile tarandı

periyodik matris

Bir kare matris için $A^{p+1} = A$ olacak şekilde bir $p>0$ tam sayısı varsa A matrisine periyodik matris denir. Bu şartı sağlayan en küçük pozitif ~~tamsayı~~ p yada A matrisinin periyodu denir.

İdempotent matris

$A^2 = A$ ise A ya idempotent matris denir.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$ matrisi İdempotenttir.

Nilpotent matris

Bir A kare matrisi için $A^q = 0$ olacak şekilde bir pozitif q tam sayısı varsa, A matrisine Nilpotent matris denir. q yada (en küçük pozitif tam sayı q ya) Nilpotent matrisin derecesi denir.

CamScanner ile tarandı

Örnek:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$ matrisi üçüncü dereceden bir Nilpotent matristir.

İnvolut matris

$A^2=I$ ise A kare matrisine involut matris denir.

Bir matrisin eşleniği

Elemanları kompleks sayılar olan bir A matrisinde her elemanın yerine eşleniğinin yazılmasıyla elde edilen matrise A matrisinin eşleniği denir. $\bar{A}$ veya A^* ile gösterilir.

Örnek: $A=\begin{bmatrix} 5 & 2+i & 7i \\ 3-4i & i & 1+i \end{bmatrix}$, $\bar{A}=\begin{bmatrix} 5 & 2-i & -7i \\ 3+4i & -i & 1-i \end{bmatrix}$

Hermitian matris (Hermit Matris)

$(\bar{A})^T=A$ ise A ya Hermitian matris denir. Hermitian matrisin ~~asal~~ köşegen üzerindeki elemanları reeldir.

CamScanner ile tarandı

Örnek:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & i & 1+i \\ -i & -5 & 2-i \\ 1-i & 2+i & 3 \end{bmatrix}$$ matrisi Hermitian matristir.

Ters Hermitian matris (Ters Hermit matris)

$(\bar{A})^T=-A$ ise A ya Ters Hermitian matris denir.

Bir ters Hermitian matriste $a_{ij}=-\bar{a}_{ji}$ ve asal köşegen üzerindeki elemanların "0" veya sanal olmaları gerekmektedir.

Örnek:

$$A=\begin{bmatrix} i & 1-i & 2 \\ -1-i & 3i & i \\ -2 & i & 0 \end{bmatrix}$$

CamScanner ile tarandı