



Hata Kuramı ve Parametre Kestirimi

Prof. Dr. U. DOĞAN , Prof. Dr. C. AYDIN, Dr. Öğr . Üyesi D. ÖZ DEMİR

YTÜ-Harita Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı
İstanbul, Ekim 2021

Dersin İçeriği

Hata Kuramı

- Hata Kavramı
- Rasgele Değişken Kavramı (Beklenen Değer, Varyans)
- Korelasyon, Kovaryans, Kofaktör ve Ağırlık Kavramları
- Rasgele Değişken Vektörü
- Kovaryans Matris, Kofaktör ve Ağırlık Matrisleri
- Varyans-Kovaryans, Kofaktör ve Ağırlık Yayılma Kuralları

Parametre Kestirimi

- Parametre Kestirim Kavramı
- Parametre Kestirim Yöntemleri
- En Küçük Kareler Yöntemi
- Sonlu Ölçü Dizileri Yardımıyla Standart Sapma Hesabı
- Ölçü Çiftleri Yardımıyla Standart Sapma Hesabı
- Dengeleme Hesabına Giriş
- Dolaysız Ölçüler Dengelemesi
- Dolaylı Ölçüler Dengelemesi

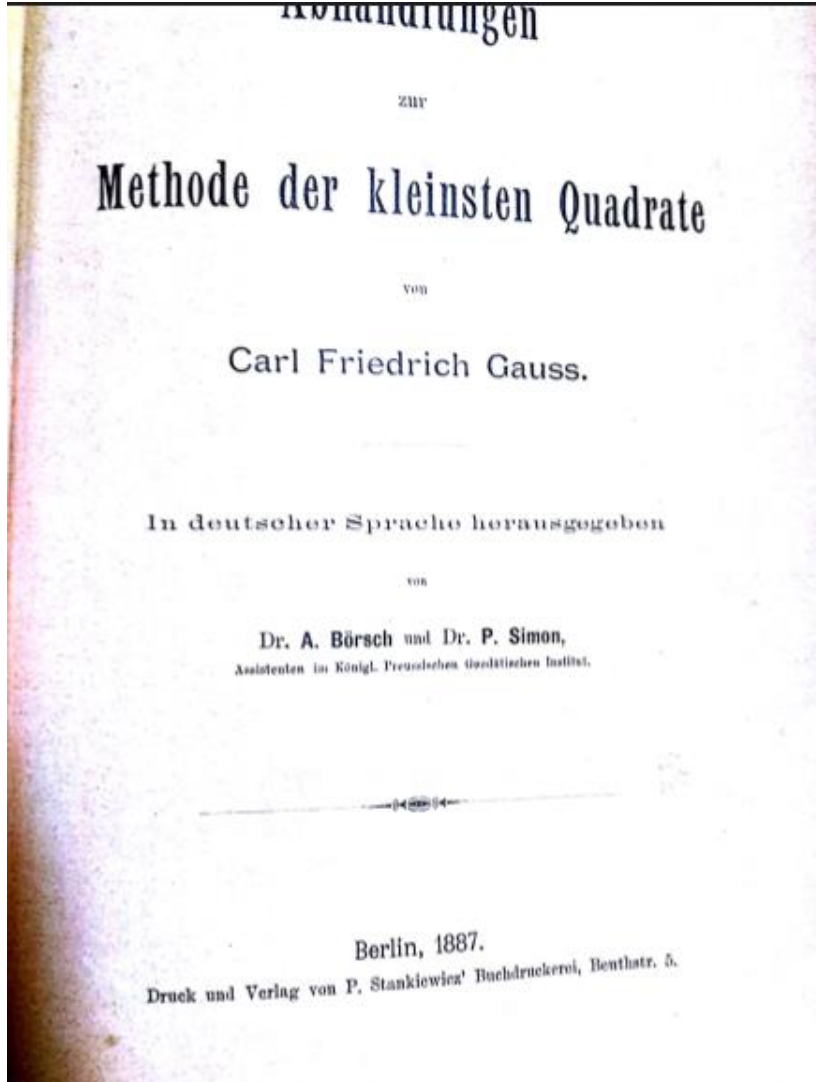
Dersin Uygulanışı ve Değerlendirme

- Ders teorik bir derstir (3+0)
- **Dengeleme Hesabı** dersine giriş niteliğindedir.
- 2 Vize ve 1 Final şeklinde değerlendirme yapılmaktadır.
- Ortalama başarı notu, genellikle, 40 civarındadır.
- Ders teorik olmasına karşın, ders içerisinde birçok uygulama yapılmaktadır.
- Dersin başarısı, derse katılımı doğru orantılıdır.
- **İlk alanlar için, fotokopilerden anlaşılması mümkün değildir. Birebir ders içinde anlaşılması gerekir!**

Dersin Amacı

- Her türlü gözlemin bir **RASGELE DEĞİŞKEN** olduğunu,
- Gözlemlerden türetilen, koordinat gibi büyüklüklerin de hatalı (Rasgele Değişken) olduğunu,
- Doğruluklarının ölçülmesi için bu büyüklüklerin **VARYANS-KOVARYANS** matrisinin belirlenmesi gerektiğini,
- Elde edilen büyüklüklerin mutlaka **doğruluğu** ya da **prezisyonu** ile birlikte değerlendirilmesi gerektiğini öğretebilmek,
- **Dengeleme Hesabı** dersi için gerekli altyapının oluşmasını sağlamaktır.

Tarihçe ve Ek Kaynaklar

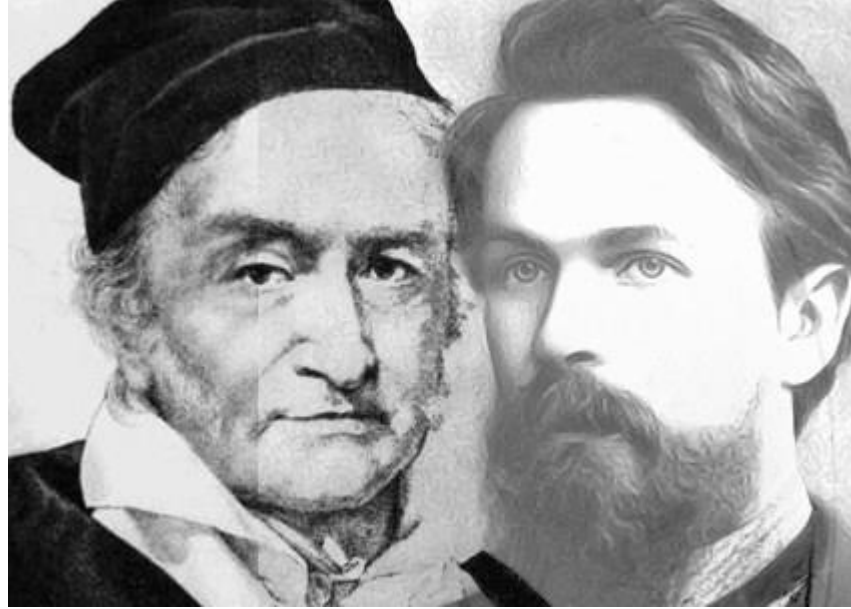


C. F. Gauss
(1777-1855)

Hata kuramı ve dengeleme hesabının temeli Matematiğin Prensi olarak anılan GAUSS'un «Methode der Kleinsten Quadrate» (En Küçük Kareler Yöntemi) adlı çalışmasına dayanır.

Tarihçe ve Ek Kaynaklar

C. F. Gauss
(1777-1855)



Andrey Markov
(1856-1922)

Dengeleme Hesabı:
Gauss-Markov Modeli

Dengeleme Hesabı (Adjustment Computations) Gauss ve ardından Rus bilim insanı Markov (ya da Markoff)'un çalışmaları ile ortaya çıkan ve Gauss-Markov modeli olarak adlandırılan modele göre yapılmaktadır.

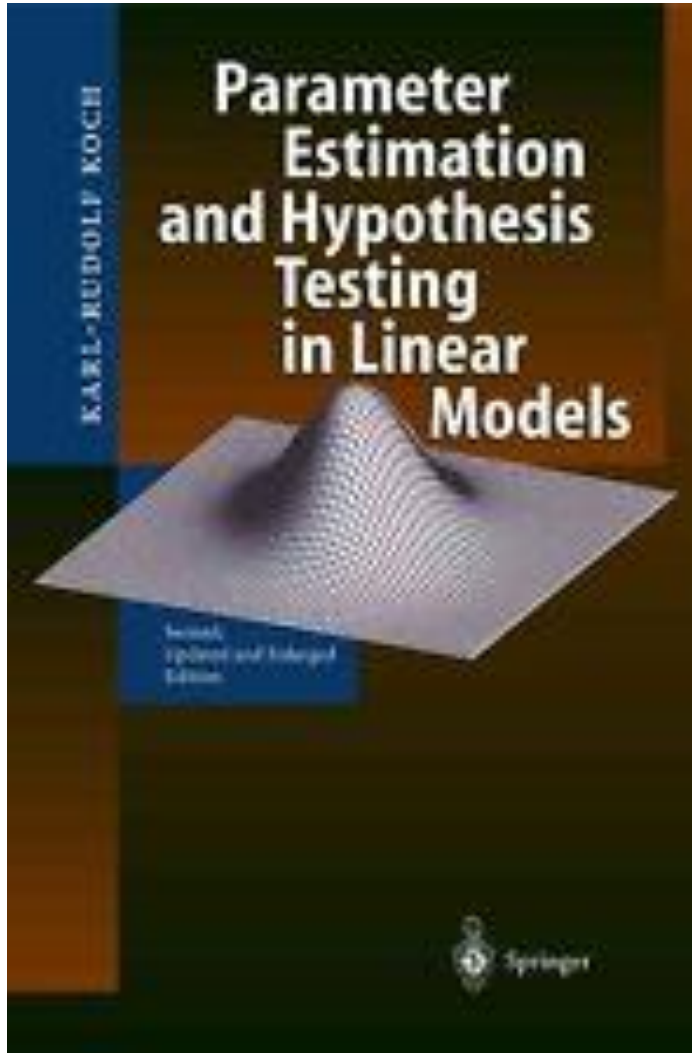
Tarihçe ve Ek Kaynaklar



F. R. Helmert
(1843-1917)

Bugün Dengeleme Hesabında kullandığımız birçok yöntem ve araçlar, ünlü jeodezici Helmert tarafından yayımlanan meşhur Dengeleme Hesabı kitabına göre oluşturulmuştur.

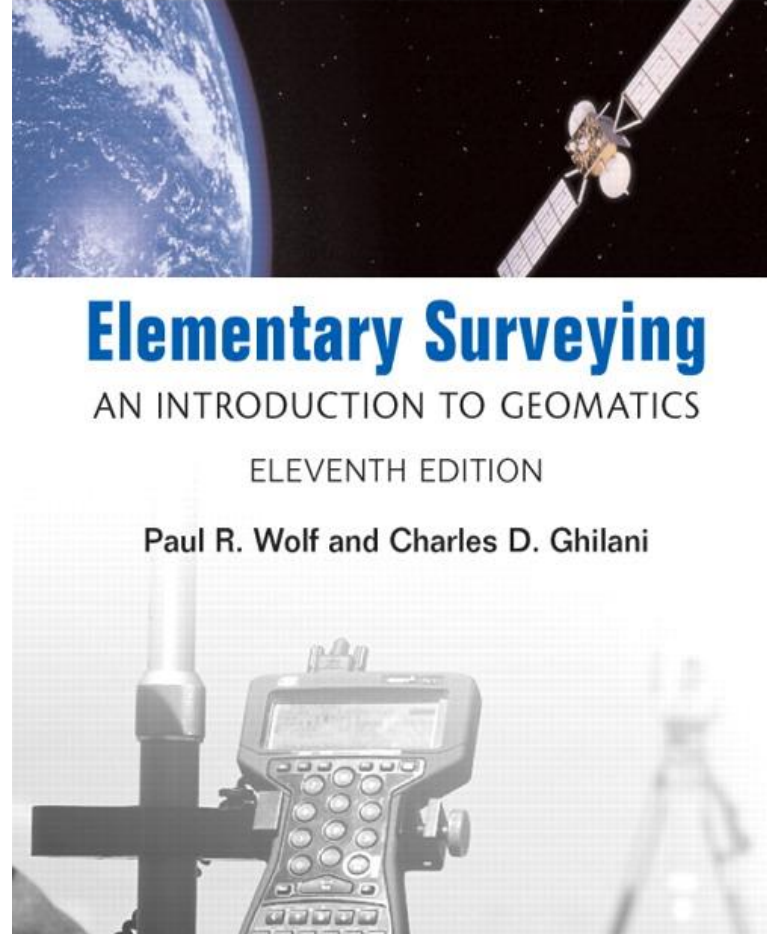
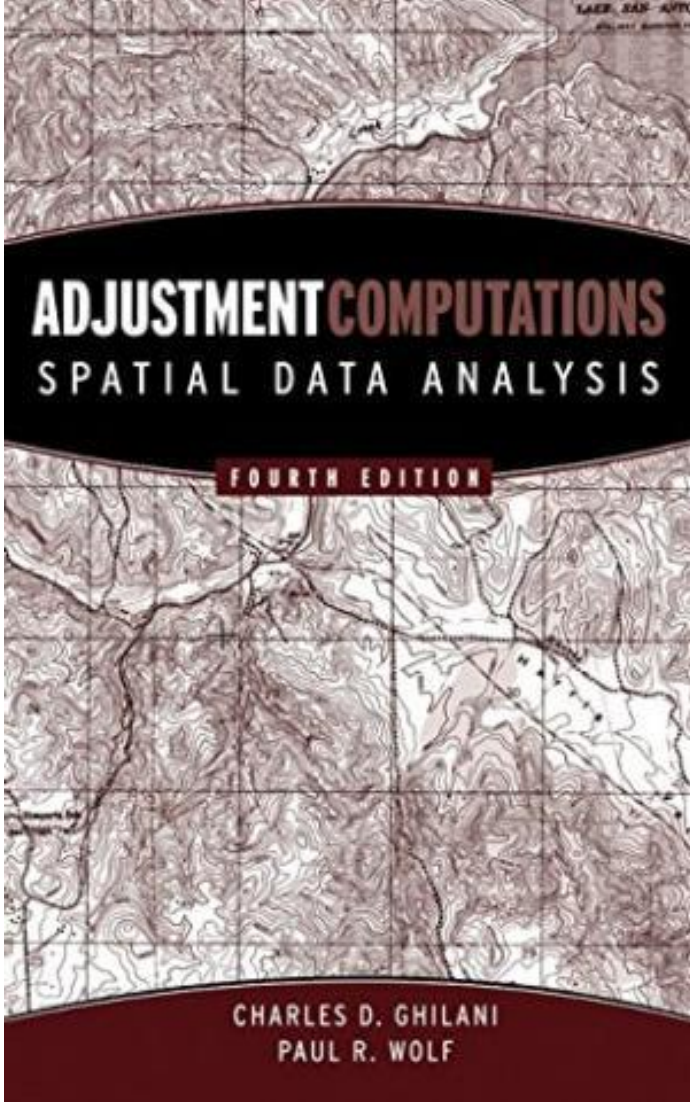
Tarihçe ve Ek Kaynaklar



K. R. Koch
(1935---

Ünlü jeodezici Koch'un meşhur kitabı «Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models», parametre kestirimi konusunda bir başucu kitabı konumundadır (ancak, düzeyi, lisansüstü seviyesindedir).

Tarihçe ve Ek Kaynaklar



Wolf ve Ghilani'nin «Adjustment Computations» kitabı, lisans seviyesinde yazılmış önemli hata kuramı ve dengeleme hesabı kitaplarından biridir.

Yine Wolf ve Ghilani tarafından yazılmış «Elementary Surveying» kitabında hata kuramı ve parametre kestirim konuları yer almaktadır.

Söz konusu kitaplar lisans seviyesindedir. Ancak ABD ölçü birimleri nedeniyle, örnekler «yay derecesi» biçimindedir.

İngilizce kaynak için «Adjustment Computations» kitabı önerilmektedir.

Tarihçe ve Ek Kaynaklar



**Hüseyin Demirel, (2009),
DENGELEME HESABI,**

3. Baskı, YTÜ Yayınları

YTÜ emekli öğretim üyesi, Prof. Dr. Hüseyin Demirel tarafından yazılmış, «Dengeleme Hesabı» kitabı Türkçe yazılmış en önemli eserlerden biridir. Bu ders ve sonraki dönem işlenen Dengeleme Hesabı dersi bu kitaba dayanmaktadır.

Örnek Sınav ve Değerlendirme

15.07.2013

Hata Kuramı ve Parametre Kestirimi
(2012/2013 Yaz Dönemi)
1. Yılı Sınavı

Süre: 105 dk.

1) Şekildeki üçgende α ve β açıları ile a kenarı ölçülmüştür. Ölçüler, α ve β açıları arasındaki korelasyon ($\rho_{\alpha\beta}$) ve ölçü standart sapmaları aşağıda verilmektedir:

$\alpha = 33,1912$ gon, $\sigma_\alpha = 0,5$ mgon
 $\beta = 72,2594$ gon, $\sigma_\beta = 0,8$ mgon
 $a = 139,170$ m, $\sigma_a = 3+5$ ppm

$\rho_{\alpha\beta} = -0,50$

a) Ölçülerin kovaryans matrisini ve birim ağırlıklı ölçünün standart sapması 2 olduğuna göre ağırlık katsayıları matrisini oluşturunuz.

b) γ açısını ve b kenarını, bunların standart sapmalarını ve aralarındaki korelasyonu hesaplayınız.

2) Bir P noktasının şekildedeki yerel xy dik koordinat sisteminde konumunu belirlemek için α açısı ve S kenarı ölçülmüştür. α açısı bir ölçü için standart sapması 1 mgon olan bir teodolit ile 5 kez ölçülerek $\alpha = 53,4578$ gon; S kenarı ise bir ölçü için standart sapması 1+4ppm olan bir elektronik uzaklık ölçerle 3 kez ölçülerek $S = 70,560$ m bulunmuştur. A noktasının konum hatası 4 mm olduğuna göre P noktasının konum hatası ne kadardır?

3) Şekildeki trigonometrik nivelman geçişinde 1,2 ve 3 no'lu yükseklik farkları ikiye kez gözlenmiştir. Ölçü çiftleri (h'_i , h''_i), nivelman yol uzunlukları (S_i) aşağıda verilmektedir.

i	h'_i (m)	h''_i (m)	S_i (km)
1	8,204	8,212	1,9
2	4,123	4,114	0,7
3	3,110	3,121	1,0

A noktasının yüksekliği $H_A = 1477,890$ m ve standart sapması $\sigma_{H_A} = 4$ mm olduğuna göre, C ve D noktalarının yüksekliklerini, standart sapmalarını ve aralarındaki korelasyonu hesaplayınız. ($S_D = 1$ km)

2) $\sigma_a = 3 + 5 \times 0,139170 = 3,70$ mm

b) $\gamma = 200 - (\alpha + \beta) = 94,5494$ gon
 $b = a \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 253,3105$ m

$d\gamma = -d\alpha - d\beta + 0 da \rightarrow$ mgon

10) $db = -\frac{a \sin \beta \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} d\alpha + \frac{a \cos \beta}{\sin \alpha} d\beta = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} da \rightarrow$ mm

$\rho = \frac{200}{\pi}$

5) $F = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -\frac{a \sin \beta \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} & \frac{a \cos \beta}{\sin \alpha} & \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -6,9275 & 1,8526 & 1,8202 \end{bmatrix} \Rightarrow C = F C_{\text{mat}} F^T = \begin{bmatrix} 0,4901 & -0,4688 \\ -0,4688 & 0,4688 \end{bmatrix}$

2) $\sigma_\gamma = 0,70$ mgon
 $\sigma_b = 8,04$ mm

2) $\rho_{\gamma b} = -0,08$

5) $x_p = x_A + S \cos \alpha$; $y_p = y_A + S \sin \alpha$

7) $dx_p = dx_A + \cos \alpha ds - \frac{S \sin \alpha}{1} d\alpha$; $dy_p = dy_A + \sin \alpha ds + \frac{S \cos \alpha}{1} d\alpha$

Ders için Ön Hazırlık

- Kısmi türevler (**trigonometrik fonksiyonların tümü, karekök, oran ve üssel fonksiyonlar**)
- Lineer cebir (**matris çarpımı**, kare matrislerin tersi)
- Temel ölçme bilgisi (ölçme aletleri, kalibrasyonları, ölçme kuralları, **temel ödevler**)
- Birimler (gon, cc, mgon, radyan vb.)

Ders duyuruları, soru ve görüşleriniz için:



Prof. Dr. Uğur DOĞAN

<https://avesis.yildiz.edu.tr/dogan>

dogan@yildiz.edu.tr



Prof. Dr. Cüneyt AYDIN

<https://avesis.yildiz.edu.tr/caydin>

caydin@yildiz.edu.tr; caydin78@gmail.com



Dr. Öğretim Üyesi Deniz ÖZ DEMİR

<https://avesis.yildiz.edu.tr/denizoz>

denizoz@yildiz.edu.tr

