



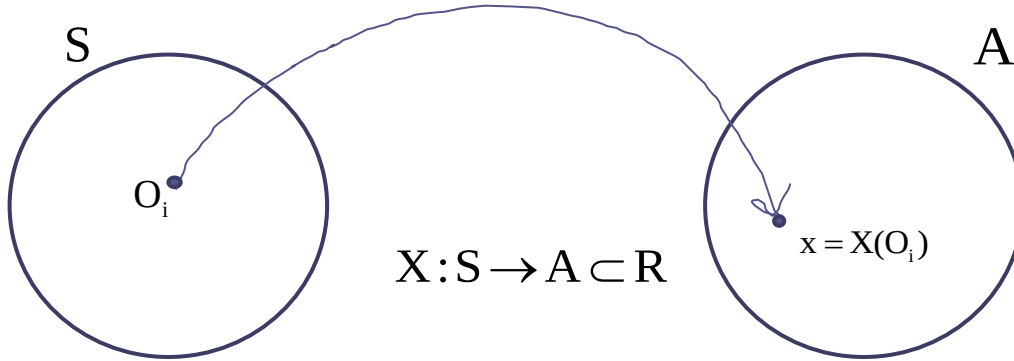
Rasgele Değişkenler/ Kesikli Rasgele Değişken

Rasgele Değişken

Rasgele bir sistemin davranışlarını anlayıp, açıklamak ve yorumlamak için, meydana gelebilecek bütün durumları (örnek uzay) göz önüne alarak, araştırılan olayların ortaya çıkışlarının olasılıkları bulunur ve karşılaştırmalar yapılabilir.

Bu şekilde belirsizlikten kurtulmaya çalışılır.

S örnek uzayının her bir basit olayını yalnız bir gerçel değere dönüştüren X fonksiyonuna ***rasgele (rassal) değişken*** denir.



Rasgele Değişken

Her basit O_i olayı için $x = X(O_i)$ 'dir.

Her rasgele değişken gerçekte bir fonksiyondur ve örnek uzayından gerçel sayı kümesine bir dönüşümdür.

O_i , örnek uzayında basit bir olay iken bu olayı R 'de görüntüleyen X fonksiyonunun aldığı değer $x = X(O_i)$ olup, $O_i \subset S$ yerine $x \in R$ alınmaktadır.

$X, Y, Z \longrightarrow$ Rasgele değişkenler

$x, y, z \longrightarrow$ Rasgele değişkenlerin aldıkları değerler

Örnek: Bir para iki kez atılsın.

$$S=\{TT, TY, YT, YY\}$$

$X \longrightarrow$ gelecek tura sayısı

Örnek nokta	TT	TY	YT	YY
X	2	1	1	0

Rasgele Değişken

```
graph TD; A[Rasgele Değişken] --> B[Kesikli Rasgele Değişken]; A --> C[Sürekli Rasgele Değişken];
```

Kesikli Rasgele Değişken

- Sonlu
- Sayılabilir sonsuz

Sürekli Rasgele Değişken

- Sonsuz

Kesikli Rasgele Değişken

X rasgele değişkeninin R 'deki değer kümesi olan A , sayılabilir sonlu veya sayılabilir sonsuz bir küme ise; X 'e **kesikli rasgele değişken** denir.

Rassal sistemde karşılaşılabılır tüm durumlar, bir fonksiyon olarak tanımlanan rasgele değişkenle gerçek sayılara dönüştürülerek, bu sistemdeki olayların olasılıkları, bu olaylara karşılık gelen rasgele değişkenin olasılığı ile gösterilir.

Kesikli Rasgele Değişken – Olasılık Dağılımı

$X \rightarrow$ kesikli rasgele değişken

$x_1, x_2, x_3, \dots$ bu rasgele değişkenin alabileceği sürekli büyüklüğü artan bir düzende sıralanan değerler olsun.

Bunlara karşılık gelen olasılıklar

$$P(X = x_k) = f(x_k) \quad k = 1, 2, \dots$$

şeklinde verilir.

$$P(X = x) = f(x)$$

olasılık fonksiyonu ya da diğer adı ile olasılık dağılımı

Yoğunluk fonksiyonu

Olasılık yoğunluk fonksiyonu

Kesikli Rasgele Değişken – Olasılık Dağılımı

- $x = x_k$ için bu tanım (1) nolu tanıma indirgenir. Diğer x değerleri için $f(x) = 0$ 'dır.
- 1. $f(x) \geq 0$
- 2. $\sum_x f(x) = 1 \rightarrow$ ise $f(x)$ bir olasılık fonksiyonudur.

Örnek: Bir para iki kez atılsın. X'e karşılık gelen olasılık fonksiyonunu bulunuz.
Olasılık grafiğini oluşturunuz.

$$S=\{TT, TY, YT, YY\}$$

X $\longrightarrow$ gelecek tura sayısı

Örnek nokta	TT	TY	YT	YY
X	2	1	1	0

$$P(TT) = \frac{1}{4} \quad P(TY) = \frac{1}{4} \quad P(YT) = \frac{1}{4} \quad P(YY) = \frac{1}{4}$$

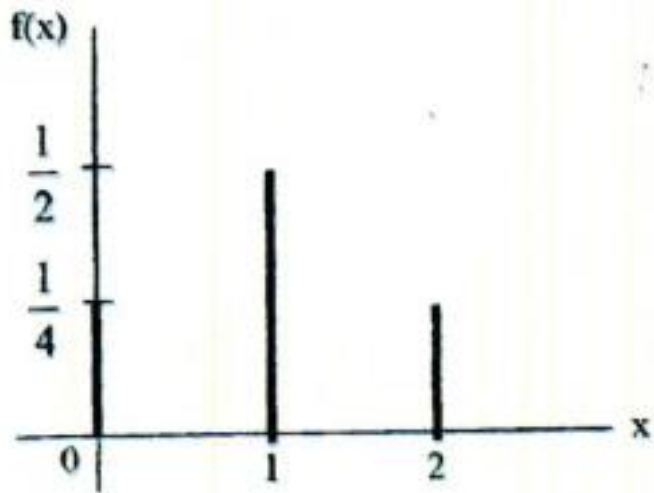
$$P(X=0) = P(YY) = \frac{1}{4}$$

$$P(X=1) = P(TY \cup YT) = P(TY) + P(YT) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

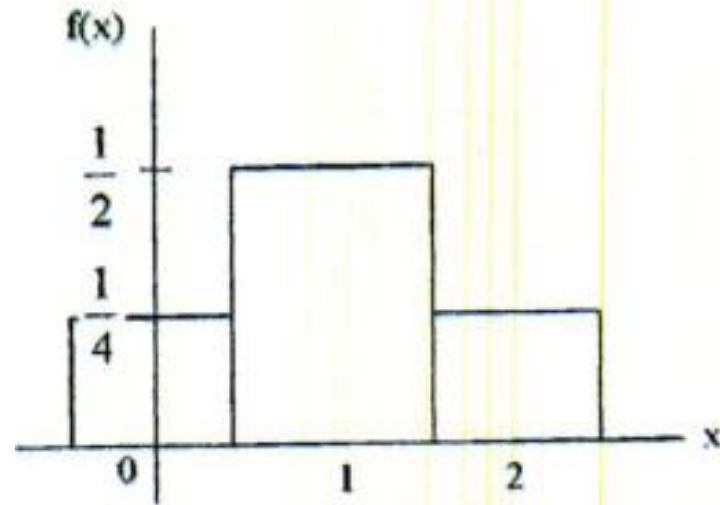
$$P(X=2) = P(TT) = \frac{1}{4}$$

x	0	1	2
f(x)	1/4	1/2	1/4

→ Olasılık Fonksiyonu



Çubuk (Bar) Diyagramı



Histogram Gösterim

Örnek: X kesikli rasgele değişkeninin olasılık fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{3}{5}\right)^x \left(\frac{2}{5}\right)^{1-x} & ; x = 0;1 \\ 0 & ; \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Şeklinde verildiğine göre;

$P(X=0)$, $P(X=1)$ ve $P(X \leq 1)$ olasılıklarını hesaplayınız.

$$P(X=0) = f(0) = \left(\frac{3}{5}\right)^0 \left(\frac{2}{5}\right)^1 = \frac{2}{5}$$

$$P(X=1) = f(1) = \left(\frac{3}{5}\right)^1 \left(\frac{2}{5}\right)^0 = \frac{3}{5}$$

$$P(X \leq 1) = P\{x = 0 \text{ veya } x = 1\} = P(X=0) + P(X=1) = f(0) + f(1) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$$