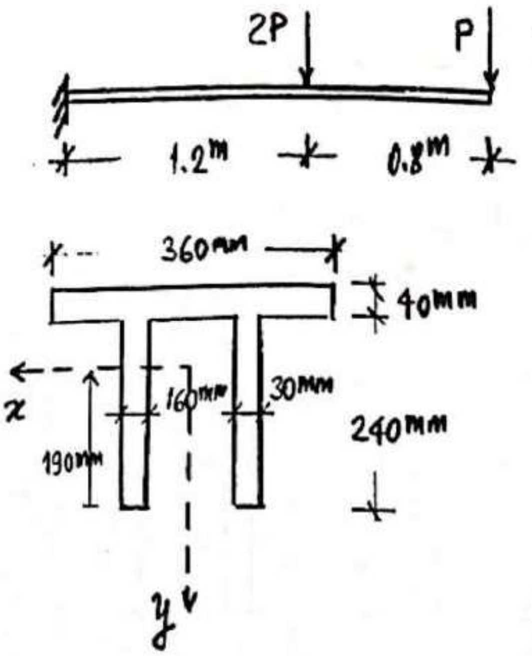
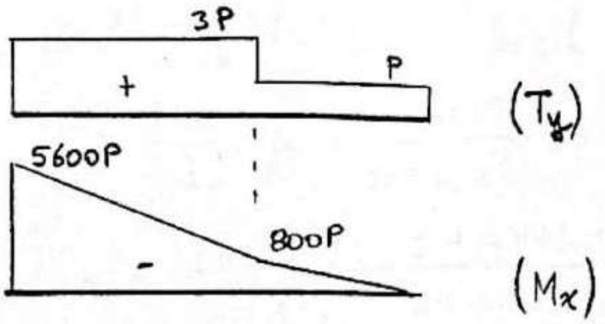


Şekildeki konsol kiriş P ve 3P tekil yüklerinin etkisindedir. $\sigma_{güv} = 120$ MPa olarak verildiğine göre Tresca varsayımını kullanarak P yükünün alabileceği en büyük değeri hesaplayınız.

Çözüm: Sisteme ait kesit tesir diyagramlarını çizecek olursak



Kesit tesir diyagramlarından en büyük zorlamanın mesnette olduğu açıkça görülür.

$T_{y_{max}} = 3P \qquad M_{x_{max}} = |-5600P|$

Eğilmeye göre hesap:

Hesaba geçmeden kesit karakteristiklerini belirleyelim, ağırlık merkezinin (geometrik merkez) yeri, kesit tabanına göre

$$y_M = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i A_i}{A_i} = \frac{360 \times 280 \times 140 - 300 \times 240 \times 120}{360 \times 280 - 300 \times 240} = 190\text{mm}$$

Atalet momenti

$$I_x = \left(\frac{360 \times 40^3}{12} + 360 \times 40 \times 70^2\right) + 2\left(\frac{30 \times 240^3}{12} + 30 \times 240 \times 70^2\right) = 21216 \times 10^4\,\text{mm}^4$$

$$\sigma_{max} \le \sigma_{güv} = \frac{M_{max}}{I_x} y_{max} \rightarrow \frac{|-5600P| \times 190}{21216 \times 10^4} \leq 120 \rightarrow P = 23.93\text{ kN}$$

Kesmeye göre hesap:

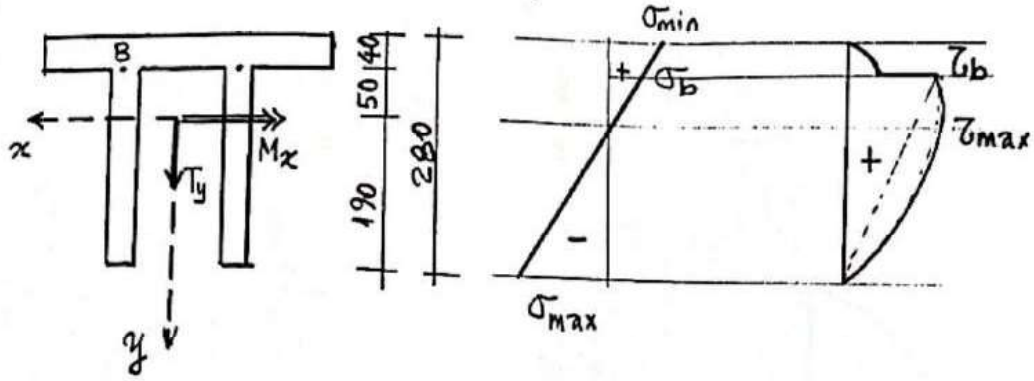
Kesit üst yarısının ve başlık bölgesinin x eksenine göre statik momenti

$$\bar{S}_x = 360 \times 40 \times (-70) + 2 \times (50 \times 30 \times (-25)) = -1083 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

$$S_b = 360 \times 40 \times (-70) = -1008 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

$$\tau_{max} \leq \tau_{güv} = -\frac{T_{max}\,\overline{S_x}}{I_x\, b(y)} \rightarrow -\frac{3P_x(-1083 \times 10^3)}{21216 \times 10^4 \times 2 \times 30} \leq 60 \rightarrow P = 235.1\text{ kN}$$

Kesitte gerilme yayılısını çizecek olursak,



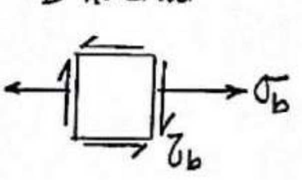
Görüldüğü gibi kesitin kritik noktaları boyun bölgeleridir.

$$\sigma_b = \frac{M_{max}}{I_x} y_b = \frac{|-5600P|}{21216 \times 10^4} 50 = 1.32 \times 10^{-3} P$$

$$\tau_b = -\frac{T_{max}\, S_b}{I_x\, 2t_g} = -\frac{3P(-1008 \times 10^3)}{21216 \times 10^4 \times 2 \times 30} = 2.38 \times 10^{-4} P$$

Asal gerilme hesabına geçersek

B noktası



$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}\left[\sigma_b \pm \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_b^2}\right] = (6.6 \pm 7.02) P \times 10^{-4}$$

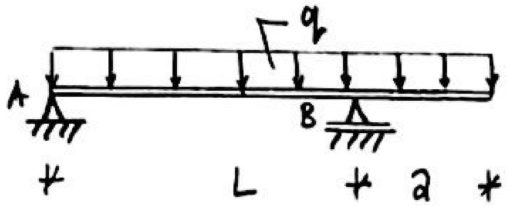
$$\sigma_1 = 1.36 \times 10^{-3} P \ , \ \sigma_2 = -0.42 \times 10^{-4} P$$

Tresca varsayımı kullanılırsa $\sigma_1 - \sigma_2 \leq \sigma_{güv} = 120\text{ MPa}$

$$[13.6 - (-0.42)] P \times 10^{-4} \leq 120 \rightarrow P = 85.6\text{ kN}$$

Buna göre kesitin güvenlikle taşıyabileceği P yükü

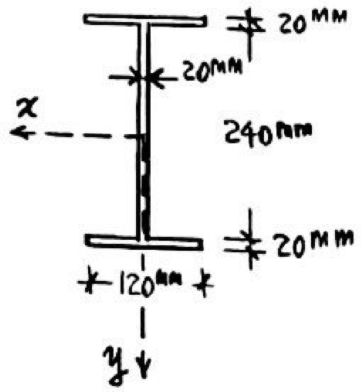
$P \leq 23.93$ kN olarak alınmalıdır.



I profilden yapılmış, şekildeki çıkmalı kirişin güvenle taşıyacağı q yükünün şiddetçe alabileceği en büyük değeri en büyük kayma gerilmesi varsayımında $\sigma_{güv} = 140 MPa$ ise

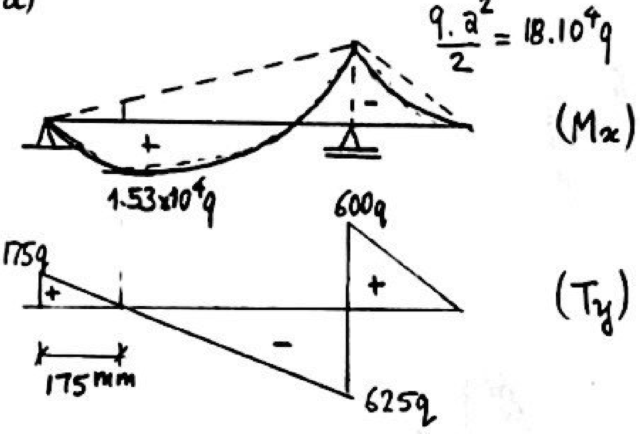
a) $L = 0.8\,m$ ve $a = 0.6\,m$ için hesaplayınız

b) $L = 0.8\,m$ ve $a = 0.4\,m$ için hesaplayınız.



Çözüm: Kritik kesitin yerini belirleyebilmek için kesit tesir diyagramlarını çizecek olursak

a)



$\Sigma M_A = 0: \quad B_y = \dfrac{q \times 1400^2}{2 \times 800} = 1225q$

$\Sigma y = 0: \quad A_y = 1400q - 1225q = 175q$

Tesir diyagramlarından B mesnedinin zorlandığı açıkça görülür.

$T_{max} = |-625q|$ ve $M_{max} = |-18 \times 10^4 q|$

Kiriş kesitine ait atalet momenti

$$I_x = 2\times\left(\frac{120\times20^3}{12} + 120\times20\times130^2\right) + \frac{20\times240^3}{12} = 10432\times10^4\ mm^4$$

Eğilmeye göre sınama:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x}\, y \quad \rightarrow \quad M_{x_{max}} \leq \frac{\sigma_{güv}\, I_x}{y_{max}}$$

Değerleri yerine yazarsak

$$|-18\times10^4 q| \leq \frac{140\times(10432\times10^4)}{140} \quad \rightarrow \quad q \leq 579.6\ N/mm \quad \text{olur}$$

Kesmeye göre sınama:

$$\tau = -\frac{T_y \bar{S}_x}{I_x\, b(y)}$$

Öncelikle başlık kesitinin ve kesit üst yarısının x eksenine göre statik momenti

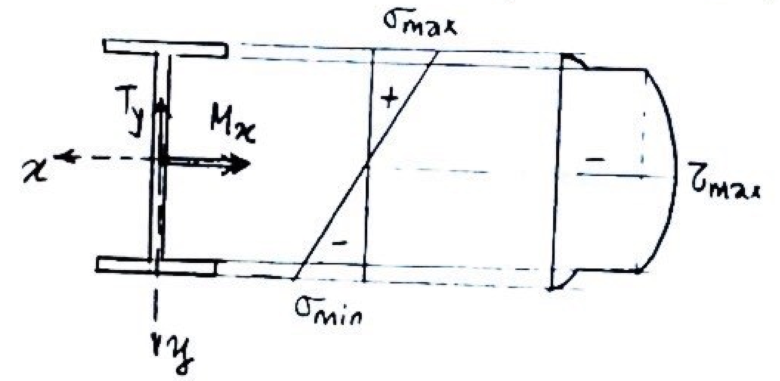
$$S_b = 20 \cdot 120 \cdot (-130) = -312 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\bar{S}_x = S_b + 20 \times 120 \cdot (-60) = -456 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$T_{y_{max}} \leq -\frac{\tau_{güv}\, I_x\, t_g}{\bar{S}_x} \qquad \tau_{güv} = \frac{1}{2}\sigma_{güv} = 70 \text{ MPa}$$

$$|-625q| \leqslant -\frac{70 \cdot (10432 \times 10^4) \cdot 20}{-456 \times 10^3} \rightarrow q \leqslant 512.4 \text{ N/mm}$$

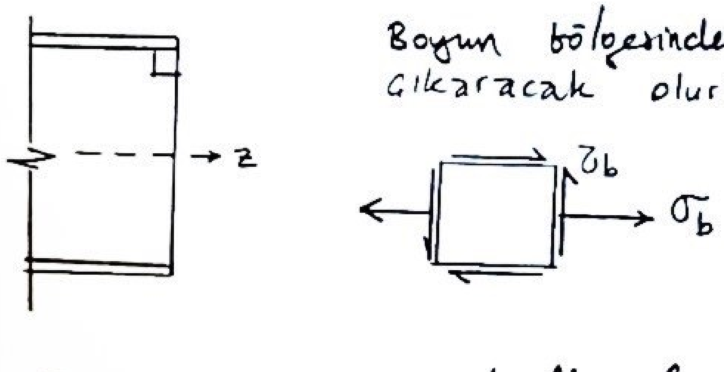
Şimdi kesitteki gerilme yayılışını çizecek olursak



En çok zorlanan noktalar kesitin boyun bölgeleridir. Buradaki gerilme değerleri

$$\sigma_b = \frac{|18 \times 10^4 q|}{10432 \times 10^4} \times 120 = 0.207q$$

$$\tau_b = -\frac{|-625q| \times (-312 \times 10^3)}{10432 \times 10^4 \times 20} = 0.0935q$$



Boyun bölgesinden bir gerilme elemanı çıkaracak olursak, bu bölgedeki asal gerilmeleri

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + (\tau_b)^2} = 0.243q$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_b}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + (\tau_b)^2} = -0.0360q$$

Tresca varsayımı kullanılırsa $\sigma_1 - \sigma_2 \leqslant \sigma_{güv} = 140 \text{ MPa}$

$$0.243q - (-0.036q) \leqslant 140 \rightarrow q \leq 501.8 \text{ N/mm}$$

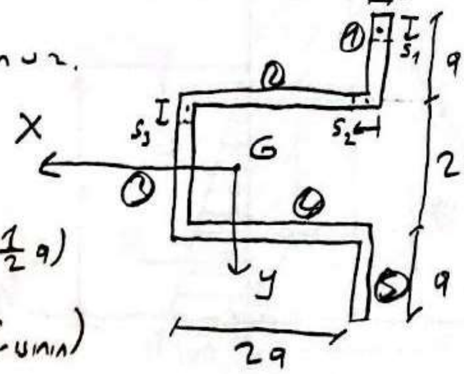
Tüm bu sınamalar sonucunda kesitin güvenle taşıyabileceği $q \leqslant 501.8$ N/mm olarak elde edilir.

Şekilde sabit t kalınlıklı açık tüpte kesme kuvveti T_y etkimektedir. $\tau_{em} = 100$ MPa ve $t = 20$ mm olduğuna göre; ($a = 200$ mm)

a) Kesitin güvenle taşıyabileceği kesme kuvveti T_y'yi

b) Bu kuvvetin kesitte oluşturacağı kayma gerilmesi dağılımı

c) Kayma merkezini bulunuz.



a) $I_x = 149387 \cdot 10^4$ mm^4

$$\bar{S}_x = (ta)(-1{,}5a) + (2ta)(-a) + (ta)(-\tfrac{1}{2}a)$$

$$\bar{S}_x = -32 \cdot 10^5 \text{ mm}^3 \quad \text{(kesitin üst yarısının)}$$

$$\tau_{max} = -\frac{T_{max}\bar{S}_x}{I_x t} \le \tau_{em} = 100\text{ MPa}$$

$$T_{max} = -\frac{\tau_{em} I_x t}{\bar{S}_x} = -\frac{100(149387 \cdot 10^4)20}{-32 \cdot 10^5} \cong 934 \text{ kN}$$

b) Kayma akısı $q = \tau \cdot t = -\dfrac{T_y S_x}{I_x}$

1 bölge

$$S_{x1} = (s_1 t)\left[-\left(2a - \frac{s_1}{2}\right)\right] = -8 \cdot 10^3 s_1 + 10 s_1^2$$

$$\tau_{zy1} = -\frac{T_{max} S_{x1}}{I_x t} \cong \frac{s_1}{4} - 0{,}000313\, s_1^2$$

$$\tau_{zy1}(s_1 = 0) = 0 \;;\; \tau_{zy1}(s_1 = 200) = 37{,}5 \text{ MPa}$$

2 bölge

$$S_{x2} = (at)(-1{,}5a) + (s_2 t)(-a) = -12 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^3 s_2$$

$$\tau_{zx2} = -\frac{T_{max} S_{x2}}{I_x t} \cong 37{,}5 + 0{,}125\, s_2$$

$$\tau_{zx2}(s_2 = 0) = 37{,}5 \text{ MPa} \;;\; \tau_{zx2}(s_2 = 400) = 87{,}5 \text{ MPa}$$

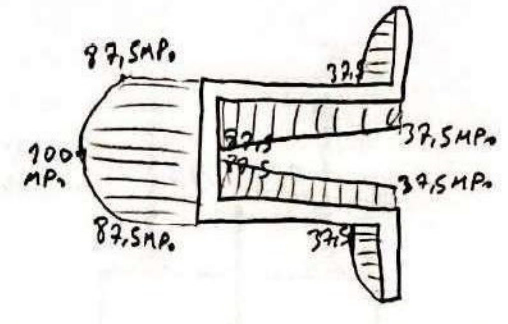
③ bölge

$$S_{x3} = at(-1,5a) + 2at(-a) + s_3 t\left[-\left(a - \frac{s_3}{2}\right)\right] = -28 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^3 s_3 + 10 s_3^2$$

$$\tau_{zy3} = -\frac{T_{max} S_{x3}}{I_x t} \cong 87,5 + 0,125 s_3 - 0,000313 s_3^2$$

$$\tau_{zy3}(s_3 = 0) \cong 87,5 MPa \quad / \quad \tau_{zy3}(s_3 = 200) = 100 MPa \rightarrow \tau_{em}$$

(τ_{max} orta kesit ortası)



④ bölge ile ② bölge

⑤ bölge ile ① bölge simetrik

C) Kayma merkezi S, eşdeğerlik bağıntıları ile kesit dengesi denklemleri yardımıyla bulunabilir.

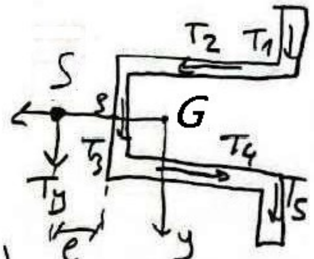
Kayma kuvvetleri;

$$T_1 = \int_0^a \underbrace{\tau_{zy1} \cdot t}_{q}\, ds_1 = \left[2,5 \cdot s_1^2 - 0,00208 s_1^3\right]\Big|_0^{200} = 83,3 kN$$

$$T_2 = \int_0^{2a} \tau_{zx2} \cdot t\, ds_2 = (750 s_2 + 1,25 s_2^2)\Big|_0^{400} = 500 kN$$

$$T_3 = \int_0^{2a} \tau_{zy3} \cdot t \cdot ds_3 = \left[1750 s_3 + 1,25 s_3^2 - 0,00208 s_3^3\right]\Big|_0^{400} \cong 766,7 kN$$

$T_4 = T_2$ ve $T_5 = T_1$



$\Sigma M_3 = 0$ eğer T_y, K'dan etkirse (burulma momenti olmaz)

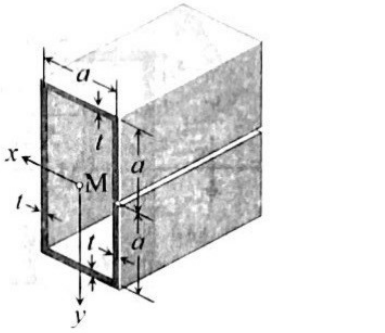
$$e T_y = a T_2 + a T_4 - 2a(T_1 + T_5)$$

$T_y \rightarrow 934 kN$

$$e = \frac{400(500 - 83,3)}{934} \cong 143 mm$$

Şekildeki ince cidarlı $(t \ll a)$, sabit t kalınlıklı açık profil kesite kayma merkezi K dan etkiyen kesme kuvveti $T_y = 80\,\text{kN}$ dur. $a = 120\,\text{mm}$, $t = 8\,\text{mm}$.

a). Kayma gerilmesi dağılımını elde ediniz
b). Kayma merkezi S nın yerini belirleyiniz.

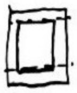


a) $T_x = 0$; $T_y = 80kN$, kuvvetler çizgisi y ekseni üzerinde

Açık profil olması sebebiyle y eksenine göre simetriklik olmamaktadır. (kayma gerilmeleri açısından)

Dolayısıyla kesitte kayma gerilme dağılışı burulma momenti oluşturacağından

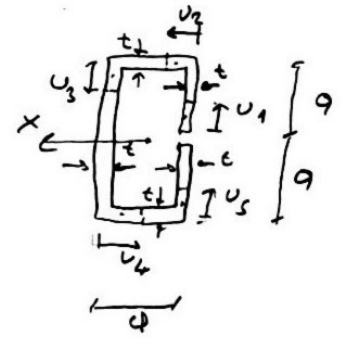
Burulmalı, Kesmeli Eğilme durumu söz konusudur.

İnce cidarlı $t \ll a$  $\frac{1}{12}t^3$ 'lü kısım ihmal edilebilir,

$$I_x = 2\cdot\left[\frac{1}{12}t(2a)^3 + (ta)a^2\right] = \frac{10}{3}ta^3 = 4608\cdot 10^4\,mm^4$$

$$I_x = \frac{128\cdot 248^3}{12} - \frac{112\cdot 232^3}{12}$$

Statik Momentler



$$S_{x1} = t\cdot u_1\left(-\frac{u_1}{2}\right) = -4u_1^2 \qquad (0 \le u_1 \le a)$$

$$S_{x2} = \underbrace{S_{x1}|_{u_1=a}}_{a\cdot t\left(\frac{-a}{2}\right)} + t u_2(-a) = -57600 - 960u_2 \qquad (0 \le u_2 \le a)$$

$$S_{x3} = \underbrace{S_{x2}|_{u_2=a}}_{at\left(\frac{-a}{2}\right) + at\cdot(-a)} + t u_3\left[-\left(a - \frac{u_3}{2}\right)\right] = -172800 - 960u_3 + 4u_3^2 \qquad (0 \le u_3 \le 2a)$$

$$S_{x4} = \underbrace{S_{x3}|_{u_3=2a}}_{at\left(\frac{-a}{2}\right) + at(-a) + 2at(0)} + u_4 t\cdot a = -172800 + 960u_4 \qquad (0 \le u_4 \le a)$$

not: statik açısından x eksenine göre simetriklik $S_{x2}|_{u_2=a} = S_{x3}|_{u_3=2a}$

$$S_{x5} = \underbrace{S_{x4}|_{u_4=a}}_{at\left(\frac{-a}{2}\right) + \cancel{at(-a)} + 0 + \cancel{at\cdot a}} + u_5 t\left(a - \frac{u_5}{2}\right) = -57600 + 960u_5 - 4u_5^2 \qquad (0 \le u_5 \le a)$$

not: $S_{x1}|_{u_1=a} = S_{x4}|_{u_4=a}$ simetri

$$\tau_i = -\frac{T_y \, S_{xi}}{I_x \, t} \quad (i = 1,2,3,4,5.)$$

$T_y \to 80\,kN = 80000\,N$; $t \to 8\,mm$; $I_x \to 4608.10^4\,mm^4$

t 'her bolda aynı verilmiş $\longrightarrow$ $\tau_i = \frac{-1}{4608} S_{xi}$

Buradan;

$$\tau_1 = \frac{u_1^2}{1152} \quad ; \quad \tau_2 = \frac{240}{1152}(60 + u_2)$$

$$\tau_3 = \frac{1}{1152}(360 - u_3)(120 + u_3) \quad ; \quad \tau_4 = \frac{240}{1152}(180 - u_4)$$

$$\tau_5 = \frac{1}{1152}(u_5 - 120)^2$$

Kayma Ger. diyag. çizilsin;

$$\tau_1|_{u_1=0} = 0 \quad ; \quad \tau_1|_{u_1=120} = \frac{120^2}{1152} = 12,5 \frac{N}{mm^2} = 12,5\,MPa$$

$$\tau_2|_{u_2=0} = 12,5\,MPa \quad ; \quad \tau_2|_{u_2=120} = \frac{240}{1152}(60+120) = 37,5\,MPa$$

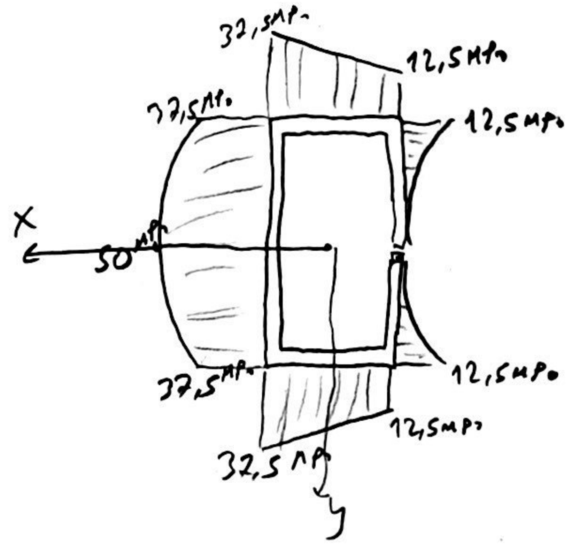
$$\tau_3|_{u_3=0} = 37,5\,MPa \quad ; \quad \tau_3|_{u_3=240} = 37,5\,MPa$$

$$\tau_{max} = \tau_3|_{u_3=120} = 50\,MPa$$

İstenirse devam edilebilir ama x'e göre simetriklik vardır

$$\tau_4|_{u_4=0} = \frac{240.180}{1152} = 37,5 \quad ; \quad \tau_4|_{u_4=120} = \frac{240}{1152}(180-120) = 12,5\,MPa$$

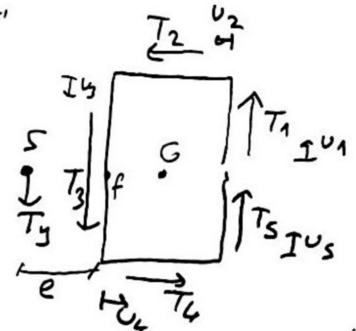
$$\tau_5|_{u_5=0} = \frac{(-120)^2}{1152} = 12,5\,MPa \quad ; \quad \tau_5|_{u_5=120} = 0$$



b) S kayma merkezi ; T_y üzerinden etkidiği vakit burulma moment etkilerinin ortadan kalktığı yerdir.

Moment hesaplanmadan önce kayma kuvvetleri bulunmalıdır.

$$T_i = \int_0^{l_i} \underbrace{\tau_i \cdot t_i}_{q_i} \cdot dU_i \qquad ; \text{ not : } \underset{\text{kayma akımı}}{q} = \frac{T_y S_x}{I_x}$$



$$T_1 = \int_0^{a} \frac{U_1^2}{1152} \cdot t\,dU_1 = \int_0^{120} \frac{U_1^2}{1152} \cdot 8\,du_1 = \frac{8}{1152} \frac{U_1^3}{3} \Big|_0^{120} = 4000\,N$$

$$T_2 = \int_0^{120} \frac{240}{1152}(60+U_2) \cdot 8\,du_2 = \frac{8 \cdot 240 \cdot 60}{1152} \cdot 120 + \frac{8 \cdot 240}{1152} \cdot \frac{120^2}{2} = 24000\,N$$

$$T_3 = \int_0^{240} \tau_3 \cdot 8 \cdot dU_3$$ hesabı gerekmeyecek (moment aldığımız noktadan dolayı)

not $\Sigma F_x = 0$ $(T_x=0)$
$-T_2 = T_4$ zıt yönde

$$T_4 = T_2 = 24000$$

$$T_5 = T_1 = 4000\,N$$

T_y S'den etkirse herhangi bir noktada burulma momenti oluşmayacak; veya kayma gerilmelerinin dağılımından meydana gelen moment nötralize edilecektir

$$\Sigma M_f = 0$$

$$\underset{80000\,N}{T_y} \cdot e = \overset{=T_4 = 24000\,N}{T_2}(240) + \overset{=T_5 = 6000\,N}{T_1}(120) \cdot 2$$

$$e = 84\ mm$$