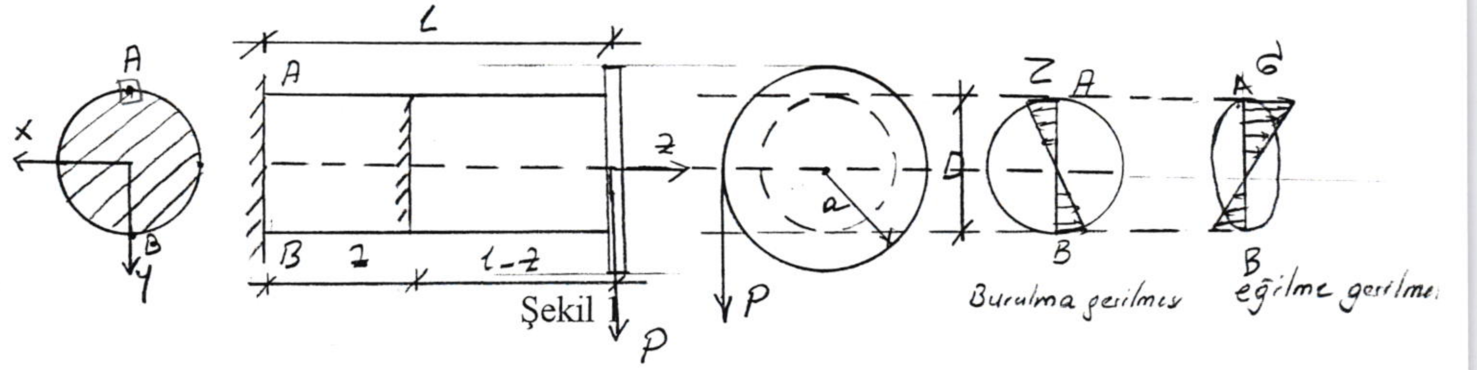
EĞİLME VE BURULMA

Kesidin daire olması hali:

Uygulamada sık rastlanan bir bileşik mukavemet halidir eğilmeli burulma, örneğin makine elemanları arasında krank milleri ve transmisyon milleri böyle bir etki altındadır. Hesaba kesidin daire olması ile başlıyalım, şekil 1. de konsol kiriş ekzantrik yanal bir kuvvetle zorlansın, herhangi bir z kesidindeki zorlamalar $T_y = P$ kesme kuvveti, $M_x = -P(l-z)$ eğilme momenti ve $M_z = Pa$ burulma momenti olmak üzere üç etkidir.



Şekil 1

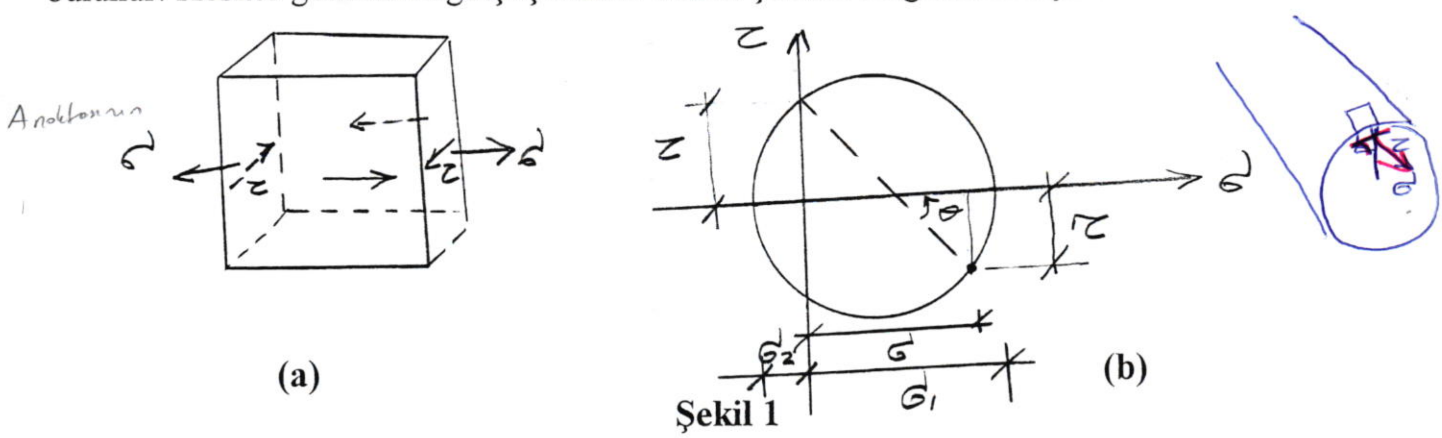
Kesitte eğilme ve burulmanın maksimum olduğu yer ankastre mesnettir. Genel bir görüşle kirişin kesidine şiddeti M_e eğilme momenti ve şiddeti M_b olan bie burulma momenti etkimektedir. Kesit kenarında A ve B noktalarındaki büyük gerilmeler daha önce öğrendiyimiz üzere

I_x= eylemsizlik momenti
I_o= kutupsal eylemsizlik momenti

$\sigma = 32M_e / \pi D^3$ (eğilmeden) $\quad \sigma = \frac{M_e}{I_x} \cdot \frac{D}{2} = \frac{M_e}{\frac{\pi (D/2)^4}{4}} \cdot \frac{D}{2} = \frac{32 M_e}{\pi D^3}$

$\tau = 16M_b / \pi D^3$ (burulmadan) $\quad \tau = \frac{M_b}{\frac{\pi (D/2)^4}{2}} \cdot \frac{D}{2} = \frac{16 M_b}{\pi D^3} \qquad \tau = \frac{M_b}{I_o} \cdot \frac{D}{2}$

bulunur. Kesitte gerilme dağılışı şematik olarak şekil.1 de gösterilmiştir.



(a) (b)
Şekil 1

A noktasındaki bu iki gerilme üst üste bindirilecek olursa, şekil 1a. da gösterilen iki eksenli hal olur. Buna ait asal gerilmeler şekil 2b.deki mohr dairesinden

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{(\frac{\sigma}{2})^2 + \tau^2} \quad , \quad \sigma_2 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{(\frac{\sigma}{2})^2 + \tau^2}$$

Bundan sonra yapılacak iş belirli bir mukavemet hipotezi kullanarak kesit ve yük hesabı yapılmasıdır. Aşağıda bu hipotezler sunulmuştur:

1- Maksimum kayma gerilmesi hipotezine göre ($\sigma_1 \rangle 0, \sigma_2 \langle 0, \sigma_3 = 0$)

$$\sigma_1 - \sigma_2 \le \sigma_{güv} \rightarrow \frac{4}{\pi r^3}\sqrt{M_e^2 + M_b^2} \le \sigma_{güv}$$

2- Biçim değiştirme enerjisi hipotezine göre

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 \le \sigma^2{}_{güv} \rightarrow \frac{4}{\pi r^3}\sqrt{M_e^2 + \frac{3}{4}M_b^2} \le \sigma_{güv}$$

3- Maksimum şekil değiştirme hipotezine göre

$$\sigma_1 - \nu\sigma_2 \le \sigma_{güv} \rightarrow \frac{4}{\pi r^3}\left[\frac{(1-\nu)}{2}M_e + \frac{(1+\nu)}{2}\sqrt{M_e^2 + M_b^2}\right] \le \sigma_{güv}$$

Burada ν poisson oranıdır. M_f ile gösterilen fiktik bir eğilme momenti kullanılarak aşağıdaki gibi genel bir tek formül kullanılır.

$$\frac{4}{\pi r^3}M_f = \frac{32}{\pi D^3}M_f \le \sigma_{güv}$$

M_f fiktif momenti üç hal için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

1- Maksimum kayma gerilmesi hipotezinde:

$$M_f = \sqrt{M_e^2 + M_b^2}$$

2- Biçim değiştirme enerjisi hipotezinde:

$$M_f = \sqrt{M_e^2 + \frac{3}{4}M_b^2}$$

3- Maksimum şekil değiştirme hipotezinde:

$$M_f = \frac{1-\nu}{2}M_e + \frac{1+\nu}{2}\sqrt{M_e^2 + M_b^2}$$

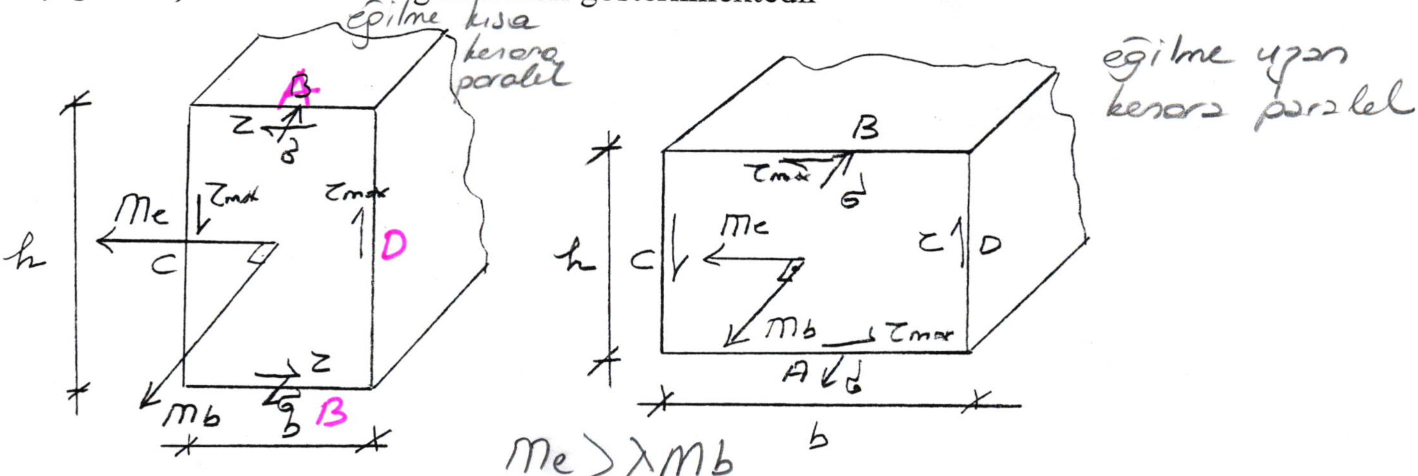
Kesidin iç yarıçapı r_1 ve dış yarıçapı r_2 olan daire halkası olması durumunda genel fiktif momentli denklem

$$\frac{4r_2}{\pi(r_2^4 - r_1^4)} M_f \le \sigma_{güv}$$

haline gelir.

Kesidin Dikdörtgen Olması

Şimdi kesidin b.h boyutlu dikdörtgen olması halinde gerilme hesabı yapalım. Kesit M_e eğilme momenti ve M_b burulma momenti etkisinde bulunsun. Önce h⟩b halini ele alalım, aşağıdaki şekilde bu halin gerilmeleri gösterilmektedir



M_b ~~burulma momentinin şiddeti belirli bir λ katından daha bü~~yükse A ve B noktaları en çok zorlanan noktalar olur. Bu durumda σ ve τ gerilmeleri

$$\sigma = \frac{M_e}{W_e} \quad , \qquad \tau = \frac{M_b}{W_b'}$$

bağıntılarıyla hesaplanır. Burada W_e kesidin eğilmedeki mukavemet momentini, W_b' de kesitte A ve B noktalarındaki τ kayma gerilmelerinin hesabı için gerekli kesit nodülü olup

$$W_e = \frac{bh^2}{6} \quad , \qquad W_b' = \eta_3 h b^2$$

formülleri ile hesaplanır. Burada, η_3 ve λ, h/b oranına bağlı çarpanlar olup aşağıdaki tabloda verilmiştir. Buna göre A noktasındaki asal gerilmeler

$$\sigma_1 = \frac{M_e}{2W_e} + \sqrt{\left(\frac{M_e}{2W_e}\right)^2 + \left(\frac{M_b}{W_b'}\right)^2} \quad , \qquad \sigma_1 = \frac{M_e}{2W_e} - \sqrt{\left(\frac{M_e}{2W_e}\right)^2 + \left(\frac{M_b}{W_b'}\right)^2}$$

ile hesaplanır. Kesit veya yük hesabı ilgili mukavemet hipotezleri ile yapılır.

Eğer $M_e \langle \lambda M_b$ ise yukardaki kesidin en çok zorlanan noktaları C ve D noktalarıdır. Bu noktalardaki τ_{mak} kayma gerilmeleri;

$$\tau_{mak} = \frac{M_b}{\eta_1 h b^2}$$

ile hesaplanır.

Eğer h⟨b ise bu durumda her zaman A ve B noktaları en çok zorlanan noktalar olur, o halde gerilmeler

$$\sigma = \frac{M_e}{W_e} \quad , \quad \tau = \frac{M_b}{W_b}$$

formülleri ile hesaplanır. W_e ve W_b mukavemet momentleri de

$$W_e = \frac{bh^2}{6} \quad , \quad W_b = \eta_1 h b^2$$

olarak hesaplanır. Bundan sonra asal gerilmeler, arkasından da ilgili mukavemet hipotezi ile kesit veya yük hesabı yapılır.

h/b	1	1,5	2	3	4	6	8	10
η_1	0,208	0,231	0,246	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313
η_3	0,208	0,269	0,310	0,355	0,378	0,402	0,413	0,421
λ	1,00	1,108	1,650	2,468	3,149	4,475	5,804	7,131