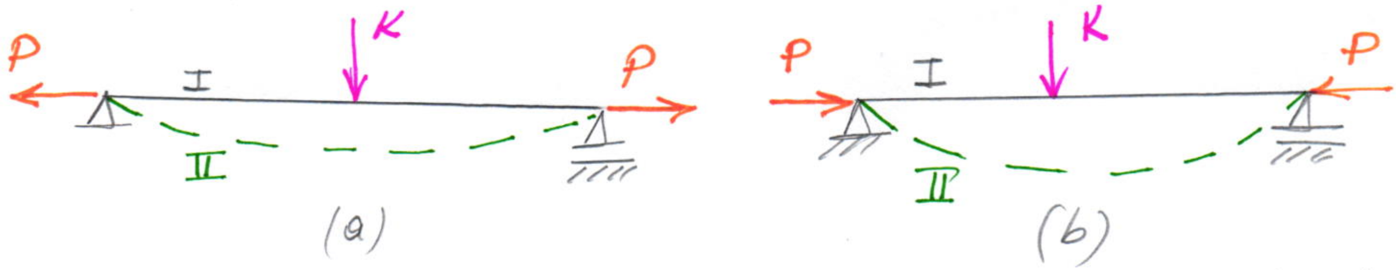
ELASTİK STABİLİTE (Burkulma)

Mukavemet bilminin incelediği problemler iki ana grupta toplanabilir;

1- Gerilme problemleri; bu tip problemlerde, dış kuvvetlerin etkisi altında cisimde meydana gelen iç kuvvet dağılımı araştırılmakta ve kesit boyutlaması yapılmaktadır. Şimdiye kadar bu tip problemler incelenmiştir.

2- Stabilite problemleri; Bu tip problemlerde, dış kuvvetin etkisi altında konstruksiyonun kararlı dengede olup olmadığı araştırılır.



"Şekil a"'da görülen P çekme kuvveti etkisi altında I denge konumunda dahi bir kirişe bir "K" kuvveti etki ederse kiriş II denge konumunu alır. "K" kuvveti kaldırıl dığında kiriş I konumuna geri gelir. Dolayısıyla bu yükleme altında kirişin dengesi herzaman kararlıdır.

"Şekil b"'de görüldüğü gibi "P" kuvveti basınç olarak etkimesi durumunda I konumunda iken "K" kuvvetinin etkimesi ile sistem II konumuna gelir. Sistemin II konumundan I konumuna gelebilmesi için üç durum söz konusudur;

1- "P" kuvveti P_k ile gösterilen bir sınır değerden küçük kaldıkça, K kuvveti kaldırıldığında kiriş I denge konumuna geri döner (Kararlı Denge)

2- Buna karşılık $P > P_k$ olduğunda ise kiriş, I denge konumuna geri gelmez (Kararsız Denge)

3- $P = P_k$ halinde kiriş hem I hem de II konumunda bulunabilir (Farksız Denge)

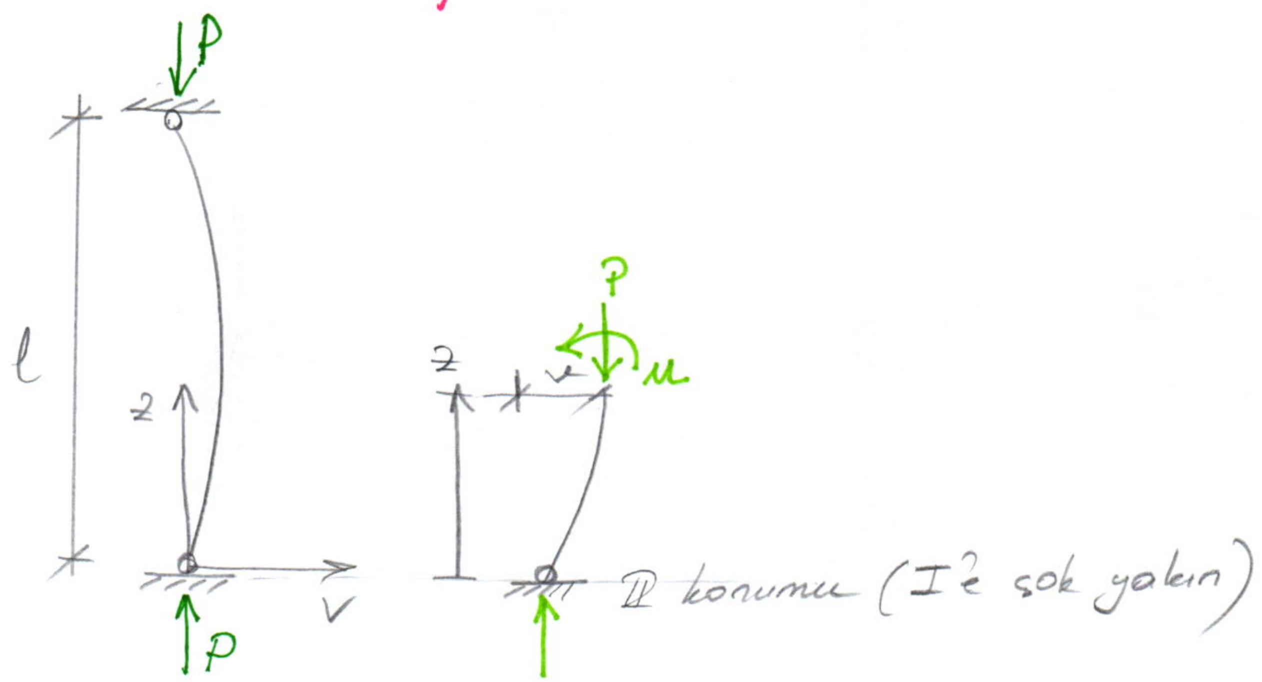
Stabilite problemleri normal kuvvetin basınç olması halinde, narin (uzun ve ince) çubuklarda ortaya çıkar. Basınç kuvveti etkisi altında bulunan bu tip çubuklarda, kuvvet belirli bir değeri (P_k) aşınca,

$$\sigma_N = \frac{P}{F} \quad \text{ile}$$

hesaplanan σ_N normal gerilmesi σ_{em} gerilmesinden küçük kalsa bile, çubuk eksenine dik doğrultu- ani ve büyük sapmalar meydana gelir, ve çubuk kararlı denge konumunu kaybederek yıkılır. Bu olaya, Burkulma denir.

→

İki Ucundan Mafsallı Çubukta Burkulma Hesabı



Yukarıdaki iki ucundan mafsallı çubuğun I denge konumunun, P kuvvetinin hangi değerinde kararlı olacağını araştıralım. Bu araştırmada, çubuk ekseni doğru, yük eksenel, malzeme homojen olup Hooke Kanunlarına uydu- ve gerilmelerin orantılık sınırının altında bulunduğu kabul edilmiştir.

Probleme çözüm getirmek için, çubuğun I denge konumunun farksız olduğunu, dolayısı ile I'e çok yakın ve II ile gösterilen eğri bir denge konumunun daha olduğunu kabul edelim.

II konumundaki çubuğun z kesitindeki moment denge denklemi;

$$M = P \cdot v \quad \text{dir.}$$

Bu moment değeri, elastik eğrinin diferansiyel denkleminde yerine konulursa;

$$v'' = -\frac{M}{EI} = -\frac{Pv}{EI} \longrightarrow v'' + \frac{P}{EI} v = 0 \quad (1')$$

denklemi elde edilir.

"1" ifadesinde $\frac{P}{EI} = k^2$ kısaltması yapalım,

$$v'' + k^2 v = 0$$ haline gelir.

Bu homojen diferansiyel denklemin çözümü,

$$v = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz$$

dir. C_1 ve C_2 sınır şartlarından elde edilecek sabitlerdir.
İki ucu mafsallı çubuk için sınır şartları;

$z = 0$ da $v = 0$, $v'' = 0 \longrightarrow C_2 = 0$

$z = l$ de $v = 0$, $v'' = 0 \longrightarrow C_1 \sin kl = 0 \quad (2)$

elde edilir. "2" ifadesinin sağlanması için ya "C_1" in, ya da $\sin kl$ 'nin sıfır olması gerekir. $C_1 = 0$ halinde $v = 0$ olacağından bu "I" denge konumuna karşılık gelir. O halde II denge konumunun var olabilmesi için $C_1 \neq 0$ olmalıdır. Buna göre,

$$\sin kl = 0 \longrightarrow kl = n\pi \quad (n = 1, 2 \ldots)$$

$$(kl)^2 = (n\pi)^2 \longrightarrow k^2 l^2 = n^2 \pi^2$$

$k^2 = \frac{P}{EI}$ eşitliği yukarıda yerine koyularak;

$$\frac{P}{EI} l^2 = n^2 \pi^2 \longrightarrow P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (3)$$

elde edilir. Çubuğa etki eden "P" yükü "3" değerinde olduğu zaman I denge konumu farksız olacaktır. Bu "P" yüküne kritik yük denir. "n" burkulma modunu göstermektedir. $n=1$ için kritik yüklerin en küçüğü elde edileceğinden, aranan kritik yük;

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \qquad I = I_{min}$$

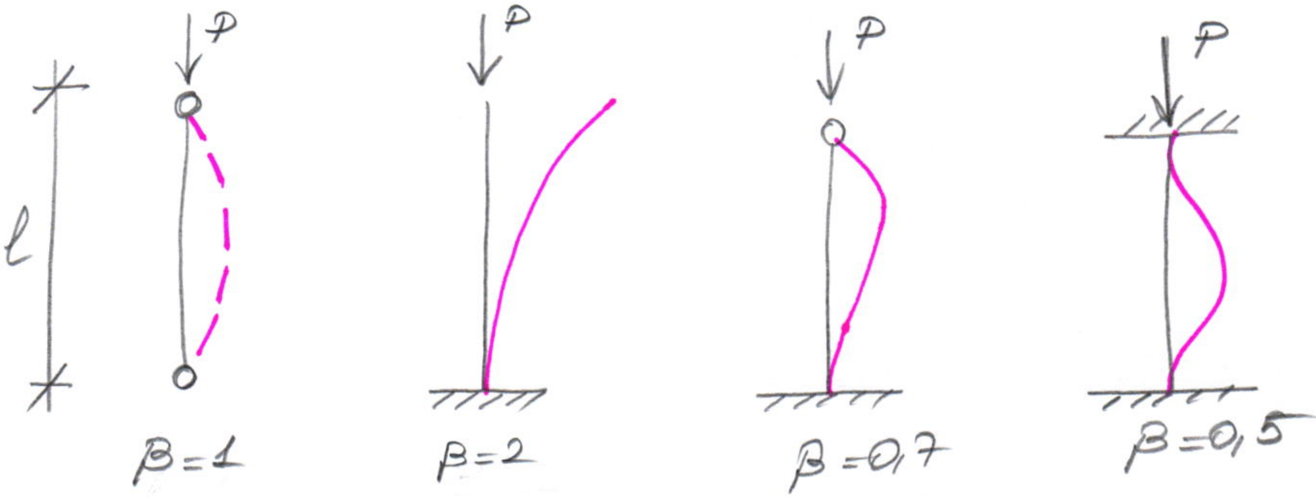
olur. İki ucu mafsallı çubuk için elde edilen bu bağıntı, genelleştirilerek diğer sınır şartlarını da içine alacak şekilde,

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$ olarak ifade edilir.

Euler Formülü adı verilen bu formülde,

$$l_k = \beta \cdot l$$

olmak üzere burkulma boyunu gösterir. "l" çubuk boyu "β" ise sınır şartlarına bağlı katsayıları aşağıda verilmektedir.



Kritik Gerilme

Euler formülü ile bulunan kritik yük, çubuk kesitinin alanına bölünürse "Kritik Gerilme" elde edilir.

$$\sigma_k = \frac{P_k}{F} = \frac{\pi^2 E I}{l_k^2 F}$$

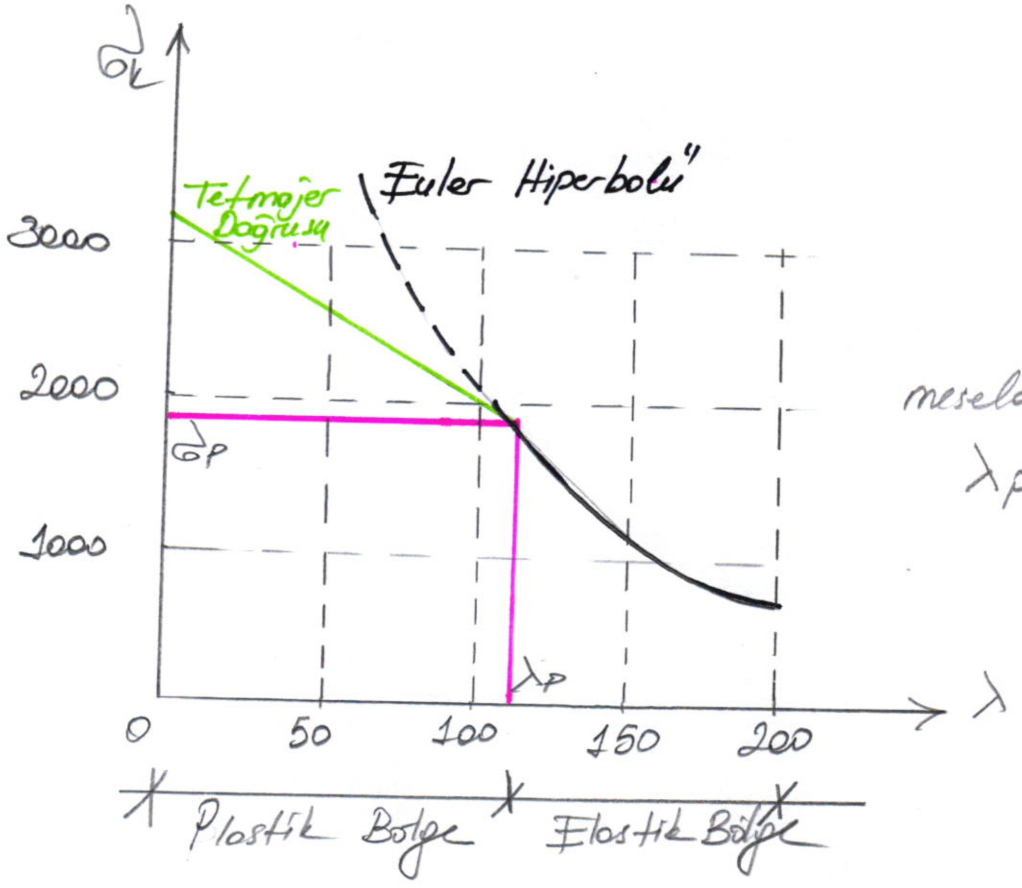
Bu ifadede $\frac{I}{F} = i_{min}^2$ dir. Ayrıca,

$$\frac{l_k}{i_{min}} = \lambda$$

ile "Narinlik Derecesi" tarif edilirse,

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad \text{olur.}$$

Bu ifadenin σ_k, λ eksen takımındaki eğrisine "Euler Hiperbolü" adı verilir. Başlangıçta malzemenin Hooke Kanununa uyduğu kabul edildiğine göre, σ_k gerilmesinin σ_p orantılılık gerilmesinden küçük kalması ya da λ'nın λ_p'den büyük olması gerekir. O halde Euler hiperbolü $\lambda > \lambda_p$ bölgesinde geçerlidir. (Elastik Bölge)



mesela çelik için $\lambda_p = 105$'dir.

Elastik olmayan bölgede kritik gerilme için çeşitli ampirik bağıntılar verilmektedir. Bunlara Tetmajer bağıntıları denir. Çelik için Tetmajer Bağıntısı;

$$\sigma_k = 3100 - 11,4\lambda \quad (\lambda < \lambda_p = 105) \text{ şeklindedir.}$$

— o —

8

Basınç kuvveti etkisindeki çubukların emniyetli durumda olabilmeleri için $\sigma = P/F$ ortalama gerilmesi basınç emniyet gerilmesinin altında kalmalıdır.

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq \sigma_{b,em}$$

$\sigma_{b,em}$ ile gösterilen bu emniyet gerilmesi, n emniyet katsayısı ile σ_k / n olarak hesaplanır. σ_k ve n değerleri, malzeme cinsine göre ilgili şartnamelerde verilmiştir. $\sigma_{b,em}$ değeri, σ_k'dan dolayı λ'ya bağlıdır ve bu sebeple değişkendir.

Değişken $\sigma_{b,em}$ değerleri ile çalışmak yerine, denklemin iki tarafı, σ_{em} ile gösterilen sabit bir emniyet gerilmesine bölünür ve,

$$\frac{\sigma_{em}}{\sigma_{b,em}} = \omega$$

ile "Burkulma Sayısı" ifade edilirse;

$$\sigma = \frac{P.\omega}{F} \leq \sigma_{em}$$

şeklini alır. λ'ya bağlı olarak değişen "ω" değerleri her malzeme için tablolar halinde verilmektedir.