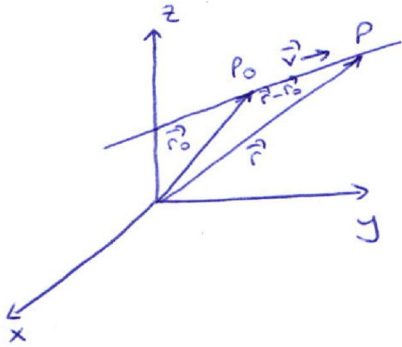


Uzayda Doğru ve Doğru Parçaları



$\vec{r}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j} + z_0\vec{k}$ P_0 noktasının yer vektörü ve $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ sıfırdan farklı bir vektör olsun. Bu durumda P_0 'dan geçen ve $\vec{v}$ ye paralel olan tek bir doğru vardır.

Eğer, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ bu doğru üzerindeki başka bir P noktasının yer vektörü ise o zaman $\vec{r} - \vec{r}_0$ bu doğru boyunca uzanır ve dolayısıyla $\vec{v}$ ye paraleldir. Bu durumda bir t reel sayısı için

$$\boxed{\vec{r} - \vec{r}_0 = t\vec{v}} \text{ olur.}$$

★ $\vec{r} = \vec{r}_0 + t\vec{v}$: P_0 dan geçen ve $\vec{v}$ ye paralel olan doğrunun vektörel denklemidir.★

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $\vec{r}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j} + z_0\vec{k}$, $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ yazılırsa

$$\boxed{x = x_0 + at, \quad y = y_0 + bt, \quad z = z_0 + ct} \text{ elde edilir.}$$

★ $\left. \begin{array}{l} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{array} \right\}$ $P_0(x_0, y_0, z_0)$ dan geçen $\vec{v} = \langle a, b, c \rangle$ ye paralel olan doğrunun standart parametrik denklemidir.

★ $\vec{v}$ vektörüne doğrunun yön vektörü denir.

★ t parametresi $(-\infty, \infty)$ aralığında değerler alır.

★ İki doğru paralel ise yön vektörleri de paraleldir.

Bir doğru denklemini yazmak için → ① Doğru üzerinde noktaya ihtiyac var. → ② Doğruya paralel vektöre

* $(-2, 0, 4)$ den geçen $\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$ ya paralel doğru?

$$\left. \begin{array}{l} x = x_0 + at = -2 + 2t \\ y = y_0 + bt = 0 + 4t \\ z = z_0 + ct = 4 - 2t \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = -2 + 2t \\ y = 4t \\ z = 4 - 2t \end{array}$$

* $P(-3, 2, -3), Q(1, -1, 4)$ den geçen doğrunun parametrik denk.?

$$\vec{v} = \vec{PQ} = \langle 4, -3, 7 \rangle \quad \begin{array}{l} x = x_0 + at = -3 + 4t \\ y = y_0 + bt = 2 - 3t \\ z = -3 + 7t \end{array}$$

İki Noktayı Birleştiren Doğru Parçasını Parametrize Etmek

- ① Önce bu noktalardan geçen doğru parametrize edilir
- ② Ve noktalar için t değerleri bulunur ve t bu değerlerle sınırlı kapalı bir aralıkta kısıtlanır.

* $P(-3, 2, -3)$ ve $Q(1, -1, 4)$ yi birleştiren doğru parçası?

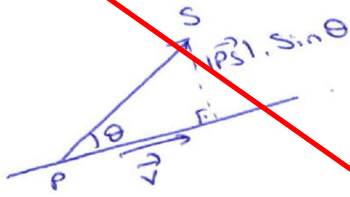
$$\begin{array}{l} \text{① } \begin{array}{l} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 7t \end{array} \quad \text{② } P(-3, 2, -3) \text{ için } \left. \begin{array}{l} -3 = -3 + 4t \\ 2 = 2 - 3t \\ -3 = -3 + 7t \end{array} \right\} t = 0 \end{array}$$

$$Q(1, -1, 4) \text{ için } \left. \begin{array}{l} 1 = -3 + 4t \\ -1 = 2 - 3t \\ 4 = -3 + 7t \end{array} \right\} t = 1$$

$$\begin{array}{l} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 7t \\ 0 \leq t \leq 1 \end{array}$$

Uzaydaki Bir Noktanın Doğruya Uzaklığı

0. (7)



Bir S noktasının; P'den geçen $\vec{v}$ ye paralel olan doğruya uzaklığı:

$$d = \frac{|\vec{PS} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|} \quad (|\vec{PS} \times \vec{v}| = |\vec{PS}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \theta)$$

**BU KONU ARTIK
MÜFREDAT DIŞI**

*) S(1,1,5) noktasının

L: $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=2+t \end{cases}$ doğrusuna uzaklığı?

$$\begin{aligned} P & \downarrow \vec{v} \\ x &= 1+t \\ y &= 3-t \\ z &= 0+2t \end{aligned}$$

$$P(1,3,0)$$

$$\vec{v} = \langle 1, -1, 2 \rangle$$

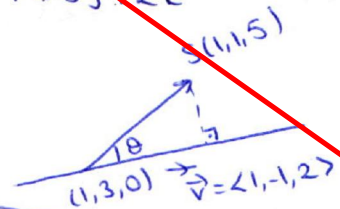
$$\vec{PS} = \langle 0, -2, 5 \rangle$$

$$\vec{PS} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -2 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$$

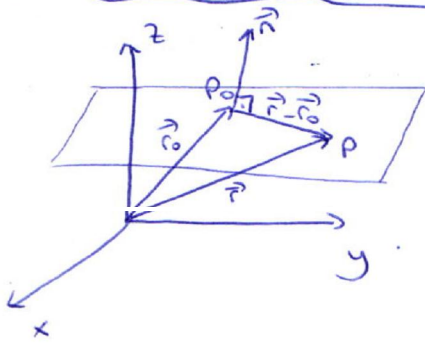
$$|\vec{PS} \times \vec{v}| = \sqrt{1+25+4} = \sqrt{30}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{1+1+4} = \sqrt{6}$$

$$d = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$



Uzayda Düzlemler



$\vec{r}_0 = \langle x_0, y_0, z_0 \rangle$ $P_0(x_0, y_0, z_0)$ noktasının yer vektörü ve $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ sıfırdan farklı bir vektör olsun.

Bu durumda P_0 'dan geçen $\vec{n}$ ye dik tek düzlem vardır.

Eğer, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ düzlem üzerindeki başka bir P noktasının yer vektörü ise o zaman $\vec{P_0P}$ vektörü ile $\vec{n}$ vektörü birbirine dik olur.

$$\vec{P_0P} = \vec{r} - \vec{r}_0 \Rightarrow \boxed{(\vec{r} - \vec{r}_0) \cdot \vec{n} = 0} \Rightarrow P_0 \text{ dan geçen } \vec{n} \text{ ye dik düzlemin vektörel denklemi}$$

* $\vec{n}$ vektörüne düzlemin normal vektörü denir.

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $\vec{r}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j} + z_0\vec{k}$, $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ yazılırsa

$$\boxed{A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0} \Rightarrow \text{Po'dan geçen } \vec{n} \text{ ye dik düzlemin bileşen denklemi}$$

$$Ax + By + Cz = \overbrace{Ax_0 + By_0 + Cz_0}^0 \Rightarrow \boxed{Ax + By + Cz = 0}$$

*) $P_0(-3, 0, 7)$ den geçen $\vec{n} = \underset{A}{5}\vec{i} + \underset{B}{2}\vec{j} - \underset{C}{1}\vec{k}$ ye dik düzlem?

$$5(x+3) + 2(y-0) + (z-7) = 0 \Rightarrow 5x + 2y - z = -22$$

*) $X = (2, 1, 4)$ den geçen $\vec{v} = \vec{n}$
 $\downarrow$
 $x = 2 + t$
 $y = 1 + 2t$
 $z = 3 + 0t$

$\vec{n} = \begin{matrix} A & B & C \\ \langle 1, 2, 0 \rangle \end{matrix}$
 $X = (2, 1, 4)$
 $x_0 \ y_0 \ z_0$

$l: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$ doğrusuna dik düzlem?

$1 \cdot (x-2) + 2(y-1) + 0(z-4) = 0$
 $\boxed{x + 2y = 4}$

*) $(2, 0, 1)$ den geçen ve $X(1, 1, 0)$ ve $Y(4, -1, -2)$ noktalarından geçen doğruya dik düzlem?

$$\vec{n} = \overrightarrow{XY} = \begin{matrix} A & B & C \\ \langle 3, -2, -2 \rangle \end{matrix}$$

$(2, 0, 1)$
 $x_0 \ y_0 \ z_0$

$3(x-2) - 2(y-0) - 2(z-1) = 0$
 $\boxed{3x - 2y - 2z = 4}$

*) $2x + y + 3z = 6$ düzleminin normalini, düzlem üzerinde bir noktayı ve eksenleri kesim noktalarını bulunuz.

$$2x + y + 3z = 6 \Rightarrow \vec{n} = \langle 2, 1, 3 \rangle$$

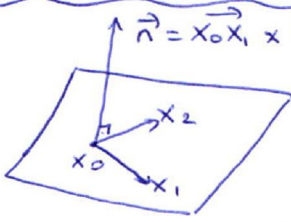
$$* x = y = 1 \Rightarrow z = 1 \Rightarrow (1, 1, 1)$$

$$* x = y = 0 \Rightarrow z = 2$$

$$y = z = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x = z = 0 \Rightarrow y = 6$$

3 Nokta ile Belirlenmiş Düzlemin Normali



$$\vec{n} = \vec{x_0x_1} \times \vec{x_0x_2}$$

Aynı doğru üzerinde olmayan x_0, x_1, x_2 noktalarından geçen düzlemin normali:

$$\vec{n} = \vec{x_0x_1} \times \vec{x_0x_2}$$

* $A(0,0,1)$, $B(2,0,0)$, $C(0,3,0)$ den geçen düzlem?

$$\vec{AB} = \langle 2, 0, -1 \rangle \quad \vec{AC} = \langle 0, 3, -1 \rangle$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k} = \langle 3, 2, 6 \rangle \quad \begin{matrix} A & B & C \\ x_0 & y_0 & z_0 \\ A(0,0,1) \end{matrix}$$

$$3x + 2y + 6(z-1) = 0 \Rightarrow \boxed{3x + 2y + 6z = 6}$$

Paralel ve Kesişen Düzlemler - Doğrular

① Normal vektörleri paralel olan iki düzlem paraleldir. İki düzlem paralel değilse kesişiyordur.

② $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$ ise iki düzlem diktir. $\cos\theta = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|}$ Düzlemler arası açı

③ Bir düzlemin normali $\vec{n}$, bir doğrunun yön vektörü $\vec{v}$ olsun.
a) $\vec{n} \parallel \vec{v}$ ise doğru ile düzlem diktir.
b) $\vec{n} \perp \vec{v}$ ise " " " paraleldir.

* $x - 2y + 5z = 1$ düzlemi ile $\vec{r}(t) = \langle 2-t, 1+2t, -1+t \rangle$ doğrusu paralel midir?

$$x - 2y + 5z = 1 \Rightarrow \vec{n} = \langle 1, -2, 5 \rangle$$

$$\downarrow \vec{v}$$

$$x = 2 - t$$

$$y = 1 + 2t$$

$$z = -1 + t$$

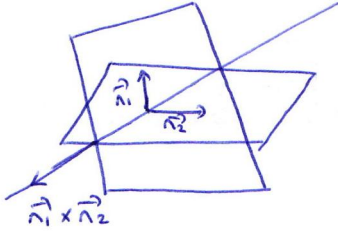
$$\Rightarrow \vec{v} = \langle -1, 2, 1 \rangle$$

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = -1 - 4 + 5 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{v}$$

$\Downarrow$
Doğru ile Düzlem Paraleldir.

Not: Doğru ile Doğru Kesişince → Nokta
 " " Düzlem " → Nokta
 Düzlem " Düzlem " → Doğru

Kesişim Doğruları:



iki düzlemin kesişim doğrusu (arakesit doğrusu); düzlemlerin normal vektörleri $\vec{n}_1$ ve $\vec{n}_2$ nin ikisine de diktir. Dolayısıyla, arakesit doğrusu $\vec{n}_1 \times \vec{n}_2$ ye paraleldir.

* Doğrunun yön vektörü: $\vec{v} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$

*) $3x-2y+z=2$ ve $x-y+3z=8$ ile verilen düzlemlerin arakesit doğrusunun parametrik denklemleri?

$$\begin{aligned} 3x-2y+z=2 &\rightarrow \vec{n}_1 = \langle 3, -2, 1 \rangle \\ x-y+3z=8 &\rightarrow \vec{n}_2 = \langle 1, -1, 3 \rangle \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{v} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} \\ = \langle -5, -8, -1 \rangle \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 3x-2y+z=2 \\ x-y+3z=8 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} x=1 \Rightarrow -2y+z=-1 \\ -y+3z=7 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} y=2 \\ z=3 \end{array} \right. \quad (1, 2, 3) \rightarrow \text{Arakesit üzerinde nokta}$$

$$\begin{cases} x=1-5t \\ y=2-8t \\ z=3-t \end{cases}$$

*) $x-y=3$, $x+y+z=0$ düzlemlerinin arakesit doğrusuna paralel vektör? Arakesit doğrusu?

$$\begin{aligned} \vec{n}_1 &= \langle 1, -1, 0 \rangle \\ \vec{n}_2 &= \langle 1, 1, 1 \rangle \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \langle -1, -1, 2 \rangle \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} x-y=3 \\ x+y+z=0 \end{cases} &\quad \left\{ \begin{array}{l} z=0 \Rightarrow x-y=3 \\ x+y=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=-\frac{3}{2} \end{cases} \\ &\quad \left\{ \begin{array}{l} x=\frac{3}{2}-t \\ y=-\frac{3}{2}-t \\ z=2t \end{array} \right. \end{aligned}$$

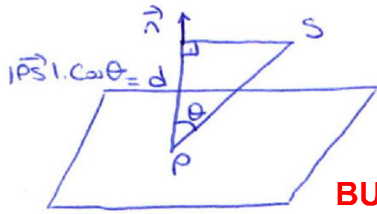
⑩ $x = \frac{8}{3} + 2t$, $y = -2t$, $z = 1+t$ doğrusunun $3x+2y+6z=6$ düzlemi ile kesiştiği nokta?

$$3 \cdot \left(\frac{8}{3} + 2t\right) + 2 \cdot (-2t) + 6 \cdot (1+t) = 6 \Rightarrow 8t = -8 \Rightarrow \boxed{t = -1} \Rightarrow \begin{matrix} x = 2/3 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{matrix}$$

$\left(\frac{2}{3}, 2, 0\right)$ noktası

Bir Noktanın Düzleme Uzaklığı

Eğer P , normali $\vec{n}$ olan bir düzlemde bir nokta ise herhangi bir S noktasının düzleme olan uzaklığı: $\vec{PS}$ vektörünün $\vec{n}$ üzerindeki izdüşümünün uzunluğudur. Yani,



$$\vec{PS} \cdot \vec{n} = |\vec{PS}| \cdot |\vec{n}| \cdot \cos \theta \quad d = |\vec{PS}| \cdot \cos \theta$$

**BU KONU ARTIK
MÜFREDAT DIŞI**

$$d = \frac{|\vec{PS} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|}$$

Kısaca: S noktasının, P 'den geçen ve normali $\vec{n}$ olan düzleme olan uzaklığı:

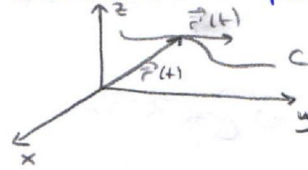
$$d = \frac{|\vec{PS} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} \quad \text{formülü ile bulunur.}$$

Vektörel Fonksiyonlar

(12)

3-boyutlu uzayda hareket eden bir parçacığın hareketi, onun pozisyonunun üç koordinatı t zamanının fonksiyonları ile verilerek tanımlanabilir:

$$x=x(t), y=y(t), z=z(t)$$



Bu durumda parçacığın t zamanındaki konum vektörü $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ olur. Bu şekilde tanımlanmış $\vec{r}(t)$ fonksiyonuna "vektörel fonksiyon" denir. $t \in D$ ($0 < t < \infty$) olmak üzere D nin her elemanına bir vektör atar.

* Burada t artarken parçacık bir yol boyunca hareket eder, ki bu 3-boyutlu uzayda bir C -eğrisidir.

Türev: Eğer f, g, h fonksiyonları t de türevlenebilir ise

$\vec{r}(t) = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j} + h(t)\vec{k}$ fonksiyonu t de türevlenebilir.

$$\vec{r}'(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{df}{dt}\vec{i} + \frac{dg}{dt}\vec{j} + \frac{dh}{dt}\vec{k}$$

* Eğer $\frac{d\vec{r}}{dt}$ sürekli ise ve asla 0 olmuyorsa, yani f, g, h fonksiyonlarının hepsi aynı ^{anda} 0 olmayan 1. mertebe türevleri varsa, $\vec{r}$ tarafından gidilen eğri düzgündür.

* Eğer $\vec{r}$ uzayda düzgün bir eğri boyunca hareket eden bir parçacığın konum vektörü ise:

① $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$ parçacığın hız vektörüdür, ve eğriye teğettir.

② $|\vec{v}|$ parçacığın süratidir.

③ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ ivme vektörüdür.

④ $\vec{T} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ vektörü birim teğet vektördür. t zamanında hareketin yönüdür. ($\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$) (13)

$$\text{Hız} = (\text{Sürat}) \cdot (\text{Yön}) = |\vec{v}| \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \vec{v}$$

* $\vec{r}(t) = 3\cos t \vec{i} + 3\sin t \vec{j} + t^2 \vec{k} \Rightarrow$ birim teğet vektör?

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = -3\sin t \vec{i} + 3\cos t \vec{j} + 2t \vec{k} \quad \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| = \sqrt{9\sin^2 t + 9\cos^2 t + 4t^2} = \sqrt{9 + 4t^2}$$

$$\vec{T} = \frac{\frac{d\vec{r}}{dt}}{\left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|} = -\frac{3\sin t}{\sqrt{9+4t^2}} \vec{i} + \frac{3\cos t}{\sqrt{9+4t^2}} \vec{j} + \frac{2t}{\sqrt{9+4t^2}} \vec{k}$$

Limit ve Süreklilik

$\vec{r}(t) = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j} + h(t)\vec{k}$, 0 tanım bölgesi vektör-değerli bir fonksiyon ve $\vec{L} = L_1\vec{i} + L_2\vec{j} + L_3\vec{k}$ bir vektör olsun.

* $\lim_{t \rightarrow t_0} \vec{r}(t) = \vec{L}$ iken

$\lim_{t \rightarrow t_0} f(t) = L_1$, $\lim_{t \rightarrow t_0} g(t) = L_2$, $\lim_{t \rightarrow t_0} h(t) = L_3$ dır. Yani:

$$\left\{ \lim_{t \rightarrow t_0} \vec{r}(t) = \left(\lim_{t \rightarrow t_0} f(t) \right) \vec{i} + \left(\lim_{t \rightarrow t_0} g(t) \right) \vec{j} + \left(\lim_{t \rightarrow t_0} h(t) \right) \vec{k} \right\} \text{ dır.}$$

* $\lim_{t \rightarrow t_0} \vec{r}(t) = \vec{r}(t_0)$ ise $\vec{r}(t)$, $t_0 \in D$ noktasında süreklidir.

* $\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{4}} \vec{r}(t) = ?$

$$\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{4}} \vec{r}(t) = \left(\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cos t \right) \vec{i} + \left(\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sin t \right) \vec{j} + \left(\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{4}} t \right) \vec{k} = \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} + \frac{\pi}{4} \vec{k}$$

⑩ $\vec{r} = t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}$ konum vektörü ile verilen cismin (14)
 $t=1$ deki hız ve ivme vektörlerini bulunuz.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} + 2t\vec{j} + 3t^2\vec{k} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{j} + 6t\vec{k}$$

$$t=1 \text{ için } \vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} \quad \vec{a} = 2\vec{j} + 6\vec{k}$$

⑪ Konum vektörü $\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t^2 \vec{k}$ olan cismin
 $t=1$ deki süratini ve ivmesini bulun.

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = -\sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} + 2t \vec{k} \quad \Rightarrow \vec{v}(1) = -\sin 1 \vec{i} + \cos 1 \vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\cos t \vec{i} - \sin t \vec{j} + 2\vec{k} \quad \Rightarrow \vec{a}(1) = -\cos 1 \vec{i} - \sin 1 \vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\text{Sürat} = |\vec{v}| = \sqrt{\sin^2 1 + \cos^2 1 + 2^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

Vektörel Fonksiyonlar İçin Türev Kuralları

$\vec{u}(t), \vec{v}(t)$ türevlenebilir vektör değerli fonksiyonlar; $\lambda(t)$ türevlenebilir skaler değerli fonksiyon olsun.

$$a) \frac{d}{dt} (\vec{u} + \vec{v}) = \frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$b) \frac{d}{dt} (\lambda(t) \vec{u}(t)) = \frac{d\lambda(t)}{dt} \vec{u}(t) + \lambda(t) \cdot \frac{d\vec{u}(t)}{dt}$$

$$c) \frac{d}{dt} (\vec{u}(t) \cdot \vec{v}(t)) = \vec{u}'(t) \cdot \vec{v}(t) + \vec{u}(t) \cdot \vec{v}'(t)$$

$$d) \frac{d}{dt} (\vec{u}(t) \times \vec{v}(t)) = \vec{u}'(t) \times \vec{v}(t) + \vec{u}(t) \times \vec{v}'(t)$$

$$e) \frac{d}{dt} (\vec{u}(\lambda(t))) = \lambda'(t) \cdot \vec{u}'(\lambda(t))$$

f) Eğer $\vec{r}$ sabit uzunluklu ($|\vec{r}(t)| = c = \text{sabit}$) vektörel

fonksiyon ise $\vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = 0$ dır. $\vec{r} \cdot \vec{r} = c^2$
 $\vec{r}' \cdot \vec{r} + \vec{r} \cdot \vec{r}' = 0$
 $2\vec{r} \cdot \vec{r}' = 0$
 $\vec{r} \cdot \vec{r}' = 0$

Yay Uzunluğu

Bir $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ $a \leq t \leq b$ eğrisinin uzunluğu

$$S = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt \text{ dir. } \vec{r}(t) \text{ yi bir parçeci-}$$

ğin konum vektörü olarak düşünersek: $S = \int_a^b |\vec{r}'(t)| dt$ olur.

* $\vec{r}(t) = t\vec{i} + \cos t\vec{j} + \sin t\vec{k}$ eğrisinin $0 \leq t \leq \pi$ aralığındaki uzunluğunu bulunuz.

$$\vec{r}'(t) = \vec{i} - \sin t\vec{j} + \cos t\vec{k} \Rightarrow S = \int_0^\pi \underbrace{\sqrt{1 + \sin^2 t + \cos^2 t}}_{=1} dt = \underline{\underline{\sqrt{2}\pi}}$$

Yay Uzunluğu Parametresi

Eğer t parametresine bağlı düzgun C eğrisi üzerinde $P(t_0)$ temel noktası seçilirse; t 'nin her değeri C -eğrisi üzerinde bir $P(t) = (x(t), y(t), z(t))$ noktası ve C üzerinde temel noktadan itibaren bir "doğrultulmuş uzunluk" verir.

$$s(t) = \int_{t_0}^t \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt$$

**BU KONU ARTIK
MÜFREDAT DIŞI**

s 'ye eğrisin yay uzunluğu parametresi denir. $\vec{r}(t)$ eğrisi s parametresine göre tekrar yazılabilir.