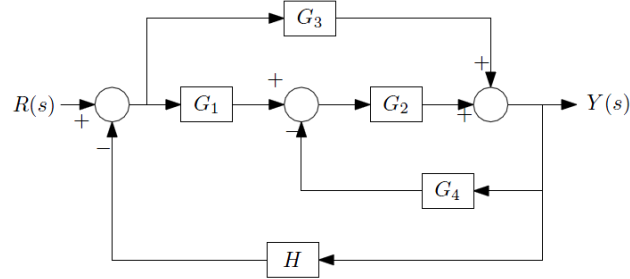


MAK4391 OTOMATİK KONTROL 1

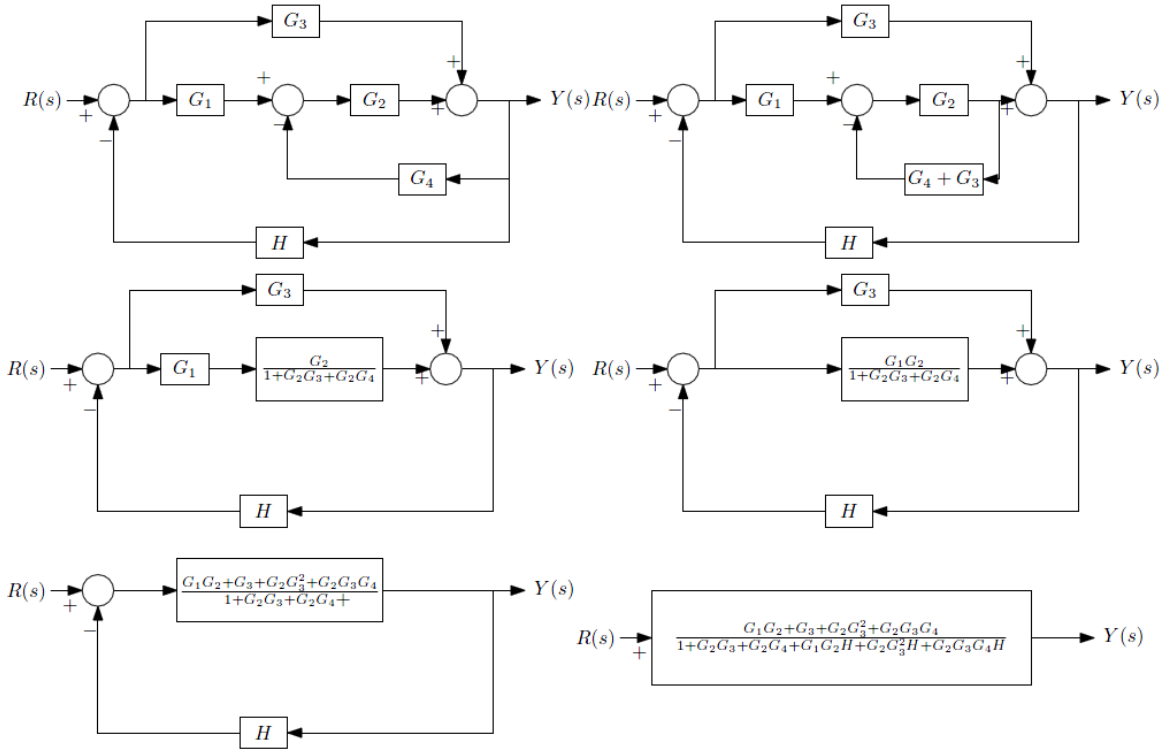
ÇALIŞMA SORULARI

1-)

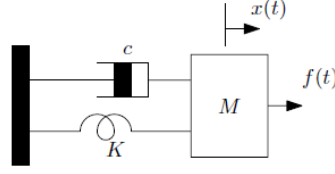
Aşağıda blok diyagramı verilen sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu olan $T(s) = Y(s)/R(s)$ 'i blok indirgemetekniği ile bulunuz?



ÇÖZÜM: Aşağıda blok diyagramı verilen sistem için $Y(s)/R(s)$ transfer fonksiyonu,



2-) Aşağıdaki kütle yay sisteminde $f(t)=1$ N, $t=0$ anında sisteme uygulanmaktadır. Sistemde viskoz sürtünme katsayısı $c=1$ NS/m ise K ve M nasıl olmalıdır ki sistem çıkışı $x(t)$ için yerleşme zamanı $T_s=2$ saniye ve en büyük aşım zamanı $T_p=1$ saniye olsun.



ÇÖZÜM:

Sisteme ait transfer fonksiyonu

$$X(s) = \frac{1/M}{s^2 + 1/Ms + K/M} F(s)$$

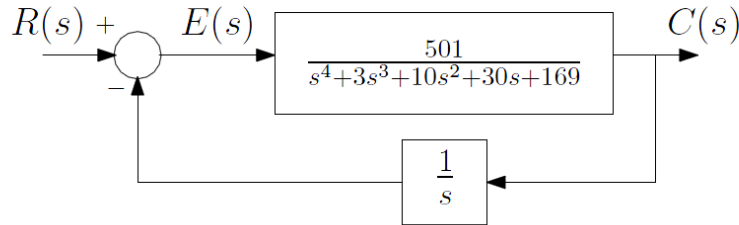
şeklindedir. Dikkat edilirse $T_s = 2$ san ve $T_p = 1$ san olması isteniyor. Bilindiği gibi $T_s = 4/(\zeta\omega_n)$ yazılabilir. Bu durumda $\zeta\omega_n = 2$ olmalıdır. Yada başka bir deyişle $4 = 1/M$ olmalıdır. Buradan da kolaylıkla $M = 0.25$ şeklinde hesaplanır. Diğer taraftan

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = 1$$

olması gerektiğinden ve üstteki ilişkiden $\zeta = 0.537$ olarak hesaplanır. Kolaylıkla $\omega_n = 3.724$ olarak bulunur. Son olarak $K = 3.467$ şeklindedir.

3-)

Şekil de gösterilen sistem için, Routh-Hurwitz kriteri kullanarak, kapalı çevrim sisteminin kutuplarının kaç tanesinin sol yarı s-düzleminde; kaç tanesinin sağ yarı s-düzleminde ve kaç tanesinin sanal eksen üzerinde olduğunu belirleyiniz?



Çözüm

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{501s}{s^5 + 3s^4 + 10s^3 + 30s^2 + 169s + 501}$$

Kararlılık için transfer fonksiyonunun payda polinomunu için Routh tablosu oluşturalım:

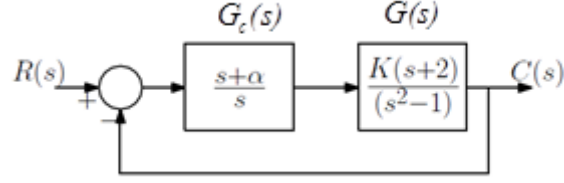
s^5	1	10	169
s^4	1	10	167
s^3	ϵ	2	0
s^2	$\frac{10\epsilon-2}{\epsilon}$	167	
s^1	$\frac{20\epsilon-4-167\epsilon^2}{10\epsilon-2}$		
s^0	167		

Burada ϵ yerine küçük pozitif bir sayı koyarsak ilk sütunun işaret geçişi

$$+ \rightarrow + \rightarrow + \rightarrow - \rightarrow + \rightarrow +$$

şeklinde olacaktır. Bu ise bize sistemin sağ yarı s-düzleminde 2 kutbu olduğunu diğer 3 kutbun ise sol yarı s-düzleminde olduğunu söyler. $j\omega$ ekseninde ise kapalı çevrim kutbu yer almamaktadır. Sonuç olarak sistem **KARARSIZ**dır.

4-) Aşağıda kapalı çevrim blok diyagramı verilen sistemin kararlı olduğu K - α bölgesini bir düzlemde gösteriniz? Düzlemin yatay eksen α , dikey eksen K olacaktır.



Çözüm Sistemin karakteristik denklemi $1 + G_1(s)G_2(s) = 0$ şeklindedir. Burada $G_1(s) = \frac{s+\alpha}{s}$, $G_2(s) = \frac{K(s+2)}{s^2-1}$ dir. İlgili ifadeler yerlerine yazılırsa karakteristik denklem:

$$s^3 + Ks^2 + (2K + \alpha K - 1)s + 2\alpha K = 0$$

şeklinde olur. İlgili sistemin Routh-Hurwitz tablosu ise

s^3	1	$2K + \alpha K - 1$
s^2	K	$2\alpha K$
s^1	$\frac{K(2K + \alpha K - 1) - 2\alpha K}{K}$	0
s^0	$2\alpha K$	

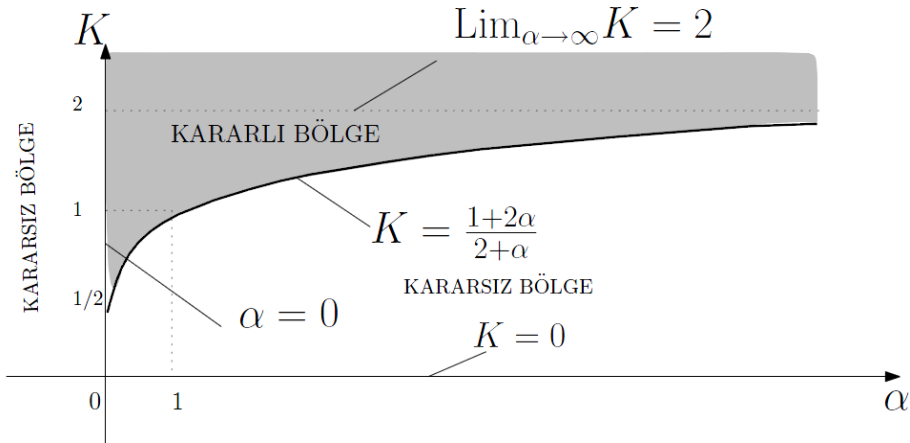
şeklindedir. Bu tabloya istinaden kararlılık koşulları

$$K > \frac{1+2\alpha}{2+\alpha},$$

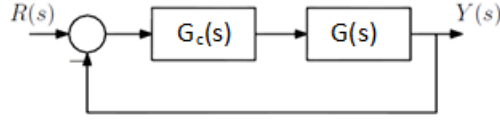
$$\alpha > 0,$$

$$K > 0$$

dır. Bu ise Şekil 4'deki koyu renkli bölgeye karşı düşer.



5-) Aşağıda verilen sistem için PID kontrolör tasarımı gerçekleştirilmek istenmektedir. PID kontrolörün parametrelerini Ziegler-Nichols yöntemine göre belirleyiniz.



Burada; $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)}$, $G_c(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$ olarak verilmiştir.

ÇÖZÜM: Ziegler Nichols Yöntemine göre, $T_i = \infty$, $T_d = 0$ için kapalı çevrim transfer fonksiyonu,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{s^3 + 6s^2 + 5s + K_p}$$

şeklinde bulunur. Sistemi sürekli osilasyona sokacak ve marjinal kararlı yapacak K_p değeri Routh-Hurwitz kararlılık kriteri ile belirlenir.

s^3	1	5
s^2	6	K_p
s^1	$(30-K_p)/6$	0
s^0	K_p	0

Buradan sistemi marjinal kararlı olması için bir satırın komple sıfır olması şartını yerine getiren değerin $K_p=30$ olduğu görülür. Bu halde kritik kazanç $K_{kr}=30$ olacaktır.

Sistemin sürekli osilasyon durumundaki frekansını bulmak için karakteristik denklemde $s=jw$ konulur.

$$\Delta(s) = s^3 + 6s^2 + 5s + 30$$

$$(jw)^3 + 6(jw)^2 + 5(jw) + 30=0$$

$$6(5 - w^2) + jw(5 - w^2) = 0$$

Buradan sürekli osilasyon frekansının $w = \sqrt{5}$ olduğu görülmektedir. Sürekli osilasyon periyodu ise,

$$P_{kr} = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}} = 2.8099$$

olarak hesaplanır.

Ziegler Nichols Ayar Yöntemi Tablosu

Kontrolör Tipi	K_p	T_i	T_d
P	$0.45K_{kr}$		0
PI	$0.45 K_{kr}$	$(1/1.2)P_{kr}$	0
PID	$0.6 K_{kr}$	$0.5P_{kr}$	$0.125P_{kr}$

Ziegler Nichols Ayar Yöntemi Tablosuna göre PID kontrolör parametreleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$K_p=0.6 \times K_{kr} = 18$$

$$T_i=0.5 \times P_{kr} = 1.405$$

$$T_d=0.125 \times P_{kr} = 0.351$$