

ELEKTROMANYETİK ALAN TEORİSİ

Yrd. Doç. Dr. Aslan İNAN

DEFTER NOTU

- ULUSLARARASI BİRİM SİSTEMİ - (1971) -

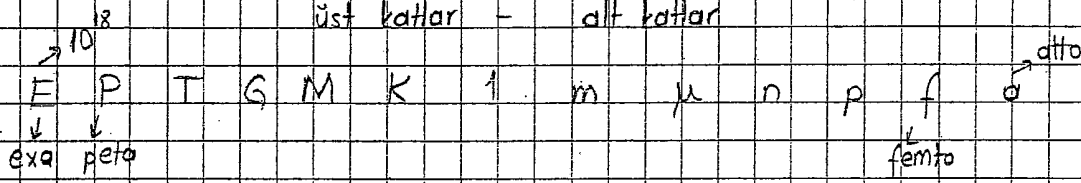
- CGS

- MKS

- SI (Système International)

Fiziksel Büyüklük

Uzunluk	metre	m
Kütle	kilogram	kg
zaman	saniye	s
elektrik		
akım şid.	amper	A
sıcaklık	kельvin	K
madde mik.	mol	mol
ışık şiddeti	candela	cd



Bölüm 1 - Vektörel Analiz

Vektör tanımı: Yönü ve büyüklüğü olan nesnelere verilen addır

Skaler bir nesnenin sadece büyüklüğü vardır.

Örneğin sıcaklık, kütle, yoğunluk, enerji, direnç, hız, ivme, kuvvet

Notasyon vektör boyu simge [$n \text{ cm}^{-2}$]

$$\vec{D} = 300 \vec{a}_x \text{ [n cm}^{-2}\text{]}$$

büyüklüğü $\times$ yönünde birim vektör

Özellikler

1) toplama - çıkarma

2) birleşme, dağılıma ve değişme

3) iki vektörün noktasal çarpımı (skaler çarpım)

α Vektörün Koordinat Sisteminde Gösterimi

	Kartezyen	Silindirik	Küresel
Bir P noktası	$P(x, y, z)$	$P(\rho, \phi, z)$	$P(r, \theta, \phi)$
	$-\infty < (x, y, z) < +\infty$	$0 \leq \rho \leq +\infty$	$0 \leq r < +\infty$
		$0 \leq \phi \leq 2\pi$	$0 \leq \theta \leq \pi$
	$(x, y, z) \rightarrow \text{düzlem}$	$-\infty < z < +\infty$	$0 \leq \phi \leq 2\pi$
		$\rho \rightarrow \text{silindir}$	$r \rightarrow \text{silindir}$
		$\phi, z \rightarrow \text{düzlem}$	$\theta \rightarrow \text{koni}$
			$\phi \rightarrow \text{düzlem}$

$\Rightarrow$ (Bir $\vec{A}$ vektörü)

$$\vec{A} = A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z \quad (\text{kartezyen})$$

$$\vec{A} = A_\rho \vec{a}_\rho + A_\phi \vec{a}_\phi + A_z \vec{a}_z \quad (\text{silindirik})$$

$$\vec{A} = A_r \vec{a}_r + A_\theta \vec{a}_\theta + A_\phi \vec{a}_\phi \quad (\text{küresel})$$

$A_x \rightarrow \vec{A}$ 'nin x bileşeni

$\vec{a}_x$, x yönündeki birim vektörü

$A_y \rightarrow \vec{A}$ 'nin y bileşeni

$\vec{a}_y$, y yönündeki birim vektörü

$A_z \rightarrow \vec{A}$ 'nin z bileşeni

$\vec{a}_z$, z yönündeki birim vektörü

$$a = \frac{A}{|A|}, \quad a_x = \frac{A_x}{|A|}, \quad a_y = \frac{A_y}{|A|}, \quad a_z = \frac{A_z}{|A|}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{A}}{|A|} \quad |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = A$$

i) İki vektörün toplamı

$$\vec{A} = A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z, \quad \vec{B} = B_x \vec{a}_x + B_y \vec{a}_y + B_z \vec{a}_z$$

$$\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x) \vec{a}_x + (A_y \pm B_y) \vec{a}_y + (A_z \pm B_z) \vec{a}_z$$

$$\text{ÖR} // \vec{A} = -7\vec{a}_x + 8\vec{a}_y + \vec{a}_z, \quad \vec{B} = 3\vec{a}_x - 5\vec{a}_y - 2\vec{a}_z$$

$$\vec{A} + \vec{B} = -4\vec{a}_x + 3\vec{a}_y - \vec{a}_z$$

ii) İki vektörün skaler çarpımı

$$k \rightarrow \text{skaler} \quad k\vec{A} = k(A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z)$$

$$= kA_x \vec{a}_x + kA_y \vec{a}_y + kA_z \vec{a}_z$$

(iz) İki vektörün skaler çarpımı (noktasal çarpım)

$\vec{A}$ ve $\vec{B}$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

$|\vec{A}|$: $\vec{A}$ modülü, $|\vec{B}|$: $\vec{B}$ modülü, θ : $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ arasındaki açı

sonuç - skalerdir

Özellikleri

$$\textcircled{1} \vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\textcircled{2} \vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

Özel durumlar:

$$\textcircled{1} \vec{A} \perp \vec{B}, \theta = 90^\circ \text{ ve } \cos 90^\circ = 0, \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\textcircled{2} \vec{A} \parallel \vec{B}, \theta = 0^\circ \text{ ve } \cos 0^\circ = 1, \vec{A} \cdot \vec{B} = AB = |\vec{A}| |\vec{B}|$$

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2 = |\vec{A}|^2$$

$$\textcircled{3} \vec{A} \cdot \vec{A} = A \cdot A = A^2 = |\vec{A}|^2$$

Geometrik yorumu

$\vec{A}$ vektörünün, $\vec{B}$ vektörünün $\vec{A}$ doğrultusundaki iz düşümü ile çarpımıdır.

Kartezyen koordinatlarda $\vec{A}$ ve $\vec{B}$

$$\vec{A} = A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z$$

$$\vec{B} = B_x \vec{a}_x + B_y \vec{a}_y + B_z \vec{a}_z$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z) \cdot (B_x \vec{a}_x + B_y \vec{a}_y + B_z \vec{a}_z)$$

$$\vec{a}_x \cdot \vec{a}_x = \vec{a}_y \cdot \vec{a}_y = \vec{a}_z \cdot \vec{a}_z = 1$$

$$\vec{a}_x \cdot \vec{a}_y = \vec{a}_x \cdot \vec{a}_z = \vec{a}_y \cdot \vec{a}_x = \vec{a}_y \cdot \vec{a}_z = \vec{a}_z \cdot \vec{a}_x = \vec{a}_z \cdot \vec{a}_y = 0$$

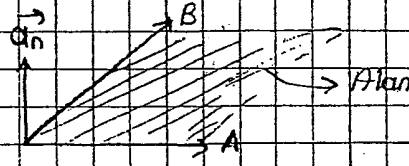
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

iv) İki vektörün vektörel çarpımı

$\vec{A}$ ve $\vec{B}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta \vec{a}_n$$

sonuç = vektördür



- Geometrik yorumu:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = \text{paralelkenarın alanı}$$

- Özellikleri:

$$\textcircled{1} \vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}, \quad \vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} \text{ ise } \vec{B} \times \vec{A} = -\vec{C}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$$

$$\textcircled{2} \vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

- Özel durumlar:

$$\textcircled{1} \vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = A \cdot B = |\vec{A}| |\vec{B}|$$

$$\textcircled{2} \vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = 0 \quad (\theta = 0)$$

$$\textcircled{3} \vec{A} \times \vec{A} = 0$$

- Kartezyen koordinatlarda vektörel çarpım

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z) \times (B_x \vec{a}_x + B_y \vec{a}_y + B_z \vec{a}_z)$$

$$= (A_y B_z - A_z B_y) \vec{a}_x + (A_z B_x - A_x B_z) \vec{a}_y + (A_x B_y - A_y B_x) \vec{a}_z$$

$$a_x \times a_x = a_y \times a_y = a_z \times a_z = 0$$

$$\vec{a}_x \times \vec{a}_y = \vec{a}_z, \quad \vec{a}_y \times \vec{a}_z = \vec{a}_x, \quad \vec{a}_z \times \vec{a}_x = \vec{a}_y$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \vec{a}_x - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} \vec{a}_y + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \vec{a}_z$$

ÖR, $\vec{A} = 2\vec{a}_x + 4\vec{a}_y - 3\vec{a}_z$, $\vec{B} = \vec{a}_x - \vec{a}_y$

a) $\vec{A} \cdot \vec{B}$

b) $\vec{A} \times \vec{B}$

a) $\vec{A} \cdot \vec{B} = (2)(1) + (4)(-1) + (-3)(0) = -2$

b) $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ 2 & 4 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = [(4)(0) - (-3)(-1)]\vec{a}_x - [(2)(0) - (-3)(1)]\vec{a}_y + [(2)(-1) - (4)(1)]\vec{a}_z = -3\vec{a}_x - 3\vec{a}_y - 6\vec{a}_z$

ÖR, $\vec{A} = 2\vec{a}_x + 4\vec{a}_y$, $\vec{B} = 6\vec{a}_y - 4\vec{a}_z$ ise $\vec{A}$ ile $\vec{B}$ arasındaki açıyı

a) skalar çarpım b) vektörel çarpım yoluyla bulunuz

a) $\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{24}{4,47 \times 7,21} = 0,74 \Rightarrow \theta = 41,9^\circ$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = (2)(0) + (4)(6) + (0)(-4) = 24$

$|\vec{A}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 0^2} = 4,47$ $|\vec{B}| = \sqrt{0^2 + 6^2 + (-4)^2} = 7,21$

b) $\sin \theta = \frac{|\vec{A} \times \vec{B}|}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{21,54}{4,47 \times 7,21} = 0,66 \Rightarrow \theta = 41,3^\circ$

$\vec{A} \times \vec{B} = -16\vec{a}_x + 8\vec{a}_y + 12\vec{a}_z$

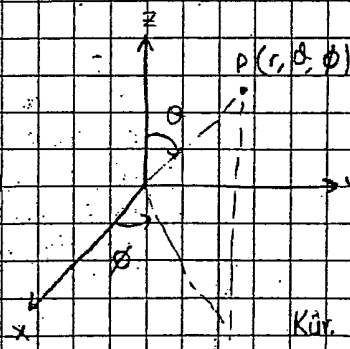
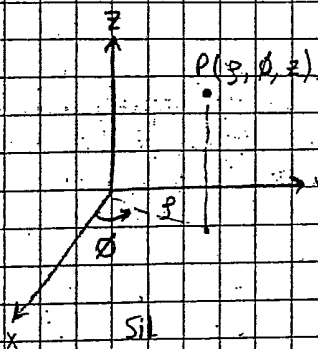
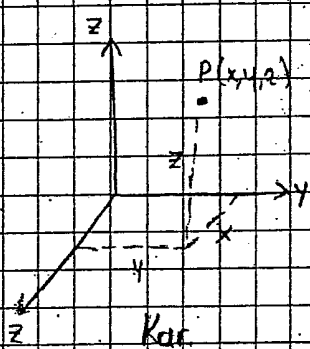
$\begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 6 & -4 \end{vmatrix}$

$|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(-16)^2 + 8^2 + 12^2}$

$= 21,54$

x Noktanın koordinat dönüşümü

ÖR, $P(-2, 6, 3)$ noktasının silindirik ve küresel koordinatlarındaki karşılığını bulunuz.



Silindirik : $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + 6^2} = 6,32$

$\phi = \tan^{-1} y/x = \tan^{-1} \frac{6}{-2} = 108,43^\circ$

$z = z = 3$

$P(6,32, 108,43^\circ, 3)$

Küresel: $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(-2)^2 + 6^2 + 3^2} = 7$

$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \right) = \tan^{-1} \frac{\sqrt{40}}{3} = 64,62^\circ$

$\phi = 108,43^\circ$

$P(7, 64,62^\circ, 108,43^\circ)$

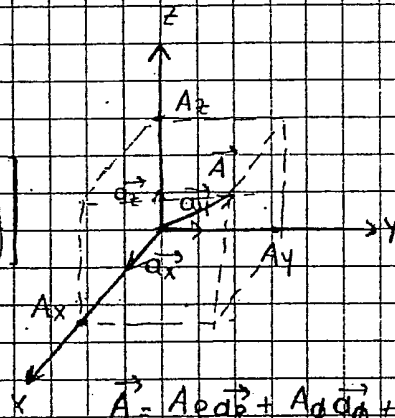
α Vektörün koordinat dönüşümü

ÖR/ $\vec{A} = y\vec{a}_x + (x+z)\vec{a}_y$ vektörünün a) silindirik b) küresel koordinatlar

daki karşılığını bulunuz

$\vec{A} = A_x\vec{a}_x + A_y\vec{a}_y + A_z\vec{a}_z$

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix}$$



$\vec{A} = (y\cos\phi + (x+z)\sin\phi)\vec{a}_y +$

$(-y\sin\phi + (x+z)\cos\phi)\vec{a}_x + 0\vec{a}_z$

$x = \rho\cos\phi, y = \rho\sin\phi, z = z$

$\vec{A} = \underbrace{(\rho\sin\phi\cos\phi + (\rho\cos\phi+z)\sin\phi)}_{A_y}\vec{a}_y + \underbrace{[-\rho\sin^2\phi + (\rho\cos\phi+z)\cos\phi]}_{A_x}\vec{a}_x$

Küresel:

$$\vec{A} = \underbrace{y \sin \theta \cos \phi + (x+z) \sin \theta \sin \phi}_{A_r} \vec{a}_r + \underbrace{(-y \cos \theta \cos \phi + (x+z) \cos \theta \sin \phi)}_{A_\theta} \vec{a}_\theta + \underbrace{(-y \sin \phi + (x+z) \cos \phi)}_{A_\phi} \vec{a}_\phi$$

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi, \quad z = r \cos \theta$$

ÖR// $\vec{A} = 3 \cos \phi \vec{a}_r - 2 \phi \vec{a}_\theta + 5 \vec{a}_\phi$ Kartezyen koord. karşılığı bulunuz

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cos \phi \\ -2 \phi \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\vec{A} = (3 \cos^2 \phi + 2 \phi \sin \phi) \vec{a}_x + (3 \cos \phi \sin \phi - 2 \phi \cos \phi) \vec{a}_y + 5 \vec{a}_z$$

$$\cos \phi = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \quad \sin \phi = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \quad \phi = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$\vec{A} = \left(\frac{3x^2}{x^2+y^2} + 2y \right) \vec{a}_x + \left(\frac{3xy}{x^2+y^2} - 2x \right) \vec{a}_y + 5 \vec{a}_z$$

ÖR// $\vec{D} = r \sin \phi \vec{a}_r - \frac{1}{r} \sin \theta \cos \phi \vec{a}_\theta + r^2 \vec{a}_\phi$ şeklinde verilen vektör alanının

$P(10, 150^\circ, 330^\circ)$ 'deki durumunu bulunuz

$$\vec{D}|_P = 10 \sin 330^\circ \vec{a}_r - \frac{1}{10} \sin 150^\circ \cos 330^\circ \vec{a}_\theta + 100 \vec{a}_\phi$$

$$\vec{D}|_P = -5 \vec{a}_r - 0,043 \vec{a}_\theta + 100 \vec{a}_\phi$$

ÖR// İki uniform vektör alanı;

$$\vec{E} = -5 \vec{a}_x + 10 \vec{a}_y + 3 \vec{a}_z, \quad \vec{F} = \vec{a}_x + 2 \vec{a}_y - 6 \vec{a}_z \text{ verilmistir.}$$

- a) $\vec{E} \cdot \vec{F}$ b) $\vec{E} \times \vec{F}$

$$a) \vec{E} \cdot \vec{F} = (-5)(1) + (10)(2) + (3)(-6) = -5 + 20 - 18 = -3$$

$$b) \vec{E} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ -5 & 10 & 3 \\ 1 & 2 & -6 \end{vmatrix} = -66\vec{a}_x - 27\vec{a}_y - 20\vec{a}_z$$

Ödev : $\vec{B} = \frac{10}{r} \vec{a}_r + r \cos \theta \vec{a}_\theta + \vec{a}_\phi$

a) Kartezyen karşılığı

b) silindirik

$$B(-3, 4, 0)$$

$$B(5, \pi/2, -2)$$

$$a) \left(\frac{10}{r} \sin \theta \cos \phi + r \cos^2 \theta \cos \phi - \sin \phi \right) \vec{a}_x + \left(\frac{10}{r} \sin \theta \sin \phi + r \cos^2 \theta \sin \phi + \cos \phi \right) \vec{a}_y + \left(\frac{10}{r} \cos \theta - r \cos \theta \sin \theta \right) \vec{a}_z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} = \tan^{-1} \frac{5}{0} \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \tan^{-1} \frac{4}{-3} \Rightarrow \phi = 127^\circ$$

$$\vec{B} = (2 \sin 90^\circ \cos 127^\circ + 5 \cos^2 90^\circ \cos 127^\circ - \sin 127^\circ) \vec{a}_x + (2 \sin 90^\circ \sin 127^\circ + 5 \cos^2 90^\circ \sin 127^\circ + \cos 127^\circ) \vec{a}_y + (2 \cos 90^\circ - 5 \cos 90^\circ \sin 90^\circ) \vec{a}_z$$

$$\vec{B} = -2\vec{a}_x + \vec{a}_y$$

ÖR/ $\vec{F} = xy \vec{a}_x - 2x \vec{a}_y$ silindirik karşılığını bulunuz.

$$\vec{F} = (xy \cos \phi - 2x \sin \phi) \vec{a}_\rho + (xy \sin \phi + 2x \cos \phi) \vec{a}_\phi$$

$$x = \rho \cos \phi, y = \rho \sin \phi, z = z$$

$$\vec{F} = (\rho^2 \cos^2 \phi \sin \phi - 2\rho \cos \phi \sin \phi) \vec{a}_\rho + (\rho^2 \sin^2 \phi \cos \phi + 2\rho \cos^2 \phi) \vec{a}_\phi$$

ÖR/ $\vec{G} = 24xy \vec{a}_x + 12(x^2 + 2) \vec{a}_y + 18z^2 \vec{a}_z$ vektörünün $P(1, 2, -1)$ noktasındaki büyüklüğünü (genliğini) bulunuz.

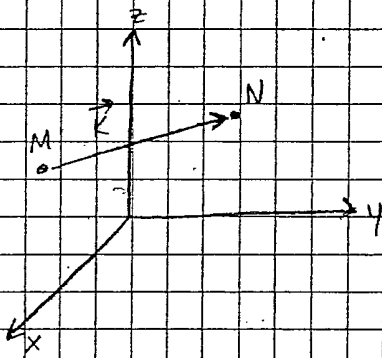
$$\vec{G}|_P = (2)(1)(1)(2) \vec{a}_x + 12(1^2+2) \vec{a}_y + 18(-1)^2 \vec{a}_z$$

$$= 48 \vec{a}_x + 36 \vec{a}_y + 18 \vec{a}_z$$

$$|\vec{G}(P)| = \sqrt{48^2 + 36^2 + 18^2} = 62,61$$

ÖR, $M(x_1, y_1, z_1)$ noktasından $N(x_2, y_2, z_2)$ noktasına uzanan $\vec{K}$ vektörünü ifade ediniz.

$$\vec{K} = (x_2 - x_1) \vec{a}_x + (y_2 - y_1) \vec{a}_y + (z_2 - z_1) \vec{a}_z$$



ÖR, Kartezyen koordinatlarda verilen $M(2, -4, 1)$ den $N(0, -2, 0)$ noktasına uzanan $\vec{A}$ ve $\vec{A}$ doğrultusundaki birim vektörü bulunuz.

$$\vec{A} = (0-2) \vec{a}_x + ((-2)-(-4)) \vec{a}_y + (0-1) \vec{a}_z$$

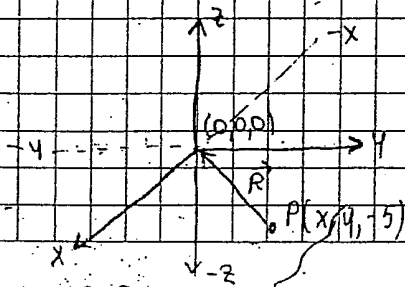
$$= -2 \vec{a}_x + 2 \vec{a}_y - \vec{a}_z$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\vec{a}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{-2 \vec{a}_x + 2 \vec{a}_y - \vec{a}_z}{3}$$

$$= -\frac{2}{3} \vec{a}_x + \frac{2}{3} \vec{a}_y - \frac{1}{3} \vec{a}_z$$

ÖR, $z = -5$ düzlemindeki herhangi bir noktadan orijine $(0, 0, 0)$ yönelmiş birim vektörü ifade ediniz.



$$\vec{R} = (0-x) \vec{a}_x + (0-y) \vec{a}_y + (0-(-5)) \vec{a}_z$$

$$\vec{R} = -x \vec{a}_x - y \vec{a}_y + 5 \vec{a}_z$$

$$|R| = \sqrt{x^2 + y^2 + 25}$$

$$\vec{a_R} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{-xax - yay + 5az}{\sqrt{x^2 + y^2 + 25}}$$

Bölüm 2

Coulomb Kuvvetleri ve Elektrik Alan Şiddeti

Elektromanyetizma

Elektrostatik
(Elektrik alanı)

Durgun, durağan yani
statik elektrik
yüklerini inceler

Elektromanyetik
(Manyetik Alan)
(Magnetostatik)

Hareketli yükleri inceler

Elektrodinamik
(+ Mekanik)

Elektriklenme Elektriksel yükü, 1600'lü yıllarda Gilbert 1700'lü yıllarda

Coulomb, Charles Augustin de Coulomb

Coulomb Yasası: Elektrik yüklü 2 parçacık arasındaki kuvvetin büyüklüğü yüklerin çarpımı ile doğru, yüklerin arasındaki uzaklığın karesi ile ters orantılı olarak tanımlanır.

Elektrik Yükü: SI birim sisteminde temel birimdir. Yüklerin özellikleri:

i) Yükler ya negatif ya da pozitif yüklüdür. Pozitif yükler proton vasıtasıyla, negatif yükler ise elektronlar vasıtasıyla taşınır. Aynı yükler (+/+ veya -/-) birbirini iter, ters (zıt) yükler (+/-) birbirini çekerler.

ii) Yükler korunumludur

iii) Yükler kuantumlanmıştır, En küçük birim yük vardır

$$1 \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Coulomb}}}{C} = 6,241512 \times 10^{18} \text{ } q_e \Rightarrow q_e = 1,602176 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Partikül	Yük (c)	Kütle (kg)
Elektron	$-1,60 \times 10^{-19}$	$9,11 \times 10^{-31}$
Proton	$+1,60 \times 10^{-19}$	$1,67 \times 10^{-27}$
Nötron	0	$1,67 \times 10^{-27}$

Modern: Kuark $1/3, 2/3$ gibi daha düşük elektrona sahip olduğunu söyler.

Klasik: Bir cisim üzerindeki elektrik yükü, yükün üst katları (tamsayı) şeklindedir.

$$q_A = n \cdot q_e$$

$$q_1 = 1C, q_2 = 1C \text{ ve } R = 1m \text{ kuvvet } F \approx 9 \times 10^9 \text{ N (Newton)}$$

$\sim 900 \text{ kg}$ ağırlığındaki 1 milyon arabanın oluşturduğu kuvvet etkisi 1 Coulombun etkisine eşit

$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{21}^2} \vec{a}_{21}$$

q_1 ve q_2 = Elektriksel yükler
[C] (Coulomb)

$$\vec{R}_{21} = \text{Uzaklık vektörü } (Q_1 - Q_2)$$

Q_2 'den Q_1 'e yönelmiş uzaklık vektörü

$$\vec{a}_{21} : \vec{R}_{21} \text{ 'nin birim vektörü}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \text{Coulomb sabiti veya elektrostatik sabit}$$

ϵ_0 - Boşluğun veya uzayın dielektrik sabiti - elektriksel geçirgenlik (permabilitesi)

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m (Farad / metre)}$$

$$= 10^{-9} / 36\pi$$

$$k_e = 8,988 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2} \approx 9 \cdot 10^9$$

Boşluğun $\epsilon = 1$

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \text{ herhangi bir ortamın elektriksel geçirgenliği}$$

Havanın $\epsilon_r = 1,0006$

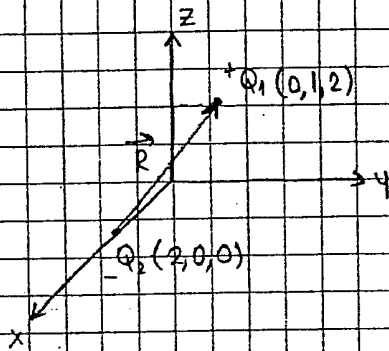
$$\epsilon_r = \text{Bağıl elektrik sabiti (ortamın)}$$

Hava için
 $\epsilon = \epsilon_0$

$$\vec{F}_{21} : q_2 \text{ nedeniyle } q_1 \text{ e etkiyen } k$$

ÖR, $20 \mu\text{C}$ değerindeki Q_1 yüküne, $-300 \mu\text{C}$ değerindeki Q_2 yüküne etkiyen kuvveti bulunuz. Q_1 $(0,1,2)$ m noktasında ve Q_2 $(2,0,0)$ m noktasında bulunmaktadır.

1 C çok büyük bir yük değeri olduğundan pratikte nC veya μC kullanılır. Soruda geçen yük, noktasal yükür. Gerçekle noktasal yük yoktur.



$$\vec{R}_{21} = (0-2)\vec{a}_x + (1-0)\vec{a}_y + (2-0)\vec{a}_z$$

$$\vec{R}_{21} = -2\vec{a}_x + \vec{a}_y + 2\vec{a}_z$$

$$|\vec{R}_{21}| = R_{21} = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} = 3$$

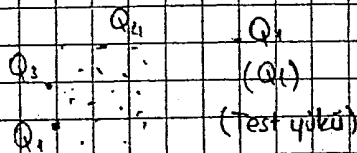
$$\vec{a}_{21} = \frac{\vec{R}_{21}}{|\vec{R}_{21}|} = \frac{-2\vec{a}_x + \vec{a}_y + 2\vec{a}_z}{3}$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{(20 \times 10^{-6})(-300 \times 10^{-6})}{4\pi \cdot 10^{-9} \cdot 36\pi} \left(\frac{-2\vec{a}_x + \vec{a}_y + 2\vec{a}_z}{3} \right)$$

$$= 6 \left(\frac{-2\vec{a}_x - \vec{a}_y + 2\vec{a}_z}{3} \right) \text{ N}$$

Genlik $\Rightarrow 6 \text{ N}$
Yönü: $\frac{2\vec{a}_x - \vec{a}_y - 2\vec{a}_z}{3}$

* n tane yük için toplamsallık teoremi geçerlidir.

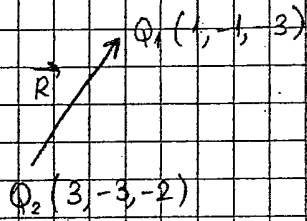


$$F_{\text{toplam}} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{21}^2} \vec{a}_{21} + \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{31}^2} \vec{a}_{31} + \dots + \frac{Q_1 Q_n}{4\pi\epsilon_0 R_{n1}^2} \vec{a}_{n1}$$

$$= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=2}^n \frac{Q_k}{R_{k1}^2} \vec{a}_{k1}$$

ÖR, $(1, -1, -3)$ m noktasında konmuş $Q = 300 \mu\text{C}$ noktasal yüküne, $(3, -3, -2)$ m noktasındaki Q_2 yükü nedeniyle $F = 8\vec{a}_x - 8\vec{a}_y + 4\vec{a}_z$ N kuvveti etmektedir.

$$Q_2 = ?$$



$$\vec{R}_{21} = (1-3)\vec{a}_x + (-1-(-3))\vec{a}_y + (-3-(-2))\vec{a}_z$$

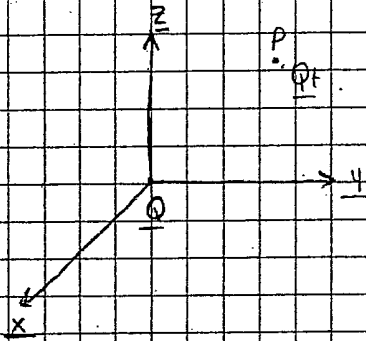
$$= -2\vec{a}_x + 2\vec{a}_y - \vec{a}_z$$

$$|\vec{R}_{21}| = \sqrt{4+4+1} = 3$$

$$8\vec{a}_x - 8\vec{a}_y + 4\vec{a}_z = \frac{(300 \times 10^{-6}) Q_2 \times 9 \times 10^9}{3^2} \left(\frac{-2\vec{a}_x + 2\vec{a}_y - \vec{a}_z}{3} \right)$$

$$Q_2 = -40 \mu C$$

Elektrik Alan Şiddeti



$Q_1 \ll Q$ varsayımı altında Q noktasal yükünün

P noktasında oluşturacağı elektrik alan şiddeti $\vec{E}$,

Q_1 üzerindeki bir birim yük başına düşen kuvvet olarak tanımlanır.

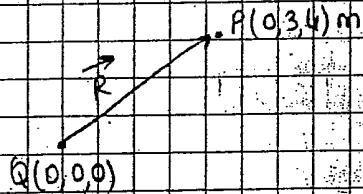
$$\vec{E} = \frac{F_t}{Q_t} [N/C] \leftrightarrow [V/m] \text{ (Volt/metre)}$$

Kartezyen koordinat sisteminde;

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{a}_R$$

ÖR// Kartezyen koordinat sisteminde orijindeki $Q = 0,5 \mu C$ noktasal yükünün

$(0,3,4)$ m noktasında oluşturduğu $\vec{E} = ?$



$$\vec{R} = (0-0)\vec{a}_x + (3-0)\vec{a}_y + (4-0)\vec{a}_z$$

$$= 3\vec{a}_y + 4\vec{a}_z$$

$$R = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\vec{E} = \frac{0,5 \times 10^{-6}}{4\pi \cdot 8,85 \times 10^{-12} \cdot 5^2} \cdot \left(\frac{3\vec{a}_y + 4\vec{a}_z}{5} \right) = \frac{180}{5} \cdot \left(\frac{0,6\vec{a}_y + 0,8\vec{a}_z}{5} \right) V/m$$

Genliği yönü

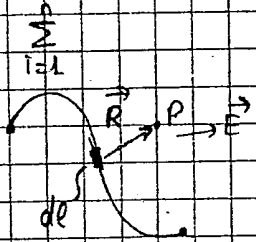
Sürekli Yük Dağılımları:

Yük dağılımlarının sürekli ve türevlenebilir özellikte olduğu kabul edilir.

P

(i) Noktasal yük

(i)

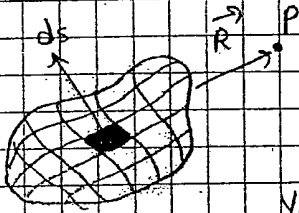


$$d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{a}_R \Rightarrow \vec{E} = \int \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{a}_R dl$$

(tek katlı)

Çizgisel Yük Yoğunluğu; ρ_l [C/m]
line

(ii)



$$d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{a}_R \Rightarrow \vec{E} = \iint_S \frac{\rho_s}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{a}_R dS$$

Yüzeysel yük Yoğunluğu; ρ_s [C/m²]
surface

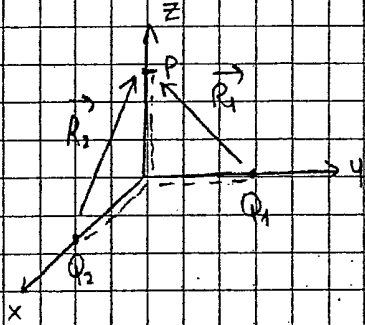
(iii)



$$d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{a}_R \Rightarrow \vec{E} = \iiint_V \frac{\rho_v}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{a}_R dV$$

Hacimsel yük yoğunluğu; ρ_v [C/m³]
volume

ÖR // (0,1,0) m konumundaki $Q_1 = 0,35 \mu C$ ve (3,0,0) m konumundaki $Q_2 = -0,55 \mu C$ yüklerinden dolayı (0,0,5) m de oluşan $\vec{E} = ?$



NOT: Toplamsallık teoremi $\vec{E}$ için de geçerlidir.

$$\vec{R}_1 = -4\vec{a}_y + 5\vec{a}_z, \quad \vec{R}_2 = -3\vec{a}_x + 5\vec{a}_z$$

$$R_1 = \sqrt{41}$$

$$R_2 = \sqrt{34}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{0,35 \times 10^{-6}}{4\pi \cdot 8,85 \times 10^{-12} \cdot 41} \left(\frac{-4\vec{a}_y + 5\vec{a}_z}{\sqrt{41}} \right) = -48\vec{a}_y + 60\vec{a}_z \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{-0,55 \times 10^{-6}}{4\pi \cdot 8,85 \times 10^{-12} \cdot 34} \left(\frac{-3\vec{a}_x + 5\vec{a}_z}{\sqrt{34}} \right) = 74,9\vec{a}_x - 121,9\vec{a}_z \text{ V/m}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad \vec{E} = 74,9\vec{a}_x - 48\vec{a}_y - 61,9\vec{a}_z \text{ V/m}$$

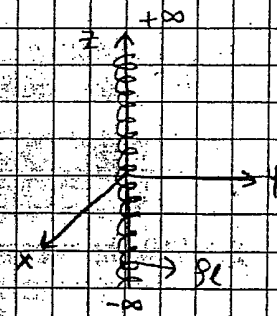
Standart Yük Dağılımları:

Bir noktasal Q yükünün oluşturacağı elektrik alan

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{a}_r \text{ (küresel koordinat)}$$

- Sonsuz çizgisel yük yüklerin sabit bir ρ_l (C/m) yoğunluğuyla sonsuz uzun düzgün bir çizgi üzerinde dağıldığını varsayalım. Bu doğru z-ekseni üzerinde olsun. Bu durumda,

$$\vec{E} = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{a}_\rho \text{ (silindirik koordinatlarda)}$$



ÖR // z ekseninde uzanan sonsuz uzunluktaki bir çizginin üzerindeki yük yoğunluğu her noktada $\rho_l = 20 \text{ nC/m}$ dir. (6,8,3) m noktasındaki $\vec{E} = ?$

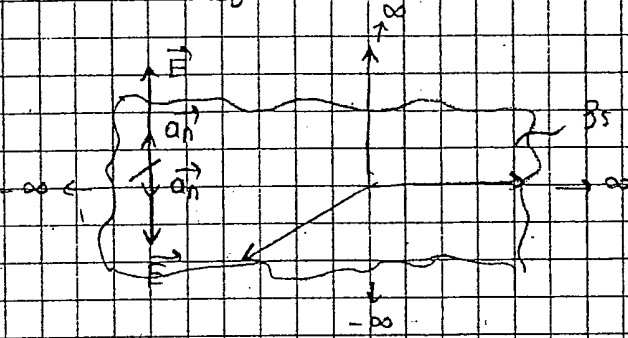
$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\vec{E} = \frac{20 \times 10^{-9}}{2\pi (10^{-9} / 36\pi) \cdot 10} \vec{a}_\rho = 36\vec{a}_\rho \text{ V/m}$$

-sonsuz düzlemsel yük (yüzeyel)

Yükler, sonsuz bir düzlem üzerinde ρ_s (C/m²) yoğunluğu ile düzgün olarak dağılmışsa, bu yük yoğunluğunun oluşturduğu $\vec{E}$

$$\vec{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \vec{a}_n$$



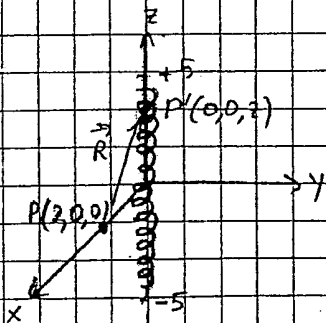
ÖR// Yük, $z=10$ cm düzlemi üzerinde $\rho_s = \frac{1}{3\pi}$ nC/m² yoğunluğu ile düzgün olarak dağılmıştır. $\vec{E} = ?$

$$|\vec{E}| = \frac{\frac{1}{3\pi} \cdot 10^{-9}}{2(10^{-9}/36\pi)} = 6 \text{ V/m}$$

$$z > 10 \quad \vec{E} = 6\vec{a}_z \text{ V/m}$$

$$z < 10 \quad \vec{E} = -6\vec{a}_z \text{ V/m}$$

ÖR// z -ekseni üzerinde $z = \pm 5$ m aralığında $\rho_s = 20$ nC/m yoğunluğunda düzgün dağılmış bir yük vardır. $P(2,0,0)$ m noktasındaki $\vec{E} = ?$



$$\begin{aligned} \vec{R} &= 2\vec{a}_x + 0\vec{a}_y - z\vec{a}_z \\ &= 2\vec{a}_x - z\vec{a}_z \quad (\vec{P}'\vec{P}) \end{aligned}$$

$$|\vec{R}| = R = \sqrt{2^2 + z^2}$$

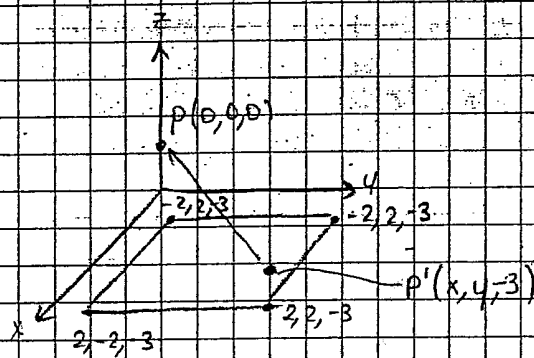
$$\vec{a}_r = \frac{2\vec{a}_x - z\vec{a}_z}{\sqrt{2^2 + z^2}}$$

$$\rho_s = 20 \times 10^{-9} \text{ C/m} \quad d\ell = dz$$

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= \int_{-5}^5 \frac{20 \times 10^{-9} \times 9 \times 10^9}{z^2 + z^2} dz \left(\frac{2\vec{a}_x - z\vec{a}_z}{\sqrt{2z^2 + z^2}} \right) \\
 &= 20 \cdot 9 \cdot 2 \int_{-5}^5 \frac{dz \vec{a}_x}{(z^2 + z^2)^{3/2}} \\
 &= 360 \frac{z}{4\sqrt{4z^2 + z^2}} \Big|_{-5}^5 = 360 \left(\frac{5}{4\sqrt{29}} - \frac{(-5)}{4\sqrt{29}} \right) \\
 &= 360 \cdot \frac{10}{4\sqrt{29}} = 167,12 \vec{a}_x \text{ V/m}
 \end{aligned}$$

Birim vektörde z bileşeni bulunmaz

ÖR// $z = -3$ düzleminde $-2 \leq x \leq 2$ m ve $-2 \leq y \leq 2$ m biçiminde tanımlanan kartezyen bir yüzey üzerinde $\rho_s = 2(x^2 + y^2 + 9)^{3/2} \text{ nC/m}^2$ yoğunluklu yükün orijinde $P(0,0,0)$ oluşturduğu $\vec{E} = ?$



$$\begin{aligned}
 \vec{R} &= -x\vec{a}_x - y\vec{a}_y + 3\vec{a}_z \\
 R &= \sqrt{x^2 + y^2 + 9} \quad ds = dx dy
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= \iint \frac{\rho_s ds}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{a}_R \\
 &= \int_{x=-2}^2 \int_{y=-2}^2 \frac{2(x^2 + y^2 + 9)^{3/2} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{(x^2 + y^2 + 9)^{3/2}} dy dx \left(\frac{-x\vec{a}_x - y\vec{a}_y + 3\vec{a}_z}{\sqrt{x^2 + y^2 + 9}} \right)
 \end{aligned}$$

$$= \int_{x=-2}^2 \int_{y=-2}^2 \frac{54(x^2 + y^2 + 9)^{3/2}}{(x^2 + y^2 + 9)^{3/2}} dy dx \vec{a}_z$$

(birim vektörde çalıştığımız yüzeyin bileşeni bulunmaz)
= yönünde bileşen vardır.

$$= 54 \int_{x=-2}^2 \int_{y=-2}^2 dy dx \vec{a}_z = 54 \left[\int_{x=-2}^2 \left[\int_{y=-2}^2 dy \right] dx \right] \vec{a}_z$$

$$= 54 \cdot 4 \cdot 4 \vec{a}_z = 864 \vec{a}_z \text{ V/m}$$

$\vec{E}, \rho_v = 30x^2y \text{ } \mu\text{C}/\text{m}^3$ olarak
verildiğine göre $0 \leq x \leq 1 \text{ m}$, $0 \leq y \leq 1 \text{ m}$
ve $0 \leq z \leq 1 \text{ m}$ ile tanımlanan hacimdeki
yükü bulunuz.

$$dQ = \rho_v dV \rightarrow Q = \iiint \rho_v dV$$

$$Q = \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^1 \int_{z=0}^1 30x^2y \cdot 10^{-6} dz dy dx$$

$$z'ye \text{ göre } \int dz = 1$$

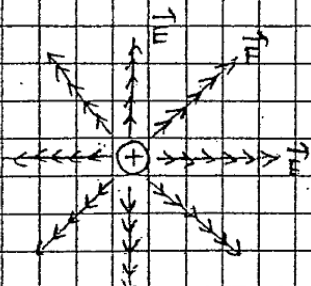
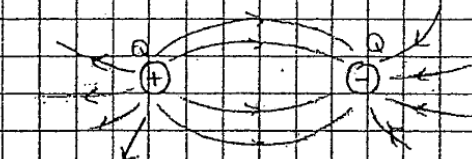
$$y'ye \text{ göre } 3x^2 \int y dy \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow 15x^2$$

$$x'e \text{ göre } \int 15x^2 = 5 \times 10^{-6} \text{ C}$$

Elektrik Akısı ve Gauss Yasası

1) Elektrik Akısı ve Akı Yoğunluğu

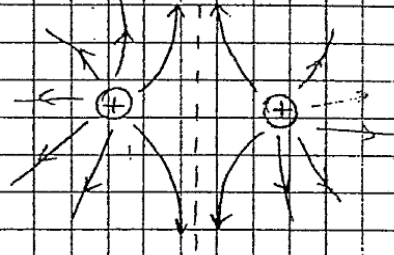
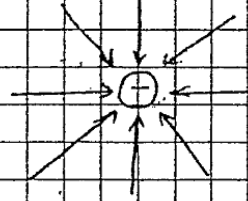
Elektrik alan çizgileri



- E.a.g. ıraksar
yani sonsuza
doğru gider ve
azalır

- Çizgilerin yönü
 $\vec{E}$ yönündedir.

- E.a.g. asla birbirini kesmez



Alan çizgilerinin elektrik akısını temsil
ettiği söylenir. Bu nedenle akı çizgilerinin
özellikleri; ea çizgileri gibidir. Elektrik
akısı Φ ile gösterilir. $\Phi = Q$ ile ifade
edilir yani 1 C'luk Q yükü 1 C'luk
 Φ akısı ile tanımlanır.

Eğer bir P noktasının
yakınındaki akı çizgileri
 $\vec{a}$ birim vektörü

yönünde ise $\vec{a}$ 'ya dik olan $d\vec{s}$ diferansiyel
alanından $d\Phi$ miktarda akı geçiriyorsa

P noktasındaki akı yoğunluğu

$$\vec{D} = \frac{d\Phi}{ds} \rightarrow [\text{C}/\text{m}^2] \text{ ile tanımlanır.}$$

$$d\Phi = \vec{D} \cdot d\vec{s} \Rightarrow \Phi = \int \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

$\vec{D}$, elektrik deplasmanı olarak da
adlandırılır.

2) Gauss Kanunu

Kapalı bir yüzeyden çıkan toplam akı, yüzey içindeki net yük miktarına eşittir.

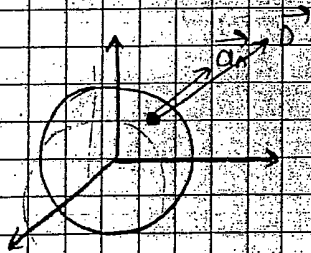
$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{\text{ic}}$$

Q_{ic} : yüzey içinde kalan yüklerin toplamı

Merkezi orijinde olan bir kürenin, yarıçapı ne olursa olsun yüzeyini geçen çizgi sayısı aynıdır. Yarıçaptan bağımsızdır.

$\propto$ Akı yoğunluğu ile elektrik alan şiddeti arasındaki ilişki

Orijindeki noktasal Q yükü, yarıçapı r olan bir küresel yüzeyle çevrelenirse, Q yükünden kaynaklanan $\vec{D}$, yüzey üzerinde her noktada aynı genlikte olup, her yerde yüzeye diktir.



$$Q = \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = \underbrace{\vec{D} \oint d\vec{s}}_{\text{alan}} = \vec{D} \cdot 4\pi r^2$$

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \vec{a}_n$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \vec{a}_r$$

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}} \quad (\vec{a}_n = \vec{a}_r)$$

Eğer ortam izotropik (homojen) ve elektrik geçirgenliği ϵ ise

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon \vec{E}}$$

• Gauss Kanununun genişletilmesi

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{\text{ic}} = \int \rho_v dV$$

ÖR, $Q = 30 \text{ nC}$ noktasal yükü Kartezyen koordinatlarda orijine yerleştirilmiştir.

$(1, 3, -4) \text{ m}$ 'deki elektrik alan yoğunluğunu bulunuz.

$$\vec{R} = \vec{a}_x + 3\vec{a}_y - 4\vec{a}_z$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{1^2 + 3^2 + (-4)^2} = \sqrt{26}$$

$$\vec{r} = \frac{\vec{a}_x + 3\vec{a}_y - 4\vec{a}_z}{\sqrt{26}}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\epsilon_0 \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R^2} \vec{a}_r$$

$$= \left(\frac{30 \times 10^{-9}}{4\pi \cdot 26} \right) \left(\frac{\vec{a}_x + 3\vec{a}_y - 4\vec{a}_z}{\sqrt{26}} \right)$$

$$\vec{D} = 9,18 \cdot 10^{-11} (\dots) \text{ C/m}^2$$

ÖR, R yarıçaplı kürenin hacmini diferansiyel hacim ile hesaplayınız.

$$V = \int dV = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{r=0}^R r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$$

$$= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^R r^2$$

$$= 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{R^3}{3} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

ÖR, Küresel koordinatlarda $1 \leq r \leq 2$ m

ile tanımlı $\rho_v = \frac{5 \cos^2 \phi}{r^4} [C/m^3]$

hacimsel yük yoğunluğunun net yükünü bulunuz.

$$Q = \int \rho_v dV = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_1^2 \underbrace{\frac{5 \cos^2 \phi}{r^4}}_{\rho_v} \underbrace{r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi}_{dV}$$

$$= 10 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos^2 \phi}{r^2} dr d\theta \quad \int_1^2 \sin\theta = 2$$

$$= 10 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \quad \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi d\phi = \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2\phi}{2}$$

$$= 5\pi C \quad = \frac{1}{2} \phi + \frac{1}{4} \sin 2\phi \Big|_0^{2\pi}$$

$$\approx 15 C$$

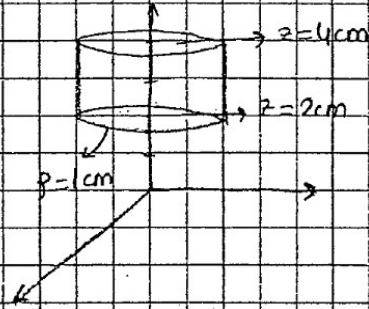
$$\int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \left[-\frac{1}{r} \right]_1^2 = \frac{1}{2}$$

ÖR, Şekildeki 2cm uzunluğundaki

silindirin hacimsel yük yoğunluğu

$$\rho_v = -5 e^{-10^5 \rho - z^2} \mu C/m^3 \text{ olarak verilmiştir.}$$

Toplam net yükü bulunuz.



$$Q = \int \rho_v dV = \int_{z=-0.02}^{0.02} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^{0.01} -5 e^{-10^5 \rho - z^2} \rho d\rho d\phi dz \times 10^{-6}$$

$$= -10^{-5} \pi \int_{z=-0.02}^{0.02} \int_{\phi=0}^{2\pi} e^{-10^5 \rho - z^2} \rho d\rho d\phi dz$$

$$= -10^{-5} \pi \int_{z=-0.02}^{0.02} \left[\frac{e^{-10^5 \rho - z^2}}{-10^5} \right]_{\rho=0}^{0.01} d\phi dz$$

$$= -10^{-5} \pi \int_{z=-0.02}^{0.02} (e^{-2000\rho} - e^{-4000\rho}) d\phi dz$$

$$= 2.5 \pi \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-10}$$

$$\approx 7.85 \cdot 10^{-14} C$$

ÖR// R yarıçaplı kürenin hacmini diferansiyel hacim ile hesaplayınız.

$$\begin{aligned} \int_V dV &= \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{r=0}^R r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^R r^2 \\ &= 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{R^3}{3} = \frac{4\pi R^3}{3} \end{aligned}$$

ÖR// Küresel koordinatlarda $1 \leq r \leq 2$ m ile tanımlı $\rho_v = \frac{5 \cos^2\phi}{r^4} [C/m^3]$

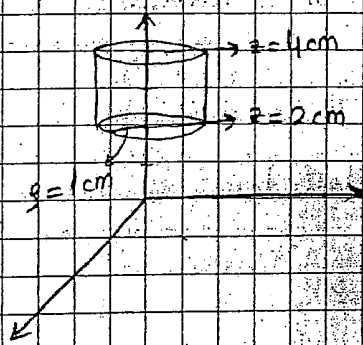
hacimsel yük yoğunluğunun net yükünü bulunuz.

$$\begin{aligned} Q &= \int \rho_v dV = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_1^2 \frac{5 \cos^2\phi}{r^4} r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi \\ &= 10 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos^2\phi}{r^2} dr d\theta d\phi \\ &= 10 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} = 5\pi \cdot C \\ &\approx 15 C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta &= 2 \\ \int_0^{2\pi} \cos^2\phi d\phi &= \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2\phi}{2} d\phi \\ &= \frac{1}{2} \phi + \frac{1}{4} \sin 2\phi \Big|_0^{2\pi} \\ &= \pi \end{aligned}$$

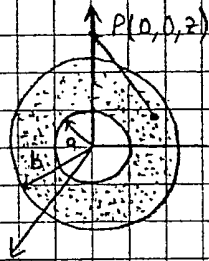
$$\int_1^2 \frac{dr}{r^2} = -\frac{1}{r} \Big|_1^2 = \frac{1}{2}$$

ÖR// Şekildeki 2cm uzunluğundaki silindirin hacimsel yük yoğunluğu $\rho_v = -5e^{-10^5 z} \mu C/m^3$ olarak verilmiştir. Toplam net yükü bulunuz.



$$\begin{aligned} Q &= \int \rho_v dV = \int_{z=0,02}^{0,04} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{0,01} -5e^{-10^5 z} r dr d\phi dz \times 10^{-6} \\ &= -10^{-5} \pi \int_{z=0,02}^{0,04} e^{-10^5 z} dz \\ &= -10^{-5} \pi \left[\frac{e^{-10^5 z}}{-10^5} \right]_{z=0,02}^{0,04} \\ &= 10^{-10} \pi \left(e^{-20000} - e^{-40000} \right) = 2,5\pi \cdot 10^{-14} \cdot 10^{-10} \\ &\approx 7,85 \cdot 10^{-14} C \end{aligned}$$

ÖR// İç yarıçapı a , dış yarıçapı b olan ince içi boş bir disk sabit bir ρ_s yüzeyel yük yoğunluğuna sahiptir. z eksenindeki herhangi bir noktadaki $\vec{E}$ 'yi bulunuz: $b \rightarrow \infty$ için $\vec{E}$, $a=0$ için yani içi dolu durumda $\vec{E}$, sonsuz büyük yük bir disk ($a \rightarrow 0, b \rightarrow \infty$) için $\vec{E}=?$



$$\vec{R} = -\rho \vec{a}_\rho + z \vec{a}_z$$

$$R = \sqrt{\rho^2 + z^2}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_s}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{d\rho d\phi}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} (z \vec{a}_z)$$

$$\rightarrow (\rho^2 + z^2) \cdot \sqrt{\rho^2 + z^2}$$

$$= \frac{\rho_s z}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{b^2 + z^2}} \right] \vec{a}_z$$

i) $b \rightarrow \infty$ $\vec{E} = \frac{\rho_s z}{2\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}}$

iii) $a=0$ ve $b \rightarrow \infty$

$$\vec{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \vec{a}_z$$

ii) $a=0$ $\vec{E} = \frac{\rho_s z}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{z} + \frac{1}{\sqrt{b^2 + z^2}} \right]$

- DİVERJANS VE DİVERJANS TEOREMİ -

Bir vektör alanının diverjansı $\text{div} \vec{A}$ veya $\nabla \cdot \vec{A}$ olarak gösterilir.

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{a}_z$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{a}_z \right) \cdot (A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y + A_z \vec{a}_z)$$

$$= \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{kartezyen koordinatlarda})$$

çıkış $\Rightarrow$ skaler

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{silindirik})$$

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \quad (\text{küresel})$$

ÖR// $\vec{A} = x^2 \vec{a}_x + yz \vec{a}_y + xy \vec{a}_z$ 'nin $(1, 1, 0)$ noktasındaki $\nabla \cdot \vec{A} = ?$

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial x^2}{\partial x} + \frac{\partial yz}{\partial y} + \frac{\partial xy}{\partial z} = 2x + z \Big|_{(1,1,0)} = 2 //$$

ÖR// $\vec{A} = \rho \sin \phi \vec{a}_\rho + 2\rho \cos \phi \vec{a}_\phi + 2z^2 \vec{a}_z$ $\text{div} \vec{A} = ?$

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{A} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho^2 \sin \phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial 2\rho \cos \phi}{\partial \phi} + \frac{\partial 2z^2}{\partial z} \\ &= 2 \sin \phi - 2 \sin \phi + 4z = 4z \end{aligned}$$

ÖR// $\vec{A} = 5 \sin \theta \vec{a}_\theta + 5 \sin \phi \vec{a}_\phi$ 'nin $(0, 5, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ noktasındaki $\text{div} \vec{A} = ?$

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{A} &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial 5 \sin \theta \sin \phi}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial 5 \sin \phi}{\partial \phi} \\ &= \frac{5 \cdot 2 \cdot \sin \phi \cdot \cos \theta}{r \sin \theta} + 5 \frac{\cos \phi}{r \sin \theta} \Big|_{0,5,\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}} = -21,41 // \end{aligned}$$

Diverjansın Fiziksel Yorumu:

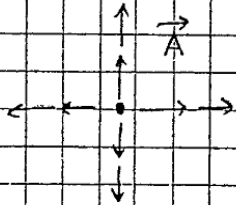
Bir vektör alanının bir P noktasındaki diverjansı

$$\text{div} \vec{A} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{A} \cdot d\vec{s}}{\Delta V} \text{ ile tanımlanır.}$$

Burada P noktası $\oint \vec{A} \cdot d\vec{s}$ yüzeyi ile sınırlı ΔV hacmi ile çevrelenmiştir. İntegrasyon, büzülerek P noktasına dönüşen sonsuz küçük ΔV hacminin yüzeyi üzerinde yapılan $\oint \vec{A} \cdot d\vec{s}$, ΔV hacminden bir vektör alanının net dışı doğru akı akısını verir.

Geometrik Yorumu:

Diverjans'ın kelime anlamı uzaklaşma yani ıraksama demektir $\nabla \cdot \vec{A}$, bir $\vec{A}$ vektör çizgilerinin ne kadar ıraksadığının bir ölçüsüdür.



$$\vec{A} = x\vec{a}_x + y\vec{a}_y + z\vec{a}_z$$

(orijinden çıkan vektör)

$$\text{div } \vec{A} = 1+1+1=3$$



$$\vec{B} = 1\vec{a}_z$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

İşte bir vektör alanının div 'i pozitif ise o bölgede bir kaynak, negatif ise o bölgede bir yutak (sink) olduğunu gösterir. Div , sıfır ise o bölgede kaynak yutak.

$\vec{D}$ 'nin diverjansı

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{\text{ic}}$$

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{D} \cdot d\vec{s}}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{Q_{\text{ic}}}{\Delta V}$$

$$\boxed{\text{div } \vec{D} = \rho_v}$$

$$\boxed{\text{div } \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0}}$$

ÖR// Küresel koordinatlarda $r \leq 2$ için

$$\vec{D} = \frac{5r^2}{4} \vec{a}_r \text{ ve } r > 2 \text{ için } \vec{D} = \frac{20}{r^2} \vec{a}_r$$

ise her iki bölgedeki yük yoğunluk.

larını bulunuz. ($\rho_v = \text{div } \vec{D}$)

$$r \leq 2 \text{ için } \rho_v = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (5r^2/4)}{\partial r} = 5r$$

$$r > 2 \text{ için } \rho_v = \text{div } \vec{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (20/r^2)}{\partial r} = 0$$

$\nabla \cdot \vec{D}$ Diverjans Teoremi

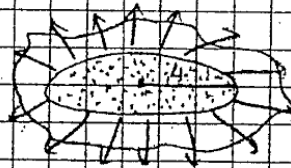
$$\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = \int_V (\nabla \cdot \vec{A}) dV$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_V \rho_v dV \quad \rho_v = \nabla \cdot \vec{D}$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_V (\nabla \cdot \vec{D}) dV$$

ÖR// $\rho_s = 12 \sin \phi \text{ } \mu\text{C/m}^2$ bir disk bir

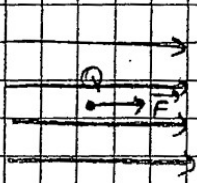
S yüzeyiyle çevrelenmiştir. S'i kesen net dki?



$$\begin{aligned} \Psi &= \oint_S \rho_s dA = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} 12 \sin \phi \rho_s d\phi d\phi \\ &= 12 \int_0^{2\pi} \sin \phi d\phi \int_0^{\pi/4} \rho_s d\phi \\ &= 12 (-\cos \phi \Big|_0^{\pi/4}) \cdot 8 = 0 \end{aligned}$$

- $\propto$ Elektrostatik Alanda İş, Enerji ve Potansiyel -

$\propto$ Bir noktasal yükün hareket ettirilmesiyle yapılan iş



$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$$

Yükü dengede tutmak için, $\vec{F}_a = -Q\vec{E}$ kuvveti uygulanmalıdır.

İş, bir yol boyunca uygulanan kuvvettir. Dolayısıyla, bir yüke uygulanan $\vec{F}_a$ kuvveti, yükün $d\vec{l} = |d\vec{l}|$ miktar kadar hareketine neden oluyorsa, yapılan diferansiyel iş

$$dW = \vec{F}_a \cdot d\vec{l} = -Q \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Q pozitifse $d\vec{l}$ ile $\vec{E}$ aynı yönlü $dW < 0$, elektrik alanında yapılan iş

Q negatif ise, " " ters yönlü $dW > 0$, elektrik alana karşı yapılan iş

Diferansiyel yerdeğiştirme vektörü,

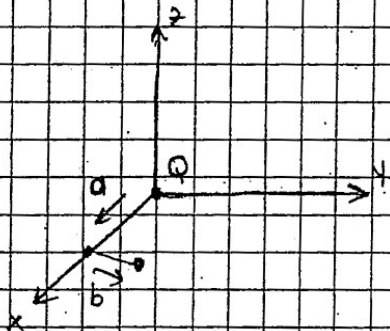
$$d\vec{l} = dx\vec{a}_x + dy\vec{a}_y + dz\vec{a}_z \quad (\text{kartezyen})$$

$$d\vec{l} = \rho d\vec{a}_\rho + \rho d\theta\vec{a}_\theta + dz\vec{a}_z \quad (\text{silindirik})$$

$$d\vec{l} = dr\vec{a}_r + r d\theta\vec{a}_\theta + r \sin\theta d\phi\vec{a}_\phi \quad (\text{küresel})$$

ÖR; Bir elektro statik alan $\vec{E} = \left(\frac{x}{2} + 2y\right)\vec{a}_x + 2x\vec{a}_y$ V/m ile tanımlanmaktadır.

$Q = -20 \mu\text{C}$ noktasal yükünü a)rijinden $(1, 0, 0)$ m'ye b) $(1, 0, 0)$ m'den $(2, 2, 0)$ m'ye hareket ettirmekle yapılan işi bulunuz.



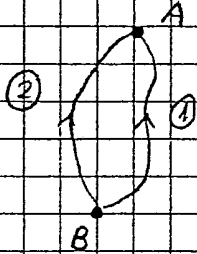
$$\begin{aligned} \text{a) } W_1 &= 20 \times 10^{-6} \int_0^4 \left(\frac{x}{2} + 2y \right) dx = 20 \times 10^{-6} \left[\frac{x^2}{4} + 2xy \right]_0^4 \\ &= 80 \times 10^{-6} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } W_2 &= 20 \times 10^{-6} \int_0^2 \left(2x\vec{a}_y \cdot d\vec{l} \right) = 20 \times 10^{-6} \left[2xy \right]_0^2 \\ &= 320 \times 10^{-6} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\text{Toplam yapılan iş} = W_{\text{top}} = W_1 + W_2 = 400 \times 10^{-6} \text{ J}$$

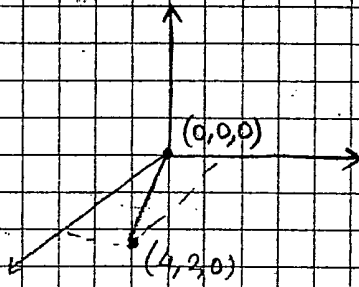
Elektrostatik Alanın Kırılma Özelliği

Statik bir elektrik alanındaki bir noktasal yükü bir B noktasından A noktasına taşıma ile yapılan iş yoldan bağımsızdır.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_1 \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_2 \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

ÖR. Bir önceki örnekteki aynı $\vec{E}$ alanında aynı yükü $(4,2,0)$ 'dan $(0,0,0)$ 'a düz bir çizgide taşıma ile yapılan işi bulunuz.



$$W = 20 \times 10^{-6} \int_{4,2}^{0,0} \left(\frac{x}{2} + 2y \right) \vec{a}_x + 2x \vec{a}_y \cdot (dx \vec{a}_x + dy \vec{a}_y)$$

$$W = 20 \times 10^{-6} \int_{4,2}^{0,0} \left(\frac{x}{2} + 2y \right) dx + 2x dy$$

$$W = 20 \times 10^{-6} \int_{4,2}^{0,0} \left[\left(\frac{x}{2} + 2 \cdot \frac{x}{2} \right) dx + 2x \frac{dx}{2} \right]$$

* A(4,2) ve B(0,0) nokta-

larından geçen doğru denklemi

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 2}{0 - 2} = \frac{x - 4}{0 - 4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$\frac{y - 2}{-2} = \frac{x - 4}{-4}$$

$$W = 20 \times 10^{-6} \int_4^0 \left(\frac{x}{2} + x + x \right) dx$$

$$= 20 \times 10^{-6} \int_4^0 \frac{5x}{2} dx$$

$$= -400 \times 10^{-6} \text{ J}$$

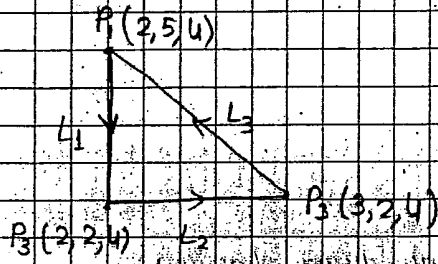
Ödev $\vec{E} = 2xy\vec{a}_x + x^2yz\vec{a}_y + x^3yz^2\vec{a}_z$ V/m, $Q=1C$ yükünü,

a) L_1 ve L_2 yolu ile

b) L_3 yoluyla taşımakla yapılan işi bulunuz

c) E 'nin korunumlu olup olmadığını inceleyiniz.

Cevap:
Korunumlu alan değildir.



$\propto$ İki Nokta Arasındaki Elektrik Potansiyeli

Bir A noktasının bir B noktasına göre potansiyeli, birim değerli Q_u (u: unit) pozitif yükünü B'den A'ya taşımakla yapılan iştir.

$$V_{AB} = \frac{W}{Q_u} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\rho} \text{ [Volt], } V [J/C]$$

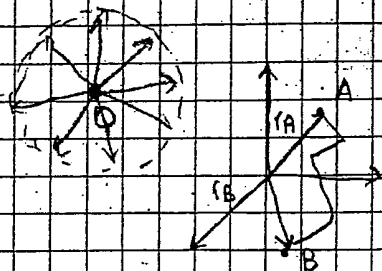
V_{AB} 'ye A noktası ile B noktası arasında potansiyel fark veya gerilim denir.

$V_{AB} > 0$ ise taşıma işi B'den A'ya doğru yapılmıştır veya A'nın potansiyeli, B'nin potansiyelinden büyüktür denmektedir.

$\propto$ Noktasal yükün potansiyeli

Bir Q noktasal yükünden kaynaklanan elektrik alanın tamamen radyal doğrultuda (yarıçap doğrultusunda) olmasından dolayı,

$$V_{AB} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{\rho} = - \int_B^A E_r dr = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_B^A \frac{dr}{r^2}$$



$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

B noktasını sonsuza kaydırırsak $r_B \rightarrow \infty$

$$V_{A\infty} = V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_A}$$

α Bir yük Dağılımının Potansiyeli

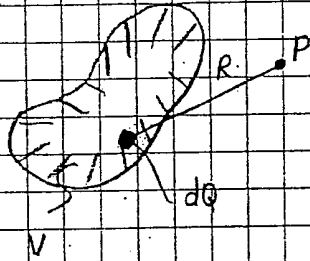
$$V = \int \frac{q_i d\ell}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$V = \int_S \frac{\rho_s ds}{4\pi\epsilon_0 R}$$

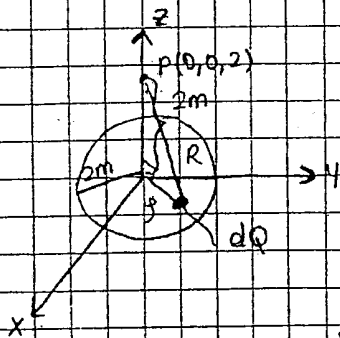
$$V = \int_V \frac{\rho_v dV}{4\pi\epsilon_0 R}$$

- Formüllerdeki R , integral dışına çıkarılmaz

- V , skaler bir büyüklüktür



ÖR// Toplam değeri $\frac{40}{3}$ nC olan bir yük, yarıçapı 2m olan ince dairesel bir disk üzerinde düzgün dağılmıştır. Bu yükten dolayı diskten 2m uzakta bir noktada oluşan potansiyeli bulunuz.



$$\rho = \frac{Q}{A} = \frac{\frac{40}{3} \times 10^{-9}}{\pi 2^2} = \frac{10^{-8}}{3\pi} \text{ C/m}^2$$

$$R^2 = \rho^2 + 2^2 \text{ (Pisagor)}$$

$$R = \sqrt{2^2 + \rho^2}$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-8}}{3\pi} \iint \frac{ds}{R}$$

$$\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^2 \frac{\rho d\rho d\phi}{\sqrt{2^2 + \rho^2}}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-8}}{3\pi} \cdot 2\pi \int_0^2 \frac{\rho d\rho}{\sqrt{2^2 + \rho^2}} \rightarrow \left. \sqrt{2^2 + \rho^2} \right|_0^2 = 0.82$$

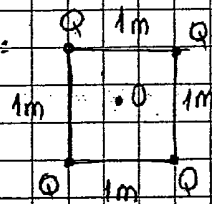
$$= 60 \times 0.82 = 49.7 \text{ V}$$

ÖR, $Q = 20 \text{ nC}$ değerli beş özdeş noktasal yük $x=2, 3, 4, 5, 6 \text{ m'ye}$ yerleştirilmiştir. Orijindeki potansiyeli bulunuz.

$$V(P) = 9 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-9} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) = 261 \text{ V}$$

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{m=1}^n \frac{Q_m}{R_m}$$

Çalışma sorusu
(ödev)



$Q = 4 \text{ nC}$ olduğuna göre karenin merkezindeki potansiyel $V(O) = ?$

$$\text{Cevap} = 2 \times 10^4, 82 \text{ V}$$

Gradyant (gradyan, gradient)

Tanın $f(x, y, z)$ skaler bir fonksiyonun gradyanı, $\text{grad} f$ veya ∇f ile gösterilir ve $\text{grad} f = \text{grad} f(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{a}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{a}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{a}_z$

çıkış $\rightarrow$ vektör

$$\text{ÖR, } f(x, y, z) = x^2 - 2xy + z^2x, \text{ grad} f = ?$$

$$\text{grad} f = (2x - 2y + z^2) \vec{a}_x - 2x \vec{a}_y + 2zx \vec{a}_z$$

$(1, 0, 1)$ noktasındaki ifadesini bulunuz

$$\text{grad} f|_{(1, 0, 1)} = (2 - 0 + 1) \vec{a}_x - 2 \cdot 1 \vec{a}_y + 2 \cdot 1 \cdot 1 \vec{a}_z = 3 \vec{a}_x - 2 \vec{a}_y + 2 \vec{a}_z$$

$(1, 0, 1)$

- Özellikleri:
- i) $\text{grad } cf = c \cdot \text{grad } f$ ($c = \text{sbt}$)
 - ii) $\text{grad}(f+g) = \text{grad } f + \text{grad } g$
 - iii) $\text{grad}(f \cdot g) = f \cdot \text{grad } g + g \cdot \text{grad } f$
 - iv) $\text{div}(\text{grad } f) = \nabla^2 f$ (laplasyen)

Geometrik Yorumu: $f(x,y,z)$ 'nin $\text{grad } f$ 'i, dx, dy, dz ne kadar artarsa

f 'in o kadar artacağını gösterir.

Türev $\rightarrow$ eğrinin eğimidir

$x \rightarrow dx$ kadar değişirse

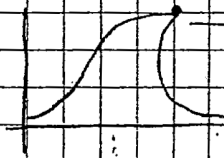
$\frac{\partial f(x)}{\partial x} \rightarrow f(x)$ fonk. nun eğimi

$f \rightarrow df$ kadar değişir

$\rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} \rightarrow$ değişimin oranı katsayısı

Grad büyükse değişim hızlıdır

Grad küçükse değişim yavaştır



tepe noktasındaki eğim bize gradyanın büyüklüğünü verir

$V(x,y,z)$

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{a}_z \quad (\text{kartezyen})$$

potansiyelin bir noktadan bir noktaya değişimi

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial \rho} \vec{a}_\rho + \frac{\partial V}{\partial \phi} \vec{a}_\phi + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{a}_z \quad (\text{silindirik})$$

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{a}_r + \frac{\partial V}{r \partial \theta} \vec{a}_\theta + \frac{\partial V}{r \sin \theta \partial \phi} \vec{a}_\phi \quad (\text{küresel})$$

$\propto F$ ile V arasındaki ilişki

$$\vec{E} = -\text{grad } V = -\nabla V$$

işareti, $\vec{E}$ 'nin yönünün yüksek potansiyelden düşük potansiyele doğru olduğunu gösterir

ÖR/ $V(x,y,z) = 2xy^2z^3$ V ise $P(3,2,-1)$ noktasındaki E' 'yi bulun.

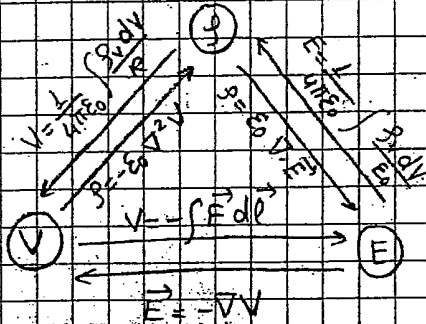
$$\vec{E} = -\text{grad } V = -(2y^2z^3 \vec{a}_x + 2x^2yz^3 \vec{a}_y + 2xy^2z^2 \vec{a}_z)$$

$$\vec{E} = 8\vec{a}_x + 24\vec{a}_y - 72\vec{a}_z \text{ V/m}$$

$$(3,2,-1) \quad |\vec{E}| = \sqrt{8^2 + 24^2 + 72^2} = 76,3 \text{ V/m}$$

× Elektrostatik Üçgen

$$\phi, \vec{E}, V$$

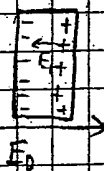


× Akım, Akım Yoğunluğu ve İletkenler

Statik Elektrik alanında maddeleri elektriksel olarak iletken, yalıtkan ve yarı iletken şeklinde ayırabiliriz.

- İletkenlerin özellikleri -

i) İletken içinde elektrik alan $\vec{E} = 0$



İletken (+, - yükler arasında + dan - ye doğru $\vec{E}$ elektrik alanı oluşuyor. $\vec{E}_0 = \vec{E}$ olana kadar devam ediyor.

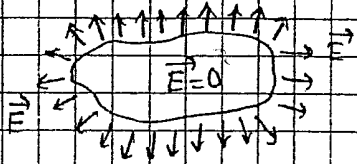
iletken içerisinde net alan sıfır

ii) İletken içinde $\phi = 0$ olur. $\vec{V} \cdot \vec{E} = 0$ yüklerin alanı sıfır yaparak
 $\vec{E}_0 = \vec{E}$ şekilde etkisi vardır.

iii) iletkenin her yerinde V sabittir. iletkenin içerisinde a ve b noktaları alalım. $V(b) - V(a) = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow V(b) = V(a)$

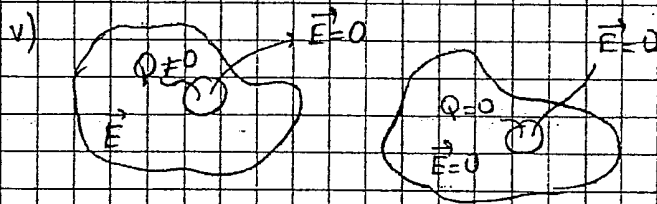
iletkenler eş potansiyel yüzey özelliği gösterir

iv) iletken yüzeyinin hemen dışında $\vec{E}$ yüzeye diktir.

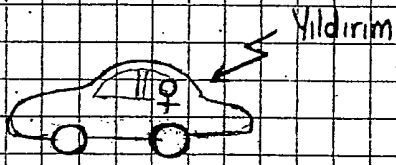


iletkenin şekli ne olursa olsun içerisindeki $\vec{E} = 0$ dir.

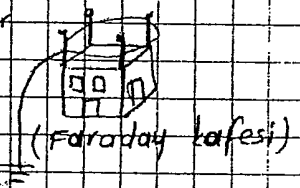
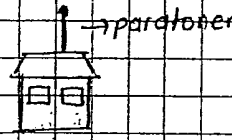
$\vec{E}$, teğet bileşen içerseydi, alan dengesi bozukturdu.



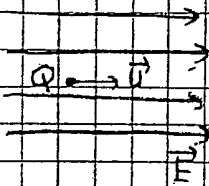
ör//



(Yıldırım Yönetmeliği)

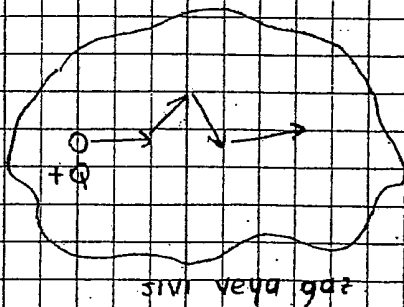


α Hareket Halindeki Yükler



$\vec{u}$: hız vektörü

Eğer parçacık sıvı veya gaz içindeyse, diğer yüklerle çarpışır ve hızı rastgele değişir.



sıvı veya gaz

ortam homojen

$\vec{E} = \text{sbt}$

$$\vec{U} = \mu \cdot \vec{E}$$

hareket yeteneği $m^2/V.s$

hızın rastlantısal bileşenleri

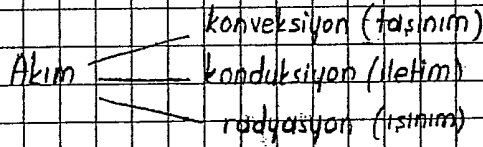
birbirlerini götürür, $\vec{E}$

ortalama bir hız (sürüklenme

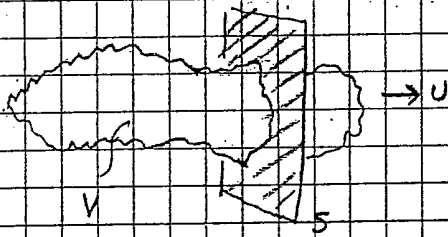
hızı) kalır.

μ hareket yeteneği sıcaklıkla ve maddenin yapısı ile değişir. Yüksek sıcaklıklarda μ azalır.

Akım Yoğunluğu



- Taşınım akım yoğunluğu



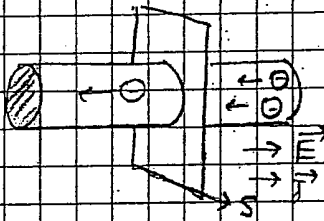
Bu yük kütle, S yüzeyinden geçen $\vec{J} = \rho \vec{u}$ A/m² geçen şekilde ifade edilen taşınım akım yoğunluğuna neden olur.

- Vakumlu tüp sistemlerinde

- İletim akım yoğunluğu

Bir elektrik alan ortamında sabit kesitli bir iletkende ortaya çıkan akım yoğunluğudur.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{J} = \rho \vec{u} \\ \vec{u} = \mu \vec{E} \\ \sigma = \rho \mu \end{array} \right\} \vec{J} = \sigma \vec{E} \text{ ohm kanununun noktasal biçimidir.}$$



metalik iletkenlerde yük taşıyıcısı, elektrik alanına ters yönde sürüklenen elektronlardır.

ρ, μ negatif

* $\vec{E}$ ile $\vec{J}$ aynı yönlüdür.

$$\sigma = \rho \mu \text{ öz iletkenlik}$$

$\vec{E}$ etkisi altında sürüklenen e^- ların yük yoğunluğu

$\mu =$ elektronların yapı içerisinde bağlı hareket yeteneği

ÖR/ Gümüş bir iletkende $6 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ 'lik sürüklenme hızına karşı düşen $\vec{E}$ ve $\vec{J}$ 'yi bulunuz.

$$\sigma_{Ag} = 6,2 \times 10^7 \text{ S/m}$$

$$\mu_{eAg} = 0,0056$$

$$\sigma_{Ag} = 61,7 \text{ MS/m}$$

$$\sigma_{Cu} = 5,8 \times 10^7 \text{ S/m}$$

$$\mu_{eCu} = 0,0032$$

$$\mu_{Ag} = 5,6 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{V.s}$$

$$\sigma_{Au} = 4,5 \times 10^7 \text{ S/m}$$

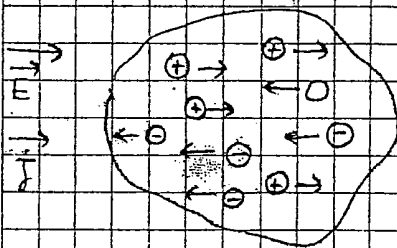
$$\vec{E} = \frac{|\vec{U}|}{\mu} = \frac{6 \times 10^{-4}}{5,6 \times 10^{-3}}$$

$$= 1,07 \times 10^{-1} \text{ V/m}$$

$$\sigma_{Al} = 3,5 \times 10^7 \text{ S/m}$$

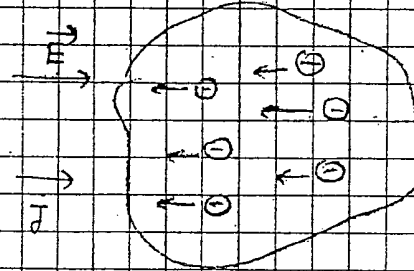
$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = 6,41 \times 10^6 \text{ A/m}^2$$

$\propto$ iletkenlik



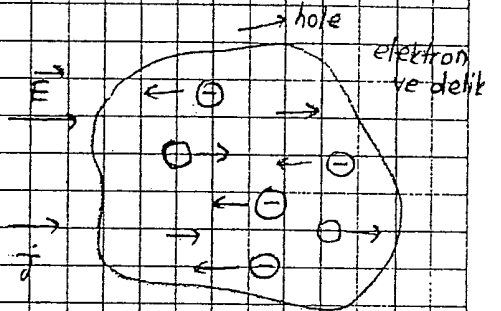
a) sıvı veya gaz

$$\sigma = g_e \mu_e + g_h \mu_h$$



b) iletken

$$\sigma = g_e \mu_e$$



c) yarı iletken

$$\sigma = g_e \mu_e + g_h \mu_h$$

$$\mu_e = 0,38 \text{ m}^2/\text{V.s}$$

$$\mu_h = 0,18 \text{ m}^2/\text{V.s}$$

$\propto$ Akım I

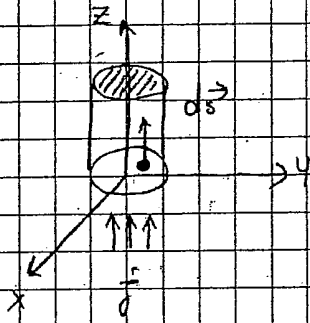
Elektrik akımı, belirli bir noktadan veya belirli bir yüzeyden geçen elektrik yükünün hareket hızıdır.

$$\vec{J} = \frac{I}{S} \rightarrow I = \vec{J} \cdot \vec{S}$$

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{J} \rightarrow$ sabit
 $S \rightarrow$ düzgün

ÖR// $\vec{J} = 15(1 - e^{-1000y}) \vec{a}_z$ A/m² ise yarıçapı 2 mm olan dairese bir iletenden geçen akım nedir?



$$I = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^{\rho=0,002} 15(1 - e^{-1000\rho}) \vec{a}_z \cdot \rho d\rho d\phi \vec{a}_z$$

$$= 1,33 \times 10^{-4} \text{ A}$$

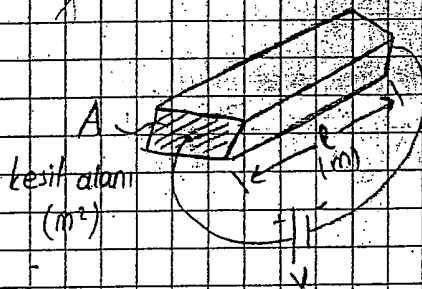
ÖR// $\vec{J} = 100 \cos 2y \vec{a}_x$ A/m² ise $x=0$ düzleminin $-\frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4}$ m ve $-0,01 \leq z \leq 0,01$ m ile tanımlanan bölümünden geçen akımı bulunuz.

$$I = \int_{z=-0,01}^{0,01} \int_{y=-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \underbrace{100 \cos 2y \vec{a}_x}_{\vec{J}} \cdot \underbrace{dy dz \vec{a}_x}_{d\vec{S}} = 2 \text{ A}$$

ÖR// Düzgün kesitli ve 150 m uzunluğundaki bir iletkenin 1,3 V gerilim altında, akım yoğunluğu $4,65 \times 10^5$ A/m² dir. Malzemenin iletkenliğini bulunuz.

$$4,65 \times 10^5 = \frac{V}{R} \left(\frac{1,3}{150} \right) \rightarrow \sigma = 5,37 \times 10^7 \text{ S/m}$$

$\propto$ Direnç, R



$$E = \frac{V}{l} \text{ ve } J = \frac{I}{A}$$

$$I = J A = \frac{\sigma A V}{l}$$

$$\text{Ohm kanunu } V = R I$$

$$R = \frac{l}{\sigma A} \quad \Omega$$

$$\kappa_{ac} = \frac{\kappa_i \kappa_{dc}}{k} \Rightarrow \kappa_{ac} > \kappa_{dc}$$

$\downarrow$
 $k > 1$

$$R = \frac{V}{\int \vec{j} \cdot d\vec{s}} = \frac{V}{\int \sigma \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

V belli değil sadece $\vec{E}$ belliyse

$$R = \frac{\int \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\int \sigma \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

$\propto$ Kapasite, C ve ^{ron} Dielektrik Malzemeler

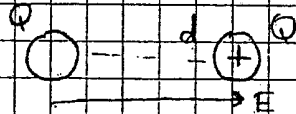
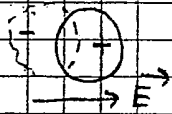
Dielektrikler (yalıtıcılar): genleşme ve dönme

Bir dielektrik atomu, üst üste konmuş biri pozitif diğeri negatif yükten oluşsun.



Buna bir elektrik alan uygulanırsa + yük alan yönünde, -

yük alana zıt yönde hareket etmeye başlar. Ta ki dengeye



olasıncaya kadar yer değ.
devam eder.

İşte bu yer değiştirme $\vec{p} = Q \cdot \vec{d}$ biçiminde ifade edilen bir elektrik dipol momenti ile tanımlanır.

Uygulanan $\vec{E}$ kaldırılırsa, çoğu malzemede yükler tekrar eski konumuna dönerler.

Alanla aynı yönde dipol momenti $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ ile de tanımlanır.

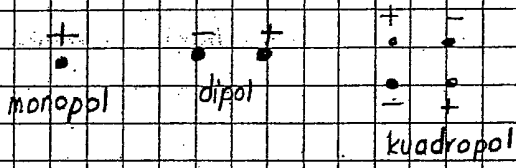
α 'ya atomik polarizabilite katsayısı denir. [C^2m/N]

	H	He	Ne
α	0,66	0,21	2,7

$\times 10^{-30}$

Yukarıdaki olayda yükler dengeye ulaştığında atom kutuplanmıştır yani polarize olmuştur.

Moleküler modelde



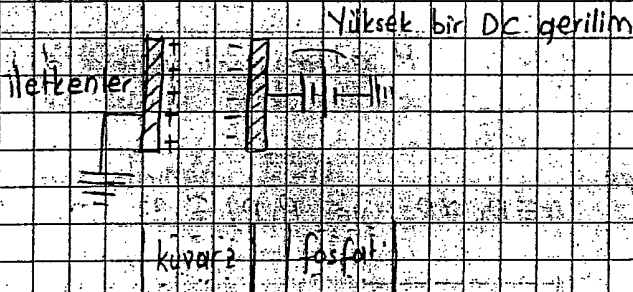
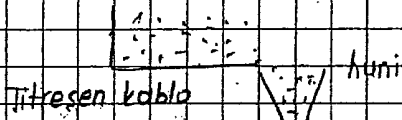
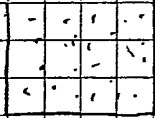
$$\tau = \vec{p} \times \vec{E} \text{ dönme etkisi oluşturm.$$

-bağlı yük

Statik Elektrik Alanın Uygulamaları

★ Elektrostatik Ayırma

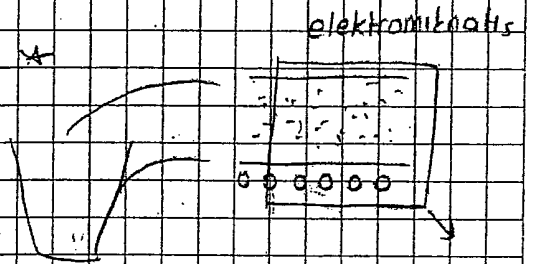
Küvarz + Fosfat



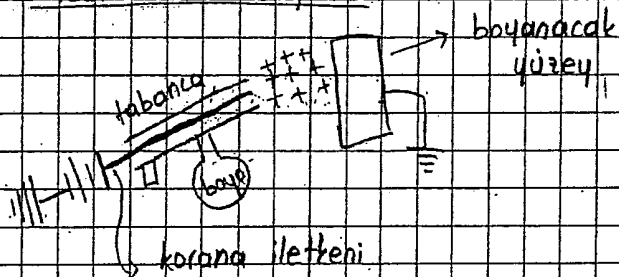
★ Elektrostatik filtre

klimalarda

★ Fotokopi



★ Elektrostatik Boyama



Dielektrik devam

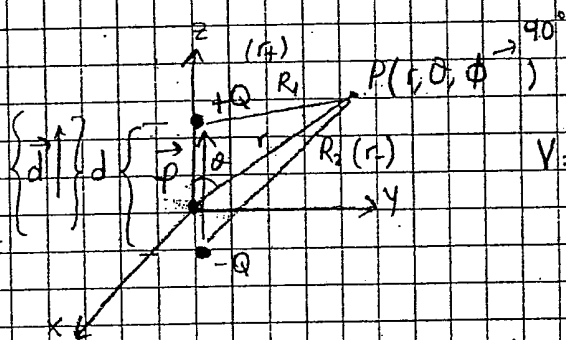
Dielektrik madde elektrik alan içine konursa ve bu madde nötr atomlar ve apolar moleküllerden oluşuyorsa, elektrik alan etkisiyle her bir atom veya molekül, alan yönünde küçük bir dipol moment kazanır. Völ, bağlı yük, serbest yük

Sonuçta, elektrik alan yönünde çok sayıda elektrik dipol oluşur, yani dielektrik içinde polarizasyon (kutuplanma) olur. Bu etkinin derecesini veren polarizasyon vektörü $\vec{P}$ = birim hacimdeki dipol momenti şeklinde

$$\vec{P} = Q \cdot \vec{d} \quad \text{ifade edilir}$$

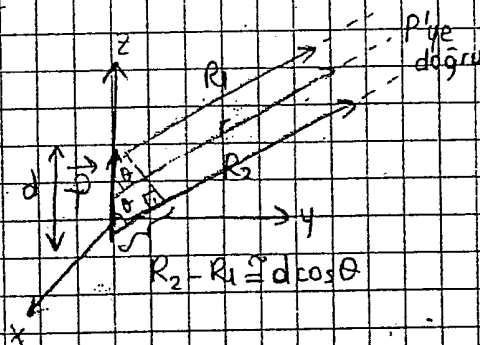
(küçük p)

Elektrik dipol = Aralarında d mesafesi olan zıt eşit yüklü yapı gösterir.



$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{Q(R_2 - R_1)}{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}$$

$d \ll r$ P noktası çok uzakta d ise çok küçük



$$r \approx R_1 \approx R_2 \quad \text{ve} \quad R_1 R_2 \approx r^2$$

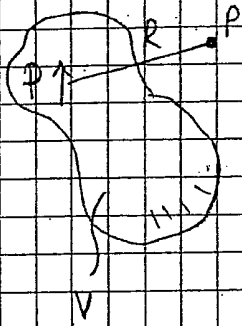
$$V = \frac{Q \cdot d \cdot \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = -\text{grad } V = \frac{Q \cdot d}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \vec{a}_r + \sin \theta \vec{a}_\theta)$$

$$\vec{P} = Q \cdot \vec{d}$$

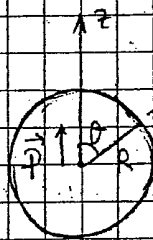
$$d \vec{a}_r = d \cos \theta$$

$$V_{\text{dipol}} \left(p = \frac{\vec{P} \cdot \vec{a}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)$$



$$V_{\text{toplani}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\vec{p} \cdot d\vec{r}}{r^2}$$

ÖR// Düzgün polarize olmuş R yarıçaplı bir kürenin elektrik alanını bulunuz.



$$\oint_{AV} = -\nabla \cdot \vec{p} = 0$$

$$\oint_{PS} = \vec{p} \cdot \vec{n} = p \cos \theta$$

Soru yüzeyinde $p \cos \theta$ yük yoğunluğu olan kürenin potansiyelini bulmak oldu.

$$V(r, \theta) = \begin{cases} \frac{p}{3\epsilon_0} r \cos \theta, & r < R \text{ içinde} \\ \frac{p}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \cos \theta, & r > R \text{ dışında} \end{cases}$$

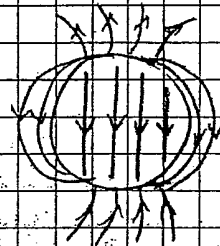
Kürenin toplam dipol momenti

$$\vec{p} = \frac{4}{3} \pi R^3 \vec{p}$$

$$r \cos \theta = z$$

Küre içinde $\vec{E} = -\nabla V = -\frac{p}{3\epsilon_0} \nabla_z$

$$\text{Küre dışında } \vec{E} = 0$$



⇒ Kutuplanmış bir dielektrik içindeki bir ΔV bölgesinde N tane dipol momentli ($\vec{p}$) bulunur.

Kutuplanma

$$\vec{p} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{N \cdot \vec{p}}{\Delta V} \text{ [C/m}^2\text{]}$$

$$\vec{D} = \vec{p} + \epsilon_0 \vec{E}$$

İzotropik, lineer malzeme için $\vec{E}$ ve $\vec{D}$, her noktada paraleldir.

$$\vec{P} = \kappa_e \epsilon_0 \vec{E}$$

κ_e - elektriksel suseptibilities (doğgunluk) [birimsizdir]

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \kappa_e) \vec{E} = \epsilon \vec{E} \quad \boxed{\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r}$$

$\epsilon_r \rightarrow$ bağıl dielektrik geçirgenlik

boşluk	$\epsilon_r = 1$	cam - 4-7
hava	$\epsilon_r = 1,00055$	porcelen - 6-8
neon	$\epsilon_r = 1,00013$	polietilen - 2,26
azot	$\epsilon_r = 1,00058$	

ÖR// $\vec{E} = 0,15 \text{ MV/m}$ ve $\kappa_e = 4,25$ olan bir dielektrik malzeme için

$\vec{D}$ ve $\vec{P} = ?$

$$\epsilon_r = 1 + \kappa_e = 1 + 4,25 = 5,25$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \frac{10^{-9}}{36\pi} (5,25) (0,15 \times 10^6) = 6,96 \mu\text{C/m}^2$$

$$\vec{P} = \kappa_e \epsilon_0 \vec{E} = \frac{10^{-9}}{36\pi} (4,25) (0,15 \times 10^6) = 5,64 \mu\text{C/m}^2$$

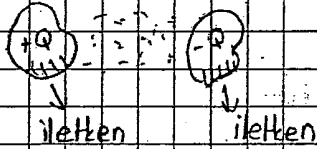
ÖR// $\kappa_e = 3,5$ $|\vec{P}| = 2,3 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$ olan bir dielektrik $\vec{E} = ?$

$$\vec{E} = \frac{\vec{P}}{\kappa_e \epsilon_0} = 7,42 \times 10^3 \text{ V/m}$$

NOT// Boşlukta $\kappa_e = 0$, $\epsilon = \epsilon_0$ alınır.

Kapasite

Serbest uzay veya dielektrik malzeme ile birbirinden ayrılan iki iletken parça arasında kapasite vardır.

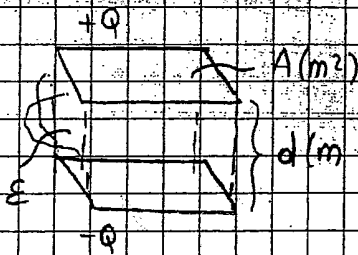


$$V = V_1 - V_2 = - \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{yük} \\ \text{potansiyel} \end{array} \right\} [F] \text{ (Farad)} \\ [C/V]$$

Yük iki katına çıkarsa potansiyel de iki katına çıkar.

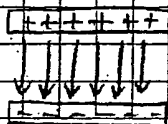
Düzlemsel Kondansatör



$$V = \frac{Q \cdot d}{\epsilon_0 \epsilon_r A}$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Saklanması ihmal edilirse



Seri ve paralel bağlantı

Kondansatörde biriken (depolanan) enerji

$$W_E = \frac{1}{2} \int_V \vec{D} \cdot \vec{E} dV$$

saklanması ihmal edilirse,

$$W_E = \frac{1}{2} \int_V \epsilon_0 \epsilon_r E^2 dV \text{ (EMAT)}$$

$$\text{Devre Teorisi} \Rightarrow W_E = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \\ Q = C V$$

Ampere Yasası ve Manyetik Alan

Durgun yükler, elektrostatik alan oluşturur ve elektrik alan zamanla değişir.

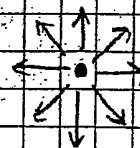
Kararlı akımlar, manyetostatik alan oluşturur ve manyetik alan zaman içinde sabit kalır.

~~manyetik~~ manyetik

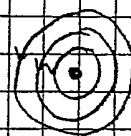
M.A, E.A gibi her noktada belirli yön ve büyüklüğe sahip vektörel bir niceliktir.

M.A, E.A gibi " " " "

manyetik alan çizgileri ile gösterilebilir.



noktasal yükün
E.A. çizgileri



sonsuz uzun telin
M.A. çizgileri

- E.A. çizgileri, pozitif yükten ıraksar

- E.A. çizgileri pozitif yükten başlar,
negatif yükle son bulur.

- E.A. çizgilerinin kaynağı elektrik
yüküdür.

- Elektrik dipol vardır.

- M.A. çizgileri ise akımın çevresinden
dolunur.

- M.A. çizgileri ise hiçbir yerden baş-
lamaz veya bitmez, kapalı bir eğri olmaktadır.

- M.A. çizgilerinin kaynağı yoktur.

- Manyetik dipol yoktur.

(Elektrik yükünün manyetik karşılığı yoktur)

Elektrostatik

- Coulomb Yasası

- Gauss Yasası

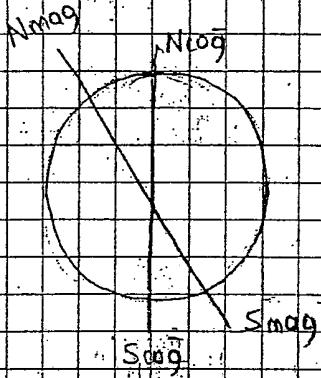
Manyetostatik

- Biot-Savart Yasası

- Ampère Yasası

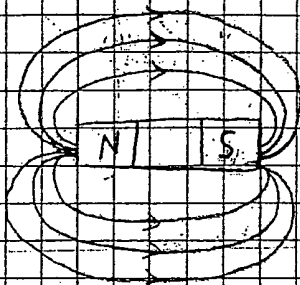
1820 Oersted
manyetizma

1825 Ampère



- Muhiiddin Arabi
- Neutrodomeş

- Çubuk mıknatıs

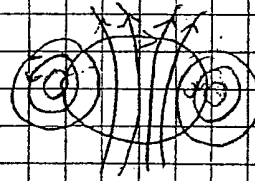


M.A. çizgileri

- Sonsuz uzun telin M.A. çizgileri



- Akım taşıyan çember şeklindeki tel



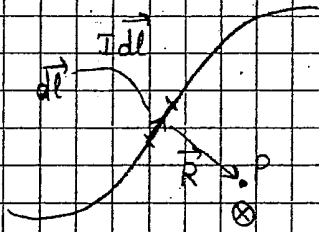
→ Solenoid - Toroid

Biot-Savart Yasası

Bir diferansiyel manyetik alan siddeti, $d\vec{B}$ bir diferansiyel akım elemanı $I d\vec{l}$ 'den kaynaklanır. Alan, uzaklığın karesi ile ters orantılı değişir ve $I d\vec{l}$ ile $\vec{a}_R$ 'nin vektörel çarpımı ile elde edilen yöndür.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I \cdot d\vec{l} \times \vec{R}}{4\pi R^3}$$

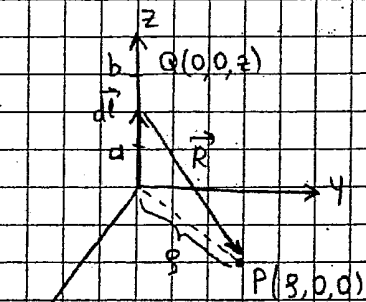
$$= \frac{\mu_0 I \cdot d\vec{l} \times \vec{a}_R}{4\pi R^2}$$

$$\vec{B} = \oint \frac{\mu_0 I \cdot d\vec{l} \times \vec{a}_R}{4\pi R^2}$$

$$\vec{H} = \oint \frac{I d\vec{l} \times \vec{a}_R}{4\pi R^2}$$

I : kararlı akım
 $d\vec{l}$: akım yönündeki uzunluk elemanı
 $\vec{a}_R$: $d\vec{l}$ 'den P 'ye doğru birim vektör
 $\times$: vektörel çarpım
 $\vec{R}$: $d\vec{l}$ 'den P 'ye uzanan uzunluk vektörü

ÖR// Sonlu uzunlukta bir iletken $z=a$ ve $z=b$ noktaları arasında uzanmakta ve I akımı taşımaktadır. xy düzleminde bir P noktasında meydana getireceği B 'yi bulunuz.



$$I d\vec{l} = I dz \vec{a}_z$$

$$\vec{R} = s\vec{a}_s - z\vec{a}_z$$

$$R = \sqrt{s^2 + z^2}$$

$$d\vec{l} \times \vec{R} = \begin{vmatrix} \vec{a}_z & \vec{a}_s & \vec{a}_z \\ 0 & 0 & 1 \\ s & 0 & -z \end{vmatrix}$$

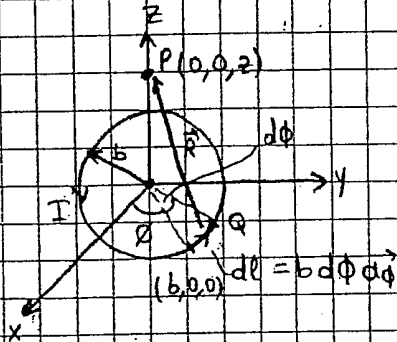
$$= 0\vec{a}_s + s\vec{a}_\phi + 0$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I s}{4\pi} \int_a^b \frac{dz}{(s^2 + z^2)^{3/2}} \vec{a}_\phi = \frac{\mu_0 I}{4\pi s} \left[\frac{b}{\sqrt{s^2 + b^2}} - \frac{a}{\sqrt{s^2 + a^2}} \right] \vec{a}_\phi$$

$a = -\infty, b = \infty$ ise (sonsuz tel)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{a}_\phi, \quad \vec{H} = \frac{I}{2\pi r} \vec{a}_\phi \quad \text{Sonsuz uzun düz bir telin herhangi bir } R \text{ kadar uzaklıkta oluşturdığı manyetik alan}$$

ÖR// b yarıçaplı dairesel kapalı bir çerçeve xy düzleminde ve I akım taşımaktadır. z yönündeki bir noktada $\vec{B}'$ 'yi bul.



$$\vec{R} = -b \vec{a}_\rho + z \vec{a}_z$$

$$d\vec{l} \times \vec{R} = b^2 \vec{a}_z + b z \vec{a}_\phi$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I b^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\vec{a}_z d\phi}{(b^2 + z^2)^{3/2}} + 0 \quad (bz \dots)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I b^2}{2(b^2 + z^2)^{3/2}} \vec{a}_z$$

i) $z=0$ için $\vec{B} = \frac{\mu_0 I b^2}{2b^3} \vec{a}_z = \frac{\mu_0 I}{2b} \vec{a}_z$
(dairesel merkezi)

ii) $z \gg 0$ $\vec{B} = \frac{\mu_0 I b^2}{2z^3} \vec{a}_z \left\{ (b^2 + z^2)^{3/2} = z^3 \right\}$
 $\downarrow$
 ≈ 0

~ Ampere Yasası ~

Kapalı bir yol çevresinde manyetik alan şiddetinin teğet bileşeninin çizgi integrali, yolun çevrelediği akıma eşittir.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{ic}, \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{ic}$$

Gauss (Gauss yüzeyi)

Ampere (Ampere çevrimi)

Küresel simetri

Silindirik simetri

Düzlemsel simetri

- sonsuz doğrusal akım

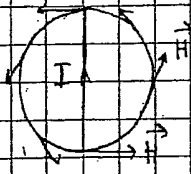
- sonsuz düzlemsel akım

- sonsuz selenoid

- toroid

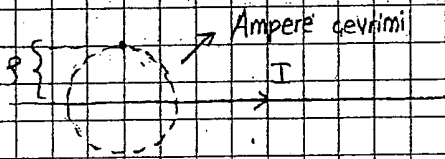
→ H'yi bulmak için iki şart sağlanmalıdır

i) Kapalı bir yolun her noktasında H, yola ya teğet ya da diktir



ii) H, H' nin teğet olduğu tüm noktalarda aynı değere sahiptir.

ÖR/ Sonsuz uzun düz bir telden geçen I akımının oluşturacağı B'yi bul.



$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I = B \oint d\vec{l} = 2\pi r B$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

→ Rotasyonel

Bir $\vec{A}$ vektörünün rotasyoneli $\text{rot}\vec{A}$ veya $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ ile gösterilir. Rotasyonel, $\vec{A}$ 'nın bir nokta etrafında dolanış miktarının ölçüsüdür. Çıkış vektörüdür.

→ Kartezyen koordinatlarda

$$\text{rot}\vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad \text{veya} \quad \text{rot}\vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{a}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{a}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{a}_z$$

⇒ Silindirik

$$\text{rot}\vec{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{a}_\phi & r\vec{a}_\theta & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_\phi & rA_\theta & A_z \end{vmatrix}$$

$$\text{rot}\vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{a}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial A_\phi}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{a}_\theta + \frac{1}{r} \left(A_\phi A_\theta - \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right) \vec{a}_z$$

→ Küresel

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \vec{a}_r & r \vec{a}_\theta & r \sin \theta \vec{a}_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_r & r A_\theta & r \sin \theta A_\phi \end{vmatrix}$$

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial A_\phi \sin \theta}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] \vec{a}_r + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \right] \vec{a}_\theta + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \vec{a}_\phi$$

ÖR// $\vec{A} = -y\vec{a}_x + x\vec{a}_y$ ise $\text{rot} \vec{A} = ?$

$$\text{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -y & x & 0 \end{vmatrix} = (1 - (-1)) \vec{a}_z = 2\vec{a}_z$$

ÖR// $\vec{A} = 5g \sin \phi \vec{a}_z$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial \phi} (5g \sin \phi) \vec{a}_\theta - \frac{\partial}{\partial \phi} (5g \sin \phi) \vec{a}_\phi$$

$$= 5 \cos \phi \vec{a}_\theta - 5 \sin \phi \vec{a}_\phi$$

$\text{rot} \vec{A}$ 'nin $(2, \pi, 0)$ noktasındaki değerini bul.

$$\text{rot} \vec{A} = -5\vec{a}_\theta$$

ÖR// $\vec{A} = 10 \sin \theta \vec{a}_\theta$ vektörünün $\text{rot} \vec{A} = ?$

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[-\frac{\partial}{\partial \phi} (10 \sin \theta) \right] \vec{a}_r + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (10r \sin \theta) \right) \vec{a}_\phi$$

$$= \frac{10 \sin \theta}{r} \vec{a}_\phi$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = 0$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$$

Durağan durumlarda

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\text{rot } \vec{E} = 0$$

$\propto \vec{j}$ ve H arasındaki ilişki

$$\boxed{\text{rot } \vec{H} = \vec{j}}$$

ÖR// a yarıçaplı uzun ve düz bir iletkenin iç bölgesinde ($r < a$) $\vec{H} = \frac{I \cdot r}{2\pi a^2} \vec{a}_\phi$,
dış bölgesinde ($r > a$) $\vec{H} = \frac{I}{2\pi r} \vec{a}_\phi$ ise her iki bölgede $\vec{j}$ 'yi bulun.

$$\boxed{r < a};$$

$$\vec{j} = \nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{I r}{2\pi a^2} \right) \vec{a}_\phi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{I r^2}{2\pi a^2} \right) \vec{a}_z = \frac{I}{\pi a^2} \vec{a}_z$$

$$\boxed{r > a};$$

$$\vec{j} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{I}{2\pi r} \right) \vec{a}_\phi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{I r}{2\pi} \right) \vec{a}_z = 0$$

ÖR, Silindirik koordinatlarda $\vec{A} = 5g \sin \phi \vec{a}_\phi$ vektör alanının $(2, \pi, 0)$ 'daki $\text{rot} \vec{A}$ 'yı bulunuz?

$$\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial \phi} (5g \sin \phi) \vec{a}_g - \frac{\partial}{\partial g} (5g \sin \phi) \vec{a}_\phi = 5$$

$$= 5 \cos \phi \vec{a}_g - 5 \sin \phi \vec{a}_\phi = -5 \vec{a}_g$$

$$\phi = \pi$$

ÖR, Küresel koordinatlarda $\vec{A} = 10 \sin \theta \vec{a}_\theta$ için $(2, \frac{\pi}{2}, 0)$ 'daki $\text{rot} \vec{A}$ 'yı bul

$$\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[-\frac{\partial}{\partial \phi} (10 \sin \theta) \right] \vec{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (10 r \sin \theta) \vec{a}_\phi = \frac{10 \sin \theta}{r} \vec{a}_\phi$$

$$= 5 \vec{a}_\phi$$

$\propto$ Manyetik Akı Yoğunluğu ($\vec{B}$), (D, E)

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad [\text{Tesla}] \quad (\text{SI})$$

$\vec{H} \rightarrow \text{A/m}$

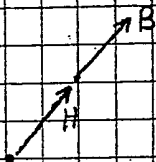
$$[1\text{T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A.m}}]$$

μ : ortamın manyetik geçirgenliği, $\mu = \mu_0 \mu_r$

μ_0 = serbest uzayın man. geç. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
[Henry/metre]

$B \rightarrow$ eski birim [Wb/m^2]
Weber

$$1\text{T} \Rightarrow 10^4 \text{G (Gauss)}$$



B , manyetik alan vektörünün (H) doğrultu ve yönünde bir vektördür. Genliği μ ile çarpılmıştır.

Manyetik Alan

Bir manyetik alan içindeki yüzeyden dik olarak geçen toplam çizgi sayısında manyetik alan denir. Skaler bir büyüklüktür ve birimi Wb (Weber) dir.

Φ ile gösterilir. ($\psi \rightarrow$ büyük Φ)

Gerçekle, manyetik alan çizgileri, kapalı eğrilerdir.

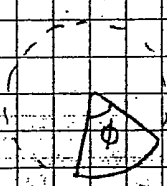
$$\psi_m = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Eğer düzgün bir yüzey düzgün alan çizgilerine dik konursa, bu durumda

$$\psi = B A \text{ olur.}$$

ÖR, Serbest uzayda $\vec{H} = \frac{2,39 \times 10^4}{\rho} \cos \phi \vec{a}_\rho$ A/m ise, $-\frac{\pi}{4} \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}$,

$0 \leq z \leq 1$ m ile tanımlanan yüzeyden geçen Φ 'yi bul.



$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} = \frac{3}{\rho} \cos \phi \vec{a}_\rho \text{ T}$$

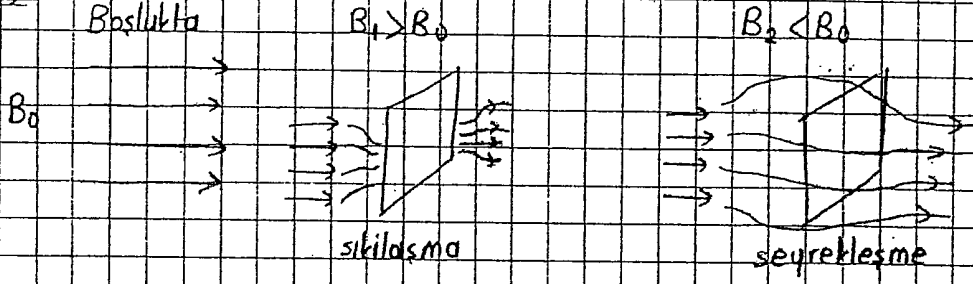
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_0^1 \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left(\frac{3}{\rho} \cos \phi \right) \vec{a}_\rho \cdot \rho d\phi dz \vec{a}_\rho$$

$$= 4,24 \text{ Wb}$$

ÖR, $\vec{B} = \frac{2}{\rho} \vec{a}_\rho$ T ise $0,5 \leq \rho \leq 2,5$ m ile $0 \leq z \leq 2$ m ile tanımlı

yüzeyden geçen akıyı bul ($\Phi = 6,41 \text{ Wb}$)

Bilgi:



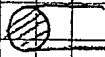
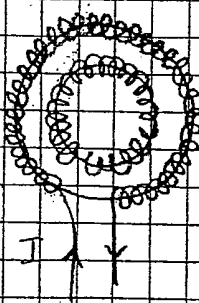
∝ Solenoid

I akım geçen R yarıçaplı silindir üzerine sıkıca sarılmış solenoidin (sonsuz) birim uzunluğunda N sarım vardır. Buna göre solenoidin içinde ve dışında mag. alanı bulunuz.

$$B_{\text{sol}} = \begin{cases} \frac{\mu_0 N I}{L_s} & \text{iç} \\ 0 & \text{dış} \end{cases}$$

∝ Toroid (Akım trafolarında)

Simit şeklinde bir halka üzerine sıkıca sarılmış N sayıda telden oluşur. Kesiti daire veya kare olur.



$$R_0 \text{ (ortalama yarıçap)} = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

$$B_{\text{tor}} = \begin{cases} \frac{\mu_0 N I}{2\pi R_0} & \text{iç} \\ 0 & \text{dış} \end{cases}$$

Stokes Teoremi

Bir $\vec{F}$ vektör alanının çizgisel integrali;

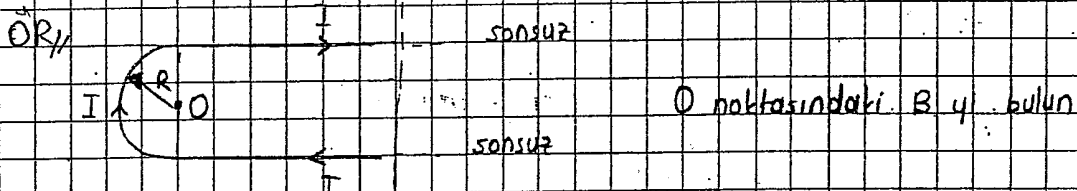
$$\oint \vec{F} d\vec{l} = \int (\nabla \times \vec{F}) d\vec{s} \quad \text{Matematiksel}$$

$$\oint \vec{A} d\vec{l} = \int \vec{B} d\vec{s} - \phi \quad \text{EMAT}$$

$\nabla \cdot \vec{A} = \text{vektör manetik potansiyel, (ara büyüklük)}$

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$$

$(\nabla^2 \vec{A})$
laplasien
(laplasyen)

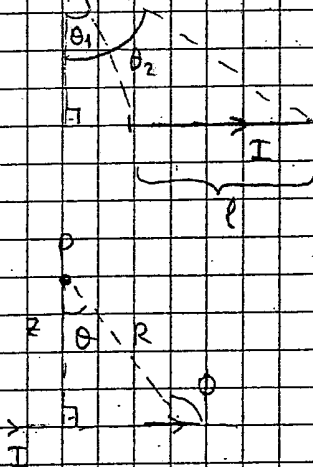


$$B_{\text{toplam}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{4R} = \frac{\mu_0 I}{4R} \left(1 + \frac{2}{\pi} \right)$$

2 tane sonsuz
uzun telin
yarısı

$$\left(\frac{\mu_0 I}{2R} \right) \frac{1}{2} \rightarrow \text{yarım daire}$$

$\vec{B}$ $\vec{I}$ $\vec{P}$ $\vec{R}$ $\vec{\theta}_1$ $\vec{\theta}_2$ $\vec{l} = z \tan \theta$



Biot-Savart

$$dl \sin \theta = dl \cos \theta$$

$$dl = \frac{z}{\cos^2 \theta} d\theta \quad \text{ve} \quad \frac{z}{R} = \cos \theta$$

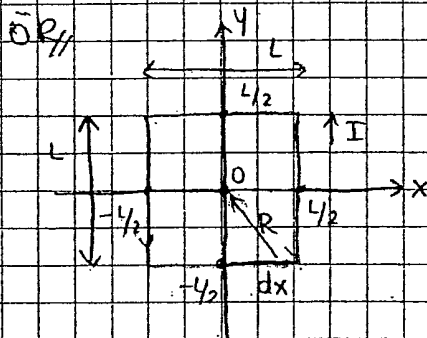
$$\frac{1}{R^2} = \frac{\cos^2 \theta}{z^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi z} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos^2 \theta}{z^2 \cos \theta} \cos \theta d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi z} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi z} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

Solenoid ve Toroidin eş merkezli eksenindeki alanını kapsar



O noktasındaki $\vec{H}'$ 'yi bul

1. yol $\Rightarrow$ Biot-Savart

$$H = \int_0^{L/2} \frac{I dx (L/2) \vec{a}_z}{\pi [x^2 + (L/2)^2]^{3/2}}$$

$$0 \leq x \leq L/2$$

$$y = -L/2$$

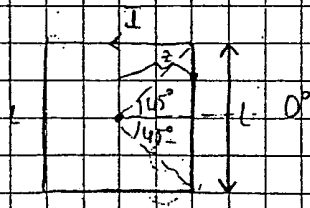
$$R = \sqrt{x^2 + (L/2)^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} I}{\pi L} \vec{a}_z = \frac{2\sqrt{2} I}{\pi L}$$

$$I dx \vec{a}_x \times [-x \vec{a}_x + L/2 \vec{a}_y]$$

$(x, y) \rightarrow (0, 0)$ 'a olduğu için

2. yol:



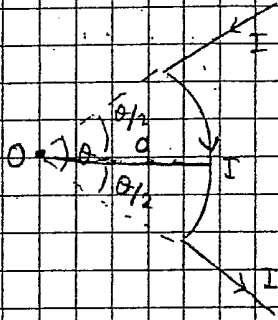
$$z = L/2$$

$$\theta_2 = -\theta_1 = -45^\circ$$

$$\vec{B} = 8 \frac{\mu_0 I}{4\pi z} \left(\frac{\sin \theta_2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{\sin \theta_1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \right)$$

$$= \frac{2\sqrt{2} \mu_0 I}{\pi L} \vec{a}_z$$

Ödev



Tel parçasının O'deki B'yı bul

Manyetik Alanda Kuvvetler ve Tork (moment)

Bir manyetik alanda U hızı ile hareket eden yüklü bir parçacık

$$\vec{F} = q \vec{U} \times \vec{B}$$

kuvveti etkisi altında kalır

ÖRÖ, $B = 5 \text{ mT}$ alanına $83,5 \text{ km/s}$ başlangıç hızıyla giren $1,70 \times 10^{-27} \text{ kg}$ kütleli ve $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ yüklü parçacığa etki eden kuvveti bulunuz.

$$\vec{F} = (1,6 \times 10^{-19}) (83,5 \times 10^3) (5 \times 10^{-3}) = 6,68 \times 10^{-17} \text{ N}$$

$\vec{E}$ ve $\vec{B}$ varken bileşke kuvvet

$$\text{Lorent Kuvveti} \Rightarrow \vec{F} = q(\underbrace{\vec{E}}_{F_e} + \underbrace{\vec{U} \times \vec{B}}_{F_m})$$

$$\text{ÖRÖ, } \vec{B} = 5 \times 10^{-4} \hat{a}_z \text{ T}$$

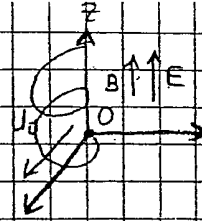
$$\vec{E} = 5 \hat{a}_x \text{ V/m ise } q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C' luk yükü } U_0 = 2,5 \times 10^5 \hat{a}_x \text{ hızıyla}$$

orijinden alana girmektedir. Kuvveti bulunuz

$$F_0 = Q_p (E \vec{a}_z - \vec{U}_0 \times \vec{B} \vec{a}_y)$$

$$\vec{U} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ 2,5 \times 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \times 10^{-4} \end{vmatrix}$$

$$= 0 \vec{a}_x - (2,5 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-4}) \vec{a}_y + 0 \vec{a}_z$$



α Akım elemanında etkiliyen manyetik kuvvet

Bir manyetik alan içinde akım taşıyan bir iletkeni etkiliyen kuvvet,

$$d\vec{l} \rightarrow, d\vec{F} = dQ (\vec{U} \times \vec{B}) = I dt (\vec{U} \times \vec{B})$$

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$d\vec{F} = I (d\vec{l} \times \vec{B})$$

birim zaman

Eğer iletken düz ve iletken boyunca alan sabitse

$$\vec{F} = I L B \sin \theta \text{ bulunur.}$$

vektörel ölçüm cihazı

★ ÖR, $\vec{B} = 3,5 \times 10^{-3} (\vec{a}_x - \vec{a}_y)$ T olmak üzere $-\vec{a}_z$ yönünde 5 A'lık

akım taşıyan 0,3 m uzunluğundaki düz bir iletken üzerindeki kuvveti

bulunuz.

$$\vec{F} = I (\vec{L} \times \vec{B})$$

$$= 5 (-0,3 \vec{a}_z \times (3,5 \times 10^{-3} (\vec{a}_x - \vec{a}_y)))$$

$$= 7,42 \times 10^{-3} \left(\frac{-\vec{a}_x - \vec{a}_y}{\sqrt{2}} \right) \text{ N}$$

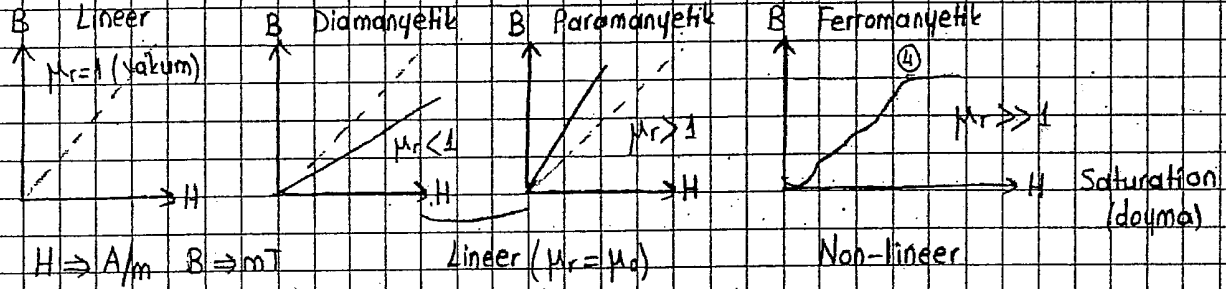
-Manyetik Malzemeler-

-Diamanyetik

-Paramanyetik

-Ferromanyetik

$B = f(H)$ histerezis eğrisi B-H grafiği
Mıknatıslanma (manyetizma etkisi)



α Diamanyetik bakır, gümüş, karbon, çinko

$$\mu_r = 0,99999 \quad 0,99998 \quad 0,99995$$

α Paramanyetik malzemeler, bir manyetik alan içerisinde, manyetik alan çizgilerini sıklaştırır yani manyetik alan artar.

Alüminyum, magnezyum, hava, platin

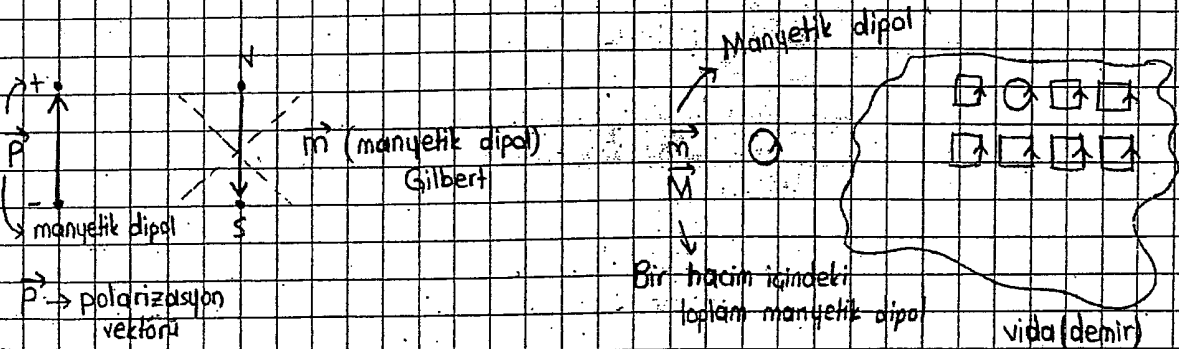
$$\mu_r = 1,00008 \quad 1,00015 \quad 1,000004$$

manyetizma oluşturmaz

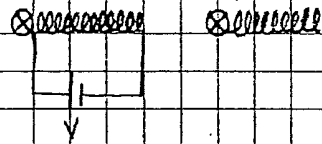
α Ferromanyetik bir malzeme bir manyetik alan içerisine bırakılırsa, manyetik alan çizgileri çok sıklaşır

Demir, nikel, kobalt, yumuşak çelik

$$\mu_r = 5000 \quad 600 \quad 250 \quad 2000$$



$\propto \text{Dia} \dots \vec{\mu}, \vec{B}'$ 'ye zıt yönde
 $\propto \text{Para} \dots \vec{\mu}, \vec{B}'$ 'ye paralel
 $\propto \text{Ferro} \dots \vec{\mu},$ her yönde



$\propto$ Endüktans (Bobin Etkisi)

Bobin şekilli iletkenlerde ortaya çıkan bir etkidir.

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I}$$

N : sarım sayısı
 Φ : akı (WB)
 I : akım (A)
 L : endüktans (H: Henry)

Selencoid

$$L = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{l_s} \rightarrow \text{kesit}$$

Toroid

$$L = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{2\pi R_0}$$

ÖR, $l_s = 0,5$ m boyunda, $0,02$ m yarıçaplı daireysel kesitli 300 sarımlı ideal bir selencoidin endüktansını bulunuz.

$$L = R \quad (50 \text{ Hz}) \quad L = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{l_s} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 300^2 \cdot \pi (0,02)^2}{0,5} = 284,24 \mu\text{H}$$

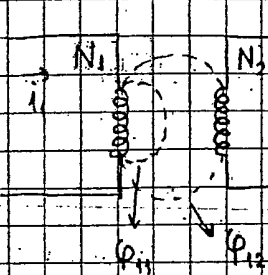
$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \frac{N \cdot (B \cdot A)}{I} = 300 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 600 \cdot \pi \cdot 10^{-4}}{1} = 284,24 \mu\text{H}$$

$$\text{Birim uzunluk başına sarım} = \frac{300}{0,5} = 600$$

$$(B = \mu_0 H = \mu_0 \cdot 600 \cdot I)$$

$\propto$ l_s endüktans çok küçük (10^{-7} mertebesinde) olduğundan ihmal edilir.
dis endüktans

$\propto$ Ortak endüktans (Faraday kanunu)



$$V_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi_{12}}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_{12}}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

M_{12} ortak endüktans

$$V_2 = M_{12} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

i_2 olsa idi,

$$V_1 = M_{21} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad \boxed{M_{12} = M_{21}}$$

ÖR, $N_1 = 1000$, $r_1 = 1 \text{ cm}$, $l_1 = 50 \text{ cm}$ olan selenoid, $N_2 = 2000$, $r_2 = 2 \text{ cm}$, $l_2 = 50 \text{ cm}$ olan ikinci bir selenoid ile eş merkezlidir. Serbest uzayda ortak endüktansını bul

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= N_2 \cdot \frac{\Phi}{I_1} & H &= \frac{1000 \text{ T}}{0.5} \text{ A/m} \\ B &= \mu_0 \cdot 2000 \cdot I_1 \cdot \text{A/m} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \Phi &= B \cdot A \\ &= (\mu_0 \cdot 2000 \cdot I_1) (\pi \cdot 10^{-4}) \\ &= 2000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \pi \cdot 10^{-4} = 1,58 \text{ mH} \end{aligned}$$

∝ Manyetik Devreler

Elektrik Devresi

emf (emk)

akım (I)

iletkenlik (σ)

(conductivity)

direnc (R)

$$R = \frac{l}{\sigma \cdot S} \quad \left[\frac{\Omega}{\text{m}} \right]$$

Manyetik Devre

mmf (mmk)

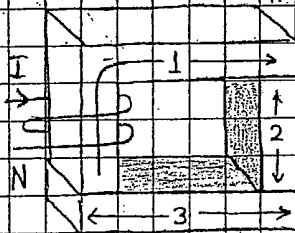
dkı (Φ)

geçirgenlik (μ)

(permeability)

rezüktans (R)

$$R = \frac{l}{\mu \cdot S} \quad \left[\frac{1}{\text{H}} \right]$$

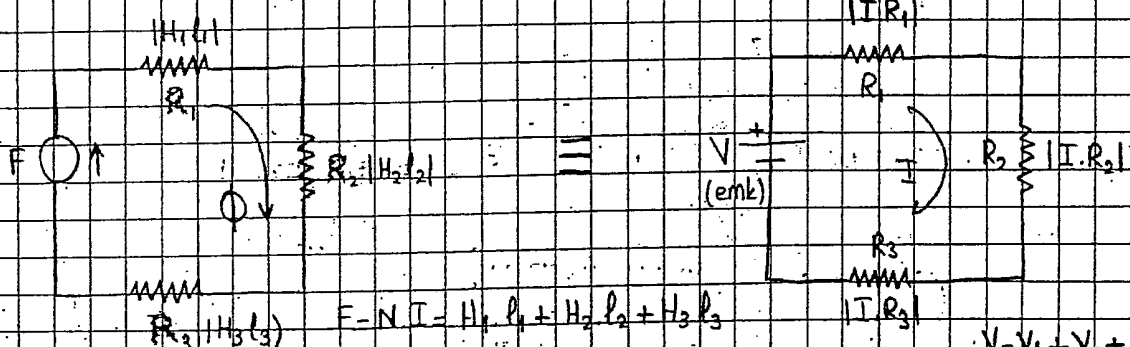


$$\oint H \cdot dl = N \cdot I \Rightarrow H = \frac{N \cdot I}{l}$$

Akı, sarğı içinde sınırlandırmış ise

$$(B = \mu \cdot H) \rightarrow B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

$$F = N \cdot I \quad (\text{mmk})$$



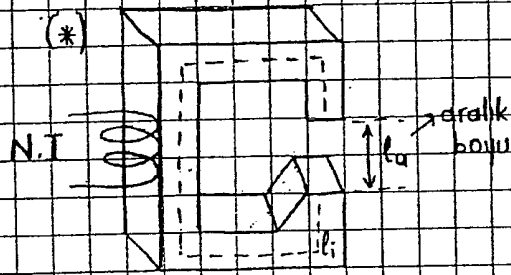
$$F = N \cdot I = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3$$

$$F = \Phi (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = I (R_1 + R_2 + R_3)$$

α Hava Aralıklı Çekirdekler



S_a = Hava aralığının görünür alanı

a, b ise çekirdek boyutları (dikdörtgen)

$\Phi_a = \Phi$ hava aralığı akısı

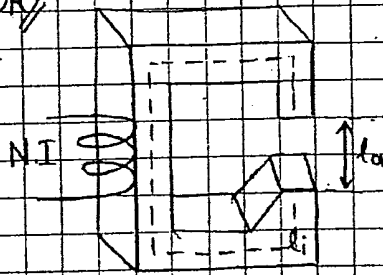
$$S_a = (a + l_a)(b + l_a)$$

$$H_a = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\Phi}{S_a}$$

Tek bir hava aralıklı l_i uzunluğundaki demir çelik için

$$H_a l_a = \frac{l_a \Phi}{\mu_0 S_a}$$

ÖR/



Verilen manyetik devre $l_i = 0,141$ m ortalama uzunlukta

ve $0,02 \times 0,02$ m kare kesitli dökme çeliktir Hava

aralığının boyu $l_a = 2$ mm dir. Sargı 400 sarımdır.

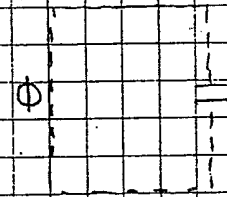
Hava aralığında $0,141$ mWb lik akı oluşturmak için

I akımı ne olmalıdır?

Çekirdek akısı $\Phi = \Phi_a$

$$B_i = \frac{\Phi}{S_i} = \frac{0,141 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 0,35 \text{ T}$$

↓ Grafikten H_i bulunur



$$H_i = 850 \text{ A/m}$$

$$H_i l_i = 850 (0,141) = 374 \text{ A}$$

$$S_a = (0,02 + 0,002)^2 = 1,84 \times 10^{-4}$$

$$S_a = (a + l_a)(a + l_a)$$

$$H_a l_a = \frac{\Phi}{\mu_0 S_a} \quad l_a = \frac{0,141 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} (1,84 \times 10^{-4})}$$

$$2 \cdot 10^{-3} = 461 \text{ A}$$

$$F = N I = H_i l_i + H_a l_a \Rightarrow I \cdot 400 = 838 \Rightarrow I = 2,09 \text{ A}$$

NOT// Birbirine paralel ve aralarında d uzaklığı olan, sırasıyla I_1 ve I_2 akımını taşıyan sonsuz uzun iki tel arasındaki çekim kuvveti,

$$F = I_2 \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \right) dl \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{Birim uzunluk başına} \\ \text{alup, telin birim uzunluk} \end{array}$$

(I_1 akımı geçen 1. telin, I_2 akımı geçen 2. teldeki kuvveti)

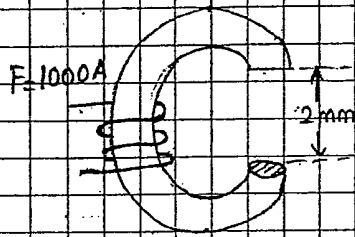
$$F = I_2 \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \right) l$$

Nüve kesiti, hava aralığı = ?

ÖR// Şekildeki manyetik devrede dökme demir çekirdeğin alanı $S_i = 4 \text{ cm}^2$ ve ortalama uzunluğu $0,138 \text{ m}$ 'dir.

2 mm'lik hava aralığının görünür alanı $S_a = 4,84 \text{ cm}^2$ 'dir.

Hava aralığı akısını (Φ) bulunuz.



$$H_a l_a = \frac{\Phi}{\mu_0 S_a} l_a$$

600 A varsayalım

$$\Phi = 600 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 4,84 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{ WB}$$

$$B_i = \frac{\Phi}{S_i} = 0,46 \text{ T} \rightarrow H_i = 1340 \text{ A/m dir.}$$

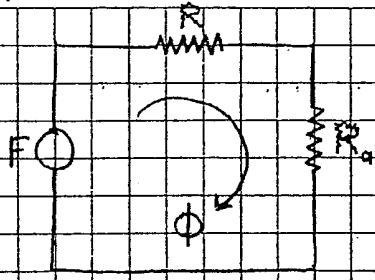
$$H_i l_i = 1340 \times 0,138 = 587 \text{ A}$$

$$H_i l_i + H_a l_a = 587 + 600 = 1187 \text{ A}$$

Sonuçta $\Rightarrow B_i = 0,41 \text{ T}$ ve $\Phi = 1,64 \cdot 10^{-4}$ ise doğru sonuç bulunur.

Aynı soruyu manyetik eşdeğer devresini kullanarak yapalım.

ÖR// Aynı soruyu manyetik direnç yoluyla gözünüz

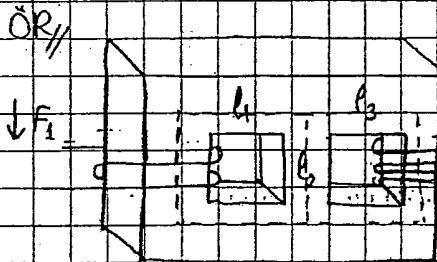


$$\mu = \mu_0 \mu_r = \frac{B_i}{H_i} = \frac{0,41}{1070} = 3,83 \times 10^{-4} \text{ H/m}$$

$$R_i = \frac{l_i}{\mu_0 \mu_r S_i} = \frac{2 \times 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7})(4,84 \cdot 10^{-4})} = 3,21 \times 10^6 \text{ 1/H}$$

$$R_a = \frac{l_a}{\mu_0 S_a} = \frac{2 \times 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7})(4,84 \cdot 10^{-4})} = 3,29 \times 10^6 \text{ 1/H}$$

$$F = \Phi(R_i + R_a) \Rightarrow \Phi = \frac{1000}{(3,21 + 3,29) \cdot 10^6} = 1,83 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$



Şekildeki devrede kesit alanı $S = 1,30 \text{ cm}^2$

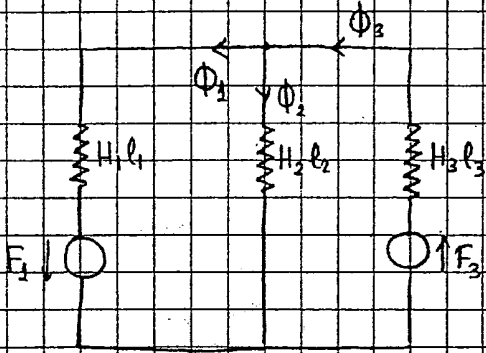
olup her yerde aynıdır.

$$l_1 = l_3 = 25 \text{ cm}, l_2 = 5 \text{ cm}$$

Malzeme: silisyum çelik

Her iki sargıda 50 sarım vardır.

$\Phi_1 = 90 \text{ mWb}$, $\Phi_3 = 120 \text{ mWb}$ ise sargı akımlarını bulunuz.



$$B_i = \frac{\Phi_i}{S_i}, B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = 0,923 \text{ T} \rightarrow H_3 = 140 \text{ A/m}$$

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$H_1 = 87 \text{ A/m}, H_1 l_1 = 21,8 \text{ A}$$

$$H_2 = 49 \text{ A/m}, H_2 l_2 = 2,5 \text{ A}$$

$$H_3 = 140 \text{ A/m}, H_3 l_3 = 35 \text{ A}$$

$$H_1 l_1 - F_1 = H_2 l_2 = F_3 - H_3 l_3$$

$$21,8 - F_1 = 2,5 = F_3 - 35$$

$$F_1 = 19,3 \text{ A} \rightarrow I_1 = 0,39 \text{ A}$$

$$F_3 = 37,5 \text{ A} \rightarrow I_3 = 0,75 \text{ A}$$

Faraday ve Lenz Kanunu

- Şiddeti değişen bir manyetik alan içerisinde, sabit duran bir iletkende elektrik akımı indüklenir.

- Şiddeti sabit bir manyetik alan içerisinde, hareket ettirilen bir iletkende elektrik akımı indüklenir.

Ozetle bir devrede endüklenen emk devreden geçen manyetik akının zamanla değişimi ile doğru orantılıdır.

Faradayın İndüksiyon Yasası

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s})$$

sarımsak sayısı

(-) işareti, endüklenen emk ile akımın zıt yönlü olduğunu gösterir.

Lenz Yasası: İndüksiyon akımının yönü, Lenz Kanunu ile belirlenir. İndüksiyon akımının yönü kendisini meydana getiren nedene zıttır.

α Zamanla bağlı olmayan alanlarda hareketli iletken

$$V = \oint (\vec{U} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad \text{eğer } U \text{ hızı ile } B \text{ alanı birbirine dik ise } V = B \cdot U \cdot l \text{ 'dir.}$$

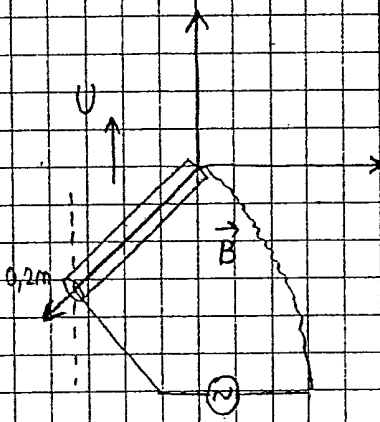
α Zamanla bağlı alanlarda hareketli iletken

$$V = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \oint (\vec{U} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

iletken çerçeve sabit
iken B'nin değişiminden
gelen etki

B sabit tutulduğunda çerçevenin
hareketinden gelen etki

$\vec{B} = 0,01 \vec{a}_y$ T ve $U = 2,5 \cdot \sin 10^3 t \vec{a}_z$ (m/s) ise şekildedeki iletkende endüklenen gerilimi bulunuz.



$$\begin{aligned} E_m &= \vec{U} \times \vec{B} \\ &= 0,1 \cdot \sin 10^3 t (-\vec{a}_x) \text{ V/m} \\ V_{ab} &= \int_a^b \vec{E}_m \cdot d\vec{l} \\ V &= \int_0^{0,2} 0,1 \sin 10^3 t (-\vec{a}_x) dx \vec{a}_x \\ &= -0,02 \sin 10^3 t \text{ V} \end{aligned}$$

Maxwell Denklemleri (Klasik Elektromanyetizma)

Bir bölgede zamanla değişen bir elektrik alan varsa, o bölgede zamanla değişen bir manyetik alan da vardır.

Noktasal Biçim

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c + \vec{J}_d$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Integral Biçim

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s (\vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{s} \text{ (Ampere)}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_s (-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) \cdot d\vec{s} \text{ (Faraday)}$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_v \rho dV \text{ (Gauss)}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

Elektriksel hassasiyet

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

lineer malzemeler için

Manyetik hassasiyet

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

Kuantum Elektromanyetizma

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \kappa^2 \vec{A}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho - \frac{\kappa \Phi}{\epsilon_0}$$

* Hiçbir yükün olmadığı ($\rho=0$) ve hiçbir iletim akımının olmadığı ($\vec{J}_c=0$) serbest uzay için,

(Ampere)

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \int_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_s \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{s}$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

NOT: $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ W/m² (Enerji Yoğunluğu)
($\vec{P}$)
Poynting gücü

Yönü, dalganın yönüdür.

$$\text{Hız} = v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad \text{Dalga denklemi}$$

ÖR: $\vec{E} = E_m \sin(\omega t - \beta z) \vec{a}_y$ ise: a) $\vec{D}=?$ b) $\vec{B}=?$ c) $E/H=?$

a) $\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot E_m \sin(\omega t - \beta z) \vec{a}_y$

b) $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$$\text{rot } \vec{E} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_m \sin(\omega t - \beta z) & 0 \end{vmatrix} = \beta \cdot E_m \cos(\omega t - \beta z) \vec{a}_x$$

$$\vec{B} = - \int \text{rot} \vec{E} dt = \frac{-\beta \cdot E_m}{\omega} \sin(\omega t - \beta z) \vec{a}_x$$

$$c) \frac{\vec{E}}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$$

$$\text{ÖR} // \vec{E} = 30\pi e^{j(\omega t - \frac{4}{3}z)} \vec{a}_y \rightarrow \text{Gösterim}$$

$$\text{ÖR} // \text{Boşlukta } H = H_m e^{j(\omega t + \beta z)} \vec{a}_x \text{ ise } E = ?$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Rightarrow \vec{D} \text{ bulunur ve } \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0}$$

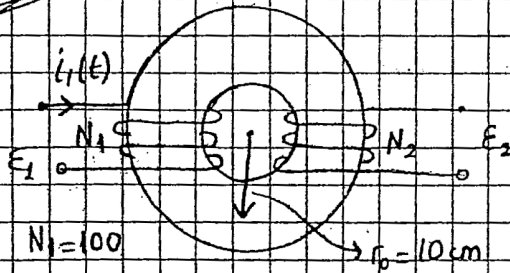
ÖR // 10 cm yarıçaplı dairesel halka

$\vec{B} = (0,5 \cos 377t) (3\vec{a}_x + 4\vec{a}_z) \text{ T}$ alanında halka uçlarında endüklenen gerilimi bulunuz

$$V = - \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial}{\partial t} (0,5 \cos 377t) (3\vec{a}_x + 4\vec{a}_z) [\pi \cdot (0,1)^2]$$

$$= 23,69 \sin 377t \text{ V}$$

Ödev



Toroidin kesiti 10^{-3} m^2 ise $i_1(t) = 3 \sin 100\pi t$

A'lık akımla, $E_2 = ?$

($\mu = 500\mu_0$)