

Makinelerde Sarsma Kuvvetlerinin Dengelenmesi:

Makineler çalışması esnasında çok farklı nedenlerle dinamik kuvvetlere maruz kalırlar. Bu dinamik kuvvetlerin bir kısmı imalat nedeni ile bir kısmı da yapısal nedenlerle ortaya çıkar. İmalat nedeni ile ortaya çıkan kuvvetler (salgı, boşluk, dönen parçalarda simetriği bozan dizayn hataları, malzeme iç boşlukları vb.) iyi bir tasarımla bu hatalar kısmen ortadan kaldırılabilir. Ancak, makinenin çalışma mekanizmasından kaynaklanan dinamik kuvvetler (mekanizma tipi, direnç/iş/sürtünme kuvvetlerinin değişken olması vb.) için maalesef yapılabilecek çok fazla bir şey yoktur. Geçen derste bu dinamik kuvvetleri bir nebze de olsa azaltmak için makinelerde hız dalgalanması konusunu incelemiştik. Bu derste ise, mekanizmaların dinamiğinden kaynaklanan bu kaçınılmaz kuvvetleri, mekanizmada yapılacak bazı konstrüksiyon değişiklikleri ile oluşturulacak karşı kuvvetler ile dengelenmesi hedeflenecektir. Hemen burada bir parantez açalım sıkıştırma, ezme, eleme, kesme, malzeme taşınması, vb. bazı özel uygulamalarda bu sarsma kuvvetleri özel olarak üretilir. Tabi burada amaç kuvvetin sisteme verdiği zarar kar oranı önemlidir. Bizim için hangisi gerekli ise biz onu muhafaza diğerini yok etmeye çalışacağız. Fakat genel olarak dinamik kuvvetler makinelerde istenmeyen kuvvetlerdir.

Makinelerde oluşan bu sarsma kuvvetlerini biz esasen kuvvet analizinde tespit ediyorduk. Sarsma kuvvetleri makinelerin sabit uzvuna gelen veya sabit uzun maruz kaldığı kuvvetlerdir. Bu dersimizde bu kuvvetlerin hesabında farklı bir yol izleyeceğiz.

Biz biliyoruz ki, makine birçok kuvvetin tesiri ile sarsılıyor. Bu sarsıntıyı netice olarak biz zemine bağlı olan sabit uzuvda hissediyoruz. Öyleyse, sabit uzva bir kuvvet ve moment etki ediyor ve neticesinde makine sarsılıyor. Makine üzerinde sabit uzva bağlı keyfi bir O noktasında bu kuvvetlerin ve momentin oluştuğunu kabul edelim.

Şimdi biz bu sisteme Newton'un II. Hareket yasasını uygulayalım. Bu yasa, sistemin toplam hareket miktarının yani momentumunun zaman göre türevinin, sisteme etkiyen dış kuvvetlerin toplamına eşit olduğunu söylüyor. Burada, m_i her bir uzvun kütlesi, a_i her bir uzvun ivmesi, F^i her bir uzva etkiyen dış kuvvet ve F^1 ise sarsma kuvvetidir.

$$P = mV \rightarrow \frac{dP}{dt} = m \frac{dV}{dt} \rightarrow F = m a \quad \text{idi}$$

$$\sum_i m_i a_i = \sum_i F^i - F^1$$

$$\text{burada, } a_i = \ddot{x}_i \vec{i} + \ddot{y}_i \vec{j} \quad \text{ve} \quad F^i = F_x^i \vec{i} + F_y^i \vec{j} \quad \text{dir.}$$

Aynı hareket miktarının moment teoremini sistemimize uygulayalım.

$$\sum_i \underbrace{m_i i_{S_i}^2}_{I_{S_i}} \alpha_i \vec{k} = \sum_i r_i \times (m_i a_i) = \sum_i M^i \vec{k} + \sum_i r_i \times F^i - M^1 \vec{k}$$

$$\text{burada, } r_i = x_i \vec{i} + y_i \vec{j} \quad \text{ve} \quad M^i = M_x^i \vec{i} + M_y^i \vec{j} \quad \text{dir.}$$

Bu denklemlerden aranan sarma kuvveti F^1 ve sarsma momenti M^1 i çekecek olursak,

$$F^1 = \sum_i F^i - \sum_i m_i a_i$$

ve

$$M^1 \vec{k} = - \sum_i \underbrace{m_i i_{S_i}^2}_{I_{S_i}} \alpha_i \vec{k} - \sum_i r_i \times (m_i a_i) + \sum_i M^i \vec{k} + \sum_i r_i \times F^i$$

şeklinde elde edilir. Burada, F^i kuvvetinin içinde ağırlık kuvveti, direnç ve çalıştırma kuvvetleri vardır ve bu kuvvetlerin sabit ve değişken kısımları mevcuttur. Sabit olan kısımlar sarsmaya neden olmaz. Sadece değişken kısımlar sarsıntıya neden olur. Bu kuvvetlerin değişken kısımlarının çok küçük veya hiç olmaması durumunda $F^i=0$ alınırsa, ve kabulle sarsma momenti ifadesindeki dış momentler için de $M^i=0$ alınırsa, yukarıdaki ifade şu hale gelir.

$$F^1 = - \sum_i m_i a_i \quad \rightarrow \quad \boxed{F_x^S = - \sum_i m_i \ddot{x}_i \quad F_y^S = - \sum_i m_i \ddot{y}_i}$$

ve

$$M^1 \vec{k} = - \sum_i \underbrace{m_i i_{S_i}^2}_{I_{S_i}} \alpha_i \vec{k} - \sum_i r_i \times (m_i a_i) \quad \rightarrow \quad \boxed{M^S = - \sum_i m_i (i_{S_i}^2 \alpha_i + x_i \ddot{y}_i + y_i \ddot{x}_i)}$$

Burada sarsma kuvvetlerini yok etmek için,

$$F^S = F^1 = - \sum_i m_i a_i = 0$$

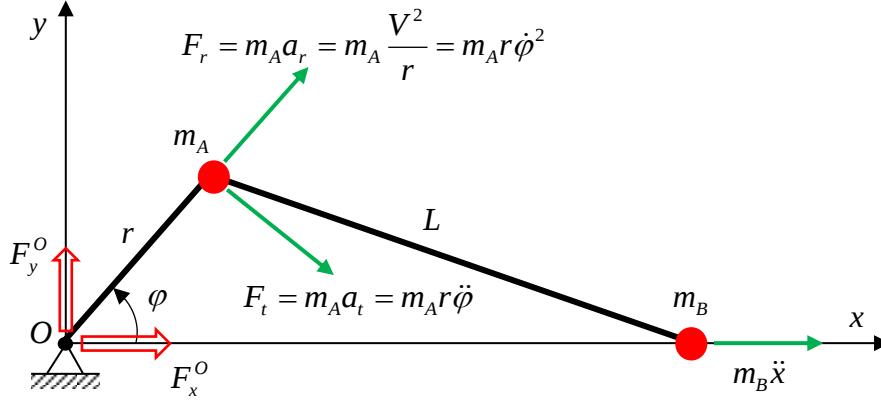
olması gerekir. Öte yandan sarsma momentini yok etmek için,

$$M^S = - \sum_i m_i (i_{S_i}^2 \alpha_i + x_i \ddot{y}_i + y_i \ddot{x}_i) = 0$$

olmalıdır.

Makinelerde sarsma kuvvetleri, kütle dengelemesi yoluyla nispeten kolay biçimde tamamen veya kısmen giderilebilmekle birlikte sarsma momentlerinin giderilmesi genellikle karmaşık ve pahalı özel düzenlemeleri gerektirir.

En genel harekette krank-biyel mekanizmasının üzerindeki kütlelere aşağıdaki kuvvetler gelir.



Bu kuvvetlerin O noktasında oluşturduğu sarsma kuvvetleri ise, aşağıdaki gibi yazılır.

$$F_x^O = m_A r \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + m_A r \ddot{\varphi} \sin \varphi + m_B \ddot{x}$$

$$F_y^O = m_A r \dot{\varphi}^2 \sin \varphi - m_A r \ddot{\varphi} \cos \varphi$$

Burada B noktasının ivmesini daha önceki derslerimizde hesaplamıştık.

$$x(\varphi) \cong L \left(1 - \frac{\lambda^2}{4} \right) + r \left(\cos \varphi + \frac{\lambda}{4} \cos 2\varphi \right)$$

$$\dot{x}(\varphi) \cong -r \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) \dot{\varphi}$$

$$\ddot{x}(\varphi) \cong -r \left(\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi \right) \dot{\varphi}^2 - r \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) \ddot{\varphi}$$

Şimdi bunu yukarıda yerine koyalım.

$$F_x^O = m_A r \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + m_A r \ddot{\varphi} \sin \varphi + m_B \left[r \left(\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi \right) \dot{\varphi}^2 + r \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) \ddot{\varphi} \right]$$

$$F_y^O = m_A r \dot{\varphi}^2 \sin \varphi - m_A r \ddot{\varphi} \cos \varphi$$

Şeklinde bulunur. Eğer, sistemi daimi rejî durumu için çizecek olursak, açısal ivme $\ddot{\varphi} = 0$ olur.

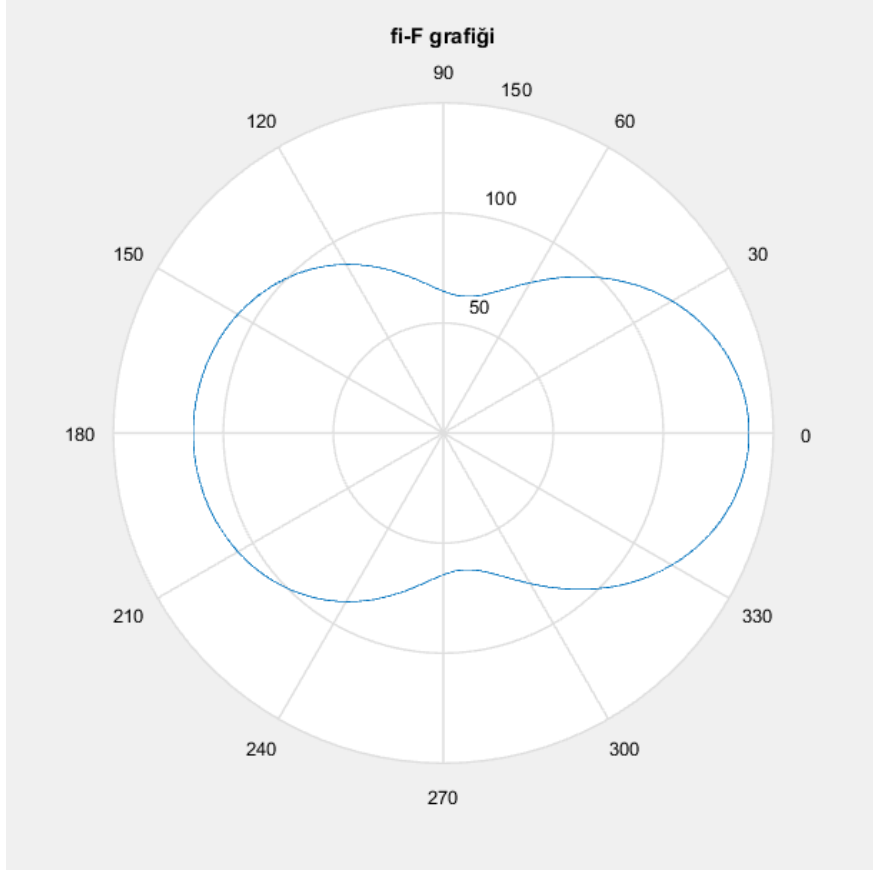
Bu ifadenin Matlab kodunu aşağıdaki gibi yazılabilir.

```
% Krank-Biyel Mekanizması Örnek_1.m
clc
clear
mA=2; mB=2; r=0.2; L=1; lamda=r/L;
% Açısal konum fi (derece)
fi=0:0.01:2*pi;
fih=4*pi;
fii=0;
for i=1:length(fi)
    Fx(i)=mA*r*fih^2*cos(fi(i))+mA*r*fii*sin(fi(i))+...
```

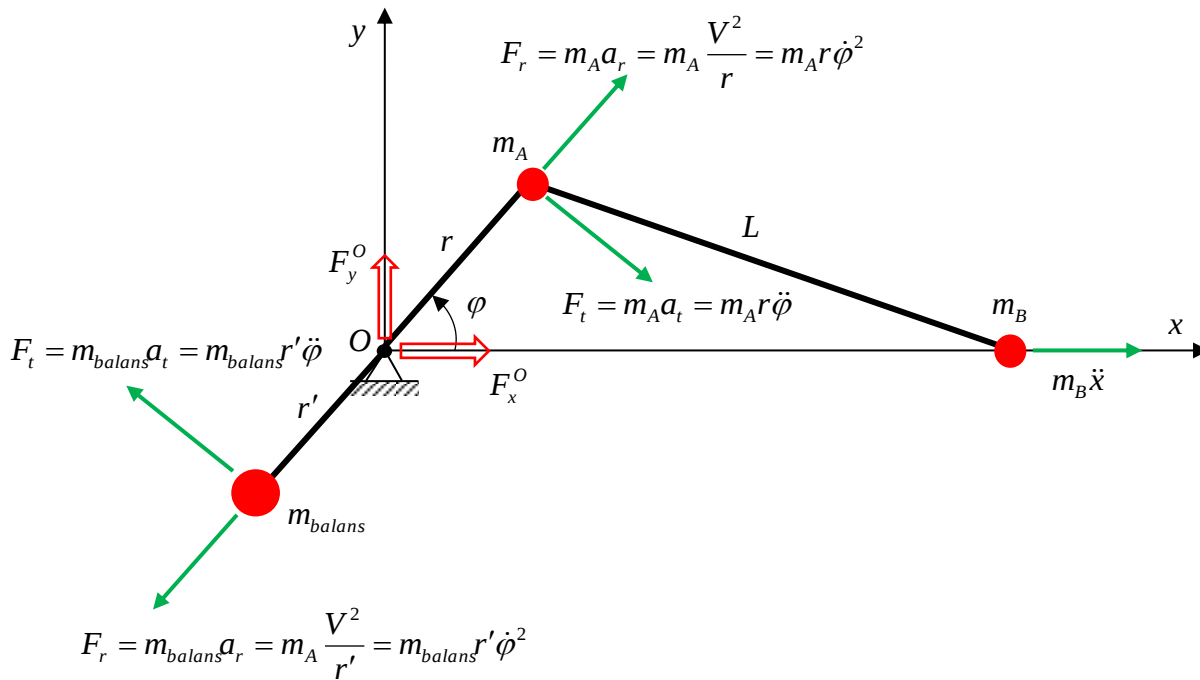
```

        mB*(r*(cos(fi(i))+lamda*cos(2*fi(i)))*fih^2+r*(sin(fi(i))+...
        (lamda/2)*sin(2*fi(i)))*fii);
    Fy(i)=mA*r*fih^2*sin(fi(i))-mA*r*fii*cos(fi(i));
    F(i)=sqrt(Fx(i)^2+Fy(i)^2);
end
polar(fi,F)
title('fi-F grafiği')

```



Şimdi, bu sistemi dengelemek amacı ile sisteme karşı dengeleme kütlesi koyalım.



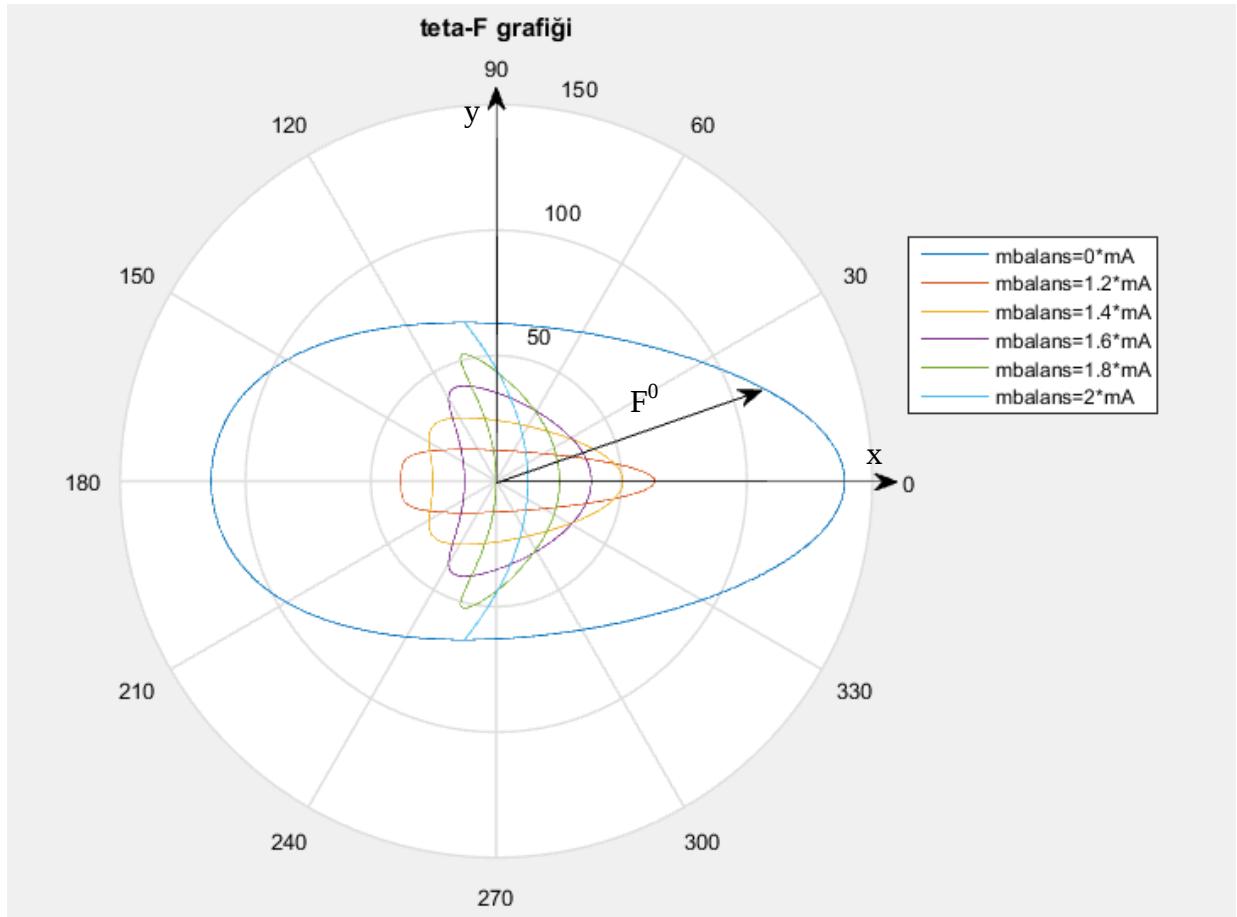
$$F_x^O = m_A r \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + m_A r \ddot{\varphi} \sin \varphi - m_{balans} r' \dot{\varphi}^2 \cos \varphi - m_{balans} r' \ddot{\varphi} \sin \varphi + m_B \ddot{x}$$

$$F_y^O = m_A r \dot{\varphi}^2 \sin \varphi - m_A r \ddot{\varphi} \cos \varphi - m_{balans} r' \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + m_{balans} r' \ddot{\varphi} \cos \varphi$$

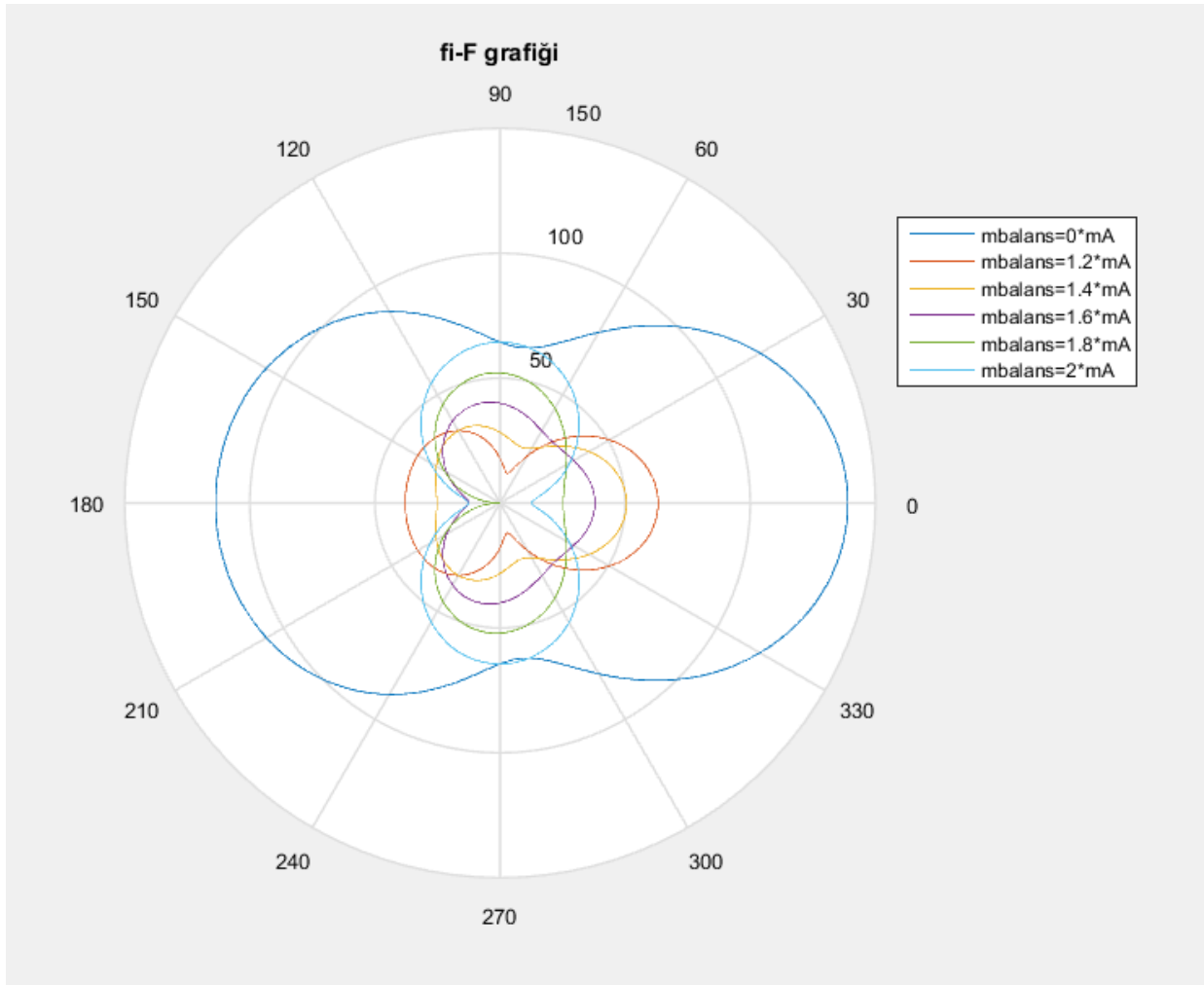
$$F^O = \sqrt{(F_x^O)^2 + (F_y^O)^2} \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_y^O}{F_x^O} \right)$$

Yukarıdaki denklemlerin Matlab kodu aşağıdaki gibidir.

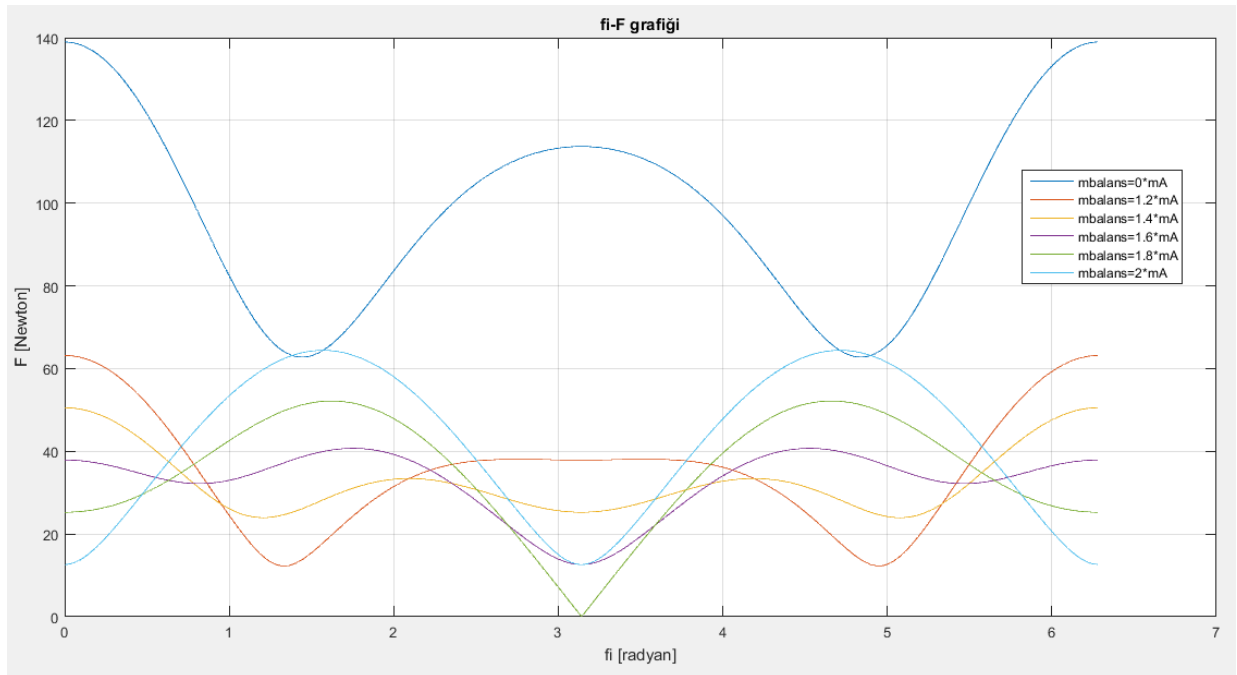
```
% Krank-Biyel Mekanizması Örnek_2.m
clc
clear
mA=2; mB=2; r=0.2; ru=0.2; L=1; lamda=r/L;
mbalans=[0*mA 1.2*mA 1.4*mA 1.6*mA 1.8*mA 2*mA];
% Açısal konum fi (derece)
fi=0:0.01:2*pi;
fih=4*pi;
fii=0;
for k=1:length(mbalans)
for i=1:length(fi)
Fx(i,k)=mA*r*fih^2*cos(fi(i))+mA*r*fii*sin(fi(i))-...
    mbalans(k)*ru*fih^2*cos(fi(i))-mbalans(k)*ru*fii*sin(fi(i))+...
    mB*(r*(cos(fi(i))+lamda*cos(2*fi(i)))*fih^2+r*(sin(fi(i))+...
    (lamda/2)*sin(2*fi(i)))*fii);
Fy(i,k)=mA*r*fih^2*sin(fi(i))-mA*r*fii*cos(fi(i))-...
    mbalans(k)*ru*fih^2*sin(fi(i))+mbalans(k)*ru*fii*cos(fi(i));
F(i,k)=sqrt(Fx(i,k)^2+Fy(i,k)^2);
end
for j=1:length(fi)
if Fx(j,k)>0 & Fy(j,k)>0
    x=atan(Fy(j,k)/Fx(j,k));
    f(j,k)=x;
end
if Fx(j,k)<0 & Fy(j,k)>0
    x=atan(Fy(j,k)/-Fx(j,k));
    f(j,k)=pi-x;
end
if Fx(j,k)<0 & Fy(j,k)<0
    x=atan(Fy(j,k)/Fx(j,k));
    f(j,k)=pi+x;
end
if Fx(j,k)>0 & Fy(j,k)<0
    x=atan(-Fy(j,k)/Fx(j,k));
    f(j,k)=2*pi-x;
end
end
end
F1=F(:,1); F2=F(:,2); F3=F(:,3); F4=F(:,4); F5=F(:,5); F6=F(:,6);
f1=f(:,1); f2=f(:,2); f3=f(:,3); f4=f(:,4); f5=f(:,5); f6=f(:,6);
polar([f1 f2 f3 f4 f5 f6],[F1 F2 F3 F4 F5 F6])
title('fi-F grafiği')
legend('mbalans=0*mA','mbalans=1.2*mA','mbalans=1.4*mA',...
    'mbalans=1.6*mA','mbalans=1.8*mA','mbalans=2*mA')
```



```
% Krank-Biyel Mekanizması Örnek_3.m
clc
clear
mA=2; mB=2; r=0.2; ru=0.2; L=1; lamda=r/L;
mbalans=[0*mA 1.2*mA 1.4*mA 1.6*mA 1.8*mA 2*mA];
% Açısai konum fi (derece)
fi=0:0.01:2*pi;
fih=4*pi;
fii=0;
for k=1:length(mbalans)
for i=1:length(fi)
Fx(i,k)=mA*r*fih^2*cos(fi(i))+mA*r*fii*sin(fi(i))-...
    mbalans(k)*ru*fih^2*cos(fi(i))-mbalans(k)*ru*fii*sin(fi(i))+...
    mB*(r*(cos(fi(i))+lamda*cos(2*fi(i)))*fih^2+r*(sin(fi(i))+...
    (lamda/2)*sin(2*fi(i))*fii);
Fy(i,k)=mA*r*fih^2*sin(fi(i))-mA*r*fii*cos(fi(i))-...
    mbalans(k)*ru*fih^2*sin(fi(i))+mbalans(k)*ru*fii*cos(fi(i));
F(i,k)=sqrt(Fx(i,k)^2+Fy(i,k)^2);
end
end
F1=F(:,1); F2=F(:,2); F3=F(:,3); F4=F(:,4); F5=F(:,5); F6=F(:,6);
polar([fi' fi' fi' fi' fi' fi'],[F1 F2 F3 F4 F5 F6])
title('fi-F grafiği')
legend('mbalans=0*mA','mbalans=1.2*mA','mbalans=1.4*mA',...
    'mbalans=1.6*mA','mbalans=1.8*mA','mbalans=2*mA')
```



Krank-biyel mekanizmasında balans kütlesinin yatak kuvvetine etkisini bir de normal grafikte görelim.



Şimdi şöyle bir soru sorabiliriz. Acaba, balans kütlesinin optimum değeri nedir? Bunun için kuvvet genliğini minimum yapan değer mi? Yoksa, kuvvetin maksimum ve minimum değerinin farkını minimize eden değer mi? Mekanik sistemlerde amacımız her türlü ister hız ister enerji dalgalanmalarında düzgünsüzlüğü minimize etmek olduğu için kuvvet farkını minimize eden balans kütlesi olacaktır.