

Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications
3rd Edition

Yunus A. Cengel, John M. Cimbala
McGraw-Hill, 2014

Bölüm 8
İÇ AKIŞLAR



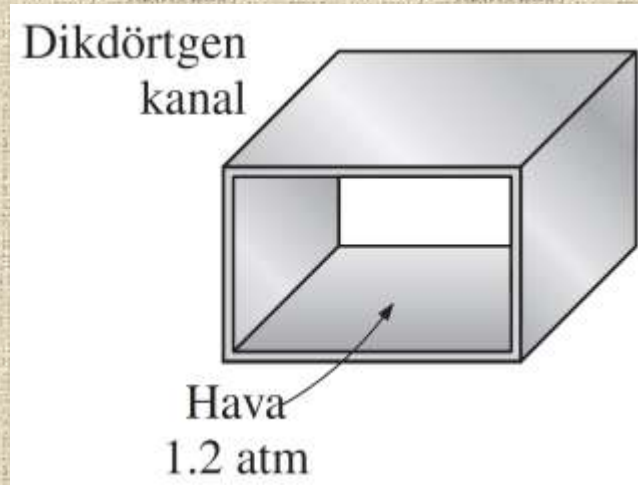
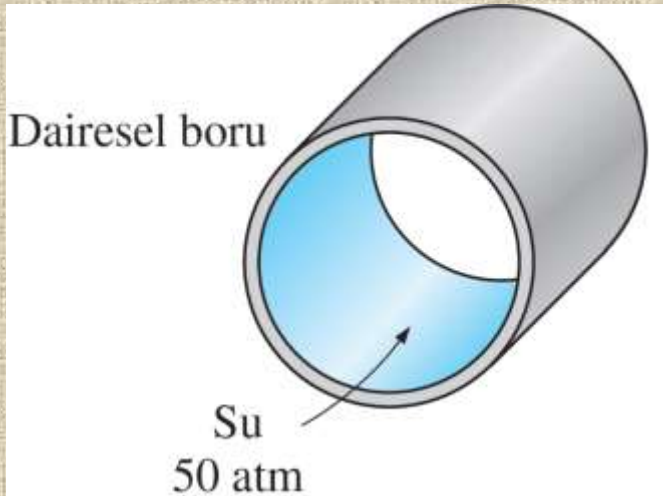
Borular, dirsekler, T-bağlantıları ve vanalarda gerçekleşen iç akışlar bu petrol arıtma tesisinde olduğu gibi hemen hemen tüm endüstriyel tesislerde görülür.

Öğrenim Amaçları

- Borulardaki laminar ve türbülanslı akış ile tam gelişmiş akış analizini derinlemesine kavrayabilmelidir.
- Boru şebekelerindeki akışla ilgili olarak sürekli ve yerel yük kayıplarını, ayrıca pompalama gücü ihtiyacını hesaplayabilmelidir.
- Değişik hız ve debi ölçme yöntemlerini kavrayabilmeli; bunların avantaj ve dezavantajlarını öğrenmelidir.

8-1 ■ GİRİŞ

- *Boru* veya *kanallar* içerisinde gerçekleşen sıvı veya gaz akışı ile ısıtma ve soğutma uygulamalarında ve akışkan dağıtım şebekelerinde yaygın olarak karşılaşılır.
- Bu tür uygulamalarda akışkan çoğunlukla bir fan veya pompa ile bir akış bölümünden akmaya zorlanır.
- Boru akışı söz konusu olduğunda *basınç düşüşü* ve *yük kaybı* ile doğrudan ilgisi olan *sürtünme*ye ayrı bir önem verilir.
- Buradaki basınç düşüşü, daha sonra *pompalama gücü ihtiyacı*nı belirlemek için kullanılır.



Dairesel borular kayda değer oranda bir bozulmaya uğramadan içi ve dışı arasındaki büyük basınç farklarına dayanabilirken, dairesel olmayan borular için aynı durum söz konusu değildir.

Akış teorisi oldukça iyi anlaşılmasına rağmen, teorik çözümler dairesel borudaki tam gelişmiş laminar akış gibi sadece birkaç basit durum ile sınırlıdır.

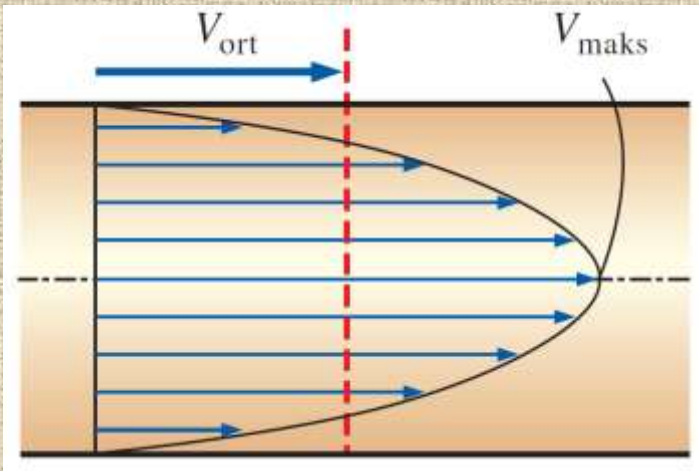
Bundan dolayı çoğu akış probleminde kapalı analitik çözümlerden çok, deneysel sonuçlara ve deneysel bağıntılara güvenmek durumunda kalınır.

$$\dot{m} = \rho V_{\text{ort}} A_c = \int_{A_c} \rho u(r) dA_c$$

Akım yönünde bir en-kesitteki ortalama hız (V_{ort}), *kütlenin korunumu* ilkesinin sağlanması şartından bulunur

$$V_{\text{ort}} = \frac{\int_{A_c} \rho u(r) dA_c}{\rho A_c} = \frac{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r dr}{\rho \pi R^2} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r) r dr$$

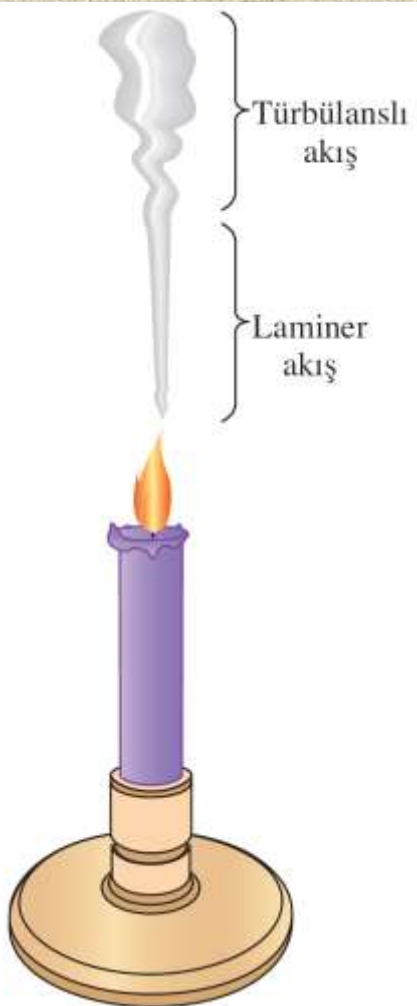
R yarıçaplı dairesel borudaki sıkıştırılamaz akışın ortalama hızı.



Ortalama hız V_{ort} , en-kesitteki ortalama hız olarak tanımlanır. Tam gelişmiş laminar boru akışı için V_{ort} maksimum hızın yarısıdır.

8-2 ■ LAMİNER VE TÜRBÜLANSLI AKIŞLAR

yağ gibi yüksek viskoziteli akışkanların küçük çaplı borularda veya dar geçitlerde aktığı hallerde laminar akış ile karşılaşılır.



Laminer: Düzgün akım çizgileri ve çok düzenli hareket.

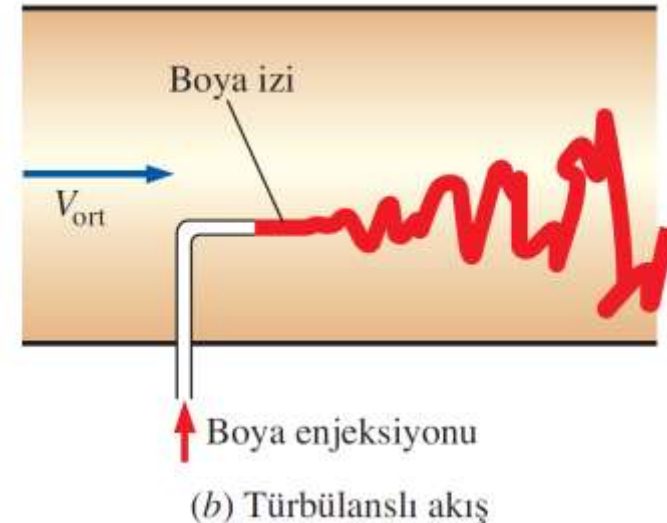
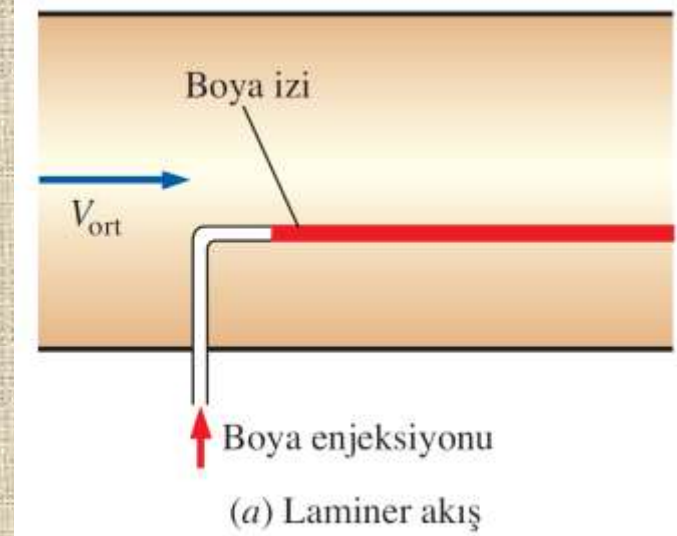
Türbülanslı: Hız çalkantıları ve çok düzensiz akışkan hareketi.

Geçiş: Akış laminar ile türbülanslı rejim arasında gidip gelir.

Uygulamada karşılaşılan akışların çoğu türbülanslıdır.

Mum dumanının laminar ve türbülanslı akış bölgeleri.

Bir boru içerisindeki laminar ve türbülanslı akışa enjekte edilen renkli boyanın davranışı.

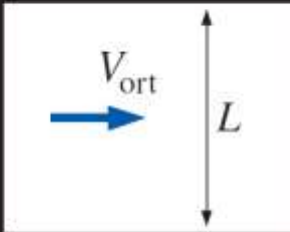


Reynolds Sayısı

Laminerden türbülanslı akışa geçiş; *geometri, yüzey pürüzlülüğü, akış hızı, yüzey sıcaklığı, akışkan türü* ve daha birçok şeye bağlıdır.

Akış rejimi temelde *atalet kuvvetlerinin* viskoz *kuvvetlere* oranına bağlıdır. (**Reynolds sayısı**).

$$Re = \frac{\text{Atalet kuvvetleri}}{\text{Viskoz kuvvetler}} = \frac{V_{\text{ort}} D}{\nu} = \frac{\rho V_{\text{ort}} D}{\mu}$$


$$\begin{aligned} Re &= \frac{\text{Atalet kuvvetleri}}{\text{Viskoz kuvvetler}} \\ &= \frac{\rho V_{\text{ort}}^2 L^2}{\mu V_{\text{ort}} L} \\ &= \frac{\rho V_{\text{ort}} L}{\mu} \\ &= \frac{V_{\text{ort}} L}{\nu} \end{aligned}$$

Büyük Reynolds sayılarında, akışkan yoğunluğu ve akışkanın hızının karesi ile ortantılı olan atalet kuvvetleri, viskoz kuvvetlere oranlara daha büyüktür.

Bundan dolayı viskoz kuvvetler akışkanın hızlı ve rastgele çalkantılarını engelleyemez. (**türbülanslı**).

Küçük ve orta Reynolds sayılarında ise, viskoz kuvvetler bu çalkantıları bastıracak ve akışkanı çizgi üzerinde tutacak seviyelerdedir (**laminar**).

Kritik Reynolds sayısı, Re_{kr} : Akışın Türbülanslı olmaya başladığı Reynolds sayısıdır.

Farklı geometri ve akış şartları için Reynolds sayısının değeri değişiklik gösterir.

Reynolds sayısı, bir akışkan elemanına etki eden atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere oranı olarak düşünülebilir.

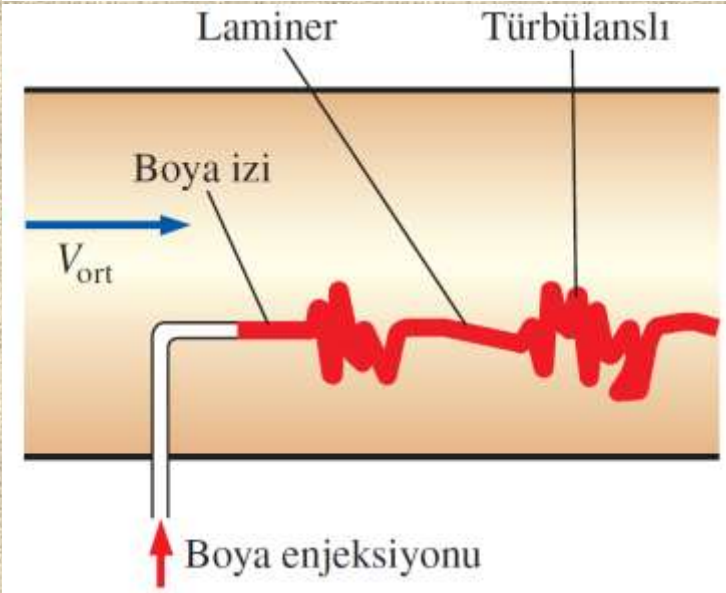
Dairesel olmayan borulardaki akışlar için, Reynolds sayısı **hidrolik çap** kullanılarak tanımlanır.

$$D_h = \frac{4A_c}{p}$$

Hidrolik çap $D_h = 4A_c/p$ dairesel borular için hesap yapıldığında D 'yi verecek şekilde tanımlanır.

Dairesel borulardaki akışlar için:

$Re \lesssim 2300$	laminer akış
$2300 \lesssim Re \lesssim 4000$	geçiş akışı
$Re \gtrsim 4000$	türbülanslı akış



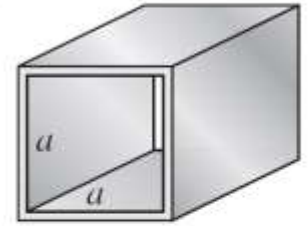
$2300 \leq Re \leq 4000$, arasındaki geçiş bölgesinde akış, laminer ve türbülanslı akış rejimleri arasında rastgele gidip gelir.

Dairesel boru:



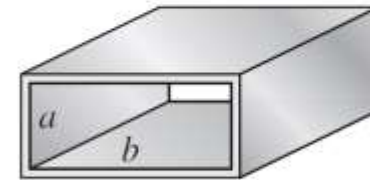
$$D_h = \frac{4(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$$

Kare kanal:



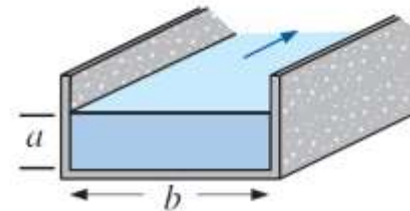
$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$

Dikdörtgen kanal:



$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

Kanal:



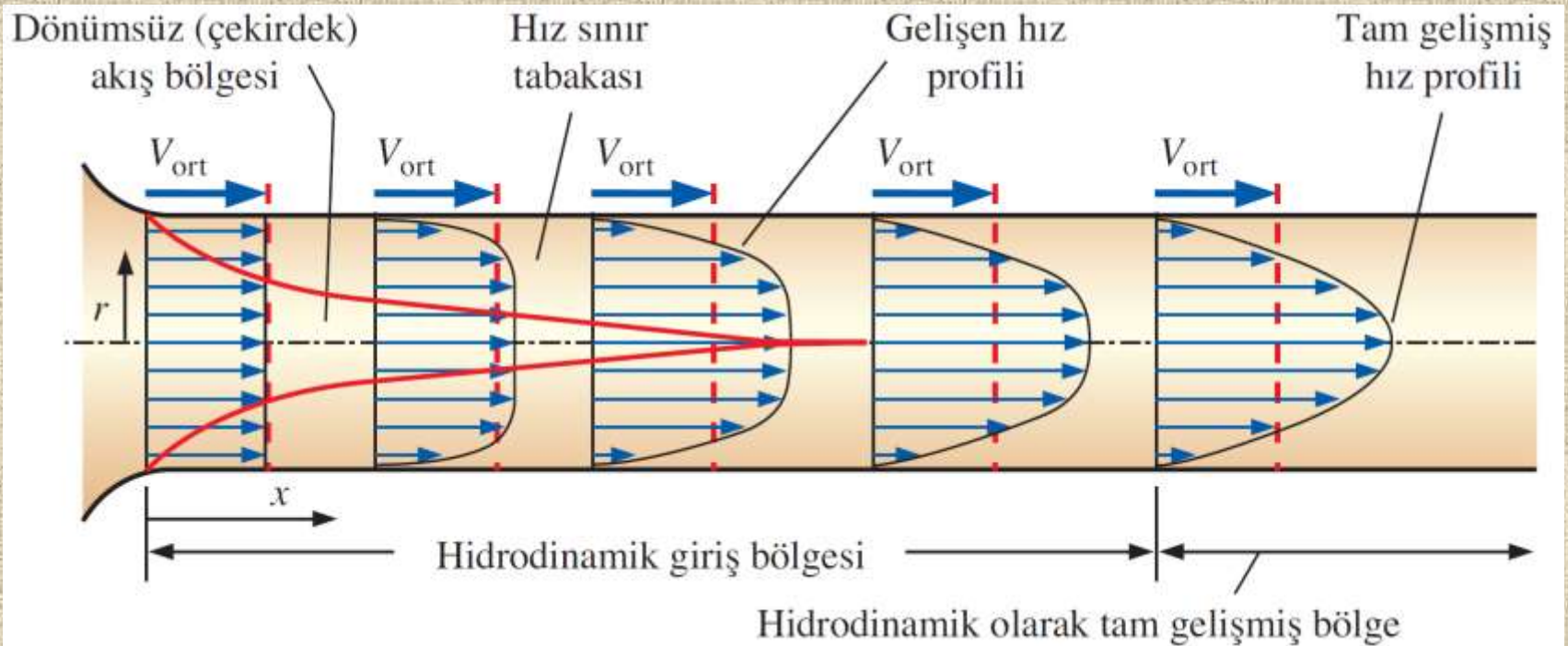
$$D_h = \frac{4ab}{2a+b}$$

8-3 ■ GİRİŞ BÖLGESİ

Hız sınır tabakası: Akışkan viskozitesinin neden olduğu viskoz kayma kuvvetlerinin etkisinin hissedildiği akış bölgesidir.

Sınır tabaka bölgesi: Viskoz etkilerin ve hızda meydana gelen değişimlerin önemli olduğu bölgedir.

Dönümsüz (Çekirdek) akış bölgesi: Sürtünme kuvvetlerinin ihmal edilebilir olduğu ve özellikle radyal yönde hızın sabit kaldığı bölgedir.



Bir boruda hız sınır tabakasının gelişimi. Gelişmiş ortalama hız profili, şekilde gösterildiği gibi laminar akışta parabolik olmasına karşın, türbülanslı akışta daha küt veya daha doludur.

Hidrodinamik giriş bölgesi: Borunun girişinden hızın tam gelişmiş olduğu yere kadar olan kısma denir.

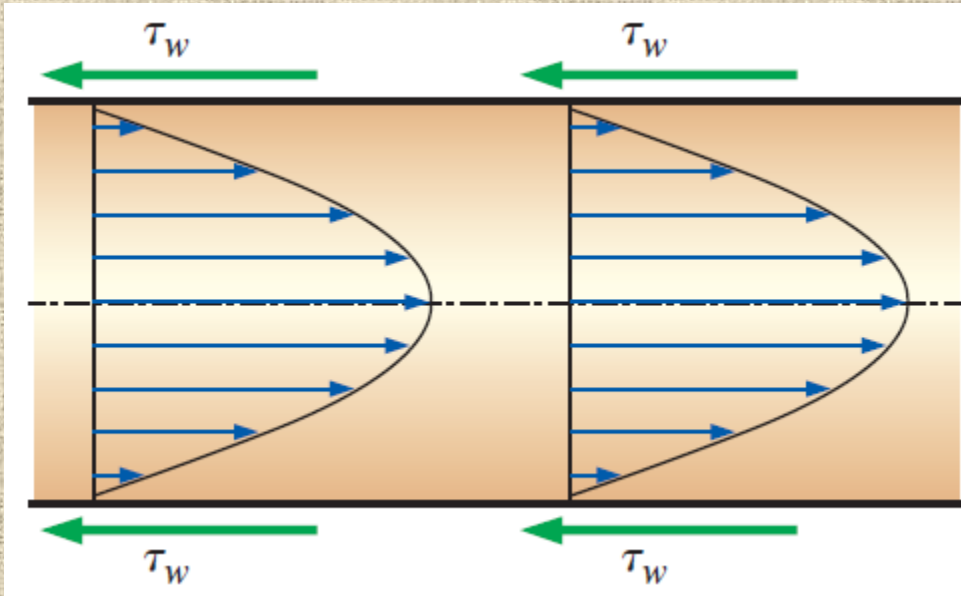
Hidrodinamik giriş uzunluğu L_h : Bu bölgenin uzunluğu.

Hidrodinamik olarak gelişen akış: Giriş bölgesindeki akış. Bu bölgede hız profili gelişmesini sürdürmektedir.

Hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış: Giriş bölgesinin uzağında olup hız profilinin tam olarak geliştiği ve değişmeden kaldığı bölgeye denir.

Tam gelişmiş: Boyutsuz sıcaklık dağılımının da değişmeden kaldığı akışa denir.

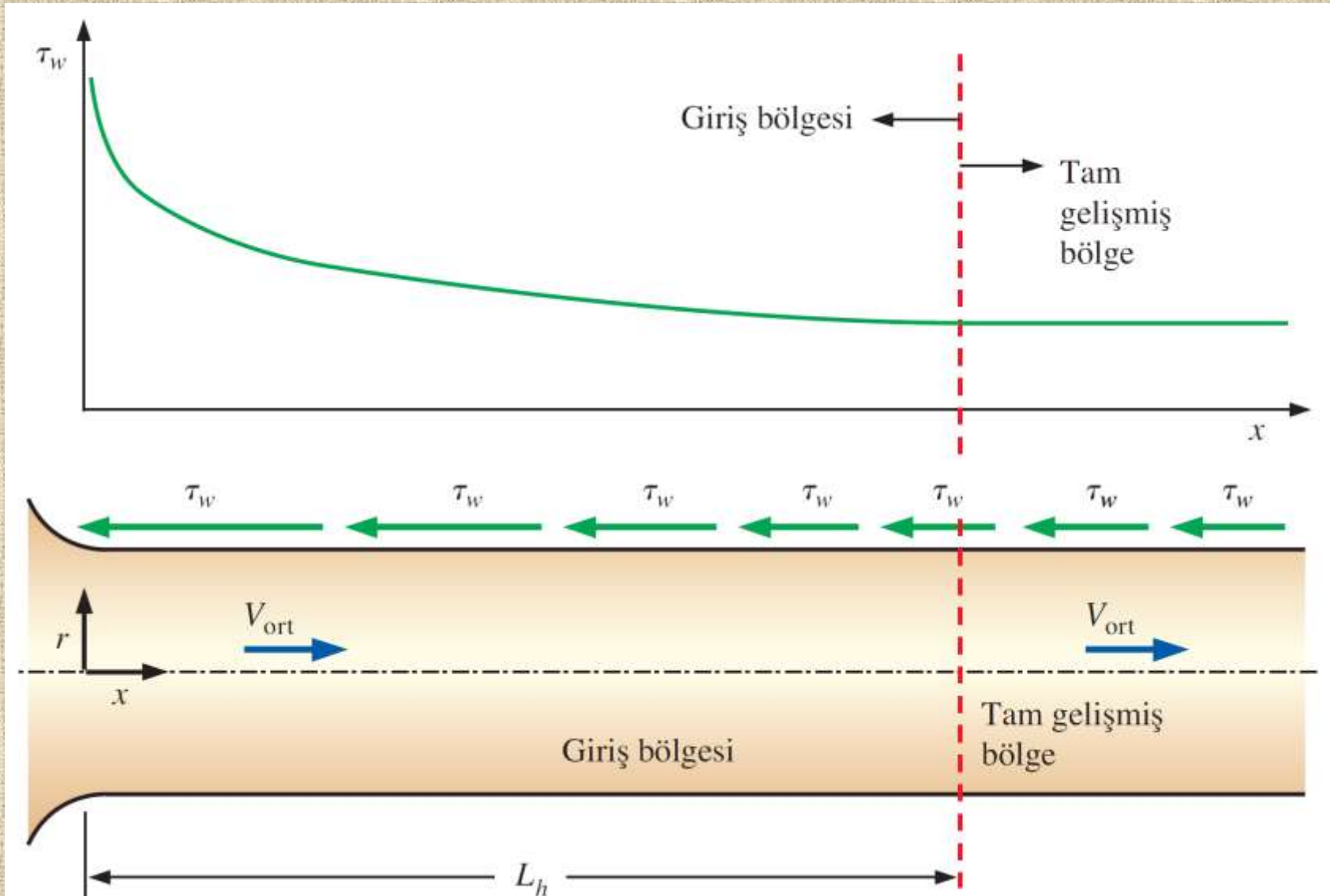
Hidrodinamik olarak tam gelişmiş:



$$\frac{\partial u(r, x)}{\partial x} = 0 \rightarrow u = u(r)$$

Borunun tam gelişmiş akış bölgesinde hız profili aşağıdaki gibi değişmez ve bu yüzden eğer kayma gerilmesi de sabit kalır.

Borunun girişinde basınç düşüşü *daha fazladır* ve giriş bölgesinin etkisi, bütün boru için ortalama sürtünme faktörünü *arttırma* yönündedir.



Bir boru akışında çeper kayma gerilmesinin akış yönünde giriş bölgesinden tam gelişmiş bölgeye kadar değişimi.

Giriş Uzunlukları

Hidrodinamik giriş uzunluğu genel olarak; boru girişinden itibaren, çeper kayma gerilmesinin (ve dolayısıyla sürtünme faktörünün) tam gelişmiş bölgedeki değeri ile arasında %2'lik bir fark kaldığı mesafe kadar alınır.

$$\frac{L_{h, \text{laminer}}}{D} \cong 0.05Re$$

Laminer akış için
hidrodinamik
giriş uzunluğu

$$\frac{L_{h, \text{türbülanslı}}}{D} = 1.359Re^{1/4}$$

Türbülanslı akış
için hidrodinamik
giriş uzunluğu

$$\frac{L_{h, \text{türbülanslı}}}{D} \approx 10$$

Türbülanslı akış için
hidrodinamik giriş
uzunluğu (yaklaşık)

Uygulamada kullanılan borular çoğunlukla giriş bölgesinden birkaç kat daha uzundur ve bundan dolayı boru akışları boru boyunca tam gelişmiş olarak kabul edilir.

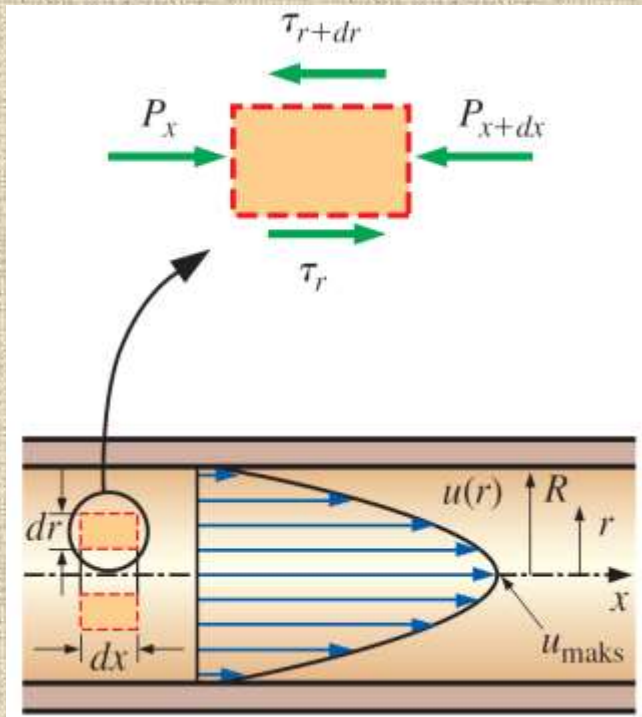
Bu basitleştirici yaklaşım uzun borular için *makul* sonuçlar verirken, kısa borular için çeper kayma gerilmesini ve dolayısıyla sürtünme faktörünü olması gerekenin altında vermektedir ve bu yüzden kısa borular için kullanımı pek sağlıklı değildir.

8-4 ■ BORULARDA LAMİNER AKIŞ

Bu kısımda dairesel düz bir borunun tam gelişmiş bölgesinde, özellikleri değişmeyen daimi ve sıkıştırılamaz akışkanın laminar akışı ele alınacaktır.

Tam gelişmiş laminar akışta her bir akışkan parçacığı akım çizgisi boyunca sabit eksenel hızla hareket etmekte olup hız profili $u(r)$ akış yönünde sabit kalır. Radyal yönde (yarıçap yönünde) hareket yoktur, bundan dolayı akışa dik yönde hız bileşeni her yerde sıfırdır. Akış daimi ve tam gelişmiş olduğu için ivmelenme de yoktur.

$$(2\pi r dr P)_x - (2\pi r dr P)_{x+dx} + (2\pi r dx \tau)_r - (2\pi r dx \tau)_{r+dr} = 0$$



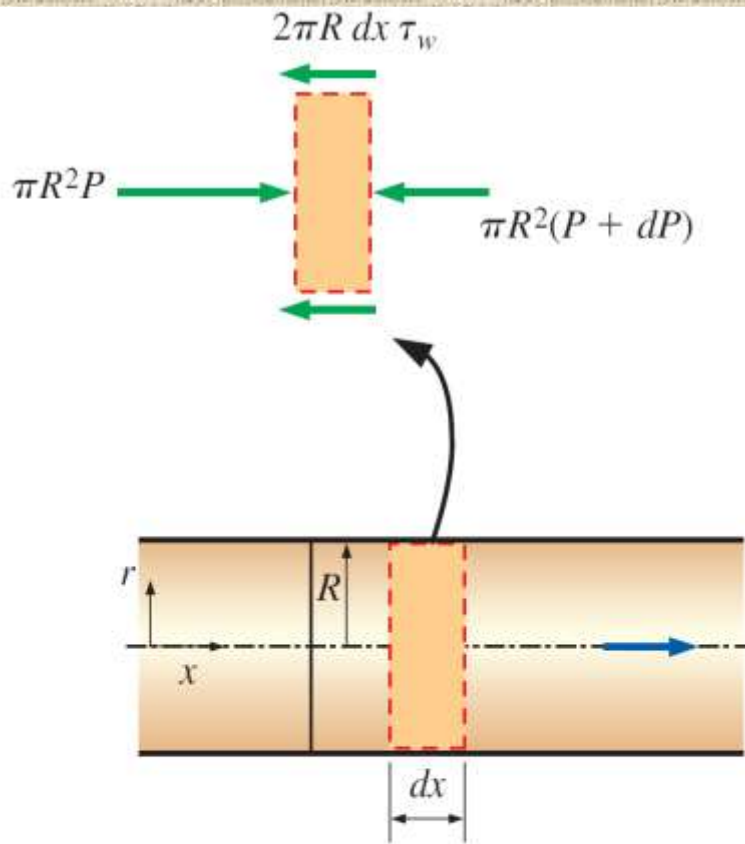
$$r \frac{P_{x+dx} - P_x}{dx} + \frac{(r\tau)_{r+dr} - (r\tau)_r}{dr} = 0$$

$$r \frac{dP}{dx} + \frac{d(r\tau)}{dr} = 0$$

$$\tau = -\mu(du/dr)$$

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dP}{dx}$$

Halka şeklinde yarıçapı r , kalınlığı dr ve uzunluğu dx olan ve tam gelişmiş laminar akış şartlarındaki yatay boru ile aynı eksen üzerinde bulunan bir diferansiyel akışkan elemanının serbest cisim diyagramı.



$$\frac{dP}{dx} = -\frac{2\tau_w}{R}$$

$$u(r) = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) + C_1 \ln r + C_2$$

$$\partial u / \partial r = 0 \text{ at } r = 0$$

$$u = 0 \text{ at } r = R$$

Sınır şartları

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Ortalama hız

$$V_{\text{ort}} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r) r dr = \frac{-2}{R^2} \int_0^R \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) r dr = -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right)$$

Kuvvet dengesi:

$$\pi R^2 P - \pi R^2 (P + dP) - 2\pi R dx \tau_w = 0$$

Sadeleştirilmiş hali:

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{2\tau_w}{R}$$

$$u(r) = 2V_{\text{ort}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

**Hız
profili**

$$u_{\text{maks}} = 2V_{\text{ort}}$$

**Merkez çizgisi
üzerindeki
maksimum hız**

Yatay borudaki tam gelişmiş akışta yarıçapı R , uzunluğu dx olan disk şeklindeki akışkan elemanının serbest cisim diyagramı..

Basınç Düşüşü ve Yük Kaybı

Boru akışı analizinde önemli bir başka bir büyüklük de *basınç düşüşü* ΔP 'dir. Çünkü basınç düşüşü akışı sürdürebilmek için gereken fan veya pompalama gücü ile doğrudan ilgilidir. $dP/dx = \text{sabit}$ olduğu dikkate alınarak, bu ifadenin basıncın P_1 olduğu $x = x_1$ 'den, basıncın P_2 olduğu $x = x_1 + L$ 'ye integre edilmesiyle,

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L}$$

$$\text{Laminer akış:} \quad \Delta P = P_1 - P_2 = \frac{8\mu LV_{\text{ort}}}{R^2} = \frac{32\mu LV_{\text{ort}}}{D^2}$$

Viskoz etkilerden kaynaklanan bir basınç düşüşü tersinmez basınç düşüşünü temsil eder ve **basınç kaybı** ΔP_L olarak adlandırılır.

$$\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{\text{ort}}^2}{2}$$

Tüm tam gelişmiş iç akışlar için basınç kaybı

$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{\text{ort}}} = \frac{64}{\text{Re}}$$

Dairesel boru, laminer

$$\frac{\rho V_{\text{ort}}^2}{2} \quad \text{Dinamik basınç}$$

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V_{\text{ort}}^2}$$

Darcy sürtünme faktörü

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{V_{\text{ort}}^2}{2g}$$

Yük kaybı

Laminer akışta sürtünme faktörü sadece Reynolds sayısının fonksiyonudur ve boru yüzeyindeki pürüzlülüğünden bağımsızdır.

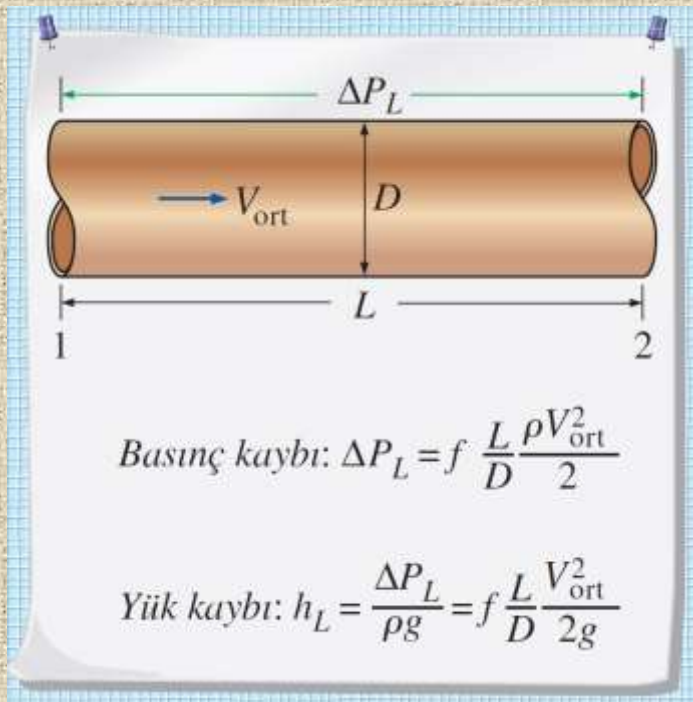
Yük kaybı borudaki sürtünmeden kaynaklanan kayıpları yenmek için akışkana pompa tarafından verilmesi gereken ilave yüksekliği temsil etmektedir.

$$\dot{W}_{\text{pompa}, L} = \dot{V} \Delta P_L = \dot{V} \rho g h_L = \dot{m} g h_L$$

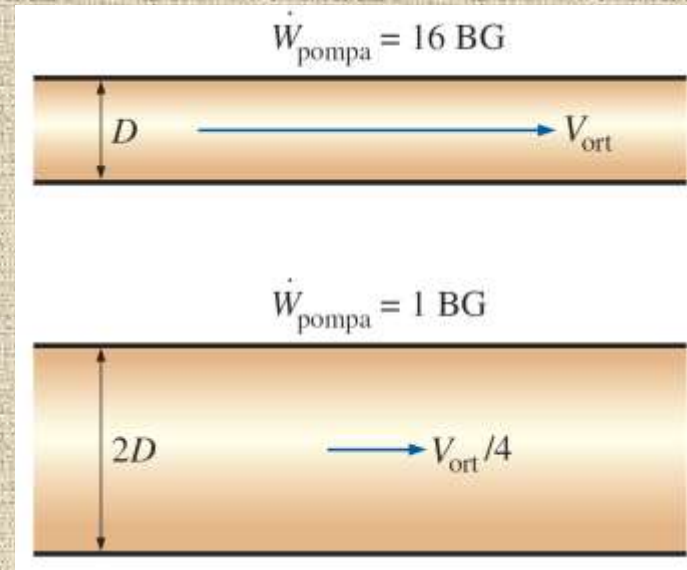
$$V_{\text{ort}} = \frac{(P_1 - P_2) R^2}{8 \mu L} = \frac{(P_1 - P_2) D^2}{32 \mu L} = \frac{\Delta P D^2}{32 \mu L} \quad \text{Yatay boru}$$

$$\dot{V} = V_{\text{ort}} A_c = \frac{(P_1 - P_2) R^2}{8 \mu L} \pi R^2 = \frac{(P_1 - P_2) \pi D^4}{128 \mu L} = \frac{\Delta P \pi D^4}{128 \mu L}$$

Poiseuille's yasası



Verilen bir debi için basınç düşüşü nedeniyle gerekli olan pompalama gücü, borunun uzunluğu ve viskozitesi ile doğru; boru çapının (veya yarıçapının) dördüncü kuvveti ile ters orantılıdır.



Basınç kaybı (ve yük kaybı) bağıntısı akışkanlar mekaniğindeki en temel bağıntılardan biridir. Bu bağıntı laminar ve türbülanslı akışlar, dairesel veya dairesel olmayan borular ile pürüzsüz veya pürüzlü borular için geçerlidir.

Laminer akışlı borulama sistemlerinde boru çapının iki katına çıkarılması ile borulamam sistemi için gerekli pompalama gücü 1/16'sına düşürülebilir

Yatay borularda basınç düşüşü ΔP basınç düşüşü basınç kaybı ΔP_L 'ye eşittir. Ancak eğimli veya değişken en-kesitli borularda durum böyle değildir.

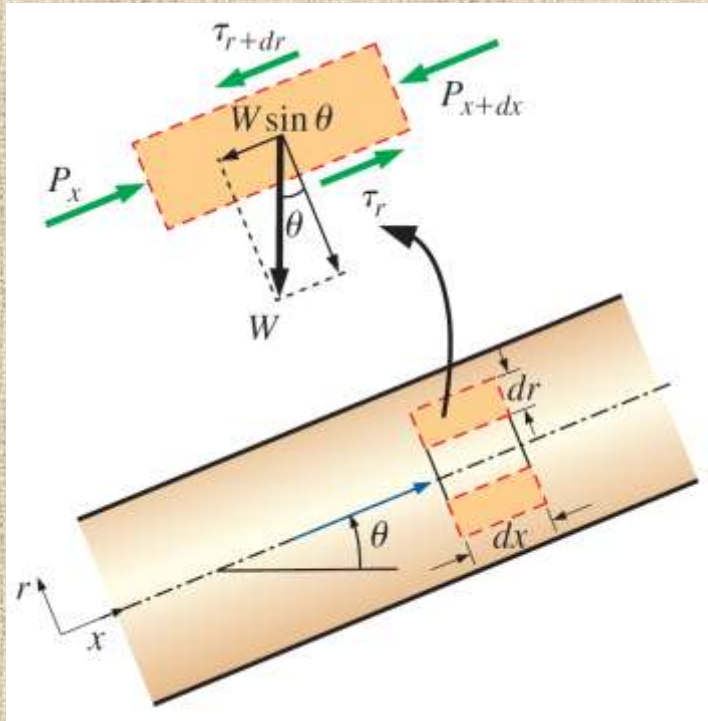
Daimi, sıkıştırılmaz, bir-boyutlu akışta, yük cinsinden enerji denklemi yazılarak bu durum aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa},f} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{türbin},\zeta} + h_L$$

$$P_1 - P_2 = \rho(\alpha_2 V_2^2 - \alpha_1 V_1^2)/2 + \rho g[(z_2 - z_1) + h_{\text{türbin},\zeta} - h_{\text{pompa},f} + h_L]$$

Buna göre (1) akış bölümü yatay olduğunda ve bunun sonucunda hidros-tatik veya yerçekimi etkileri ($z_1 = z_2$) ortadan kalktığında, (2) akış bölümünde akışkan basıncında değişikliğe sebep olan pompa veya türbin gibi akım makinaları bulunmadığında ($h_{\text{pompa},f} = h_{\text{türbin},\zeta} = 0$), (3) akış bölümünün en-kesit alanı ve dolayısıyla ortalama akış hızı sabit ($V_1 = V_2$) olduğunda ve son olarak da (4) 1 ve 2 kesitlerindeki hız profillerinin aynı ($\alpha_1 = \alpha_2$) olduğunda, bu akış bölümü için basınç düşüşü $\Delta P = P_1 - P_2$ ve basınç kaybı $\Delta P_L = \rho g h_L$ birbirine eşit olur.

Laminer akışta yer çekiminin hıza ve debiye etkisi



Eğimli bir borudaki tam gelişmiş laminer akışta, akış ile aynı doğrultuda yarıçapı r , kalınlığı dr , uzunluğu dx olan halka şeklinde diferansiyel akışkan elemanının serbest cisim diyagramı.

$$W_x = W \sin \theta = \rho g V_{\text{element}} \sin \theta = \rho g (2\pi r dr dx) \sin \theta$$

$$(2\pi r dr P)_x - (2\pi r dr P)_{x+dx} + (2\pi r dx \tau)_r - (2\pi r dx \tau)_{r+dr} - \rho g (2\pi r dr dx) \sin \theta = 0$$

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dP}{dx} + \rho g \sin \theta$$

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} + \rho g \sin \theta \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$V_{\text{ort}} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) D^2}{32\mu L}$$

$$\dot{V} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) \pi D^4}{128\mu L}$$

Dairesel borularda laminar akış

(Akış bölümünde pompa ve türbin bulunmadığı durumlar için

$$\Delta P = P_1 - P_2)$$

Yatay boru: $\dot{V} = \frac{\Delta P \pi D^4}{128 \mu L}$

Eğimli boru: $\dot{V} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) \pi D^4}{128 \mu L}$

Yukarı yönlü akış: $\theta > 0$ ve $\sin \theta > 0$

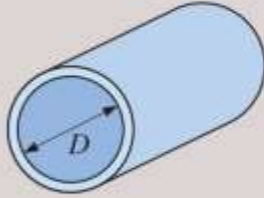
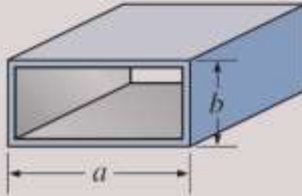
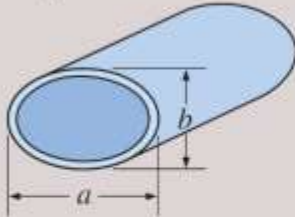
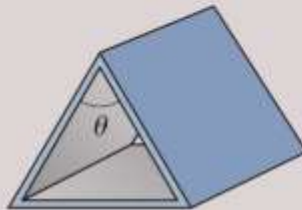
Aşağı yönlü akış: $\theta < 0$ ve $\sin \theta < 0$

Yatay borularda tam gelişmiş laminar akış için elde edilen ifadelerde ΔP yerine $\Delta P - \rho g L \sin \theta$ yazılırsa, bu bağıntılar eğimli borular için de kullanılabilir.

Dairesel Olmayan Borularda Laminer Akış

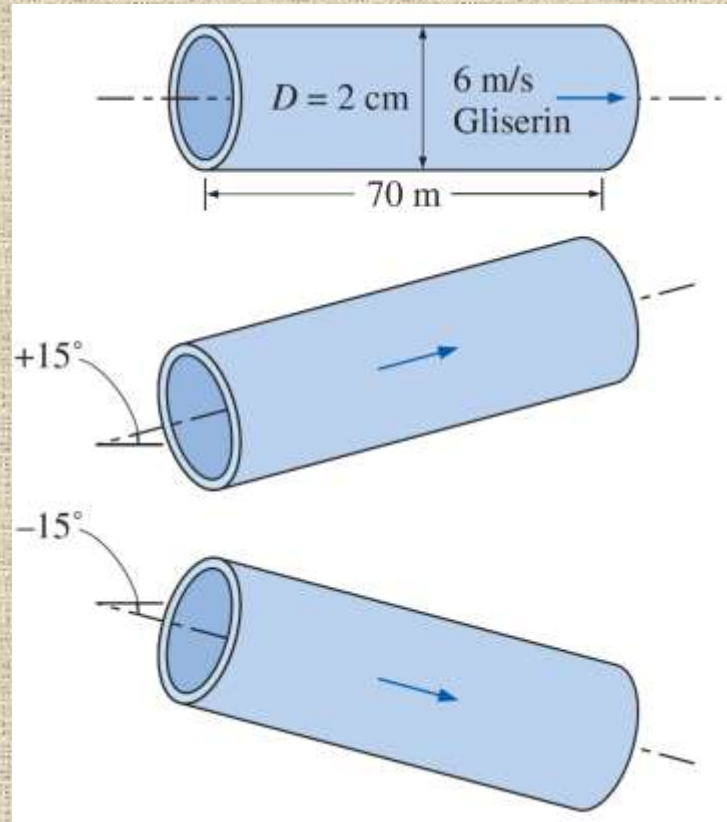
Değişik en-kesitlere sahip borulardaki *tam gelişmiş laminer akış*a ait sürtünme faktörü f bağıntıları Tablo 8–1’de verilmiştir. Tablodaki Reynolds sayılarında karakteristik uzunluk $D_h = 4A_c / p$ olup burada A_c borunun en-kesit alanı; p ise ıslak çevre uzunluğudur.

Çeşitli en-kesitlerdeki borularda tam gelişmiş *laminer akış* için sürtünme faktörü ($D_h = 4A_c / p$ ve $Re = V_{ort} D_h / \nu$)

Boru geometrisi	a/b veya θ°	Sürtünme Faktörü f
Daire 	—	64.00/Re
Dikdörtgen 	a/b 1 2 3 4 6 8 ∞	56.92/Re 62.20/Re 68.36/Re 72.92/Re 78.80/Re 82.32/Re 96.00/Re
Elips 	a/b 1 2 4 8 16	64.00/Re 67.28/Re 72.96/Re 76.60/Re 78.16/Re
İkiz kenar 	θ 10° 30° 60° 90° 120°	50.80/Re 52.28/Re 53.32/Re 52.60/Re 50.96/Re

ÖRNEK 8–1**Yatay ve Eğimli Borularda Laminer Akış**

40 °C'deki gliserin 70 m uzunluğunda ve 4 cm çapındaki yatay dairesel bir borudan tam gelişmiş akış şartlarında akmaktadır. Borunun eksen çizgisi üzerindeki akış hızı 6 m/s olarak ölçüldüğüne göre; hız profilini, 70 m'lik bölümde meydana gelecek basınç düşüşünü ve akışı devam ettirebilmek için gerekli faydalı pompalama gücünü hesaplayınız. Pompalama gücünü sabit tutarak boruya 15° aşağı eğim verildiğinde debide meydana gelecek yüzde artışı ve boruya 15° yukarı eğim verildiğinde debide meydana gelecek yüzde azalmayı belirleyiniz.



Özellikler Gliserinin 40 °C'deki yoğunluk ve dinamik viskozite değerleri sırasıyla $\rho = 1252 \text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 0.3073 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ olarak verilmiştir.

Analiz Dairesel bir borudaki tam gelişmiş laminar akışta hız profili,

$$u(r) = u_{\text{maks}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

olarak verilir. Verilen değerler yerine yazılırsa, hız profili,

$$u(r) = (6 \text{ m/s}) \left(1 - \frac{r^2}{(0.02 \text{ m})^2} \right) = 6(1 - 2500r^2)$$

olarak elde edilir. Burada u m/s ve r ise m birimindedir. Ortalama hız, hacimsel debi ve Reynolds sayısı sırasıyla,

$$V = V_{\text{ort}} = \frac{u_{\text{maks}}}{2} = \frac{6 \text{ m/s}}{2} = 3 \text{ m/s}$$

$$\dot{V} = V_{\text{ort}} A_c = V(\pi D^2/4) = (3 \text{ m/s})[\pi(0.04 \text{ m})^2/4] = 3.77 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(1252 \text{ kg/m}^3)(3 \text{ m/s})(0.04 \text{ m})}{0.3073 \text{ kg/m}\cdot\text{s}} = 488.9$$

olarak bulunur. Reynolds sayısı 2300'den küçük olduğundan, akışın soruda belirtildiği gibi laminar olduğu anlaşılmaktadır. Buradan sürtünme faktörü ve yük kaybı,

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{488.9} = 0.1309$$

$$h_L = f \frac{LV^2}{D 2g} = 0.1309 \frac{(70 \text{ m})}{(0.04 \text{ m})} \frac{(3 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 105.1 \text{ m}$$

olarak elde edilir. Daimi, sıkıştırılamaz bir-boyutlu akış için enerji dengesi Denklem 8–28 ile verilmişti:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa},f} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{türbin},\zeta} + h_L$$

Üzerinde pompa ve türbinin bulunmadığı sabit çaplı borudaki tam gelişmiş akış için bu denklem,

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho g(z_2 - z_1 + h_L)$$

haline sadeleşir. Buradan da yatay boru durumu için basınç farkı ve gerekli faydalı pompalama gücü,

$$\Delta P = \rho g(z_2 - z_1 + h_L)$$

$$= (1252 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0 + 105.1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2} \right)$$

$$= \mathbf{1291 \text{ kPa}}$$

$$\dot{W}_{\text{pompa},f} = \dot{V} \Delta P = (3.77 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{s})(1291 \text{ kPa}) \left(\frac{1 \text{ kW}}{\text{kPa} \cdot \text{m}^3/\text{s}} \right) = \mathbf{4.87 \text{ kW}}$$

olarak elde edilebilir. Yukarı doğru 15° eğimli borudaki seviye ve basınç farkı ise,

$$\Delta z = z_2 - z_1 = L \sin 15^\circ = (70 \text{ m}) \sin 15^\circ = 18.1 \text{ m}$$

$$\Delta P_{\text{yukarı}} = (1252 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(18.1 \text{ m} + 105.1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2} \right)$$

$$= 1366 \text{ kPa}$$

olur ve buradan yukarı eğimli boru için debi,

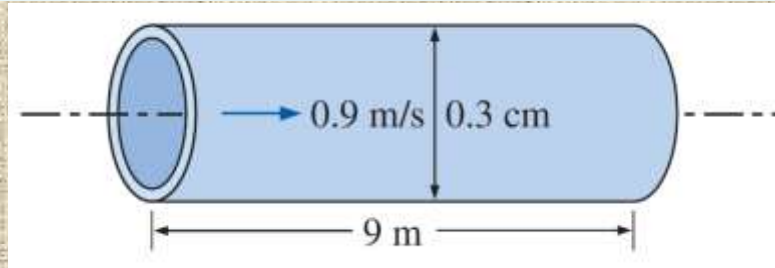
$$\dot{V}_{\text{yukarı}} = \frac{\dot{W}_{\text{pompa},f}}{\Delta P_{\text{yukarı}}} = \frac{4.87 \text{ kW}}{1366 \text{ kPa}} \left(\frac{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{s}}{1 \text{ kW}} \right) = 3.57 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

olarak hesaplanır. Buna göre yatay duruma göre debide **%5.6**'lık bir azalma olmuştur. Benzer yolla boruya aşağı doğru 15° meyil verildiğinde debide **% 5.6**'lık bir artış olacağı gösterilebilir.

İrdeleme Akışın pompa ve yerçekiminin birleşik etkisi ile meydana geldiği not edilmelidir. Beklendiği gibi yerçekimi yukarı eğimli akışı zorlaştırırken aşağı eğimli akışı kolaylaştırır; ancak yatay akışa bir etkisi olmaz. Bir pompa tarafından basınç farkı uygulanmasa bile aşağı yönlü akış kendiliğinden gerçekleşebilir. $P_1 = P_2$ olması, yani bir basınç farkı uygulanmaması halinde borunun her yerinde basınç aynı olur ve böylece akışkan borudan yerçekimi etkisiyle akmaya başlar. Akış debisi ise, borunun eğim açısına bağlı olup boru düşey olduğunda maksimum değerine ulaşır. Bu gibi boru problemlerini çözerken, Reynolds sayısı hesaplanıp akışın soruda verildiği gibi laminer olup olmadığı daima kontrol edilmelidir.

ÖRNEK 8-2**Bir Borudaki Basınç Düşüşü ve Yük Kaybı**

4 °C sıcaklığındaki su ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 0.00155 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$), 30 cm çapında ve 10 m uzunluğundaki yatay borudan 1 m/s'lik ortalama hız ile daimi olarak akmaktadır (Şekil 8-18). (a) Yük kaybını (b) basınç düşüşünü ve (c) bu basınç düşüşünü yenmek için gerekli pompalama gücünü (hidrolik gücü) hesaplayınız.



Özellikler Suyun yoğunluk ve dinamik viskozitesi sırasıyla $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 0.00155 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ olarak verilmiştir.

Analiz (a) İlk önce akış rejimini belirlememiz gerekir. Reynolds sayısı,

$$\text{Re} = \frac{\rho V_{\text{ort}} D}{\mu} = \frac{(1000 \text{ kg/m}^3)(1 \text{ m/s})(0.0030)}{0.00155 \text{ kg/m}\cdot\text{s}} = 1803$$

olarak hesaplanır. Reynolds sayısı 2300'den küçük olduğundan akış laminerdir. Sürtünme faktörü ve yük kaybı ise aşağıdaki gibi bulunur:

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{1803} = 0.0355$$

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V_{\text{ort}}^2}{2g} = 0.033 \frac{10 \text{ m}}{0.0030 \text{ m}} \frac{(1 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = \mathbf{5.61 \text{ m}}$$

(b) Borunun yatay ve çapının sabit olduğu, borudaki basınç düşüşünün tamamen sürtünme kayıplarından kaynaklandığı ve bunun da basınç kaybına eşit olduğu dikkate alındığında basınç düşüşü,

$$\Delta P = \Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{\text{ort}}^2}{2} = 0.033 \frac{10 \text{ m}}{0.0030 \text{ m}} \frac{(1000 \text{ kg/m}^3)(1 \text{ m/s})^2}{2} = 55000 \text{ Pa}$$

olarak elde edilir.

(c) Hacimsel debi ve gerekli pompalama gücü ise,

$$\dot{V} = V_{\text{ort}} A_c = V_{\text{ort}} (\pi D^2/4) = (1 \text{ m/s})[\pi(0.0030 \text{ m})^2/4] = 7.069 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\dot{W}_{\text{pompa}} = \dot{V} \Delta P = (7.069 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s})(55000 \text{ Pa}) = \mathbf{0.39 \text{ W}}$$

olarak bulunur. Dolayısıyla viskoziteden kaynaklanan sürtünme kayıplarını yenmek için verilmesi gereken güç 0.39 W'tır.

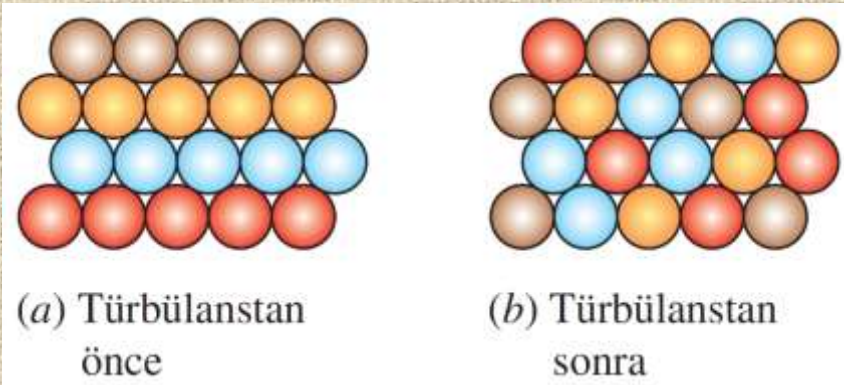
İrdeleme Pompa ile sağlanan basınç artışı pompa imalatçıları tarafından çoğunlukla basma yüksekliği cinsinden verilir (Bölüm 14). Buna göre tersinmez yük kaybını yenmek için pompa 5.61 m basma yüksekliği (su sütunu)

8–5 ■ BORULARDA TÜRBÜLANSLI AKIŞ

Mühendislik uygulamalarında karşılaşılan akışların çoğu türbülanslıdır ve bu yüzden türbülansın çeper kayma gerilmesini nasıl etkilediğini anlamak önemlidir.

Fakat türbülanslı akış, çalkantıların hakim olduğu karmaşık bir mekanizmadır ve teorisi halen tam olarak anlaşılamamıştır.

Dolayısıyla deneylere ve çeşitli durumlar için geliştirilmiş ampirik (deneye dayalı) veya yarı-ampirik bağıntılara güvenmek durumundayız.



Türbülanslı akıştaki yoğun karışma, farklı momentumlardaki akışkan parçacıklarını birbirleri ile temas ettirir ve dolayısıyla momentum geçişini artırır.

Türbülanslı akış, **girdap** denilen dönen akışkan bölgelerinin, akış boyunca rast gele ve hızlı çalkantıları ile karakterize edilir.

Bu değişimler momentum ve enerji geçişi için ilave mekanizma olarak işlevi görür.

Türbülanslı akışta ise dönen girdaplar, kütle, momentum ve enerjiyi akışın diğer bölgelerine moleküler difüzyondan daha hızlı bir şekilde taşıyarak kütle, momentum ve ısı geçişini oldukça artırır.

Bu da türbülanslı akışlarda sürtünme, ısı ve kütle geçiş katsayılarının daha yüksek olacağını göstermektedir.



(a)



(c)



(b)

Borudan boşalan su: (a) düşük debide *laminer akış*, (b) yüksek debide *türbülanslı akış* ve (c) (b)'nin akıştaki girdapları yakalamak için kısa poz sürelerinde çekilmiş resmi.

$$u = \bar{u} + u' \quad \bar{u} \text{ ortalama değeri}$$

u' çalkantı bileşeni

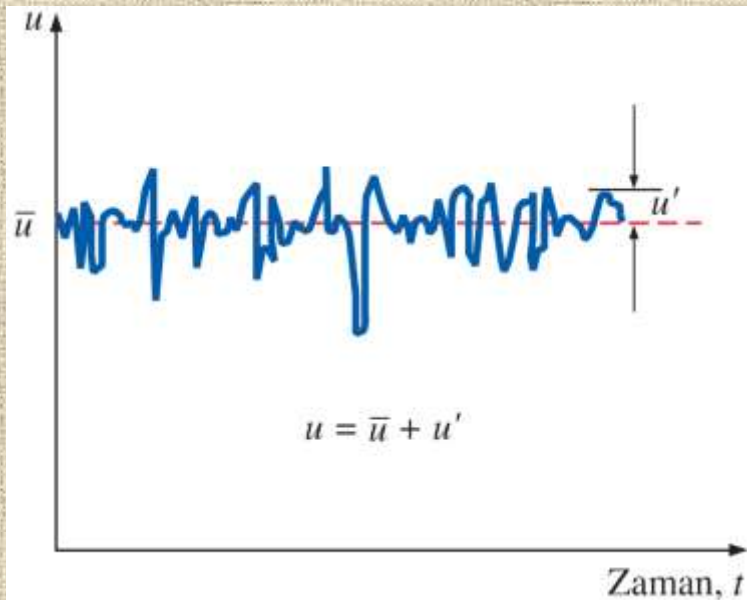
$$v = \bar{v} + v', P = \bar{P} + P'$$

$$T = \bar{T} + T'$$

$$\tau_{\text{toplaml}} = \tau_{\text{lam}} + \tau_{\text{türb}}$$

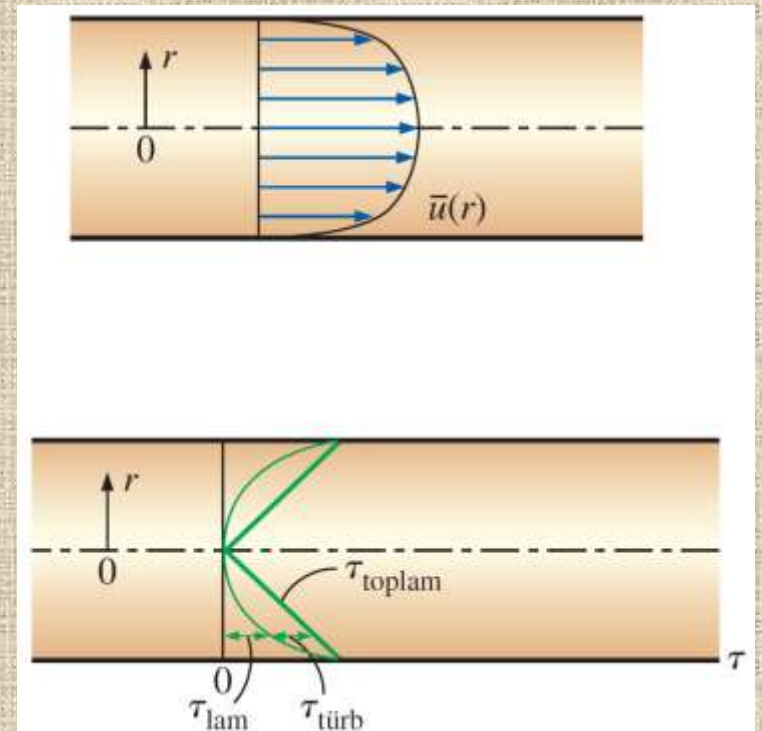
Laminer bileşen: Tabakalar arasında akış yönünde gerçekleşen sürtünmeyi temsil eder.

Türbülans bileşeni: alkantı yapan akışkan parçacıkları ile akışkan arasındaki sürtünmeyi hesaba katan (hızın çalkantı bileşeni ile ilişkilidir).



Türbülanslı akışta belirli bir konumdaki hız bileşeni u hız bileşeninin zamana bağlı çalkantıları.

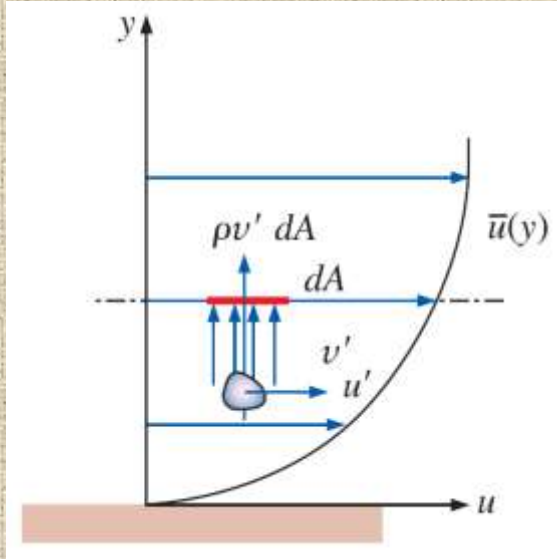
Borudaki türbülanslı akış için hız profili ve kayma gerilmesinin yarıçap yönündeki değişimi.



Türbülans Kayma Gerilmesi

$$\tau_{\text{türb}} = -\rho \overline{u'v'}$$
 Türbülans kayma gerilmesi

Burada geçen $-\rho \overline{u'v'}$ veya $-\rho \overline{u'^2}$ gibi terimlere **Reynolds gerilmeleri** veya **türbülans gerilmeleri** denir.



$$\tau_{\text{türb}} = -\rho \overline{u'v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$
 Türbülans kayma gerilmesi

μ_t

Girdap viskozitesi veya **türbülans viskozitesi**: Türbülans girdapları tarafından taşınan ilave momentumu temsil eder.

$$\tau_{\text{toplaml}} = (\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} = \rho(\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y}$$

Toplam kayma gerilmesi

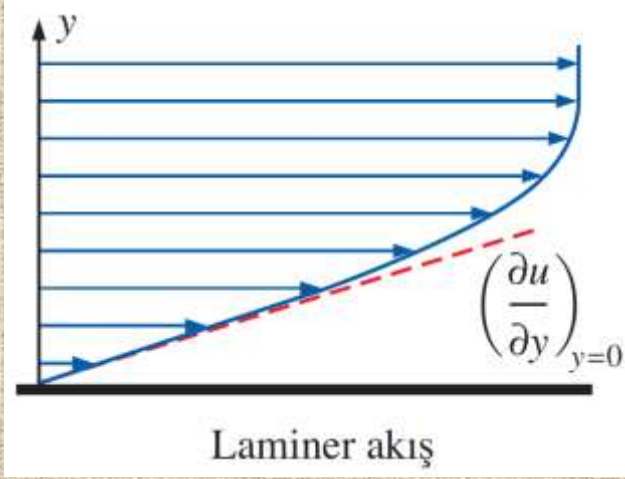
$$\nu_t = \mu_t / \rho$$

kinematik girdap viskozitesi veya **kinematik türbülans viskozitesidir** (*momentumun girdap difüzivitesi* olarak da adlandırılır).

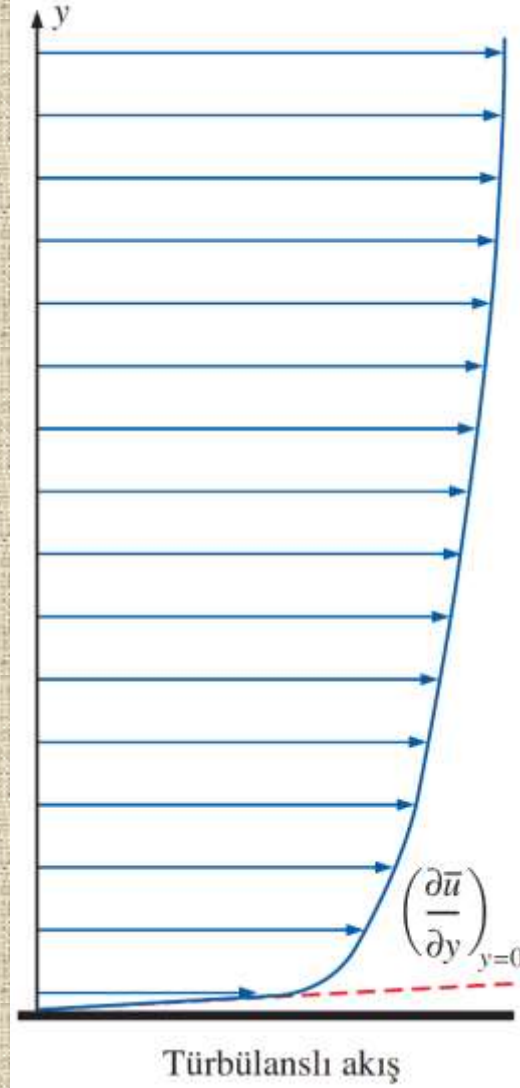
Hız çalkantısı v' nedeniyle dA diferansiyel alanı içerisinde yukarı doğru hareket eden akışkan parçacığı.

$$\tau_{\text{türb}} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \rho l_m^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2$$

Karışım uzunluğu l_m : Karışmaya neden olan girdapların ortalama büyüklükleri ile ilgilidir.



Aynı serbest akım hızı değerinde türbülanslı sınır tabaka, laminar sınır tabakadan daha kalın olmasına karşın, çeperdeki hız gradyeni ve dolayısıyla çeper kayma gerilmesi türbülanslı akışta, laminar akıştakinden daha büyüktür.

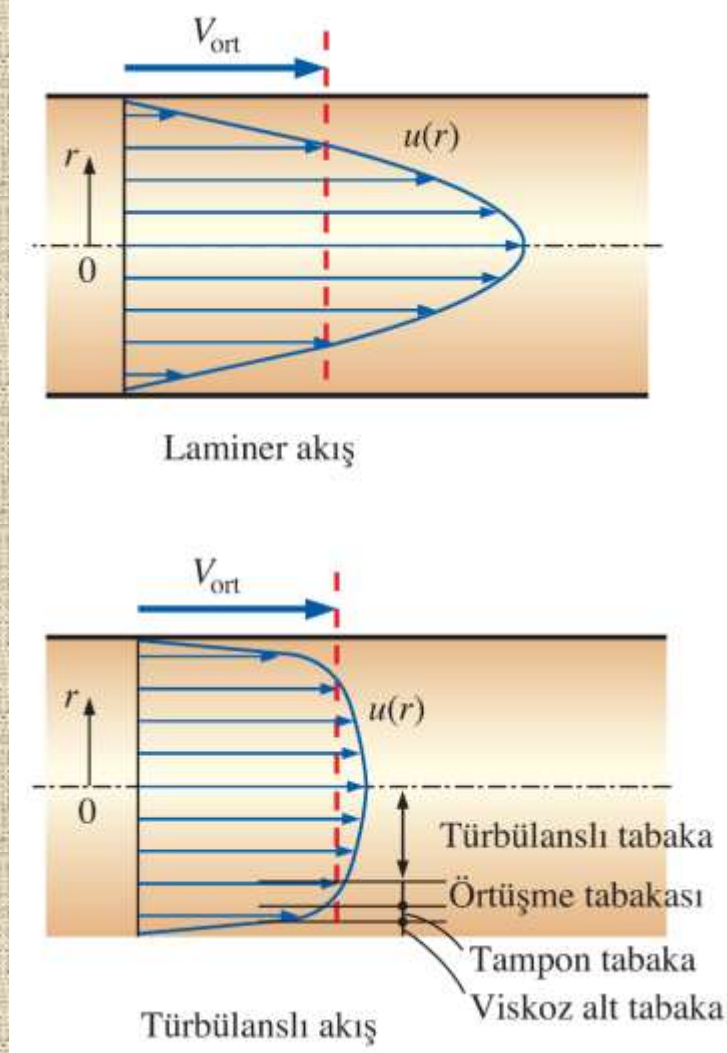


Moleküler momentum difüzivitesi ν (ve ayrıca μ) akışkana ait bir özellik olup değeri özellik tablolarında verilmiştir.

Girdap difüzivitesi ν_t (ayrıca μ_t), akışkana ait bir özellik *değildir* ve değeri akış özelliklerine göre değişir.

Girdap difüzivitesi μ_t çepere yaklaştıkça azalır ve nihayet çeperde sıfır değerine ulaşır. Akış içerisindeki değeri çeperde sıfırdan, çekirdek bölgesinde moleküler difüzivitenin birkaç bin katı olacak şekilde büyük bir aralıkta değişir.

Türbülans akış hız profili



Viskoz etkilerin baskın olduğu çepere yakın çok ince tabaka, **viskoz** (veya **laminer** veya **lineer** veya **çeper**) alt tabakadır.

Bu tabakadaki hız profili *lineere* oldukça yakındır ve akış, akım çizgili görünümündedir.

Viskoz alt tabakanın üstünde türbülans etkilerinin önemli olmaya başladığı fakat akışta viskoz etkilerin hala baskın olduğu bir **tampon tabaka** vardır.

Tampon tabakanın üstünde ise türbülans etkilerinin daha önemli olduğu fakat hala baskın olmadığı ve atalet alt tabakası da denilen **örtüşme tabakası** (veya **geçiş tabakası**) vardır.

Bunun da üzerinde türbülans etkilerinin moleküler (viskoz) difüzyon etkilerini baskın hale geldiği ve akışın geri kalanını temsil eden **dış tabaka** (veya **türbülans tabakası**) vardır.

Borularda tam gelişmiş laminer akışta hız profili parabolik; türbülanslı akışta ise çok daha dolu bir şekle sahiptir. Burada, türbülanslı akıştaki $u(r)$ 'nin hızın x -yönündeki zaman ortalama bileşeni olduğuna dikkat edilmelidir (kolaylık olması bakımından üst çizgi kaldırılmıştır).

$$\tau_w = \mu \frac{u}{y} = \rho \nu \frac{u}{y} \quad \text{veya} \quad \frac{\tau_w}{\rho} = \frac{\nu u}{y}$$

$$u_* = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad \text{sürtünme hız}$$

Viskoz alt tabaka: $\frac{u}{u_*} = \frac{y u_*}{\nu}$ Çeper yasası

Viskoz alt tabakanın kalınlığı: $y = \delta_{\text{alt tabaka}} = \frac{5\nu}{u_*} = \frac{25\nu}{u_\delta}$

Viskoz alt tabakanın kalınlığı kinematik viskozite ile doğru orantılı; ortalama akış hızı ile ise ters orantılıdır.

ν/u_* Viskoz uzunluk; yüzeyden olan y mesafesini boyutsuzlaştırmak için kullanılır.

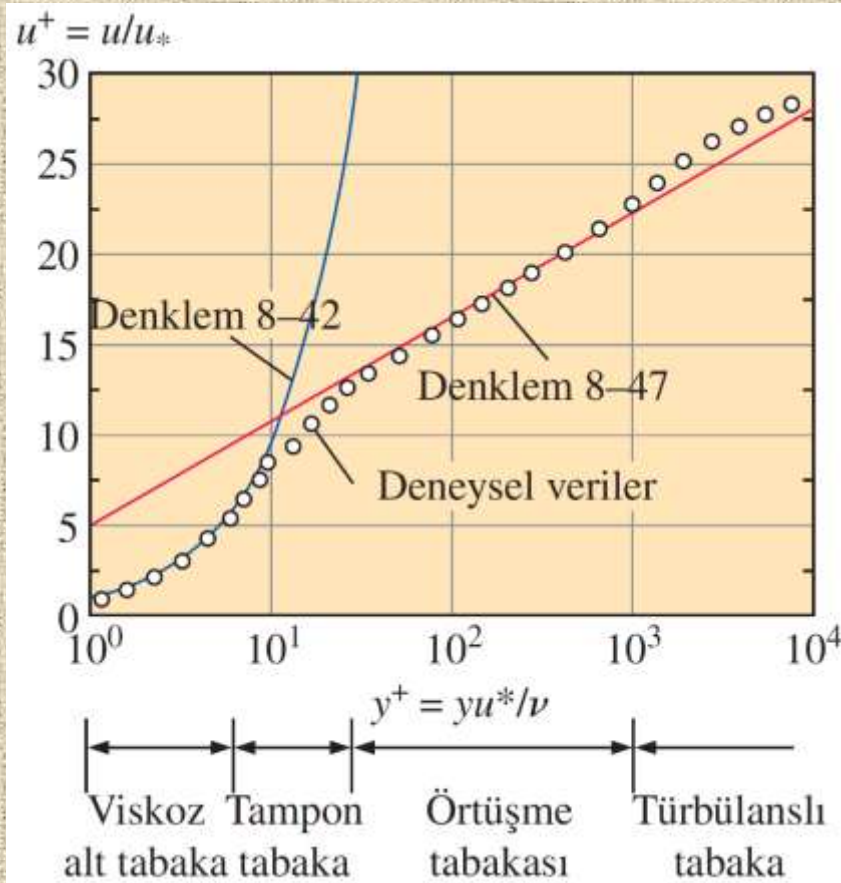
Boyutsuz değişkenler: $y^+ = \frac{y u_*}{\nu}$ ve $u^+ = \frac{u}{u_*}$

Boyutsuz çeper yasası: $u^+ = y^+$

Logaritma yasası :

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_*}{\nu} + B$$

Örtüşme tabakası: $\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{yu_*}{\nu} + 5.0$ veya $u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.0$



Bir boruda tam gelişmiş türbülanslı akış için çeper yasası ve logaritma yasası hız profillerinin deneysel verilerle karşılaştırılması.

Dış türbülans tabakası:

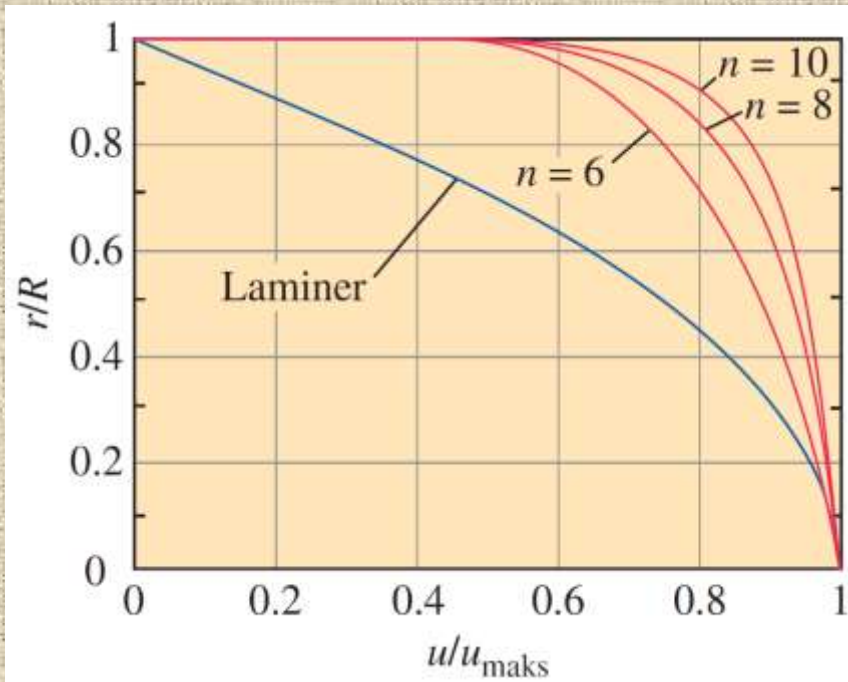
$$\frac{u_{\text{maks}} - u}{u_{\text{maks}}} = 2.5 \ln \frac{R}{R - r}$$

Hız eksilmesi yasası

Hızın eksen çizgisindeki değerinden olan sapması olan $u_{\text{maks}} - u$ farkına **hız eksilmesi** denir.

Kuvvet yasası hız profili: $\frac{u}{u_{\text{maks}}} = \left(\frac{y}{R}\right)^{1/n}$ veya $\frac{u}{u_{\text{maks}}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}$

$n = 7$ değeri uygulamadaki birçok akışı yaklaşık olarak temsil eder ve bu n değeri ile elde edilen hız profili **1/7'inci kuvvet yasası hız profili** olarak tanınır.



Bir borudaki tam gelişmiş türbülanslı akışta farklı üsler için kuvvet yasası hız profilleri ve bunların laminar hız profili ile karşılaştırması.

Moody Diyagramı ve Colebrook Denklemi

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (\text{türbülanslı akış})$$

Colebrook denklemi (pürüzsüz ve pürüzlü borular)

Tam gelişmiş türbülanslı boru akışında sürtünme faktörü, Reynolds sayısına ve **bağıl pürüzlülük ε/D** 'ye bağlıdır

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \cong -1.8 \log \left[\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right]$$

Açık Haaland denklemi

Bağıl Pürüzlülük, ε/D	Sürtünme Faktörü, f
0.0*	0.0119
0.00001	0.0119
0.0001	0.0134
0.0005	0.0172
0.001	0.0199
0.005	0.0305
0.01	0.0380
0.05	0.0716

* Bütün değerler $\text{Re} = 10^6$ içindir ve Colebrook denkleminde hesaplanmıştır.

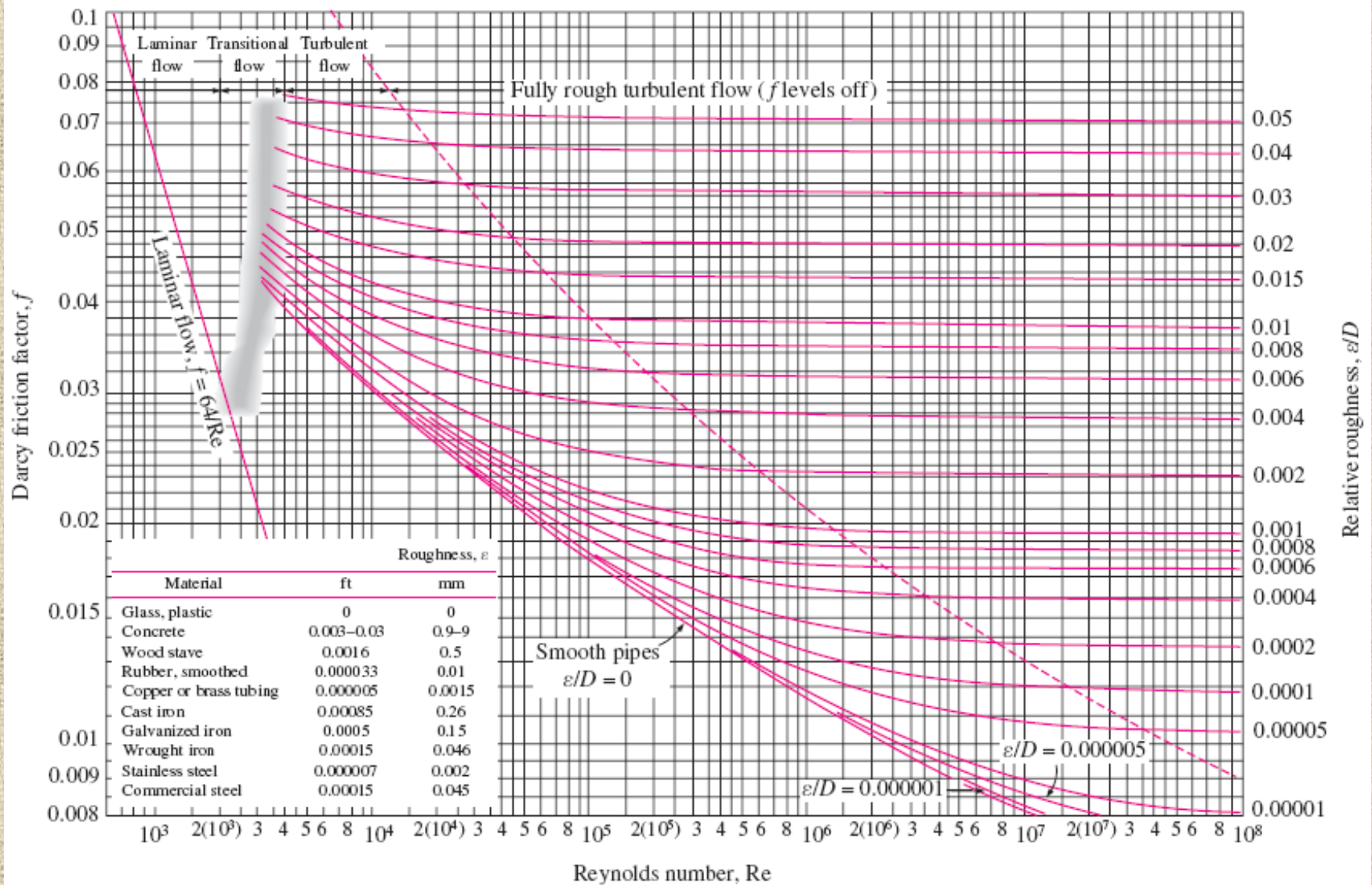
Sürtünme faktörü pürüzsüz boru için minimumdur ve pürüzlülük arttıkça artar.

Yeni ticari borular* için eşdeğer pürüzlülük değerleri

Malzeme	Pürüzlülük, ε mm
Cam, plastik	0 (pürüzsüz)
Beton	0.9–9
Tahta fıçı	0.5
Lastik (kauçuk), işlenmiş	0.01
Bakır veya pirinç boru	0.0015
Dökme demir	0.26
Galvanizli çelik	0.15
Dövme çelik	0.046
Paslanmaz çelik	0.002
Ticari çelik	0.045

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

f eşitliğin her iki yanında bulunduğundan, Colebrook denklemi f için *kapalıdır* ve iterasyon yapılarak çözülmelidir.



Moody Diyagramı

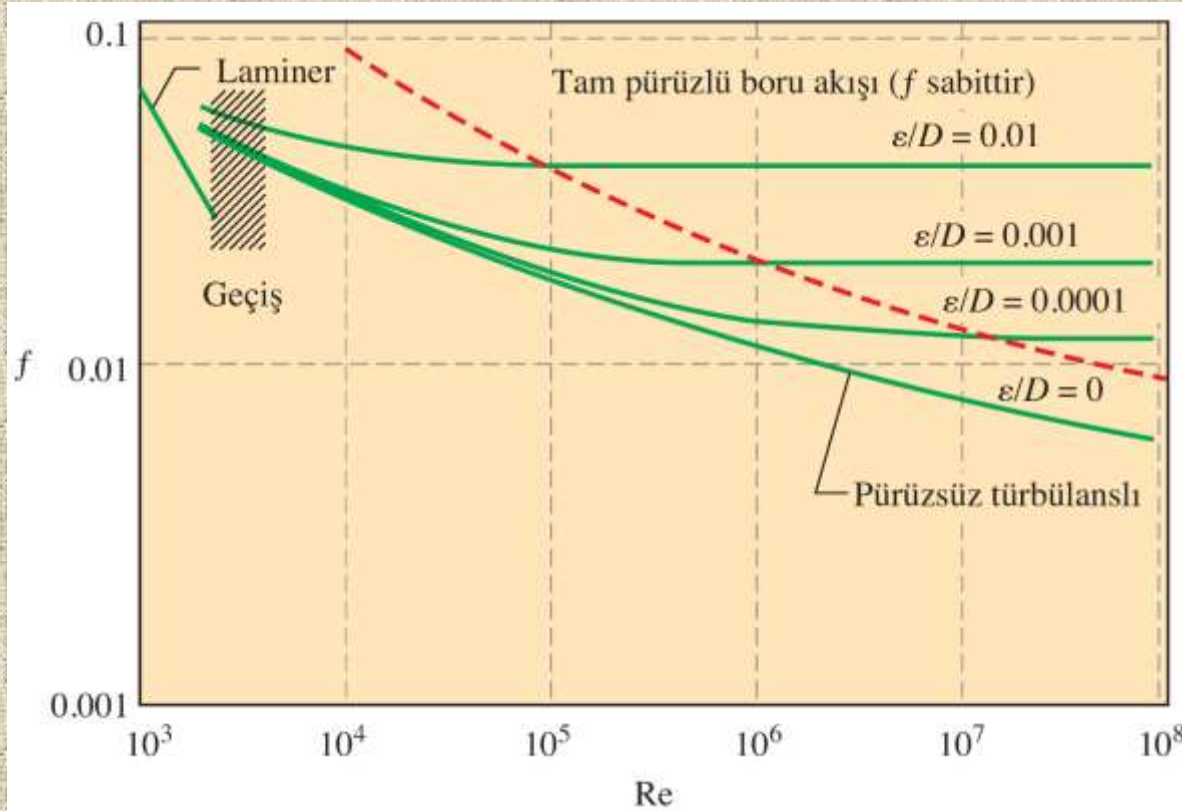
Moody diyagramından yapılabilecek gözlemler:

- Laminer akışlarda, Reynolds sayısının artması ile sürtünme faktörü azalır, ayrıca sürtünme faktörü yüzey pürüzlülüğünden bağımsızdır
- Pürüzsüz bir boruda sürtünme faktörü minimumdur (fakat kaymazlık şartından ötürü hala sıfır değildir) ve pürüzlülük ile artar. Bu durumda ($\varepsilon = 0$) Colebrook denklemi **Prandtl denklemine** indirgenir.

$$1/\sqrt{f} = 2.0 \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 0.8$$

- Laminerden türbülanslı rejime geçiş bölgesi Moody diyagramında gölgeli alan ile gösterilmiştir. Bağlı pürüzlülüğün küçük olduğu değerlerde, geçiş bölgesinde sürtünme faktörü azalır ve pürüzsüz boruların değerine yaklaşır.
- Çok büyük Reynolds sayılarında (diyagram üzerindeki kesikli çizginin sağına doğru), belirli bağlı pürüzlülük eğrilerine karşılık gelen sürtünme faktörü eğrileri hemen hemen yataydır ve dolayısıyla sürtünme faktörleri Reynolds sayısından bağımsızdır. Bu bölgedeki akışa tamamen pürüzlü türbülanslı akış veya sadece **tamamen pürüzlü akış** denir. Bunun sebebi Reynolds sayısının artması ile viskoz alt tabaka kalınlığının azalmasıdır. Bu tabaka öyle inceler ki, yüzey pürüzlülük yüksekliği ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilir duruma gelir. *Tam pürüzlü* bölgede Colebrook denklemi **von Kármán** denklemine indirgenir:

$$1/\sqrt{f} = -2.0 \log[(\varepsilon/D)/3.7]$$



Hesaplamalarda borunun gerçek iç çapı kullanılmalıdır. Bu çap nominal çaptan farklı olabilir.

DIN 2440 ve 2449'a göre çelik boruların standart çapları

Nominal Çap (mm)	Gerçek İç Çap (mm)
10	12.25
15	15.75
20	21.25
25	27.00
32	35.75
40	41.25
50	51.50
65	70.00
80	82.50
100	100.50
125	125.00
200	204.00
250	254.00

Çok büyük Reynolds sayılarında, Moody diyagramındaki sürtünme faktörü eğrileri hemen hemen yatay olduğundan sürtünme faktörleri Reynolds sayısından bağımsızdır. Moody diyagramının tam sayfa hali için Şekil A-12'ye bakınız.

Akış problemi tipleri

1. Belirli bir debi (veya hız) için borunun uzunluğu ve çapı verildiğinde, **basınç düşüşü**nün (veya yük kaybının) hesaplanması.
2. Belirli bir basınç düşüşü (veya yük kaybı) için borunun uzunluğu ve çapı verildiğinde, **debi**nin hesaplanması.
3. Belirli bir basınç düşüşü (veya yük kaybı) için boru uzunluğu ve debi verildiğinde, **boru çapı**nın hesaplanması.

Problem tipi	Verilen	İstenen
1	$L, D, \dot{V}$	ΔP (veya h_L)
2	$L, D, \Delta P$	$\dot{V}$
3	$L, \Delta P, \dot{V}$	D

Boru akışında karşılaşılan üç tip problem.

$$h_L = 1.07 \frac{\dot{V}^2 L}{g D^5} \left\{ \ln \left[\frac{\varepsilon}{3.7 D} + 4.62 \left(\frac{\nu D}{\dot{V}} \right)^{0.9} \right] \right\}^{-2} \quad \begin{matrix} 10^{-6} < \varepsilon/D < 10^{-2} \\ 3000 < Re < 3 \times 10^8 \end{matrix}$$

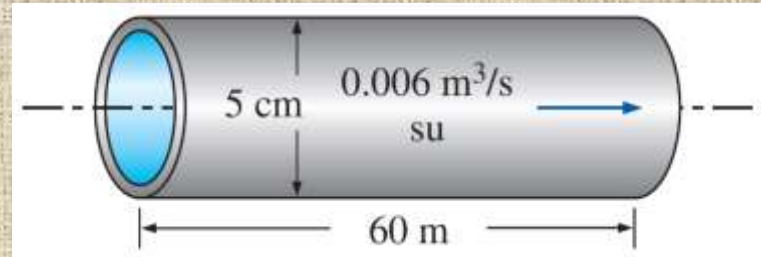
$$\dot{V} = -0.965 \left(\frac{g D^5 h_L}{L} \right)^{0.5} \ln \left[\frac{\varepsilon}{3.7 D} + \left(\frac{3.17 \nu^2 L}{g D^3 h_L} \right)^{0.5} \right] \quad Re > 2000$$

$$D = 0.66 \left[\varepsilon^{1.25} \left(\frac{L \dot{V}^2}{g h_L} \right)^{4.75} + \nu \dot{V}^{9.4} \left(\frac{L}{g h_L} \right)^{5.2} \right]^{0.04} \quad \begin{matrix} 10^{-6} < \varepsilon/D < 10^{-2} \\ 5000 < Re < 3 \times 10^8 \end{matrix}$$

Yük kaybı, debi ve çap hesaplamalarındaki yorucu iterasyonlardan kurtulmak için aşağıdaki Moody diyagramı değerlerinden yüzde 2 kadar farklı olan bu açık bağıntılar kullanılabilir.

ÖRNEK 8-3**Bir Su Borusundaki Yük Kaybının Hesaplanması**

Sıcaklığı 15 °C olan su ($\rho = 999.1 \text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 1.138 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$) 5 cm çaplı yatay bir paslanmaz çelik borudan 0.006 m³/s debi ile daimi olarak akmaktadır (Şekil 8-32). Borunun 60 m'lik bölümünde meydana gelen basınç düşüşünü, yük kaybını ve bu akışı sürdürebilmek için gerekli pompalama gücünü hesaplayınız.



Özellikler Suyun yoğunluğu ve dinamik viskozitesi sırasıyla $\rho = 999.1 \text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 1.138 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ olarak verilmiştir.

Analiz Debi, boru uzunluğu ve boru çapı bilindiğinden, bu problem birinci tip bir problemdir. İlk olarak akış rejimini belirlemek için ortalama hız ve Reynolds sayısını hesaplayalım:

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0.006 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi(0.05 \text{ m})^2/4} = 3.06 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(999.1 \text{ kg/m}^3)(3.06 \text{ m/s})(0.05 \text{ m})}{1.138 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}} = 134300$$

Re değeri 4000'den büyük çıktığından akış türbülanslıdır. Borunun bağlı pürüzlülüğü Tablo 8-2 yardımıyla,

$$\epsilon/D = \frac{0.002}{50} = 0.00004$$

olarak hesaplanır. Bu bağıl pürüzlülük ve Reynolds sayısı değerine karşılık gelen sürtünme faktörü Moody diyagramından kolayca okunabilir. Bununla birlikte herhangi bir okuma hatasına meydan vermemek için f yi Moody diyagramının temelinde yatan Colebrook denkleminden aşağıdaki gibi hesaplayabiliriz:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}} \right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{0.00004}{3.7} + \frac{2.51}{134150\sqrt{f}} \right)$$

Denklem çözücüsü veya iterasyon yöntemi kullanılarak sürtünme faktörü $f = 0.0172$ olarak hesaplanabilir. Buradan basınç düşüşü (bu durumda basınç kaybına eşdeğerdir), yük kaybı ve gerekli güç aşağıdaki gibi bulunur:

$$\Delta P = \Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2} = 0.0172 \frac{60}{0.05} \frac{(999.1 \text{ kg/m}^3)(3.06 \text{ m/s})^2}{2} = \mathbf{96293 \text{ Pa}}$$

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.0172 \frac{60 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} \frac{(3.06 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = \mathbf{9.82 \text{ m}}$$

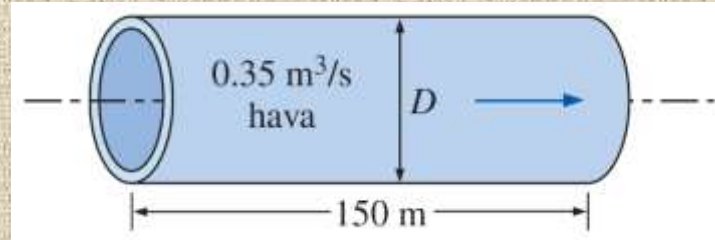
$$\dot{W}_{\text{pompa}} = \dot{V} \Delta P = (0.006 \text{ m}^3/\text{s})(96293 \text{ Pa}) = \mathbf{578 \text{ W}}$$

Buna göre borudaki sürtünme kayıplarını yenmek için akışa 578 W'lık bir güç aktarılması gerekmektedir.

İrdeleme Daha önceden bahsedildiği gibi Colebrook denkleminin kendine özgü hatalarından ötürü elde edilen sonuçların en fazla iki anlamlı basamağa kadar doğru olduğunu bilmemize rağmen, nihai cevapları üç anlamlı basamağa kadar yazmak yaygın bir uygulamadır. Sürtünme faktörü açık haldeki Haaland bağıntısından da (Denklem 8-51) kolayca elde edilebilir. Bu durumda sonuç $f = 0.0170$ olacaktır. Bu değer 0.0172'ye yeteri kadar yakındır. Ayrıca $\varepsilon = 0$ 'a karşılık gelen sürtünme faktörü 0.0169 olarak bulunur. Bu sonuç, paslanmaz çelikten yapılan boruların ihmal edilebilir bir hata ile pürüzsüz olarak kabul edilebileceğini göstermektedir

ÖRNEK 8-4**Bir Hava Kanalının Çapının Hesaplanması**

1 atm ve 35 °C'de olan ısıtılmış hava, 150 m uzunluğundaki dairesel plastik bir borudan 0.35 m³/s'lik debi ile taşınmaktadır (Şekil 8-33). Borudaki yük kaybının 20 m'yi aşması istenmediğine göre minimum boru çapını hesaplayınız.



Özellikler 35 °C'deki havanın yoğunluğu, dinamik viskozitesi ve kinematik viskozitesi sırasıyla, $\rho = 1.145 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.895 \times 10^{-5} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ ve $\nu = 1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 'dir.

Analiz Debi ve yük kaybı bilindiğinden üçüncü tip bir problem söz konusudur. Bu problemi üç farklı yaklaşımla çözebiliriz: (1) Başlangıçta boru çapı için bir değer seçerek yük kaybının hesaplanması, elde edilen bu sonucun verilen yük kaybı ile karşılaştırılması ve hesaplanan yük kaybı verilen değerle uyuşuncaya kadar aynı hesabın tekrarlanması suretiyle (iterasyonla), (2) ilgili bütün denklemlerin yazılması (çap bilinmeyen olarak bırakılacak) ve bir denklem çözücüsü kullanılarak hepsinin birden çözülmesiyle ve (3) üçüncü Swamee-Jain formülünün kullanılması ile. Burada son iki yaklaşımın kullanılışını göstereceğiz.

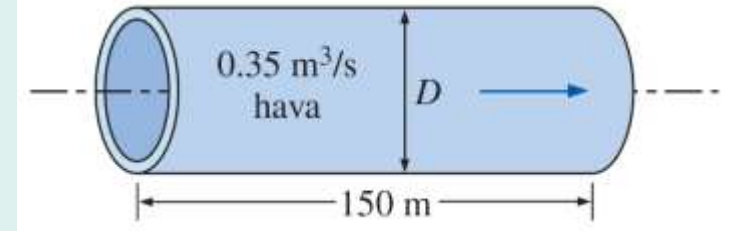
Ortalama hız, Reynolds sayısı, sürtünme faktörü ve yük kaybı bağıntıları aşağıdaki gibi ifade edilebilir (D [m], V [m/s], Re ve f boyutsuzdur):

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0.35 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi D^2/4}$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{VD}{1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right) = -2.0 \log\left(\frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \rightarrow 20 \text{ m} = f \frac{150 \text{ m}}{D} \frac{V^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)}$$



Plastik borunun pürüzlülüğü yaklaşık olarak sıfırdır (Tablo 8–2). Elimizde dört bilinmeyenli dört denklem vardır ve bunları EES gibi bir denklem çözücüsü ile çözdüğümüzde aşağıdaki sonuçları elde ederiz:

$$D = \mathbf{0.267 \text{ m}}, \quad f = 0.0180, \quad V = 6.24 \text{ m/s} \quad \text{ve} \quad Re = 100800$$

Buna göre, yük kaybının 20 m'yi aşmaması isteniyorsa boru çapı 26.7 cm'den büyük olmalıdır. Re sayısının 4000'den büyük olduğuna ve dolayısıyla türbülanslı akış kabulünün doğrulanmış olduğuna dikkat ediniz.

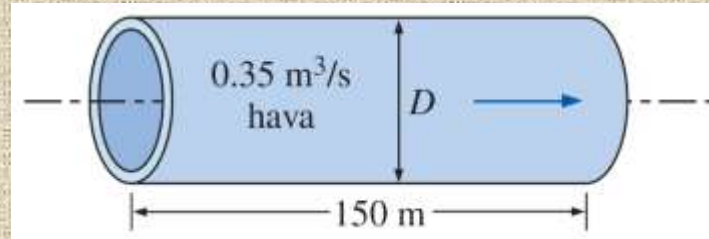
Çap ayrıca üçüncü Swamee-Jain denkleminde doğrudan elde edilebilir:

$$\begin{aligned} D &= 0.66 \left[\epsilon^{1.25} \left(\frac{L \dot{V}^2}{g h_L} \right)^{4.75} + \nu \dot{V}^{9.4} \left(\frac{L}{g h_L} \right)^{5.2} \right]^{0.04} \\ &= 0.66 \left[0 + (1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})(0.35 \text{ m}^3/\text{s})^{9.4} \left(\frac{150 \text{ m}}{(9.81 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m})} \right)^{5.2} \right]^{0.04} \\ &= \mathbf{0.271 \text{ m}} \end{aligned}$$

ÖRNEK 8-5

Bir Borudaki Hava Debisinin Hesaplanması

Örnek 8-4'ü tekrar göz önüne alınız. Bu sefer borunun uzunluğu iki katına çıkarılsın ancak çapı sabit kalsın. Toplam yük kaybının sabit kalması istendiğine göre boru debisindeki düşüşü hesaplayınız.



ÇÖZÜM

Bir hava borusundaki çap ve yük kaybı verilmiş, debi hesaplanacaktır.

Analiz Verilen boru çapı ve yük kaybı için debinin hesaplanması istendiğinden bu problem ikinci tip bir problemdir. Debi (ve dolayısıyla akış hızı) bilinmediğinden çözüm için iterasyon yapmak durumundayız.

Ortalama hız, Reynolds sayısı, sürtünme faktörü ve yük kaybı bağıntıları aşağıdaki gibi ifade edilebilir (D [m], V [m/s], Re ve f boyutsuzdur):

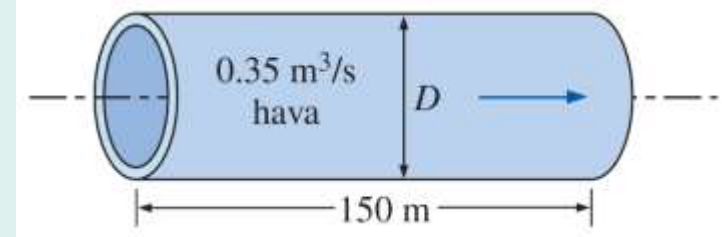
Ortalama hız, Reynolds sayısı, sürtünme faktörü ve yük kaybı bağıntıları aşağıdaki gibi ifade edilebilir (D [m], V [m/s], Re ve f boyutsuzdur):

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} \rightarrow V = \frac{\dot{V}}{\pi(0.267 \text{ m})^2/4}$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} \rightarrow Re = \frac{V(0.267 \text{ m})}{1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \rightarrow 20 \text{ m} = f \frac{300 \text{ m}}{0.267 \text{ m}} \frac{V^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)}$$



Elimizde dört bilinmeyenli dört denklem vardır ve bunları EES gibi bir denklem çözücüsü ile çözdüğümüzde aşağıdaki sonuçlar elde edilir (Şekil 8–34):

$$\dot{V} = 0.24 \text{ m}^3/\text{s}, \quad f = 0.0195, \quad V = 4.23 \text{ m/s} \quad \text{ve} \quad Re = 68300$$

Buna göre debideki düşüş,

$$\dot{V}_{\text{düşüş}} = \dot{V}_{\text{eski}} - \dot{V}_{\text{yeni}} = 0.35 - 0.24 = \mathbf{0.11 \text{ m}^3/\text{s}} \quad (\%31 \text{ düşüş})$$

olur. Çıkan bu sonuca göre, verilen yük kaybı için (veya kullanılabilir yük veya fan basma gücü), boru uzunluğu iki katına çıkarıldığında debi 0.35'ten 0.24 m³/s'ye %31 oranında düşmektedir.

İkinci Çözüm Bilgisayara erişim imkânınızın olmadığı durumlarda (sınavlarda olduğu gibi), diğer bir seçenek *elle iterasyon* yapmaktır. En iyi yakınsamanın, ilk olarak sürtünme faktörü f 'yi tahmin edip ardından V hızını hesaplamak suretiyle sağlanabileceğini daha önceden ifade etmiştik. f 'nin fonksiyonu olarak V 'nin denklemi şöyledir:

Borudaki ortalama hız:
$$V = \sqrt{\frac{2gh_L}{fL/D}}$$

V hesaplandığında, Moody diyagramı veya Colebrook denkleminde elde edilen *düzeltilmiş* sürtünme faktöründen Reynolds sayısı hesaplanabilir. Yakınsama elde edilinceye kadar *düzeltilmiş* f değeri ile hesaplamalar tekrar edilir. Alıştırma olarak sürtünme faktörünü $f = 0.04$ olarak tahmin edelim:

İterasyon	f (tahmin)	V , m/s	Re	Düzeltilmiş f
1	0.04	2.955	4.724×10^4	0.0212
2	0.0212	4.059	6.489×10^4	0.01973
3	0.01973	4.207	6.727×10^4	0.01957
4	0.01957	4.224	6.754×10^4	0.01956
5	0.01956	4.225	6.756×10^4	0.01956

İterasyon sadece üç tekrarda, üç basamakta ve sadece dört tekrarda, dört basamakta yakınsamıştır. Nihai sonuçlar bilgisayara gerek kalmadan EES ile elde edilenlerle aynı olarak elde edilmiştir.

İrdeleme Yeni debi doğrudan doğruya ikinci Swamee-Jain formülünden de elde edilebilir:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -0.965 \left(\frac{gD^5 h_L}{L} \right)^{0.5} \ln \left[\frac{\varepsilon}{3.7D} + \left(\frac{3.17\nu^2 L}{gD^3 h_L} \right)^{0.5} \right] \\ &= -0.965 \left(\frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.267 \text{ m})^5(20 \text{ m})}{300 \text{ m}} \right)^{0.5} \\ &\quad \times \ln \left[0 + \left(\frac{3.17(1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2(300 \text{ m})}{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.267 \text{ m})^3(20 \text{ m})} \right)^{0.5} \right] \\ &= 0.24 \text{ m}^3/\text{s}\end{aligned}$$

Swamee-Jain bağıntısından elde edilen sonucun, EES veya elle iterasyon yöntemleri ile birlikte kullandığımız Colebrook denkleminde elde edilen sonuç ile aynı (iki anlamlı basamağa kadar) olduğuna dikkat ediniz. Bu sonuca göre basit Swamee-Jain bağıntısı güvenle kullanılabilir.

8-6 ■ YEREL KAYIPLAR

Yaygın karşılaşılan borulama sistemlerinde akışkan, borunun düz kısımlarına ek olarak birçok **bağlantı elemanı, vana, dönüş, dirsek, T, giriş, çıkış, genişleme ve daralmalardan** geçer.

Bu parçalar akışkanın düzgün akışını bozar ve akışı ayırdıkları ve akışın karışmasına yol açtıkları için ilave kayıplara neden olurlar.

Uzun borulardan oluşan bir sistemde bu kayıplar, borunun düz kısımlarındaki toplam yük kaybı (**sürtünme kayıpları**) ile karşılaştırıldığında küçük kalır ve bunlara **yerel kayıplar** denir.

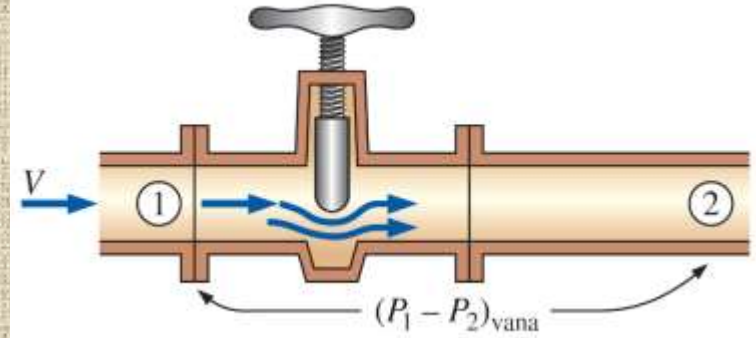
Yerel kayıplar genelde **kayıp katsayısı** K_L cinsinden ifade edilir.

$$K_L = \frac{h_L}{V^2/(2g)}$$

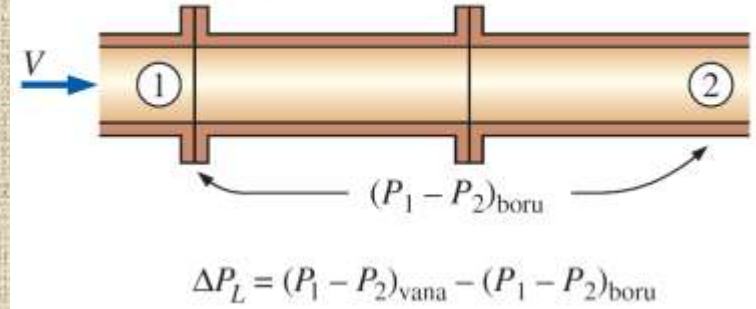
$$h_L = \Delta P_L / \rho g$$

Elemandan
kaynaklanan yük
kaybı

Vanalı boru bölümü:



Vanasız boru bölümü:



Üzerinde yerel kayıp elemanı bulunan sabit çaplı bir boru durumunda, elemanın (şekilde gösterilen sürgülü vana gibi) kayıp katsayısı, yol açtığı ilave basınç kaybının ölçülüp borudaki dinamik basınca bölünmesi ile bulunur.

Giriş çapı çıkış çapına eşit olduğunda bir elemanın kayıp katsayısı, o eleman boyunca meydana gelen basınç kaybının ölçülmesi ve dinamik basınca bölünmesi ile bulunur:

$$K_L = \Delta P_L / (\rho V^2 / 2).$$

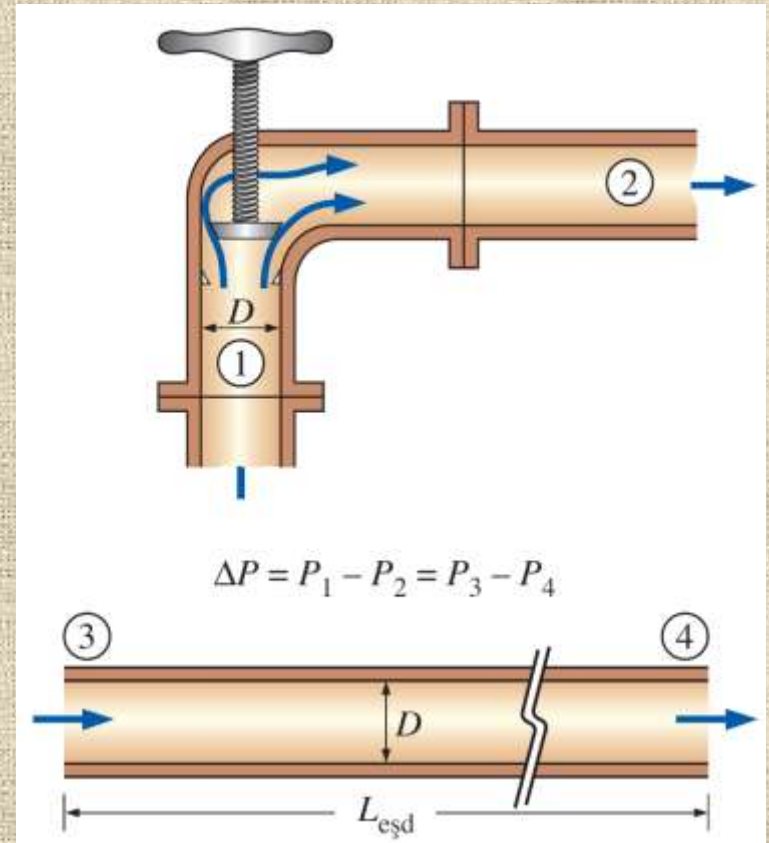
Elemanın kayıp katsayısı bilindiğinde ise yük kaybı aşağıdaki denklemden hesaplanabilir:

$$h_L = K_L \frac{V^2}{2g}$$

Yerel
kayıp

Yerel kayıplar **eşdeğer uzunluk** $L_{eşd}$ cinsinden de yazılabilir:

$$h_L = K_L \frac{V^2}{2g} = f \frac{L_{eşd}}{D} \frac{V^2}{2g} \rightarrow L_{eşd} = \frac{D}{f} K_L$$



Bir boru elemanın (şekilde gösterilen dirsek vana gibi) neden olduğu yük kaybı, uzunluğu eşdeğer uzunluğa eşit olan boru bölümünden kaynaklanan yük kaybına eşdeğerdir.

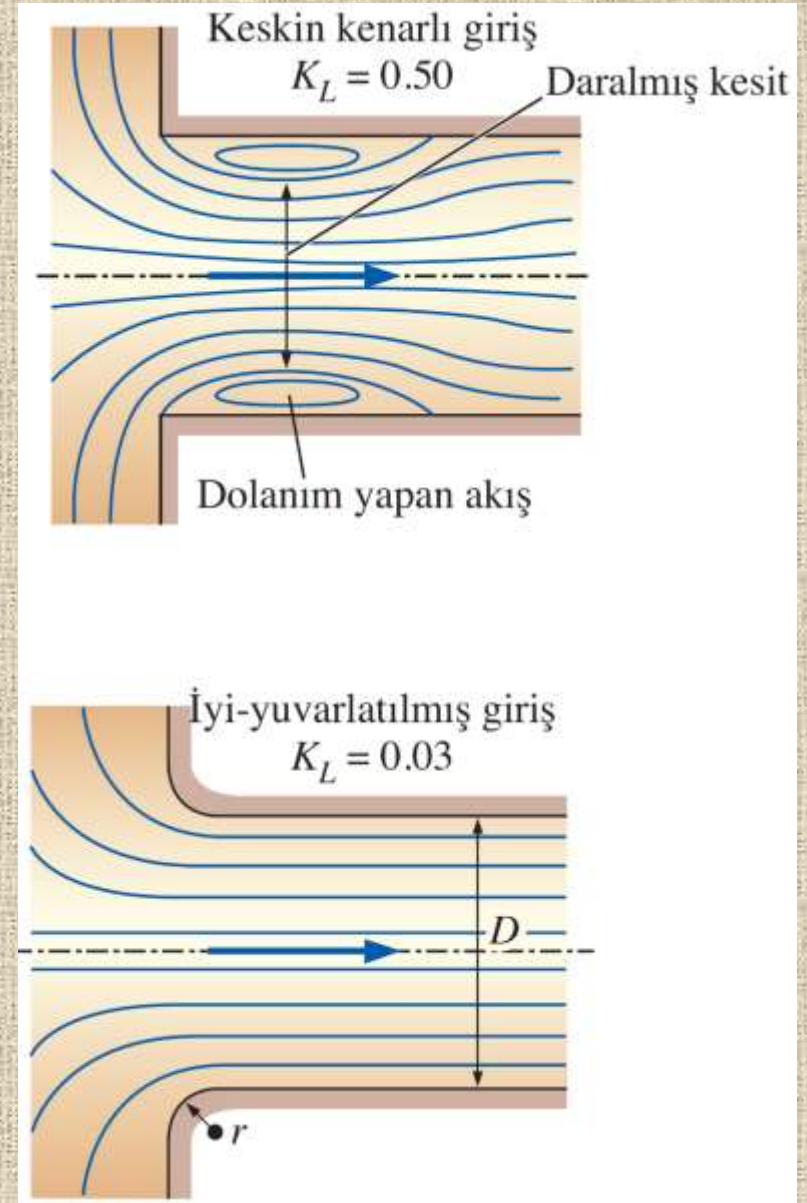
Toplam Yük kaybı (genel):

$$h_{L, \text{toplam}} = h_{L, \text{sürekli}} + h_{L, \text{yerel}}$$
$$= \sum_i f_i \frac{L_i}{D_i} \frac{V_i^2}{2g} + \sum_j K_{L,j} \frac{V_j^2}{2g}$$

Toplam yük kaybı ($D = \text{sabit}$):

$$h_{L, \text{toplam}} = \left(f \frac{L}{D} + \sum K_L \right) \frac{V^2}{2g}$$

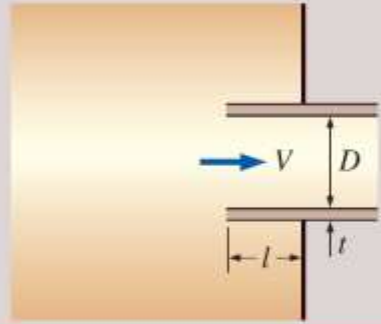
Boru girişindeki yük kaybı, iyi yuvarlatılmış girişler için hemen hemen ihmal edilebilirken ($r/D > 0.2$ için $K_L = 0.03$), keskin kenarlı girişler için 0.5 civarına kadar yükselebilmektedir.



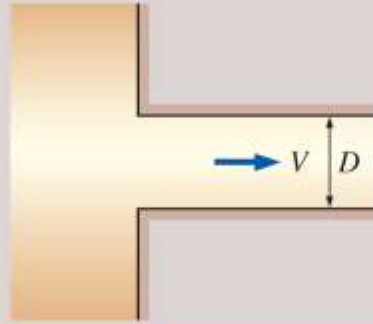
Türbülanslı akışta çeşitli boru elemanlarının K_L kayıp katsayıları ($h_L = K_L V^2 / (2g)$ bağıntısındaki V , elemanın bulunduğu borudaki ortalama hızdır)*

Boru girişi

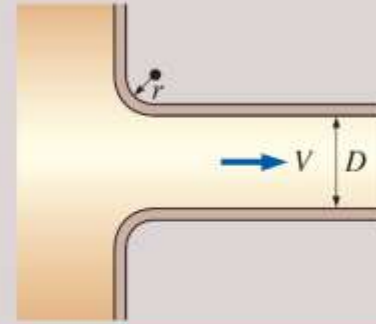
Çıkıntılı giriş: $K_L = 0.80$
($t \ll D$ ve $l \approx 0.1D$)



Keskin kenarlı: $K_L = 0.50$

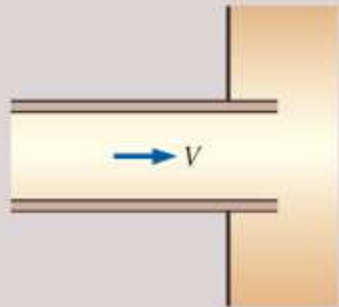


Tam yuvarlatılmış ($r/D > 0.2$): $K_L = 0.03$
Hafifçe yuvarlatılmış ($r/D = 0.1$): $K_L = 0.12$
(bkz. Şekil 8-39)

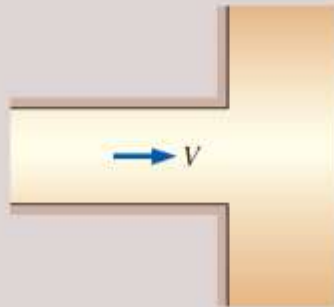


Boru çıkışı

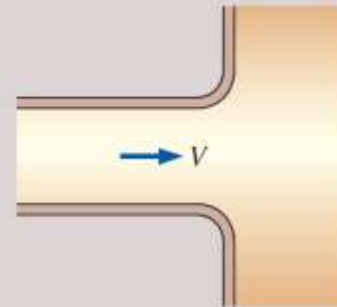
Çıkıntılı çıkış: $K_L = \alpha$



Keskin kenarlı: $K_L = \alpha$



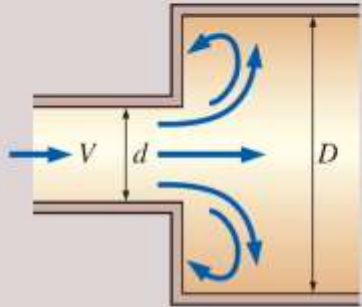
Yuvarlatılmış: $K_L = \alpha$



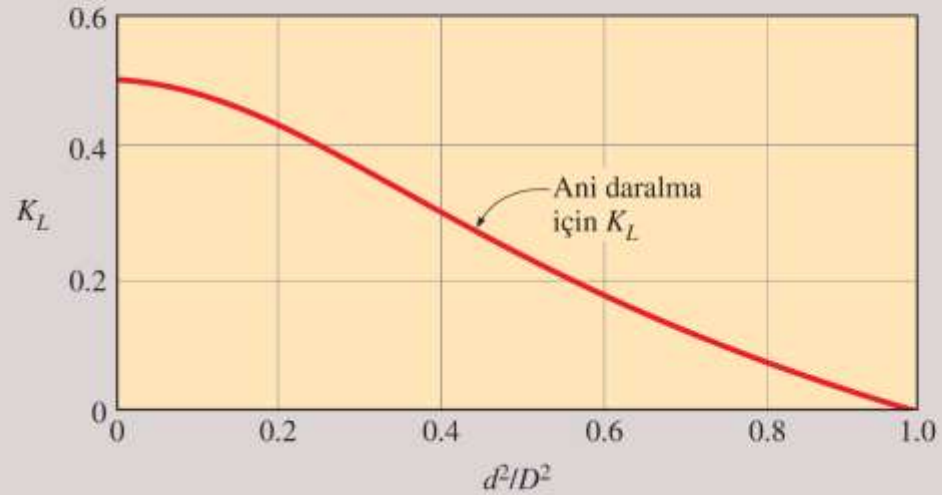
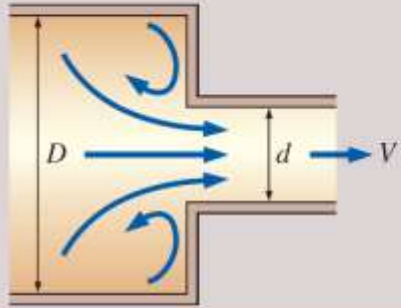
Not: Kinetik enerji düzeltme faktörü tam gelişmiş laminar akış için $\alpha = 2$, tam gelişmiş türbülanslı akış için $\alpha \approx 1.05$ 'dir.

Ani Genişleme ve Daralma (küçük çaplı borudaki hıza göre)

Ani genişleme:



Ani daralma: Diyagrama bakınız.



Yavaş Genişleme ve Daralma (küçük çaplı borudaki hıza göre)

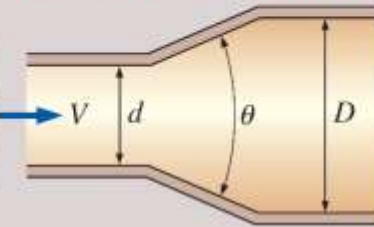
Genişleme ($\theta = 20^\circ$):

$d/D = 0.2$ için $K_L = 0.30$

$d/D = 0.4$ için $K_L = 0.25$

$d/D = 0.6$ için $K_L = 0.15$

$d/D = 0.8$ için $K_L = 0.10$

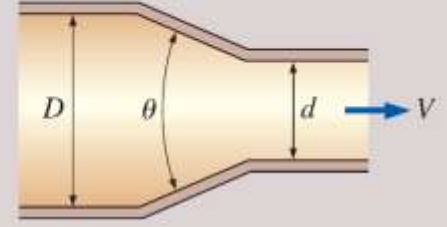


Daralma:

$\theta = 30^\circ$ için $K_L = 0.02$

$\theta = 45^\circ$ için $K_L = 0.04$

$\theta = 60^\circ$ için $K_L = 0.07$

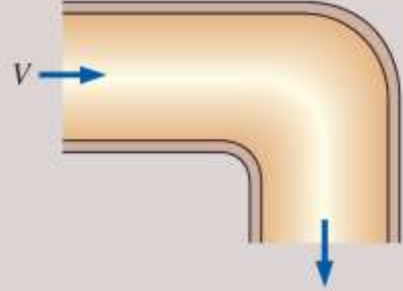


Dönüşler ve Dallanmalar

90° yumuşak dönüş:

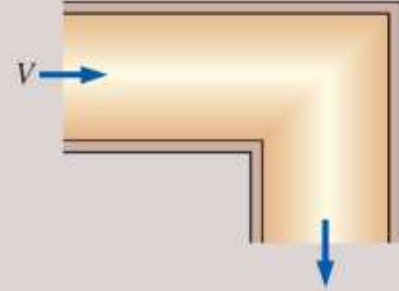
Flanşlı: $K_L = 0.3$

Diş açılmış: $K_L = 0.9$



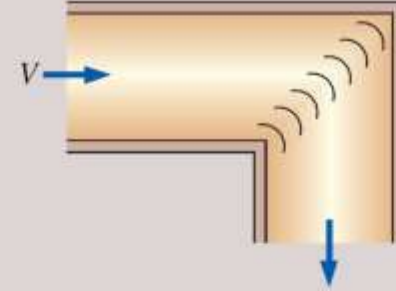
90° köşe dönüş

(kanatsız): $K_L = 1.1$



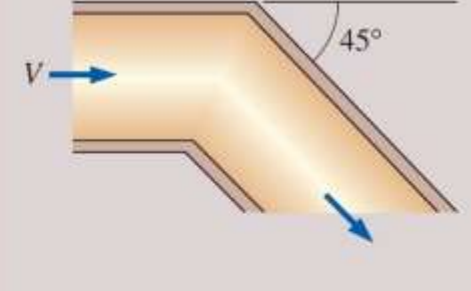
90° köşe dönüş

(kanatlı): $K_L = 0.2$



45° dişli dirsek:

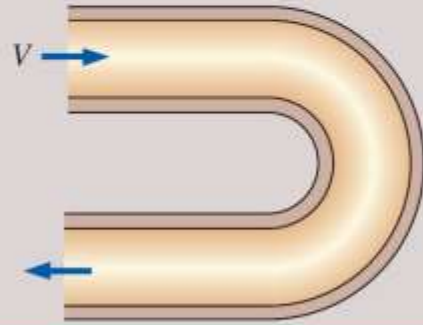
$K_L = 0.4$



180° dönüş :

Flanşlı: $K_L = 0.2$

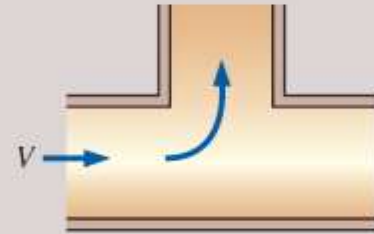
Diş açılmış: $K_L = 1.5$



T (düz akışlı):

Flanşlı: $K_L = 1.0$

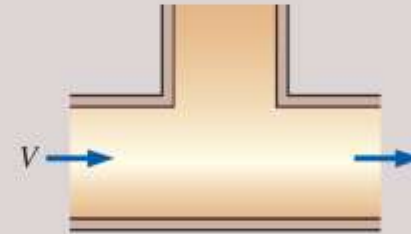
Diş açılmış: $K_L = 2.0$



T (düz akışlı):

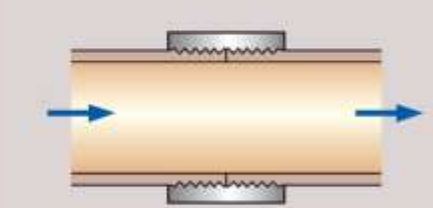
Flanşlı: $K_L = 0.2$

Diş açılmış: $K_L = 0.9$



Dişli rakor:

$K_L = 0.08$



Vanalar

Glob vana, tam açık: $K_L = 10$

Dirsek vana, tam açık: $K_L = 5$

Küresel vana, tam açık: $K_L = 0.05$

Yelpaze tipi (çalpara) çek valf, tam açık: $K_L = 2$

Sürgülü vana, tam açık: $K_L = 0.2$

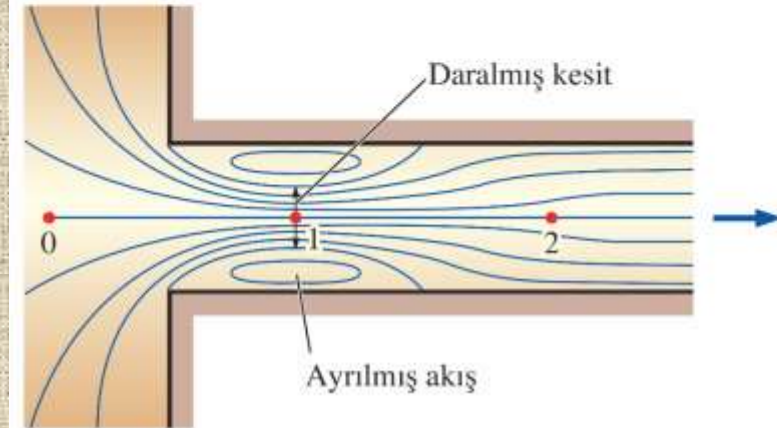
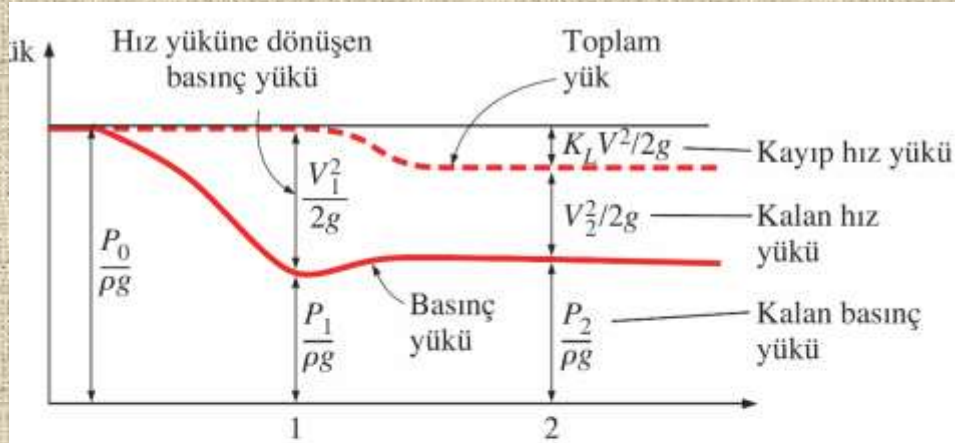
$\frac{1}{4}$ kapalı: $K_L = 0.3$

$\frac{1}{2}$ kapalı: $K_L = 2.1$

$\frac{3}{4}$ kapalı: $K_L = 17$

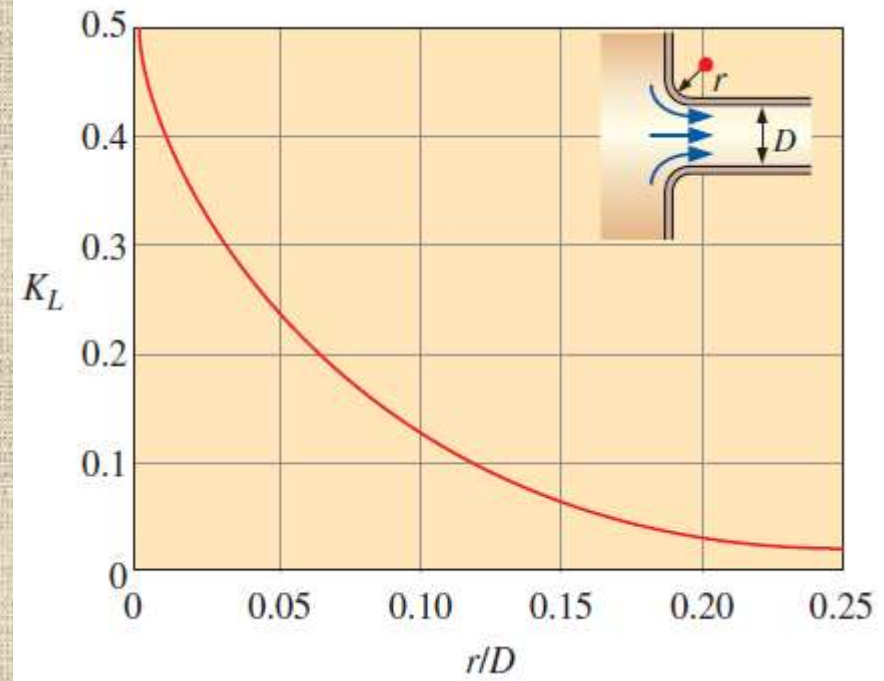
* Bu değerler kayıp katsayılarının temsili değerleridir. Gerçek değerler büyük oranda elemanların tasarım ve imalatına bağlıdır ve verilen değerlerden önemli miktarda sapmalar gösterebilir (özellikle vanalar için). Nihai tasarımda imalatçı firmadan beyan edilen veriler kullanılmalıdır.

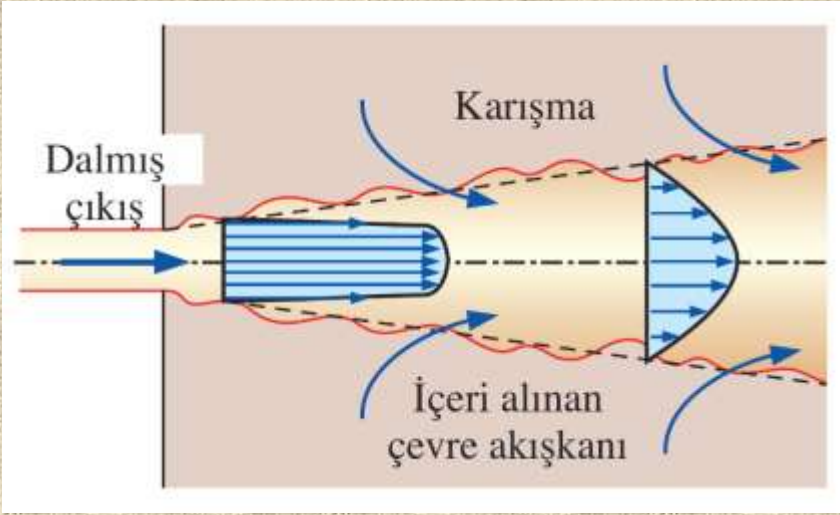
$$K_L = \alpha \left(1 - \frac{A_{\text{küçük}}}{A_{\text{büyük}}} \right)^2 \quad (\text{ani genişleme})$$



Keskin kenarlı boru girişindeki akış daralmasının ve ilgili yük kaybının şematik gösterimi.

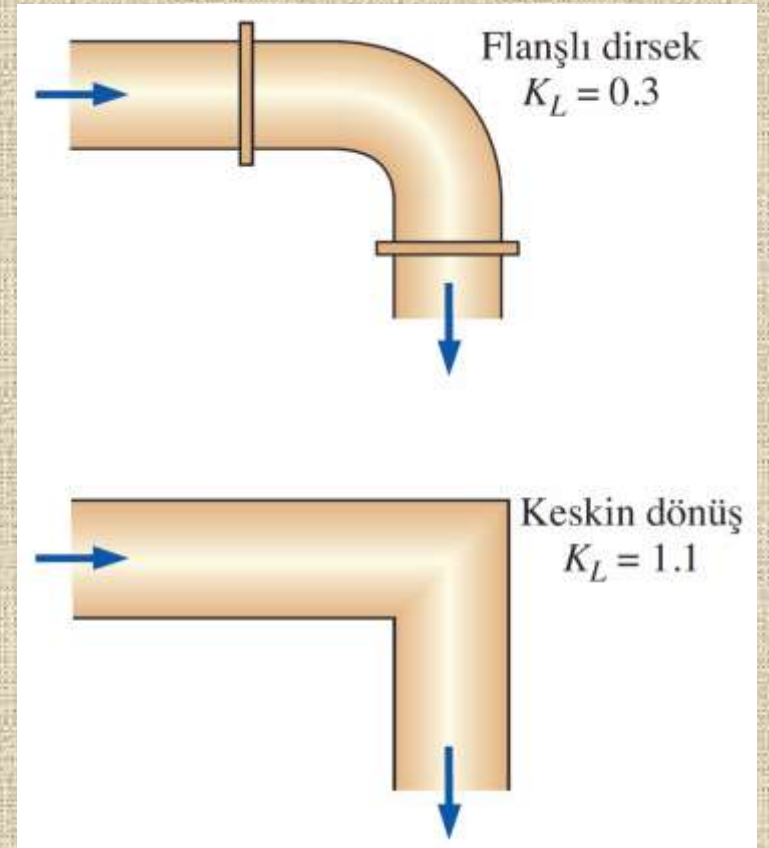
Boru girişini yuvarlatmanın kayıp katsayısı üzerindeki etkisi.

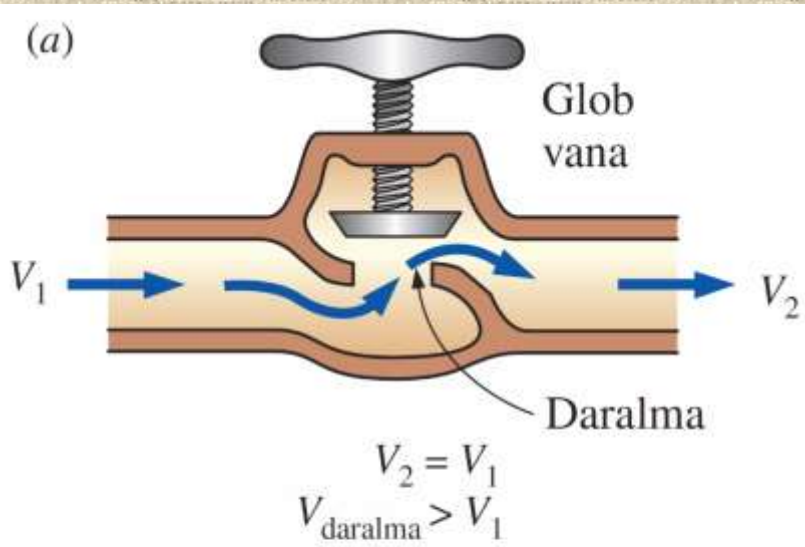




Jet, dalmış çıkışın aşağıakımında yavaşlayıp çevre akışkanı ile karışırken, akışın tüm kinetik enerjisi sürtünmeyle "yitirilir" (ısıll enerjiye dönüşür).

Keskin dönüşler yerine dairesel yayların kullanılması ile akışkanın dönüşü "kolaylaştırılarak" yön değişikliği esnasındaki kayıplar en aza indirgenebilir.





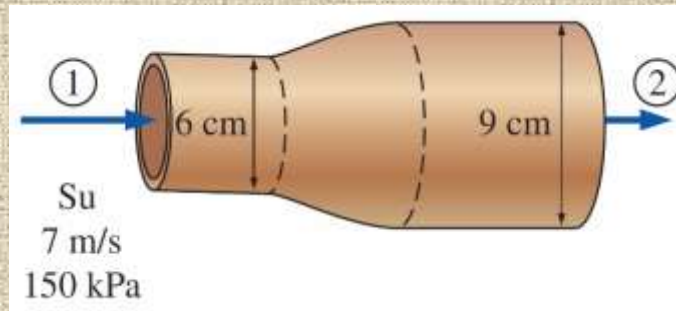
(b)



(a) Kısmen kapalı bir vanadaki büyük yük kaybı, tersinmez yavaşlamadan, akış ayrılmasından ve dar vana geçidinden gelen yüksek hızlı akışkanın akış içerisinde karışmasından kaynaklanır. (b) Öte yandan tam açık bir küresel vanadaki yük kaybı oldukça düşüktür.

ÖRNEK 8–6**Yavaş Genişleme Sırasındaki Yük Kaybı ve Basınç Artışı**

6 cm çapındaki yatay su borusu 9 cm çapındaki boru ile yavaşça genişleterek birleşmektedir (Şekil 8–43). Genişleme kısmının çeperleri yatay ile 10° açı yapmaktadır. Suyun genişlemeden önceki ortalama hızı ve basıncı sırasıyla 7 m/s ve 150 kPa'dır. Genişleme kısmındaki yük kaybını ve büyük çaplı borudaki basıncı hesaplayınız.



Kabuller 1 Akış daimi ve sıkıştırılamazdır. 2 1 ve 2 kesitlerindeki akış tam gelişmiş ve türbülanslıdır, $\alpha_1 = \alpha_2 \cong 1.06$.

Özellikler Suyun yoğunluğunu $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ olarak alalım. $\theta = 20^\circ$ 'lik toplam açı ve $d/D = 6/9$ için yavaş genişlemedeki kayıp katsayısı $K_L = 0.133$ olarak alınabilir (Tablo 8–4'te interpolasyon yaparak).

Analiz Su yoğunluğunun sabit kaldığını dikkate aldığımızda aşağıdaki su hızı kütle korunumdan,

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \rightarrow V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1 = \frac{D_1^2}{D_2^2} V_1$$
$$V_2 = \frac{(0.06 \text{ m})^2}{(0.09 \text{ m})^2} (7 \text{ m/s}) = 3.11 \text{ m/s}$$

olarak bulunur. Buradan genişleme kısmındaki tersinmez yük kaybı aşağıdaki gibi bulunur:

$$h_L = K_L \frac{V_1^2}{2g} = (0.133) \frac{(7 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = \mathbf{0.133 \text{ m}}$$

Burada $z_1 = z_2$ olup sistemde pompa veya türbin bulunmadığından, genişleme kısmındaki enerji denklemi yükler cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{z_1} + \overset{0}{h_{\text{pompa},f}} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{z_2} + \overset{0}{h_{\text{türbin},\zeta}} + h_L$$

ya da

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

Yukarıdaki denklemden P_2 çekilip verilen değerler yerine konursa,

$$\begin{aligned} P_2 &= P_1 + \rho \left\{ \frac{\alpha_1 V_1^2 - \alpha_2 V_2^2}{2} - gh_L \right\} = (150 \text{ kPa}) + (1000 \text{ kg/m}^3) \\ &\times \left\{ \frac{1.06(7 \text{ m/s})^2 - 1.06(3.11 \text{ m/s})^2}{2} - (9.81 \text{ m/s}^2)(0.333 \text{ m}) \right\} \\ &\times \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1 \text{ kN/m}^2} \right) \\ &= \mathbf{168 \text{ kPa}} \end{aligned}$$

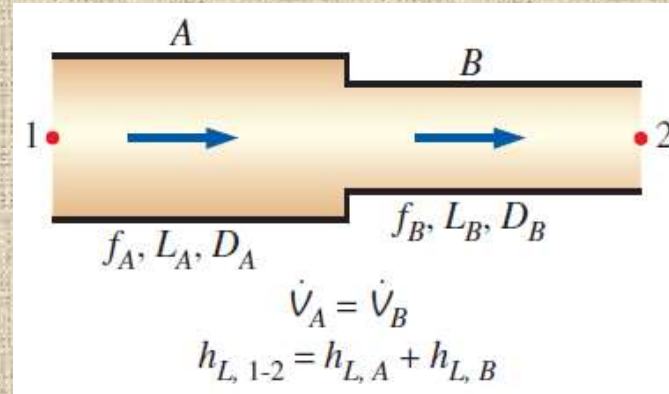
elde edilir. Görüldüğü gibi yük (ve basınç) kaybına rağmen, genişlemeden sonra basınç 150 kPa'dan 168 kPa'a yükselmiştir. Bunun nedeni, büyük borudaki ortalama akış hızı azalırken dinamik basıncın statik basınca dönüşmesidir.

8-7 ■ BORU ŞEBEKELERİ VE POMPA SEÇİMİ

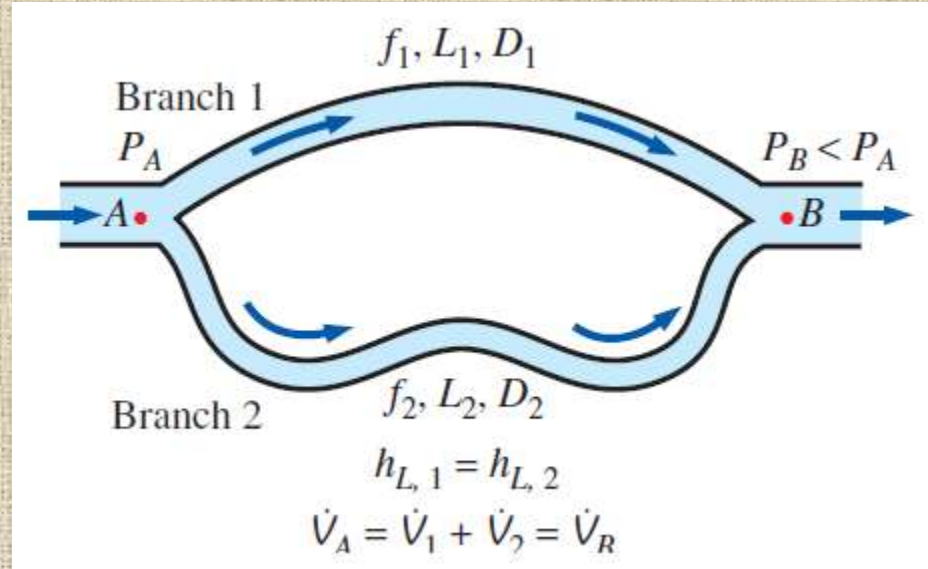


Bir endüstriyel işletmedeki boru şebekesi.

Paralel bağlı borularda yük kaybı her bir boruda aynıdır ve toplam debi her bir borudaki debilerin toplamıdır.



Seri bağlı borularda debi her boruda aynıdır ancak toplam yük kaybı her bir borudaki yük kayıplarının toplamıdır.



Sonuç olarak, paralel borulardaki bağıl debiler, her bir borudaki yük kaybının aynı olması şartından hareketle elde edilir.

$$h_{L,1} = h_{L,2} \rightarrow f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{f_2 L_2 D_1}{f_1 L_1 D_2} \right)^{1/2} \quad \text{and} \quad \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{A_{c,1} V_1}{A_{c,2} V_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2} \left(\frac{f_2 L_2 D_1}{f_1 L_1 D_2} \right)^{1/2}$$

Paralel kolların birindeki debini, o boru çapının 5/2'nci kuvveti ile doğru orantılı, boru uzunluğunun ve sürtünme faktörünün karekökü ile de ters orantılıdır.

Borulama sistemlerinin analizi iki basit ilkeye dayanır:

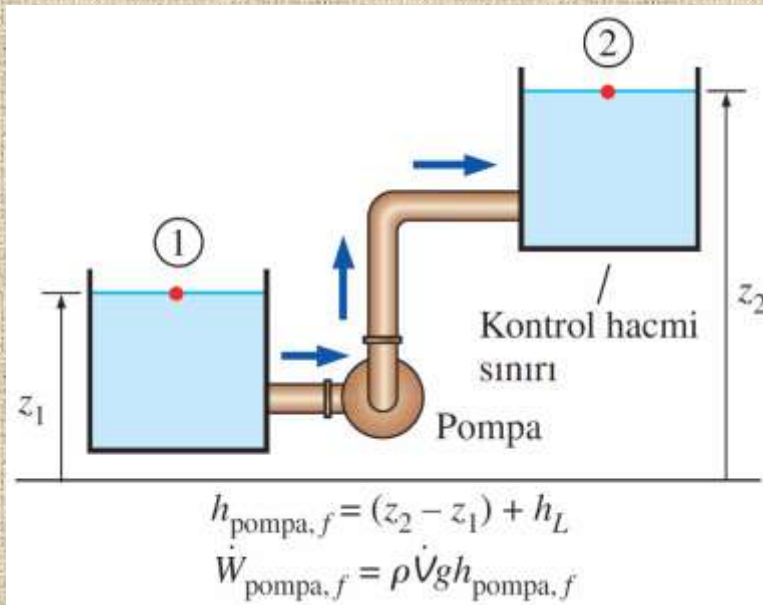
- 1. Sistem boyunca kütle korunumu sağlanmalıdır.** Bu sistemdeki tüm düğüm noktalarında, ilgili düğüme giren toplam debi bu düğümden çıkan toplam debiye eşit olmalıdır. Ayrıca boru çapına bakılmaksızın, seri bağlı borularda debi sabit kalmalıdır
- 2. İki düğüm noktası arasındaki basınç düşüşü (ve dolayısıyla yük kaybı) bu düğüm noktaları arasındaki tüm yollarda aynı olmalıdır.** Bunun nedeni basıncın nokta fonksiyonu olması ve belirli bir noktada iki değer alamamasıdır. Uygulamada bu kural, bir gözdeki (bütün gözler için) yük kayıplarının cebirsel toplamının sıfıra eşit olmasını gerektirir.

Pompa ve Türbinli Borulama Sistemleri

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa},f} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{türbin},\zeta} + h_L$$

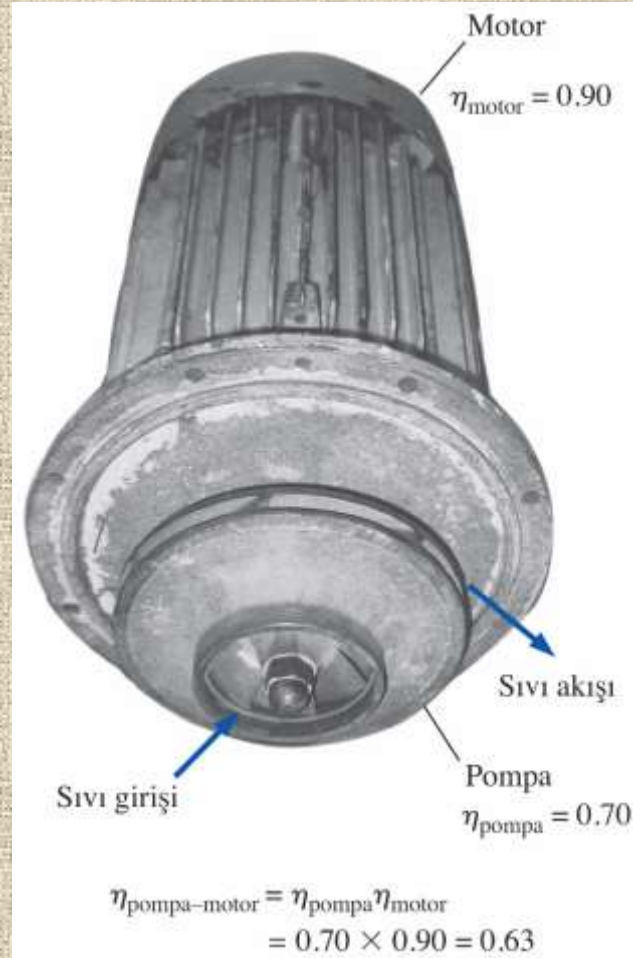
$$h_{\text{pompa},f} = (z_2 - z_1) + h_L$$

$$\dot{W}_{\text{pompa, mil}} = \frac{\rho \dot{V} g h_{\text{pompa},f}}{\eta_{\text{pompa}}} \quad \dot{W}_{\text{elektrik}} = \frac{\rho \dot{V} g h_{\text{pompa},f}}{\eta_{\text{pompa-motor}}}$$



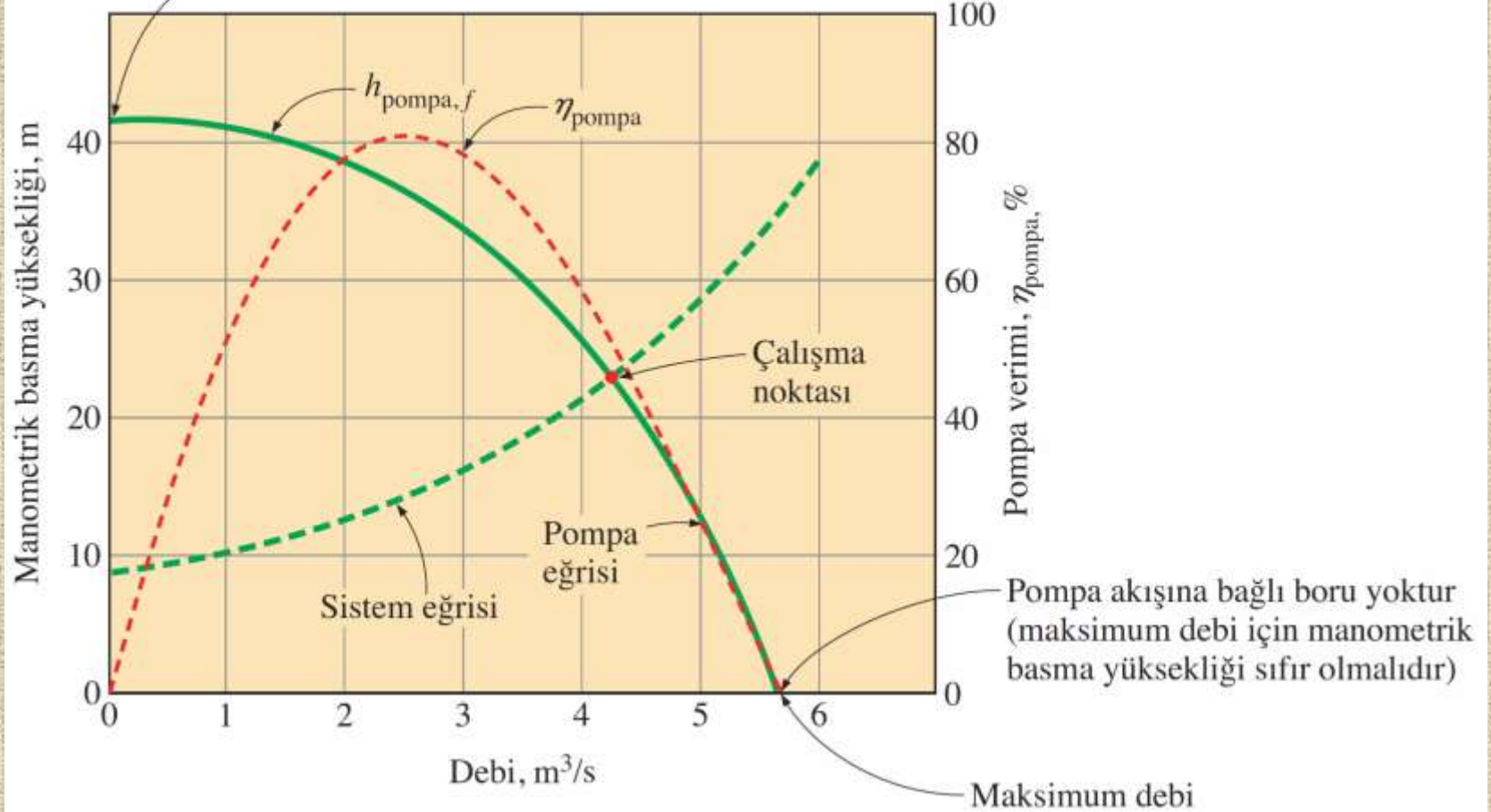
Pompanın akışkanı bir depodan diğerine basması için gerekli faydalı pompa yükü (pompa basma yüksekliği) iki depo arasındaki seviye farkı ile yük kaybının toplamına eşittir.

Daimi akış için enerji denklemi



Pompa-motor grubunun verimi, pompa ve motor verimlerinin çarpımına eşittir.

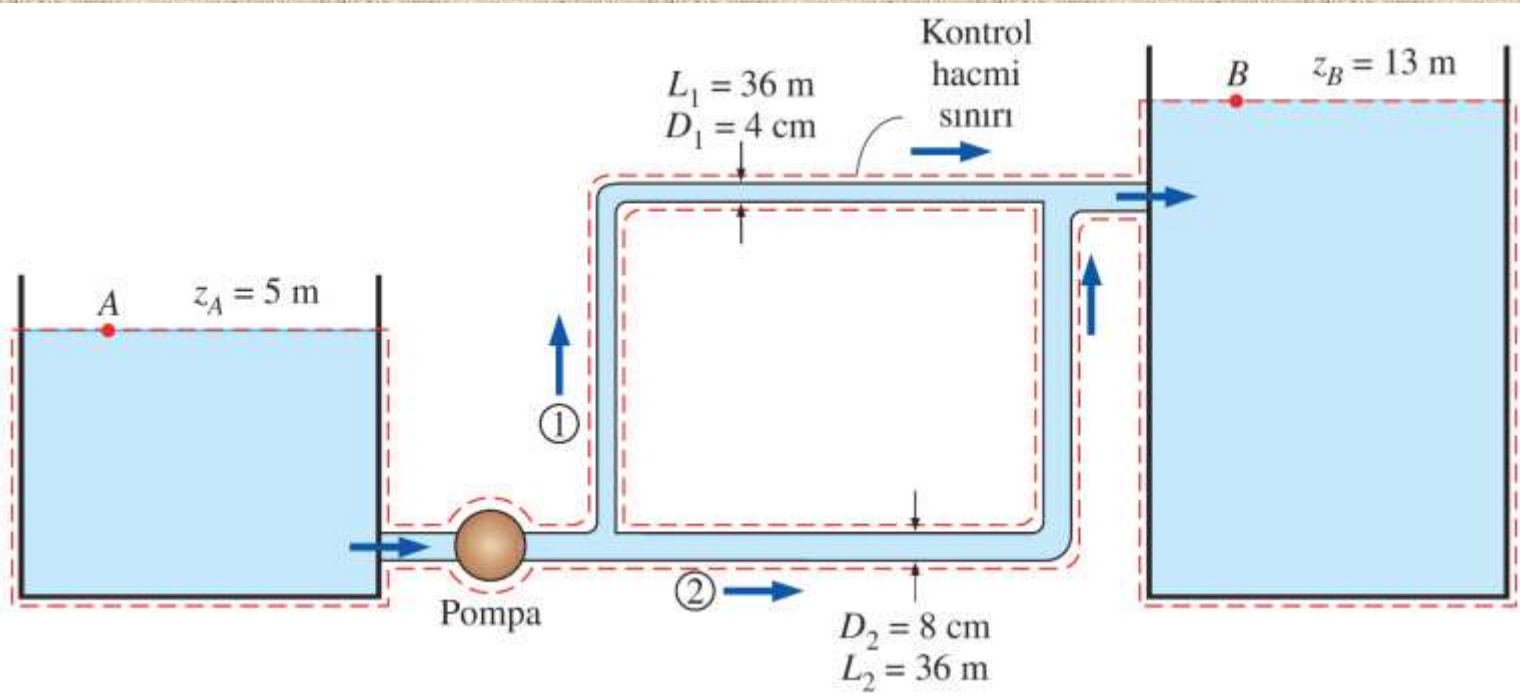
Maksimum manometrik basma yüksekliği elde etmek için pompa çıkışı kapatılır (Kapalı vana durumundaki manometrik basma yüksekliği)



Santrifüj pompalar için pompa karakteristik eğrileri, bir borulama sistemi için sistem eğrisi ve çalışma noktasının gösterilmesi.

ÖRNEK 8-7 Suyun Paralel İki Borudan Pompalanması

Sıcaklığı $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ olan su, bir depodan ($z_A = 5\text{ m}$) daha yüksekteki diğer bir depoya ($z_B = 13\text{ m}$) paralel bağlı 36 m uzunluğundaki iki adet boru ile pompalanmaktadır (Şekil 8-50). Borular ticari çelikten imal edilmiş olup çapları sırasıyla 4 ve 8 cm'dir. Su, çalışma esnasında 8 kW elektrik gücü çeken %70 verimli motor-pompa grubu ile pompalanacaktır. Paralel boruları depolara bağlayan borulardaki yerel kayıplar ve yük kaybı ihmal edilmektedir. Depolar arasındaki toplam debi ile paralel boruların her birindeki debiyi hesaplayınız.



Özellikler 20 °C'deki suyun yoğunluğu ve dinamik viskozitesi sırasıyla $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ 'dir. Ticari çelik borunun pürüzlülüğü $\varepsilon = 0.000045 \text{ m}$ 'dir (Tablo 8–2).

Analiz Borulardaki hızlar (veya debiler) bilinmediğinden bu problem doğrudan çözülemez. Dolayısıyla burada normal olarak deneme-yanılma yaklaşımı kullanılmalıdır. Bununla birlikte EES gibi günümüzde kullanılan denklem çözümleri yaygın olarak kullanılmaktadır ve dolayısıyla denklemleri sadece denklem çözümleri ile çözülebilecek şekilde düzenleyeceğiz. Pompanın manometrik basma yüksekliği aşağıdaki denklemden hesaplanabilir:

$$\dot{W}_{\text{elektrik}} = \frac{\rho \dot{V} g h_{\text{pompa},f}}{\eta_{\text{pompa-motor}}} \rightarrow 8000 \text{ W} = \frac{(998 \text{ kg/m}^3) \dot{V} (9.81 \text{ m/s}^2) h_{\text{pompa},f}}{0.70} \quad (1)$$

A ve B noktalarını depoların serbest yüzeylerinde seçelim. Dikkat edilirse her iki noktadaki akışkan yüzeyi atmosfere açıktır (ve dolayısıyla $P_A = P_B = P_{\text{atm}}$) ve depolar büyük olduğundan her iki noktadaki akışkan hızları ihmal edilebilir ($V_A \approx V_B \approx 0$). Bu durumda bu iki nokta arasındaki kontrol hacmi için enerji denklemi aşağıdaki ifadeye sadeleşir:

$$\frac{\cancel{P_A}}{\cancel{\rho g}} + \alpha_A \frac{V_A^2}{2g} + z_A + h_{\text{pompa},f} = \frac{\cancel{P_B}}{\cancel{\rho g}} + \alpha_B \frac{V_B^2}{2g} + z_B + h_L$$

veya

$$h_{\text{pompa},f} = (z_B - z_A) + h_L$$

veya

$$h_{\text{pompa},f} = (13 \text{ m} - 5 \text{ m}) + h_L \quad (2)$$

olup burada

$$h_L = h_{L,1} = h_{L,2} \quad (3)(4)$$

alınmıştır. 4 cm çaplı boruyu 1 ile, 8 cm çaplı boruyu ise 2 ile göstereyim. Ortalama hız, Reynolds sayısı, sürtünme faktörü ve her bir borudaki yük kaybı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$V_1 = \frac{\dot{V}_1}{A_{c,1}} = \frac{\dot{V}_1}{\pi D_1^2/4} \rightarrow V_1 = \frac{\dot{V}_1}{\pi(0.04 \text{ m})^2/4} \quad (5)$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}_2}{A_{c,2}} = \frac{\dot{V}_2}{\pi D_2^2/4} \rightarrow V_2 = \frac{\dot{V}_2}{\pi(0.08 \text{ m})^2/4} \quad (6)$$

$$\text{Re}_1 = \frac{\rho V_1 D_1}{\mu} \rightarrow \text{Re}_1 = \frac{(998 \text{ kg/m}^3) V_1 (0.04 \text{ m})}{1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}} \quad (7)$$

$$\text{Re}_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} \rightarrow \text{Re}_2 = \frac{(998 \text{ kg/m}^3) V_2 (0.08 \text{ m})}{1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f_1}} &= -2.0 \log \left(\frac{\epsilon/D_1}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right) \\ \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f_1}} &= -2.0 \log \left(\frac{0.000045}{3.7 \times 0.04} + \frac{2.51}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f_2}} &= -2.0 \log \left(\frac{\epsilon/D_2}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right) \\ \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f_2}} &= -2.0 \log \left(\frac{0.000045}{3.7 \times 0.08} + \frac{2.51}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

$$h_{L,1} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} \rightarrow h_{L,1} = f_1 \frac{36 \text{ m}}{0.04 \text{ m}} \frac{V_1^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} \quad (11)$$

$$h_{L,2} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow h_{L,2} = f_2 \frac{36 \text{ m}}{0.08 \text{ m}} \frac{V_2^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} \quad (12)$$

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (13)$$

Elimizde 13 bilinmeyenli 13 denklem var. Bunlar bir denklem çözücü ile ortak olarak çözülürse aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$\dot{V} = 0.0300 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \dot{V}_1 = 0.00415 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \dot{V}_2 = 0.0259 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V_1 = 3.30 \text{ m/s}, \quad V_2 = 5.15 \text{ m/s}, \quad h_L = h_{L,1} = h_{L,2} = 11.1 \text{ m}, \quad h_{\text{pompa}} = 19.1 \text{ m}$$

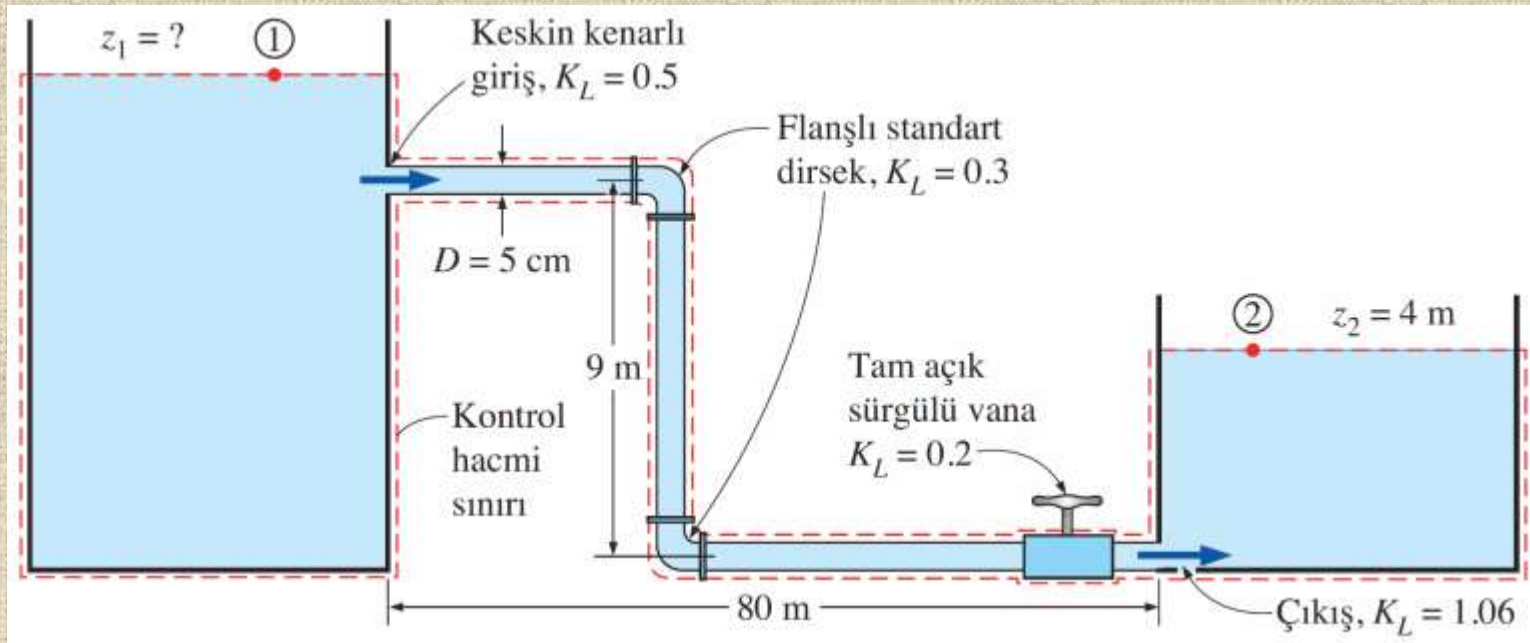
$$\text{Re}_1 = 131,600, \quad \text{Re}_2 = 410,000, \quad f_1 = 0.0221, \quad f_2 = 0.0182$$

Dikkat edilirse iki boru için de $\text{Re} > 4000$ olduğundan türbülanslı akış kabulü doğrulanmış olmaktadır.

İrdeleme Bu iki paralel borunun da uzunlukları ve yüzey pürüzlülükleri birbirinin aynısıdır, sadece birinci borunun çapı ikinci borunun çapının yarısıdır. Buna karşın suyun sadece %14'ü birinci borudan akmaktadır. Bu ise debinin (ve yük kaybının) büyük ölçüde çapa bağımlı olduğunu göstermektedir. Ayrıca depoların serbest yüzeyleri aynı seviyede olsaydı (yani $z_A = z_B$), debi 0.0300'dan 0.0361 m³/s'ye %20 oranında artardı. Diğer bir durum olarak, eğer depolar verildiği gibi olsaydı ve tersinmez yük kayıpları da ihmal edilseydi, debi 0.0715 m³/s olurdu (%138'lik bir artış).

ÖRNEK 8–8 Yerçekimi ile Borudan Su Akışı

10 °C'deki su dökme demirden yapılmış 5 cm çaplı borulama sistemi ile büyük bir depodan daha küçük bir depoya akmaktadır (Şekil 8–51). Debinin 6 L/s olması için gerekli olan z_1 yüksekliğini bulunuz.



Özellikler 10°C'deki suyun yoğunluğu ve dinamik viskozitesi sırasıyla $\rho = 999.7\text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 1.307 \times 10^{-3}\text{ kg/m}\cdot\text{s}$ 'dir. Dökme demir boru için $\varepsilon = 0.00026\text{ m}$ 'dir (Tablo 8–2).

Analiz Borulama sisteminde 89 m uzunluğunda boru, bir keskin kenarlı giriş ($K_L = 0.5$), iki standart flanşlı dirsek (her birisinde $K_L = 0.3$), bir tam açık sürgülü vana ($K_L = 0.2$) ve bir de dalmış çıkış ($K_L = 1.06$) vardır. 1 ve 2 noktalarını depoların serbest yüzeylerinde seçelim. Her iki noktadaki akışkanın atmosfere açık olduğuna (ve dolayısıyla $P_1 = P_2 = P_{atm}$) ve akışkan hızlarının sıfır olduğuna ($V_1 \approx V_2 \approx 0$) dikkat ediniz. Bu durumda iki nokta arasındaki kontrol hacmi için enerji denklemi, borulama sisteminin çapı sabit olduğundan,

$$\frac{\cancel{P_1}}{\cancel{\rho}g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{\cancel{P_2}}{\cancel{\rho}g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \rightarrow z_1 = z_2 + h_L$$

haline sadeleşir. Bu ifadede,

$$h_L = h_{L, \text{toplam}} = h_{L, \text{sürekli}} + h_{L, \text{yerel}} = \left(f \frac{L}{D} + \sum K_L \right) \frac{V^2}{2g}$$

olarak yazılabilir. Borudaki ortalama hız ve Reynolds sayısı aşağıdaki gibi bulunur:

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0.006 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi(0.05 \text{ m})^2/4} = 3.06 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(999.7 \text{ kg/m}^3)(3.06 \text{ m/s})(0.05 \text{ m})}{1.307 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}} = 117000$$

$\text{Re} > 4000$ olduğundan akış türbülanslıdır. $\varepsilon/D = 0.00026/0.05 = 0.0052$ olduğu dikkate alınarak sürtünme faktörü Colebrook denkleminde (veya Moody diyagramından) elde edilebilir:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{0.0052}{3.7} + \frac{2.51}{117000\sqrt{f}}\right)$$

Bu da $f = 0.0315$ sonucunu verir. Öte yandan kayıp katsayılarının toplamı ise,

$$\begin{aligned}\sum K_L &= K_{L, \text{giriş}} + 2K_{L, \text{dirsek}} + K_{L, \text{vana}} + K_{L, \text{çıkış}} \\ &= 0.5 + 2 \times 0.3 + 0.2 + 1.06 = 2.36\end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Toplam yük kaybı ve kaynağın yüksekliği ise aşağıdaki gibi bulunur:

$$h_L = \left(f \frac{L}{D} + \sum K_L\right) \frac{V^2}{2g} = \left(0.0315 \frac{89 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} + 2.36\right) \frac{(3.06 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 27.9 \text{ m}$$

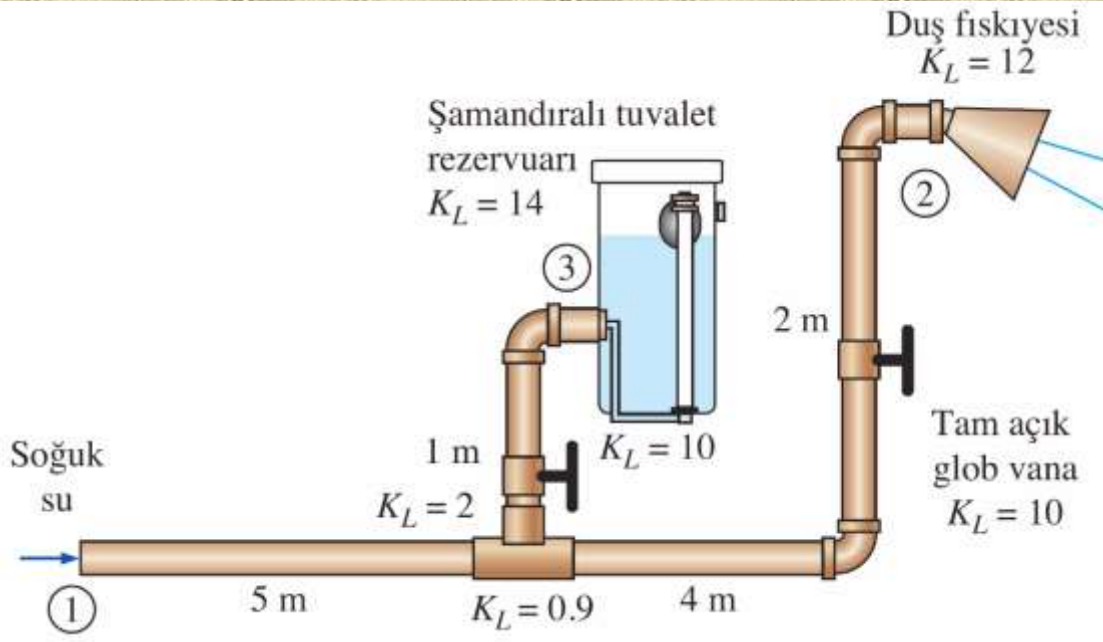
$$z_1 = z_2 + h_L = 4 + 27.9 = \mathbf{31.9 \text{ m}}$$

Dolayısıyla iki depo arasında istenen debide su akışını sağlamak için birinci deponun serbest yüzeyi zeminden 31.9 m yüksekte olmalıdır.

İrdeleme Bu durumda $fL/D = 56.1$ 'dir ve bu değer toplam yerel kayıp katsayısının 24 katı civarındadır. Dolayısıyla söz konusu durumda yerel kayıpları göz ardı etmek %4 civarında bir hataya yol açacaktır. Aynı debide vananın 3/4 oranında kapalı olması durumunda toplam yük kaybının 35.9 m (27.9 m yerine) olacağı ve iki depo arasındaki borunun zemin seviyesinde ve düz olması durumunda ise (dolayısıyla dirsekler ve borunun düşey kısmının çıkarılmış olması durumunda) toplam yük kaybının 24.8 m'ye düşeceği gösterilebilir. Girişin yuvarlatılması ile yük kaybı daha da aşağı çekilebilir (24.8'den 24.6 m'ye) ve son olarak dökme demir boruyu plastik borular gibi pürüzsüz borularla değiştirmek suretiyle yük kaybı önemli ölçüde azaltılabilir (27.9'dan 16.0 m'ye).

ÖRNEK 8-9**Sifonu Çekmenin Duştaki Su Debisine Etkisi**

Şekil 8-52'de gösterildiği gibi bir binanın banyo tesisatı dışlı bağlantı elemanları ile birbirine bağlanmış 1.5 cm çaplı bakır borulardan oluşmaktadır. (a) Duş sırasında sistemin girişindeki etkin basınç 200 kPa ve tuvaletin rezervuarı dolu olduğuna göre (bu kolda akış yok), duş fıskiyesindeki su debisini hesaplayınız. (b) Tuvalet sifonunun çekilmesi halinde bunun duş fıskiyesindeki debiye etkisini hesaplayınız. Duş fıskiyesinin ve rezervuarın kayıp katsayılarını sırasıyla 12 ve 14 olarak alınız.



Özellikler 20 °C'deki suyun özellikleri $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ ve $\nu = \mu/\rho = 1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ şeklinde verilmektedir. Bakır boruların pürüzlülüğü $\varepsilon = 1.5 \times 10^{-6} \text{ m}$ 'dir.

Analiz Belirli bir boru çapı ve basınç düşüşü için debi hesaplanacağından ikinci tip bir problem söz konusudur. Debi (ve dolayısıyla akış hızı) bilinmediğinden iterasyon yapmamız gerekecektir.

(a) Sadece düşün borulama sisteminde 11 m boru, bir düz akışlı T ($K_L = 0.9$), iki standart dirsek (her biri için $K_L = 0.9$), bir tam açık glob vana ($K_L = 10$) ve bir duş fıskiyesi ($K_L = 12$) bulunmaktadır. Buna göre $\sum K_L = 0.9 + 2 \times 0.9 + 10 + 12 = 24.7$ olur. Duş fıskiyesinin atmosfere açık ve hız yüklerinin ihmal edilebilir olduğu problemde verilmiştir. 1 ve 2 noktaları arasındaki kontrol hacmi için enerji denklemi, borulama sisteminin çapı sabit olduğundan,

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa},f} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{türbin},\zeta} + h_L$$
$$\rightarrow \frac{P_{1,\text{etkin}}}{\rho g} = (z_2 - z_1) + h_L$$

haline sadeleşir. Buradan yük kaybı aşağıdaki gibi bulunur:

$$h_L = \frac{200000 \text{ N/m}^2}{(998 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} - 2 \text{ m} = 18.4 \text{ m}$$

Ayrıca toplam yük kaybı

$$h_L = \left(f \frac{L}{D} + \sum K_L \right) \frac{V^2}{2g} \rightarrow 18.4 = \left(f \frac{11 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} + 24.7 \right) \frac{V^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)}$$

şeklinde yazılabilir. Öte yandan borudaki ortalama hız, Reynolds sayısı ve sürtünme faktörü ise,

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} \rightarrow V = \frac{\dot{V}}{\pi(0.015 \text{ m})^2/4}$$

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} \rightarrow \text{Re} = \frac{V(0.015 \text{ m})}{1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right)$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ m}}{3.7(0.015 \text{ m})} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right)$$

olarak ifade edilebilir. Buna göre elimizde 4 bilinmeyenli 4 denklem bulunmaktadır. Bu denklem sistemi EES gibi bir denklem çözücüsü ile çözüldüğünde aşağıdaki değerler elde edilir:

$$\dot{V} = 0.00053 \text{ m}^3/\text{s} \quad f = 0.0218, \quad V = 2.98 \text{ m/s} \quad \text{ve} \quad \text{Re} = 44550$$

Dolayısıyla düş fışkiyesindeki su debisi **0.53 L/s**'dir.

(b) Sifon çekildiğinde şamandıra hareket eder ve vanayı açar. Boşalan su ile rezervuar tekrar dolmaya başlar ve sonuçta T bağlantıdan sonra iki kola ayrılan paralel akış meydana gelir. Düş kolu için yük kaybı ve yerel kayıp katsayıları (a)'da sırasıyla $h_{L,2} = 18.4 \text{ m}$ ve $\sum K_{L,2} = 24.7$ olarak hesaplanmıştır. Bunların rezervuar kolu için değerleri ise benzer yolla,

$$h_{L,3} = \frac{200000 \text{ N/m}^2}{(998 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} - 1 \text{ m} = 19.4 \text{ m}$$

$$\sum K_{L,3} = 2 + 10 + 0.9 + 14 = 26.9$$

olarak bulunur. Buna göre elimizdeki denklemleri aşağıdaki gibi sıralayabiliriz:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + \dot{V}_3$$

$$h_{L,2} = f_1 \frac{5 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} \frac{V_1^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} + \left(f_2 \frac{6 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} + 24.7 \right) \frac{V_2^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 18.4$$

$$h_{L,3} = f_1 \frac{5 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} \frac{V_1^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} + \left(f_3 \frac{1 \text{ m}}{0.015 \text{ m}} + 26.9 \right) \frac{V_3^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 19.4$$

$$V_1 = \frac{\dot{V}_1}{\pi(0.015 \text{ m})^2/4}, \quad V_2 = \frac{\dot{V}_2}{\pi(0.015 \text{ m})^2/4}, \quad V_3 = \frac{\dot{V}_3}{\pi(0.015 \text{ m})^2/4}$$

$$\text{Re}_1 = \frac{V_1(0.015 \text{ m})}{1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}, \quad \text{Re}_2 = \frac{V_2(0.015 \text{ m})}{1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}, \quad \text{Re}_3 = \frac{V_3(0.015 \text{ m})}{1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_1}} = -2.0 \log \left(\frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ m}}{3.7(0.015 \text{ m})} + \frac{2.51}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_2}} = -2.0 \log \left(\frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ m}}{3.7(0.015 \text{ m})} + \frac{2.51}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_3}} = -2.0 \log \left(\frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ m}}{3.7(0.015 \text{ m})} + \frac{2.51}{\text{Re}_3 \sqrt{f_3}} \right)$$

Bu 12 bilinmeyenli 12 denklem sistemi bir denklem çözücüsü ile ortak olarak çözüldüğünde debiler aşağıdaki gibi elde edilmiş olur:

$$\dot{V}_1 = 0.00090 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \dot{V}_2 = 0.00042 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{ve} \quad \dot{V}_3 = 0.00048 \text{ m}^3/\text{s}$$

Dolayısıyla sifonun çekilmesi **duşa giden soğuk suyun debisini 0.53 L/s'den 0.42 L/s'ye yani %21 oranında düşürmektedir**. Bu da duştaki suyun aniden **çok ısınmasına** yol açar (Şekil 8-53).

İrdeleme Eğer hız yükleri hesaba katılmış olsaydı, duşa giden debi 0.42 L/s yerine 0.43 L/s olurdu. Bu nedenle burada yapılan hız yüklerinin ihmal edilebilirliği kabulü makuldür. Borulama sistemindeki bir kaçak da aynı etkiye yol açacaktır ve dolayısıyla son noktadaki debide açıklanamayan bir düşüş, sistemdeki bir kaçağın işareti olabilir.



Duşa giden soğuk suyun debisi, yanındaki tuvaletin sifonunun çekilmesinden ciddi oranda etkilenebilir.

8–8 ■ AKIŞ DEBİSİ VE HIZININ ÖLÇÜMÜ

Akışkanlar mekaniğinin önemli uygulama alanlarından biri de akışkanların debisinin belirlenmesidir ve akış ölçümleri yapmak amacıyla yıllar içerisinde sayısız cihaz geliştirilmiştir

Debiölçerler karmaşıklık, büyüklük, fiyat, doğruluk, çok yönlülük, kapasite, basınç düşüşü ve çalışma ilkeleri bakımından geniş bir yelpazeye sahiptir.

Burada borularda veya kanallarda akan sıvı veya gazların debilerini ölçmek için yaygın olarak kullanılan ölçme cihazları hakkında genel bir bilgi vereceğiz. Ancak bunu yaparken sadece sıkıştırılamaz akışların ölçümleri üzerinde duracağız.

$$\dot{V} = VA_c$$

Debinin ölçülmesi çoğunlukla akış hızını ölçerek yapılır ve çoğu debiölçerler aslında bu amaç için kullanılan hız ölçerlerdir diyebiliriz.

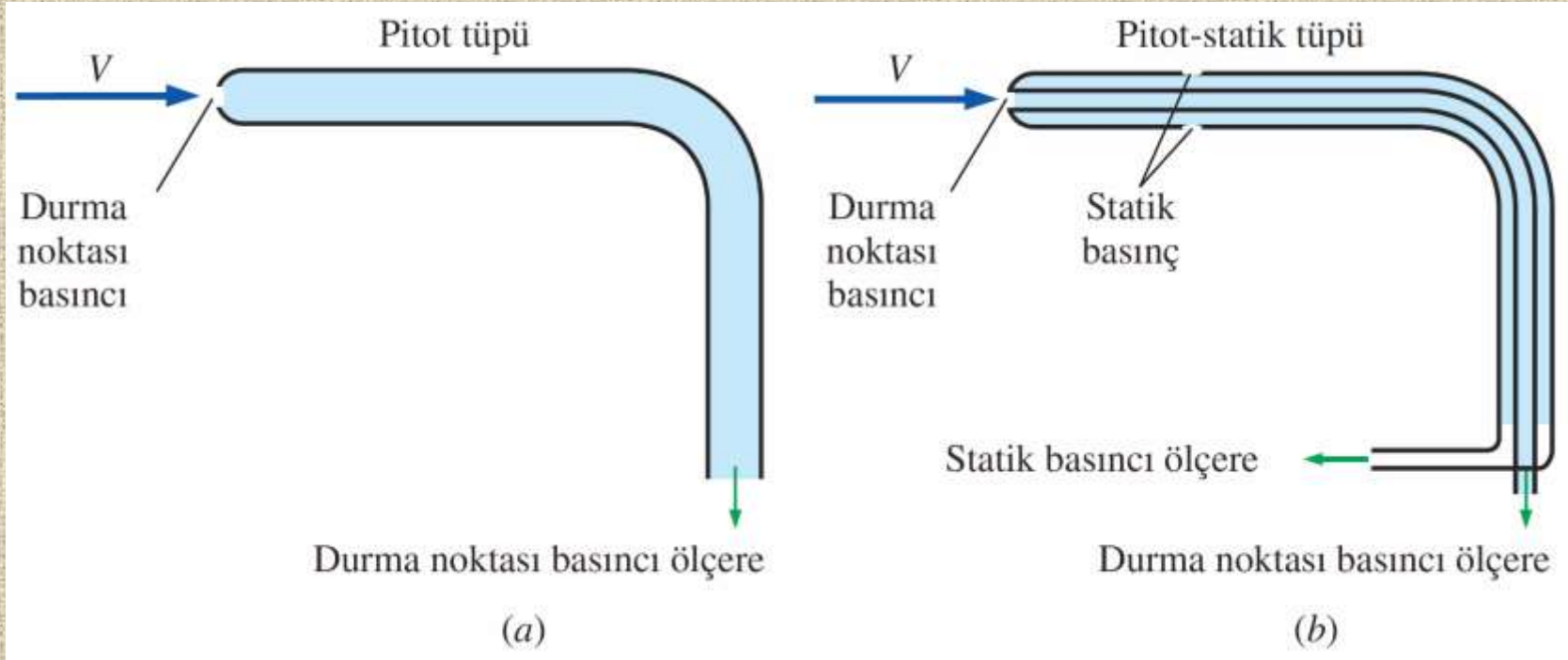
Bahçe hortumundan akan suyun debisini ölçmenin basit (fakat oldukça ölçüm doğruluğu yüksek) bir yolu, suyu bir kovaya doldurmak ve dolum zamanını kaydetmektir.



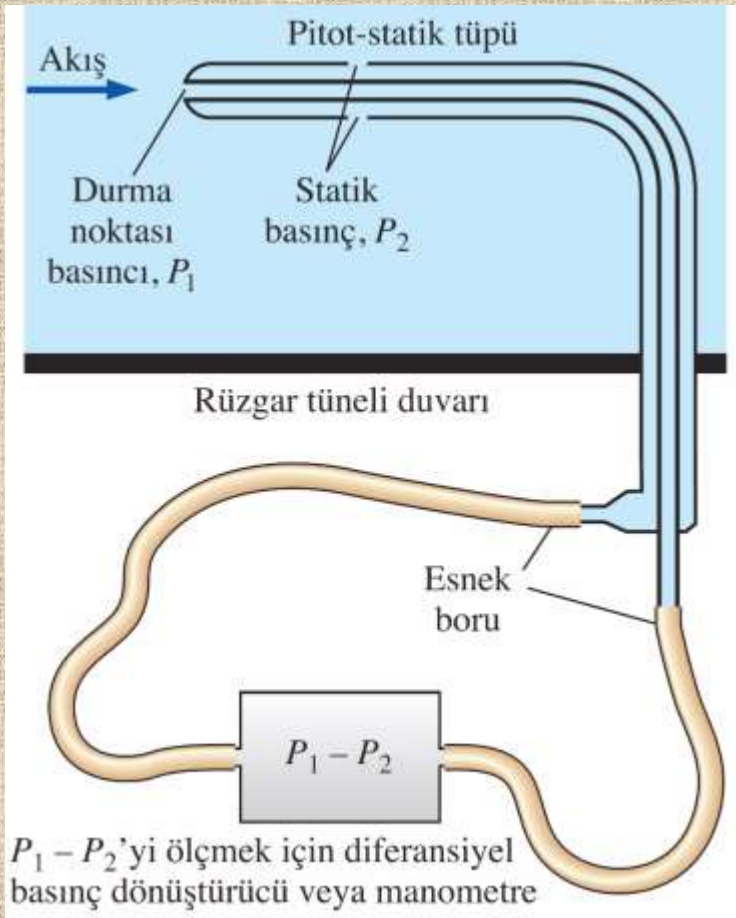
Pitot ve Pitot-Statik Tüpleri

Pitot tüpleri ve **Pitot-statik tüpleri** debi ölçümlerinde yaygın olarak kullanılır.

Pitot tüpü, durma noktasında basınç prizi olan ve durma basıncını ölçen basit bir tüpten ibarettir. Pitot-statik tüpünde ise hem durma noktası basıncı prizi hem de birçok çevresel statik basınç prizleri vardır ve bunlar hem statik hem de durma basınçlarını ölçer.



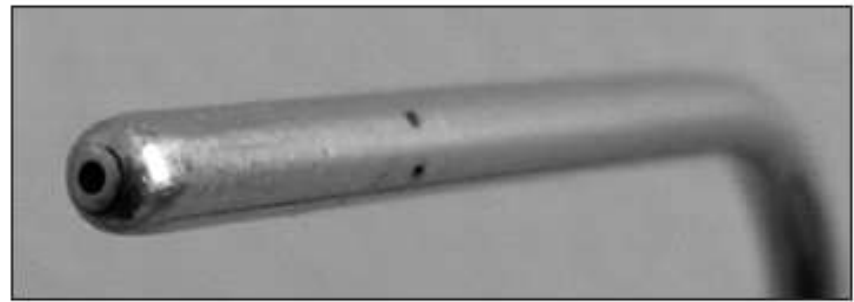
(a) Pitot tüpü, tüpün burnundaki durma noktası basıncını ölçer. (b) Pitot-statik tüpü ise hem durma basıncını hem de statik basıncı ölçer ve bu değerlerden akış hızı hesaplanabilir.



$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

Pitot formülü:

$$V = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}}$$

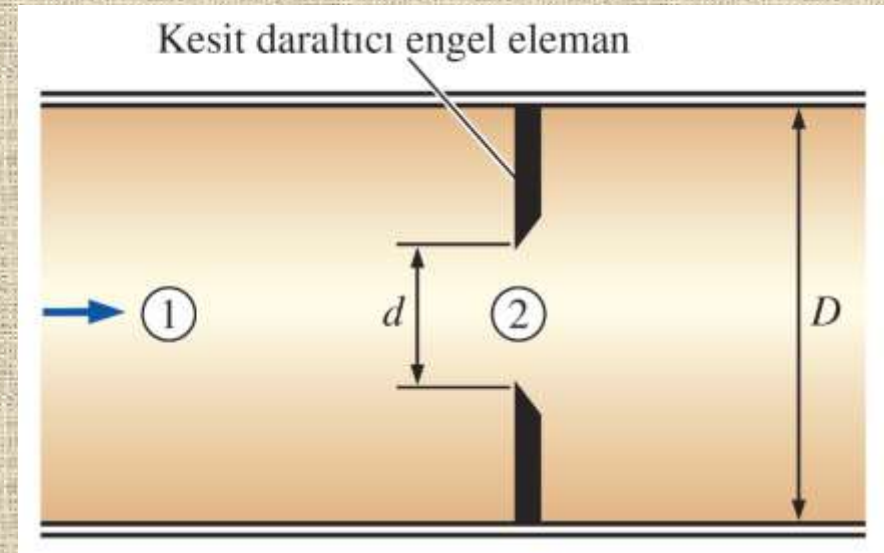


Pitot-statik tüpü ile akış hızının ölçülmesi (Diferansiyel basınç dönüştürücü yerine manometre de kullanılabilir.).

Pitot-statik tüpünün yakından çekilmiş fotoğrafı, durma basıncı prizi ile 5 adet çevresel basınç prizinden ikisi görülmektedir.

Kesit Daralmalı Debiölçerler: Orifis, Ventürimetre ve Akış Lülesi

Bu ilkeye dayanan akış ölçerlere **kesit daralmalı debiölçerler** denir. Bu cihazlar gaz ve sıvıların debilerini ölçmede yaygın olarak kullanılmaktadır.



Borudaki bir engelin
içerisinden geçen akış.

Kütlenin korunumu: $\dot{V} = A_1 V_1 = A_2 V_2 \rightarrow V_1 = (A_2/A_1) V_2 = (d/D)^2 V_2$

Bernoulli denklemi ($z_1 = z_2$):

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Daralmış kesitteki hız (kayıpsız):

$$V_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)}}$$

$$\beta = d/D$$

$$\dot{V} = A_2 V_2 = (\pi d^2/4) V_2$$

Kayıplar değeri deneysel olarak belirlenen **debi katsayısı C_d** denen düzeltme faktörü kullanılarak hesaba katılabilir.

Kesit daralmalı debiölçerler:

$$\dot{V} = A_0 C_d \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)}}$$

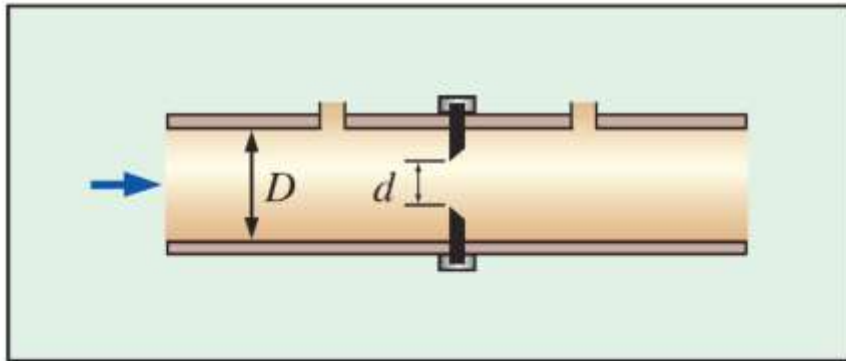
$$A_0 = A_2 = \pi d^2/4 \quad \beta = d/D$$

C_d değeri hem β hem de Reynolds sayısına bağlı olup, farklı tipteki kesit daralmalı debiölçerlere ait C_d 'ler için diyagramlar ve eğri uydurma bağıntıları mevcuttur.

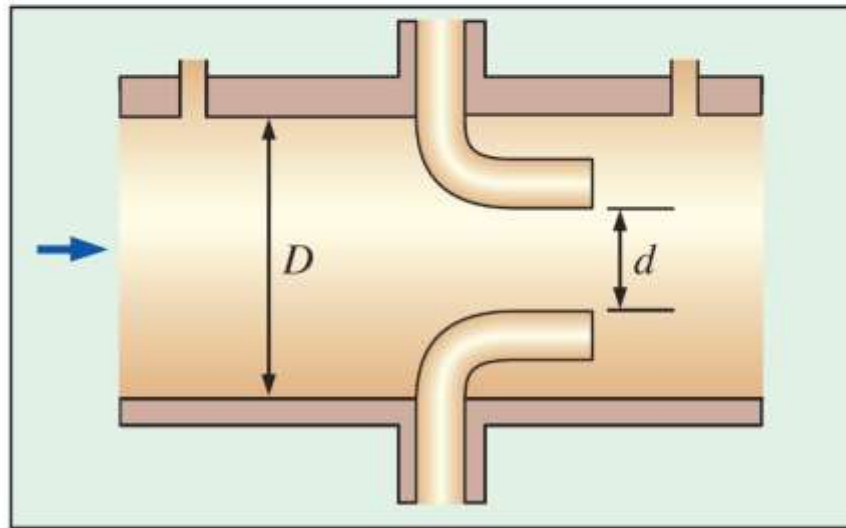
$$C_d = 0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.184\beta^8 + \frac{91.71\beta^{2.5}}{Re^{0.75}}$$
$$C_d = 0.9975 - \frac{6.53\beta^{0.5}}{Re^{0.5}}$$

$$0.25 < \beta < 0.75 \text{ ve } 10^4 < Re < 10^7$$

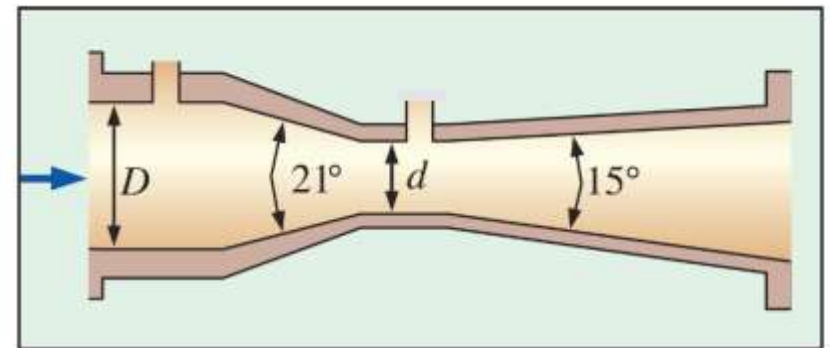
Yüksek Reynolds sayılı ($Re > 30000$) akışlar için C_d 'nin değeri, akış lülelerinde 0.96 ve orifislerde 0.61 olarak alınabilir.



(a) Orifis (diyafram)

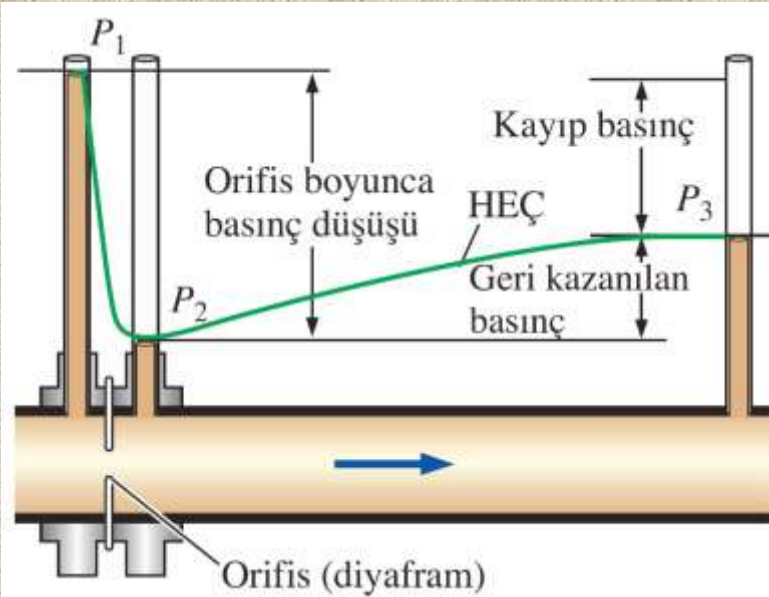
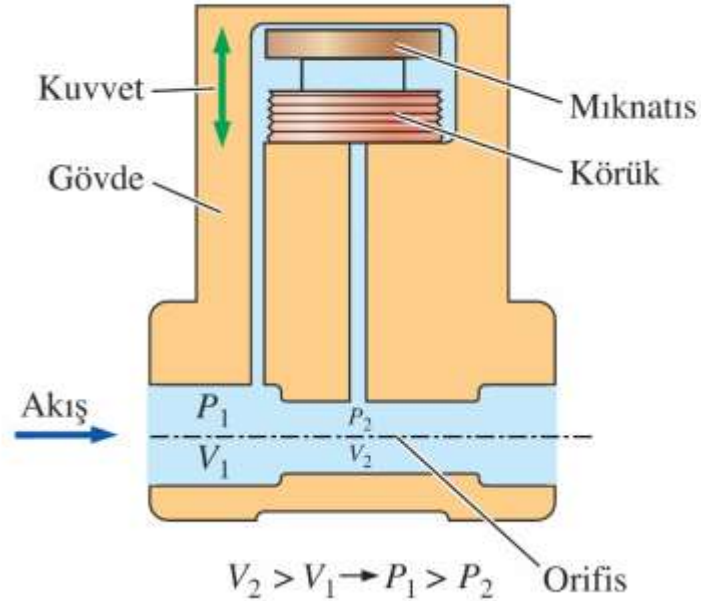


(b) Akış lülesi



(c) Ventürimetre

Yaygın kullanılan kesit daralmalı debiölçer tipleri.

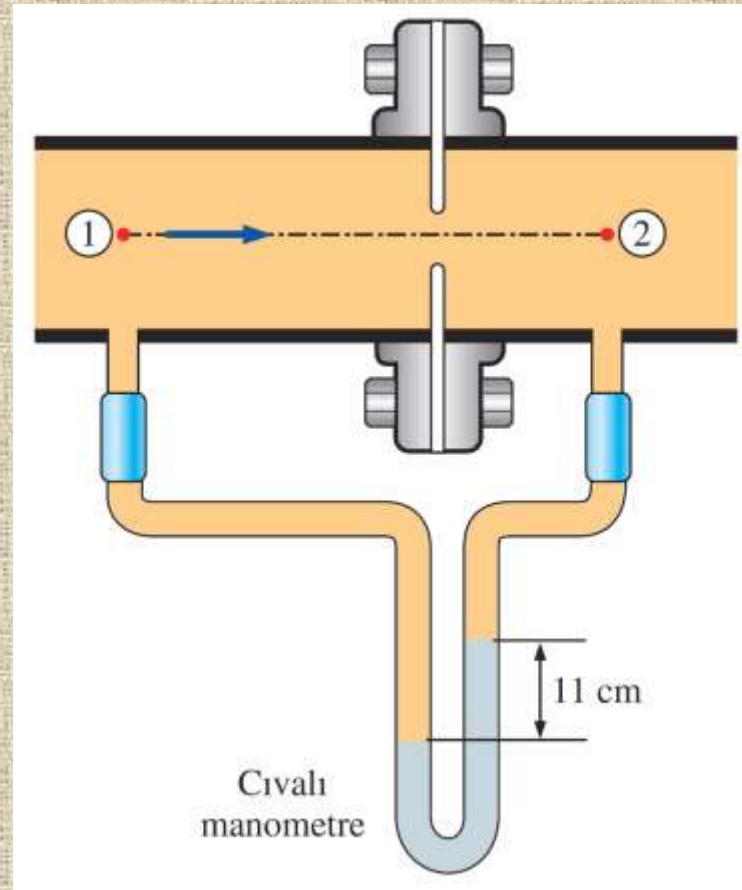


Bir orifis (diyafram) ve üzerindeki basınç dönüştürücü ile dijital göstergesinin şematik çizimi.

Orifis yerleştirilen bir akış bölümü boyunca piyezometre tüpleriyle ölçülen basınç değişimi; kayıp basınç ve basınç toparlanması gösterilmektedir.

ÖRNEK 8-10 Orifis ile Debi Ölçümü

Çapı 4 cm olan bir borudan akmakta olan 20 °C'deki metanolün ($\rho = 788.4 \text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 5.857 \times 10^{-4} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$) debisi, üzerine cıvalı bir manometre takılı 3 cm çaplı orifis ile ölçülecektir (Şekil 8-62). Manometre kollarındaki seviye farkı 11 cm olarak okunduğuna göre, metanolün debisini ve ortalama hızını hesaplayınız.



Özellikler Metanolun yoğunluğu ve dinamik viskozitesi sırasıyla $\rho = 778.4 \text{ kg/m}^3$ ve $\mu = 5.857 \times 10^{-4} \text{ kg/m-s}$ olarak verilmiştir. Cıvanın yoğunluğunu ise $\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$ olarak alıyoruz.

Analiz Orifisin çap oranı ve boğaz alanı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\beta = \frac{d}{D} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$A_0 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0.03 \text{ m})^2}{4} = 7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Orifis boyunca basınç düşüşü,

$$\Delta P = P_1 - P_2 = (\rho_{\text{Hg}} - \rho_{\text{met}})gh$$

olarak ifade edilebilir. Buradan kesit daralmalı debiölçerler için debi bağıntısı,

$$\dot{V} = A_0 C_d \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)}} = A_0 C_d \sqrt{\frac{2(\rho_{\text{Hg}} - \rho_{\text{met}})gh}{\rho_{\text{met}}(1 - \beta^4)}} = A_0 C_d \sqrt{\frac{2(\rho_{\text{Hg}}/\rho_{\text{met}} - 1)gh}{1 - \beta^4}}$$

halini alır. Verilen değerler yerine konulduğunda debi aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(0.61) \sqrt{\frac{2(13600/778.4 - 1)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.11 \text{ m})}{1 - 0.75^4}} \\ &= 3.09 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

Bu değer 3.09 L/s'ye denktir. Borudaki ortalama akış hızı ise, debinin borunun en-kesit alanına bölünmesi ile bulunabilir:

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{3.09 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi(0.04 \text{ m})^2/4} = 2.46 \text{ m/s}$$

Borudaki akışın Reynolds sayısı,

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(788.4 \text{ kg/m}^3)(2.46 \text{ m/s})(0.04 \text{ m})}{5.857 \times 10^{-4} \text{ kg/m}\cdot\text{s}} = 1.32 \times 10^5$$

olarak bulunur. $\beta = 0.75$ ve $Re = 1.32 \times 10^5$ değerleri orifise ait debi katsayısı bağıntısında yerine konulduğunda,

$$C_d = 0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.184\beta^8 + \frac{91.71\beta^{2.5}}{Re^{0.75}}$$

$C_d = 0.601$ elde edilir. Bu değer ilk tahminimiz olan 0.61 değerine çok yakındır. C_d 'nin bu daha hassas değeri kullanıldığında debi 3.04 L/s olarak elde edilir. Bu değer ilk elde edilen sonuçtan sadece %1.6 farklıdır. Birkaç iterasyondan sonra debinin yakınsamış son değeri **3.04 L/s** ve ortalama hız ise **2.42 m/s** (üç anlamlı basamağa göre) olarak bulunur.

İrdeleme Eğer problem EES gibi bir denklem çözücüsü kullanılarak çözülmek istenirse, bu durumda problem C_d (Reynolds sayısına bağlıdır) için verilen eğri uydurma denklemleri ile formüle edilebilir ve denklem çözücüsüne yeteri kadar iterasyon yaptırılarak tüm denklemler ortak çözülebilir.

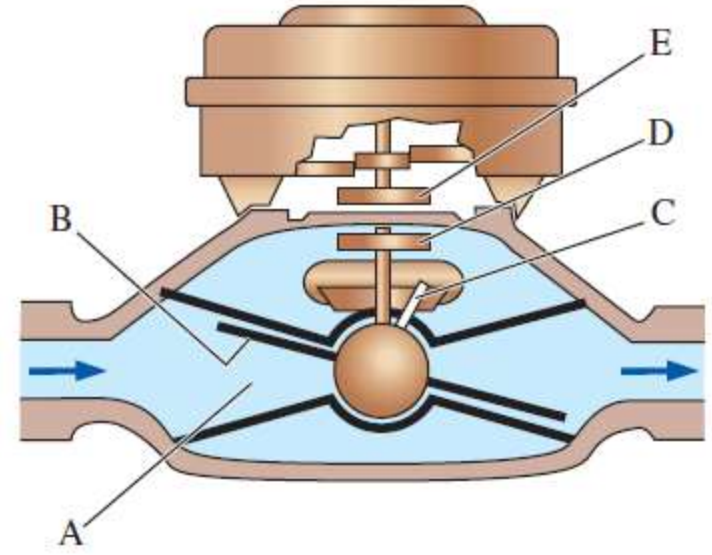
Hacimsel Debiölçerler

Belirli bir sürede borunun en-kesitinden geçen toplam akışkan kütlesi veya hacmi **hacimsel debiölçerler** ile ölçülür.

Hacimsel debiölçerlerin çok değişik türleri vardır ve çalışmaları ölçüm odacığının devamlı doldurulması ve boşaltılması esasına dayanır. Giren akışkanın belirli bir miktarını tutup, debiölçerin boşaltma tarafına doğru göndererek ve yeri değiştirilen akışkanın toplam miktarını belirlemek için dolma-boşaltma çevrimlerini sayma mantığı ile çalışır.



Çift helisel üç-loblu çark olarak tasarlanmış hacimsel bir debiölçer.

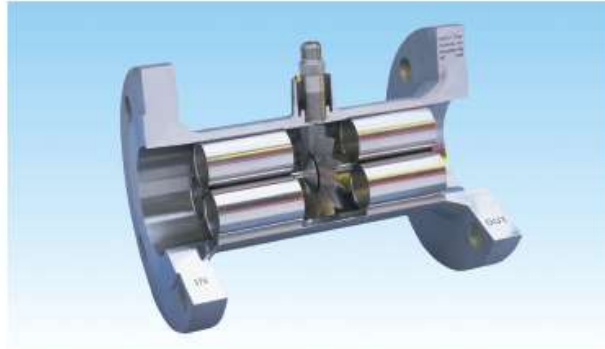


Yalpa diskli debiölçer.

Türbinli Debiölçerler



(a)



(b)



(c)

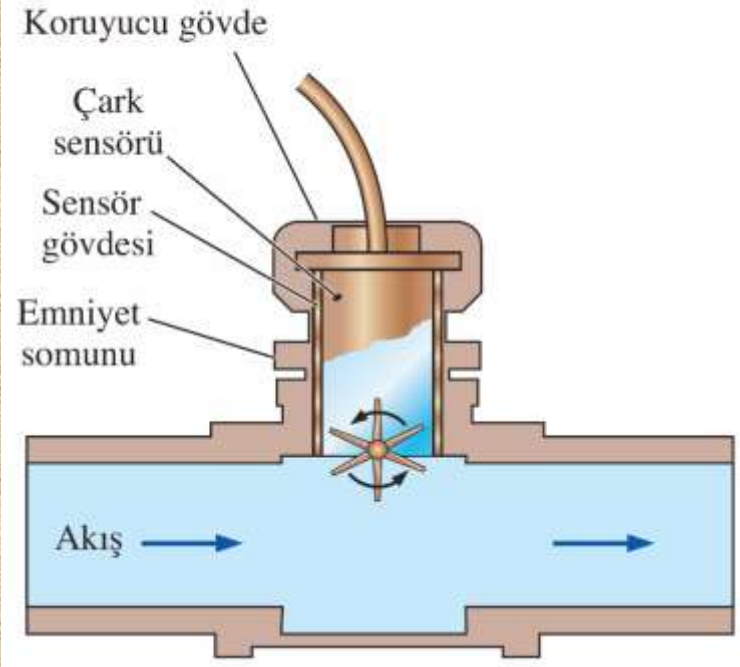
- (a) Sıvı akışını ölçmek için kullanılan eş eksenli türbinli debiölçer. Akış soldan sağa doğrudur.
- (b) Debiölçerin içerisindeki türbin kanatlarının kesit görünüşü.
- (c) Rüzgar hızını ölçmede kullanılan taşınabilir türbinli debiölçer. Türbin kanatlarının açıkça görülebilmesi için resmin çekildiği anda akış ölçümü yapılmamaktadır.
- (c)'deki debiölçer hava sıcaklığını da ölçebilmektedir.

Çarklı Debiölçerler

Çarklı debiölçerler çok yüksek doğruluğun gerekmediği yerlerde türbinli debiölçerlerin düşük fiyatlı alternatifleridir.

Çarklı debiölçerlerde çark (rotor ve kanatlar) türbinli debiölçerlerdeki gibi akışa paralel değil diktir.

Soldan sağa doğru akan bir sıvıyı ölçmek için kullanılan çarklı debiölçer ve çalışma mekanizmasını gösteren şematik çizimi.



Değişken-Kesitli Debiölçerler (Rotametreler)

Değişken kesitli debiölçerler, diğer adıyla **rotametreler** veya **şamandıralı ölçerler**; basit, güvenilir, ucuz, kurulumu kolay, basınç kaybı düşük, sıvılar ve gazlar için geniş bir aralıkta debiyi elektrik bağlantıları olmadan doğrudan veren debiölçerlerdir.

Değişken kesitli debiölçer cam veya plastikten yapılan düşey yönde incelen konik, şeffaf bir tüpten oluşur. İçinde serbestçe yüzebilen bir şamandıra vardır.

Akışkan konik tüp içinde akarken, şamandıra tüp içerisinde kendi ağırlığı, direnç kuvveti ve kaldırma kuvvetinin birbirini dengelediği ve üzerindeki toplam kuvvetin sıfır olduğu bir seviyede asılı kalır.

Şamandıranın konumunun, konik şeffaf tüpün dış yüzündeki dereceli akış ölçeğiyle karşılaştırılması ile debi kolayca okunur.

Şamandıra genelde ya bir küre ya da serbest-geçmeli piston tipinde bir silindirdir.



Değişken kesitli debiölçerin iki türü: (a) Sıradan yerçekimine dayalı tip ve (b) yayla çalışan tip.

Ultrasonik Debiölçerler

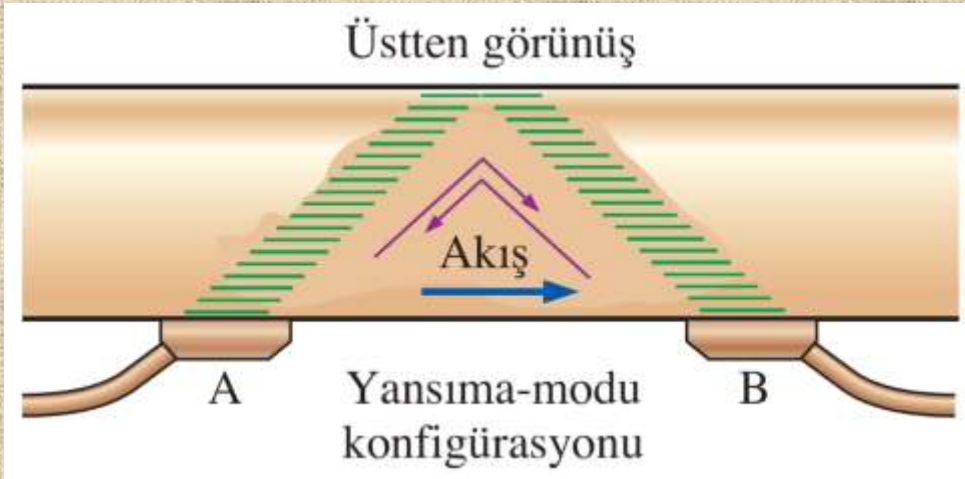
Ultrasonik debiölçerler, ultrasonik aralıktaki ses dalgalarını kullanarak (insanın duyma kabiliyetinin dışında, genellikle 1 MHz'lik frekansta) bu ilkeye göre çalışır.

Ultrasonik (veya akustik) debiölçerler, bir dönüştürücü ile ses dalgaları oluşturarak ve akış içerisinde bu dalgaların yayılmasını ölçerek çalışır.

Ultrasonik debiölçerlerin iki temel türü vardır: *Geçiş zamanlı* ve *Doppler etkili* (veya *frekans kaymalı*) debiölçerler.

$$V = KL \Delta t$$

L dönüştürücüler arasındaki mesafe K ise bir sabittir.



İki dönüştürücüsü bulunan geçiş zamanlı ultrasonik bir debiölçerin çalışma sistemi.

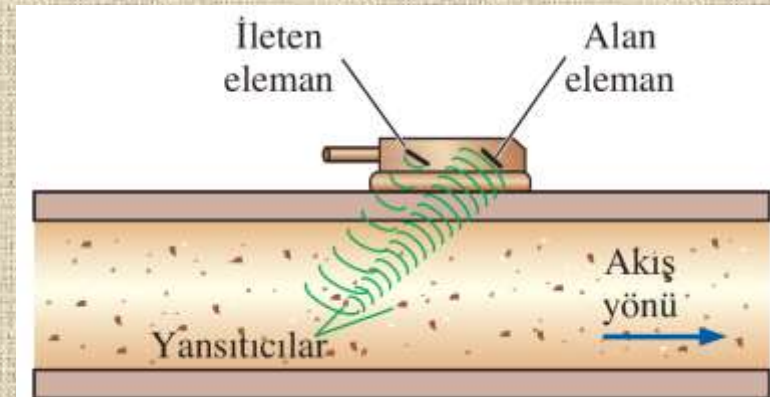
Doppler Etkili Ultrasonik Debiölçerler

Doppler etkili ultrasonik
debiölçerler ses
yörüngesi üzerindeki
ortalama akış hızını ölçer.



Ultrasonik debiölçerler sadece borunun dış
yüzeyine dönüştürücünün bastırılması ile
akışkana temas etmeksizin akış hızını
ölçmeye imkan tanır.

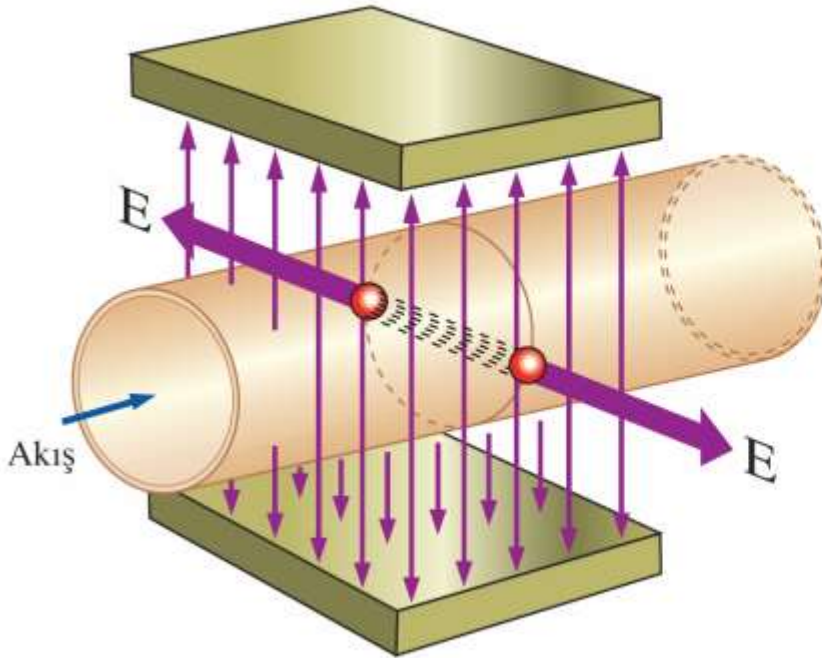
Bir borunun dış yüzeyine boşluksuz temas
ettirilmiş dönüştürücü ile tertibatlandırılmış
Doppler etkili ultrasonik debiölçerin
çalışması.



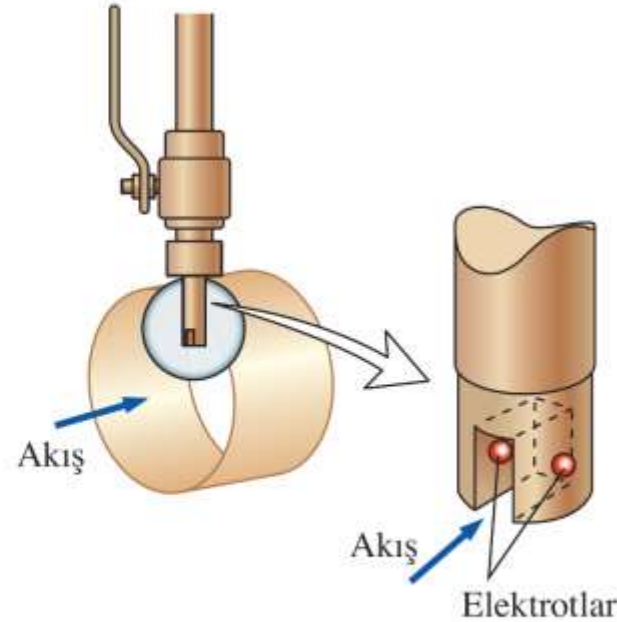
Elektromanyetik Debiölçerler

Tam akışlı elektromanyetik debiölçer harici bir cihazdır. Bu cihaz boruyu çevreleyen manyetik sarım ile iki adet elektrottan oluşur. Elektrotlar çap doğrultusunda delinen boru çeperleri içerisinde uçları cidarların iç yüzeyleri ile aynı hizada olacak şekilde geçirilmiş olup akışkanla temas halindedir. Bununla birlikte akışa herhangi bir müdahaleleri söz konusu değildir ve bu yüzden de herhangi bir yük kaybına sebep olmazlar.

Insertion electromagnetic flowmeters operate similarly, but the magnetic field is confined within a flow channel at the tip of a rod inserted into the flow.



(a) Tam-akışlı elektromanyetik debiölçer

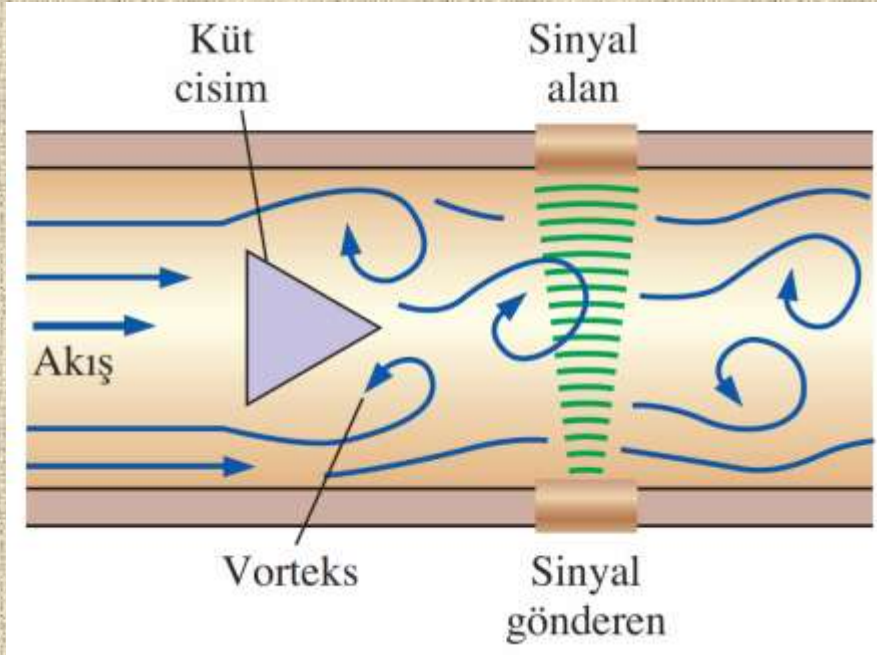


(b) Daldırmalı elektromanyetik debiölçer

Vorteks Tipi Debiölçerler

Bu durum, akışa bir engel daldırarak vorteks oluşturmak ve oluşan vortekslerin yayılım frekansını ölçmek suretiyle debinin ölçülebileceği fikrini akla getirir. Bu ilkeye göre çalışan akış hızı ölçme cihazlarına **vorteks tipi debiölçerler** denir.

Strouhal sayısı $St = fd/V$ olarak tanımlanır. Burada f vorteks yayılım (kopma) frekansı, d engelin karakteristik çapı veya genişliği, V ise engel üzerine çarpan akışın hızıdır. Akış hızı yeteri kadar yüksek olduğunda Strouhal sayısı sabit kalır.



Vorteks tipi debiölçerin çalışması.

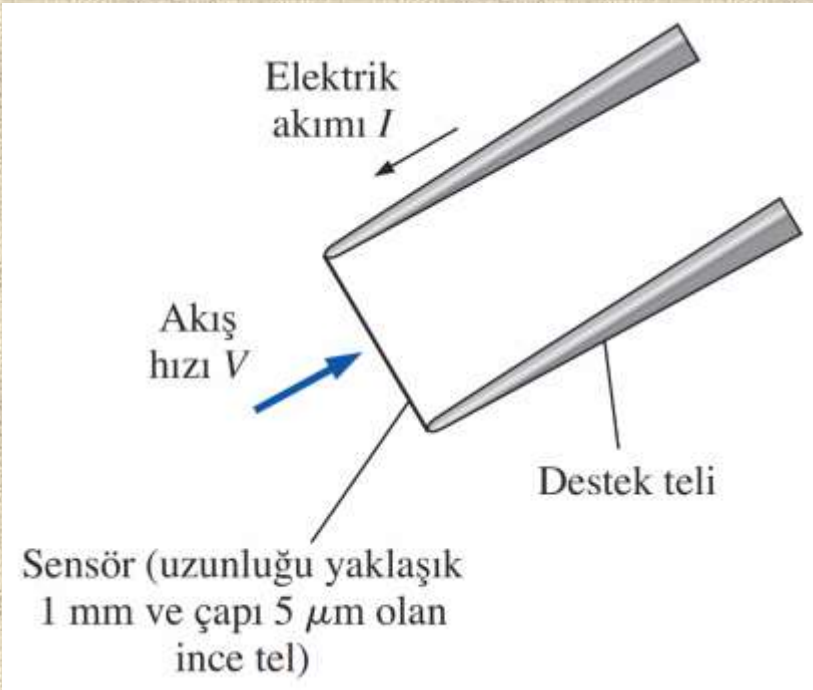
Vorteks tipi debiölçerin üstünlüğü hareketli parçalarının olmamasıdır ve dolayısıyla yapısı gereği güvenilirdir. Ayrıca çok yönlü olup yüksek doğruluğa sahiptir (çok geniş bir debi aralığında çoğunlukla %1). Bununla birlikte akışı engellediğinden önemli miktarda yük kaybına neden olur.

Isıl (Sıcak-Tel ve Sıcak-Film) Anemometreler

Isıl anemometrelerin elektrikle ısıtılan sensörleri vardır ve akış hızını ölçmek için bu cihazlar ısıl etkiden yararlanır.

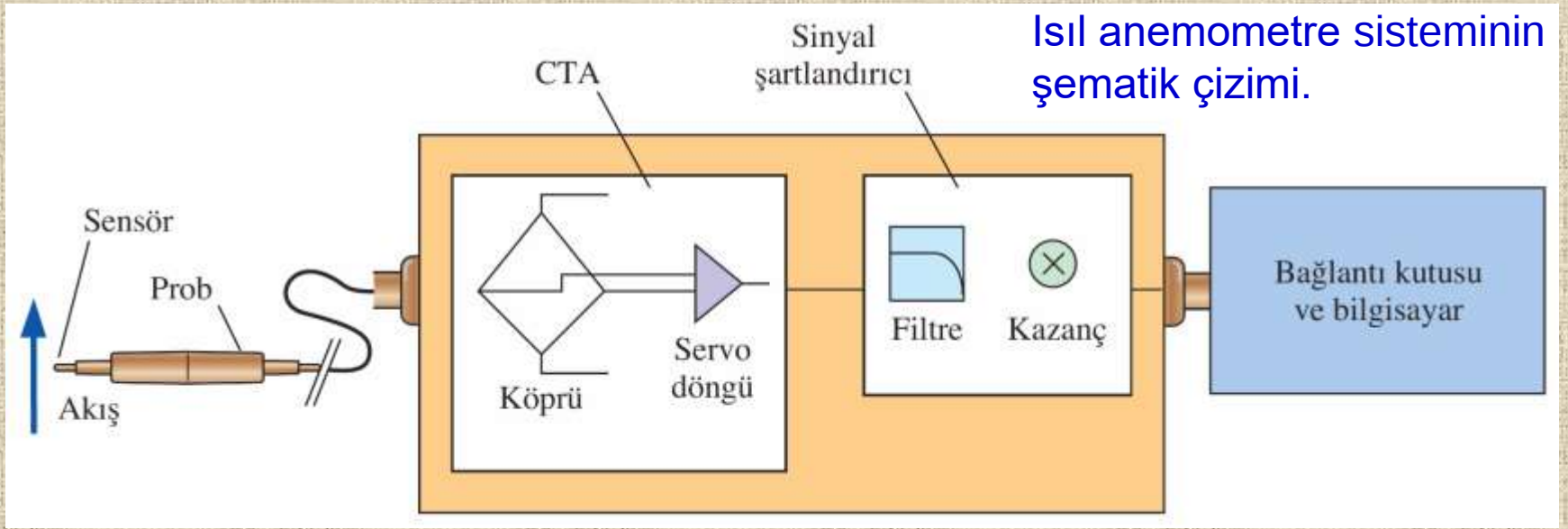
Isıl anemometrelerin sensörleri oldukça küçüktür ve dolayısıyla akışa kayda değer bir rahatsızlık vermeksizin akışın herhangi bir noktasındaki anlık hızı ölçmek için kullanılabilir.

Saniyede birkaç santimetreden, yüzlerce metrelere kadar geniş bir aralıkta sıvı ve gaz hızlarını ölçebilmektedir.



Sensörünün tel olması halinde ısıl anemometreye **sıcak-tel anemometresi** denir. Benzer şekilde eğer sensör, çoğunlukla çapı $50 \mu\text{m}$ civarında olan nispeten kalın seramik desteğe monte edilmiş ince metalik bir film ise (kalınlığı $0.1 \mu\text{m}$ 'den az) cihaz **sıcak-film anemometresi** adını alır.

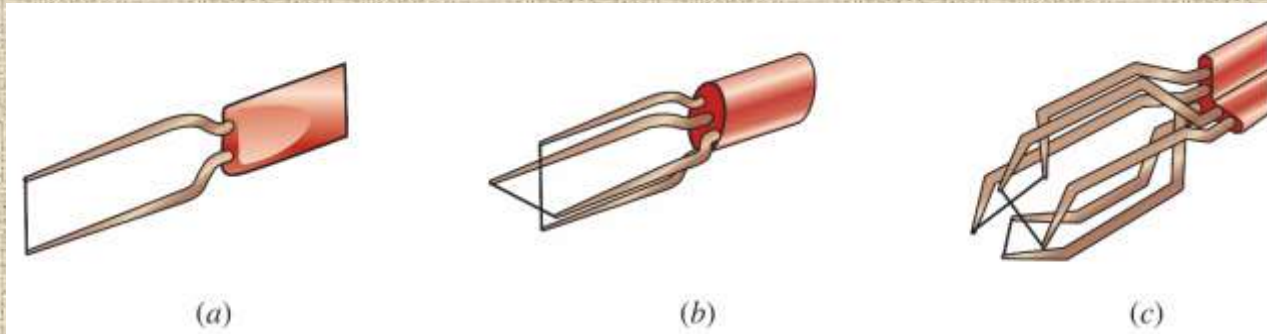
Bir sıcak-tel probunun parçaları olan elektrikle ısıtılan sensör ve destek telleri.



$$E^2 = a + bV^n$$

King yasası

Burada E gerilim olup a , b ve n sabitlerinin değerleri her bir proba özel olarak belirlenir. Gerilim ölçüldükten sonra bu bağıntı doğrudan akış hızı V 'yi verir.



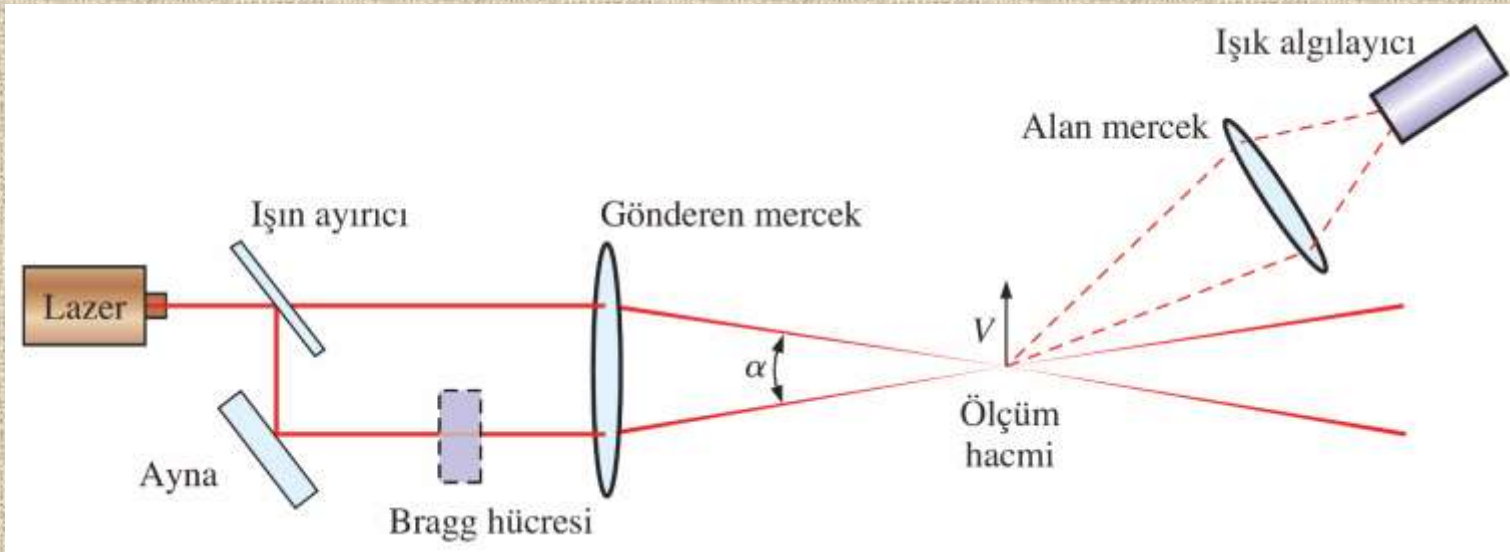
(a) Bir-, (b) iki-, (c) üç-boyutlu hız bileşenlerini aynı anda ölçmede kullanılan tekli, ikili ve üçlü sensörlü ısı anemometre problemleri.

Lazer Doppler Hız Ölçümü

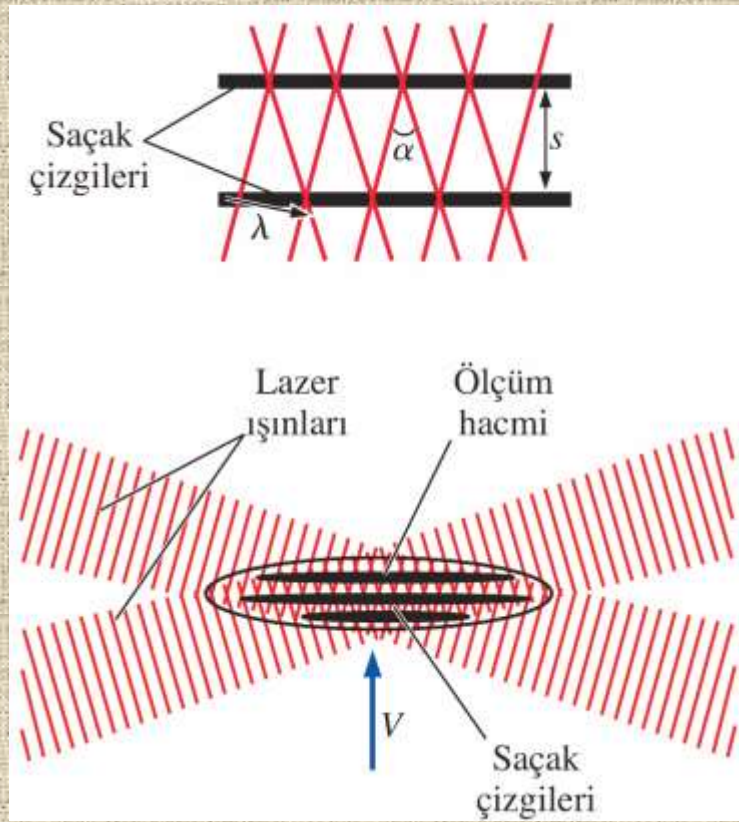
Lazerli hız ölçümü (LV) veya lazer Doppler anemometrisi (LDA) adı da verilen lazer Doppler hız ölçümü (LDV), istenen noktada akışı rahatsız etmeden akış hızını ölçmek için kullanılan optik bir yöntemdir.

Isıl anemometrelerden farklı olarak LDV'nin akışa yerleştirilen probları veya telleri olmadığından harici bir yöntemdir.

Isıl anemometrelere benzer olarak çok küçük bir hacimde hızı hassas bir şekilde ölçülebilir ve dolayısıyla türbülans çalkantıları da dahil, yerel olarak akışın ayrıntılarını araştırmak için de kullanılabilir ve akışa müdahale etmeden tüm akış alanı boyunca hareket ettirilebilir.



İleri saçılım modundaki çift ışınlı bir LDV sistemi.



Bir LDV sistemine ait iki lazer ışınının kesişimindeki etkileşim sonucunda ortaya çıkan saçaklar (çizgiler dalgaların tepelerini temsil etmektedir). Üstteki diyagramda iki saçığın yakından görünüşü verilmiştir.

$$f = \frac{V}{s} = \frac{2V \sin(\alpha/2)}{\lambda}$$

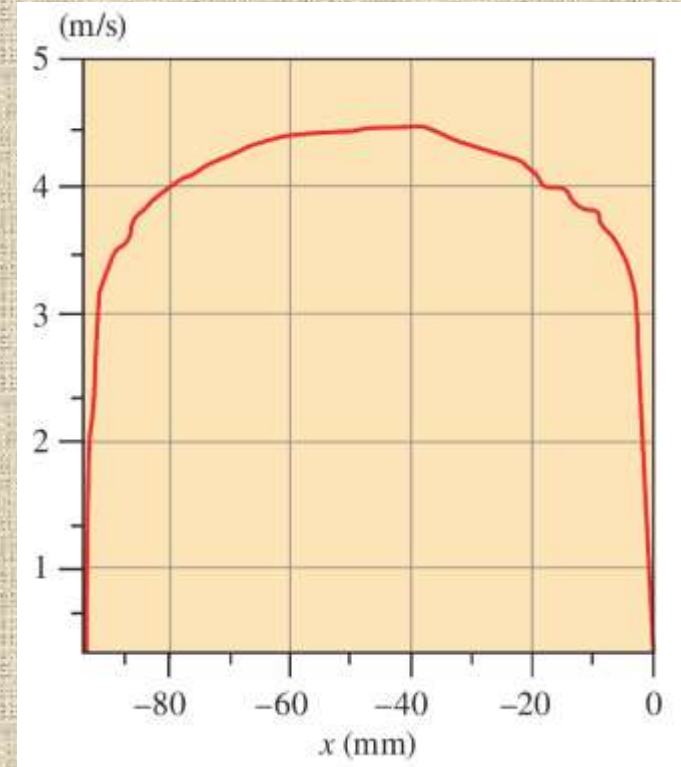
LDV denklemleri

$$s = \lambda / [2 \sin(\alpha/2)]$$

λ Burada lazer ışınının dalga boyu ve α iki lazer ışını arasındaki açıdır.

Bu temel bağıntı akış hızının frekansla doğru orantılı olduğunu göstermektedir.

Bir LDV sistemiyle elde edilen türbülanslı boru akışına ait zamanortalama hız profili.



Parçacık Görüntülemeli Hız Ölçümü

Parçacık Görüntülemeli Hız Ölçümü (PIV) yöntemi çok kısa bir zaman aralığında, akış düzlemindeki parçacıkların yer değiştirmesini fotoğrafik olarak belirlemek suretiyle aynı düzlemdeki anlık hız dağılımını bulmak için kullanılan çift-atımlı (palsli) bir lazer tekniğidir.

Bir noktadaki hızı ölçen sıcak-tel anemometresi ve LDV yöntemlerinden farklı olarak PIV aynı anda tüm en-kesit boyunca hız değerlerini verir ve dolayısıyla bir tüm-alan yöntemidir.

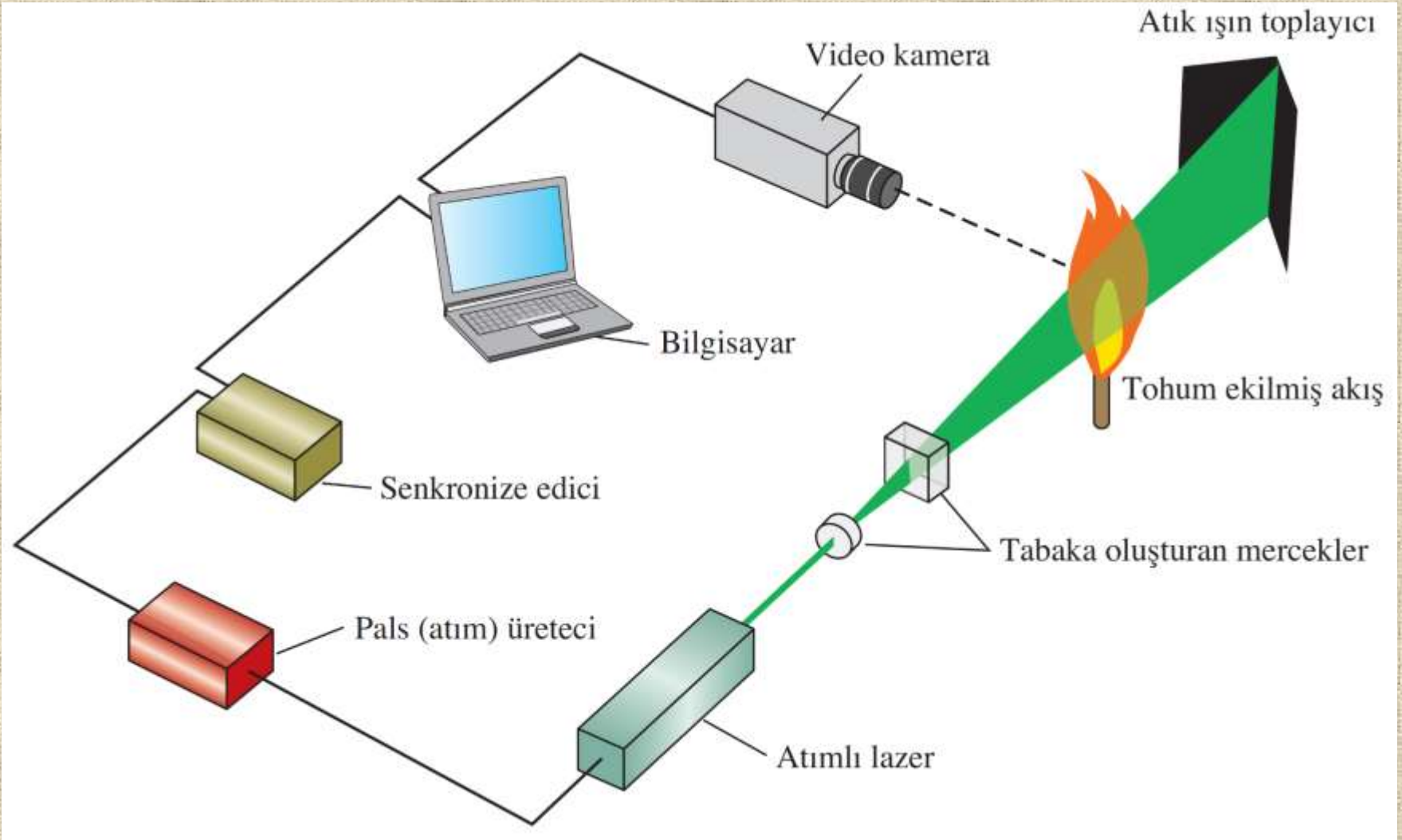
PIV, akış görüntüleme kabiliyeti ile LDV'nin doğruluğunu tek bir cihazda toplayarak akış alanının anlık haritasını çıkarmaya imkan tanır.

Bir en-kesitteki anlık hız profilinin tamamı tek bir PIV ölçümü ile elde edilebilir.

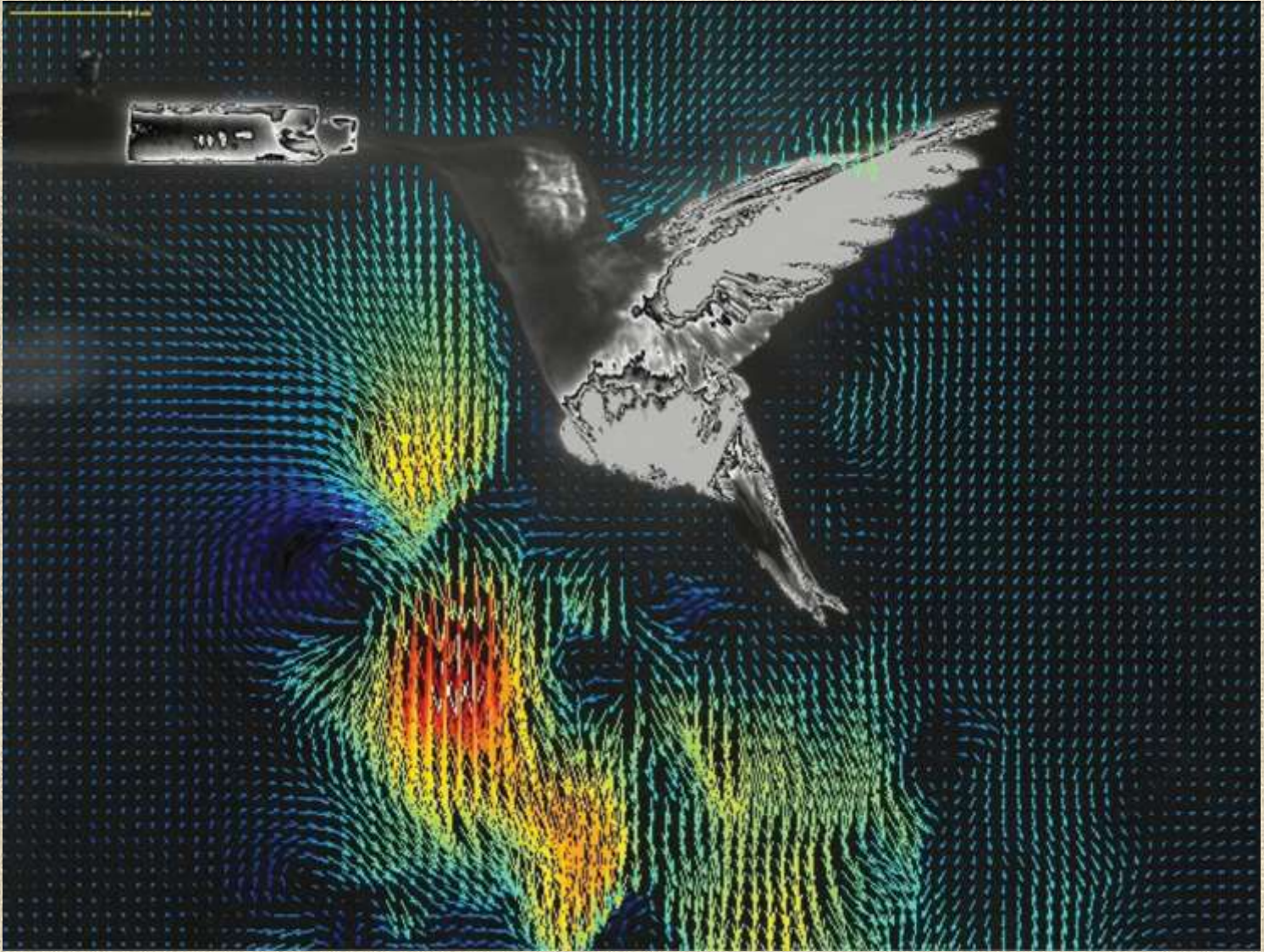
PIV sistemi, akış içerisinde istenen herhangi bir akış düzlemindeki hız dağılımının anlık resmini alabilen bir kamera olarak düşünülebilir.

Sıradan akış görüntüleme, akış ayrıntılarının niteliksel resmini verir.

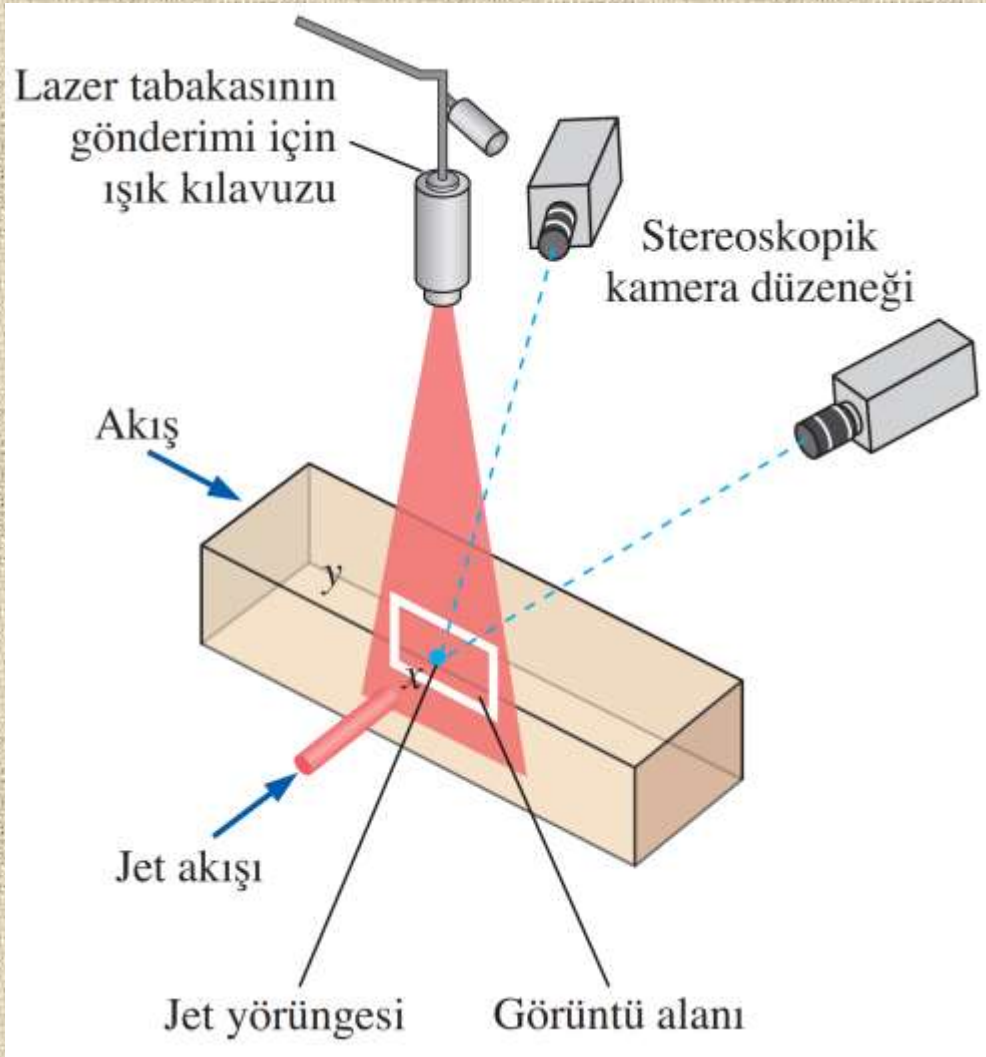
Bununla birlikte PIV, hız alanı gibi değişik akış niceliklerinin yüksek doğruluklu nicel (kantitatif) değerlerini de verir. Elde edilen bu veriler kullanılarak akış sayısal olarak analiz edilebilir.



Alev kararlılığını incelemeye kullanılan bir PIV sistemi.



Havada asılı haldeyken sinek kuşunun etrafındaki anlık PIV hız vektörleri. Renk ölçeği düşük hızdan (mavi) yüksek hıza (kırmızı) doğrudur.



Kanaldaki akış ile hava jetinin karışmasını incelemek için kurulan üç-boyutlu PIV sistemi.

PIV sistemlerinde atım süresi, güç ve atımlar arasındaki zaman farkı gereksinimlerine bağlı olarak argon, bakır buharı ve Nd:YAG gibi çeşitli lazer ışığı kaynakları kullanılabilmektedir.

Nd:YAG lazerleri geniş bir uygulama aralığında PIV sistemlerinde yaygın olarak kullanılır.

Işık kolu veya fiber-optik sistem gibi ışın dağıtım sistemleri, belirli bir kalınlıkta yüksek-enerjili lazer tabakası atımı oluşturmak ve göndermek için kullanılır.

PIV ile vortisite ve şekil değiştirme hızı gibi diğer akış özellikleri de elde edilebilir ve türbülansın ayrıntıları üzerine çalışılabilir.

Biyo-Akışkanlar Mekaniğine Giriş

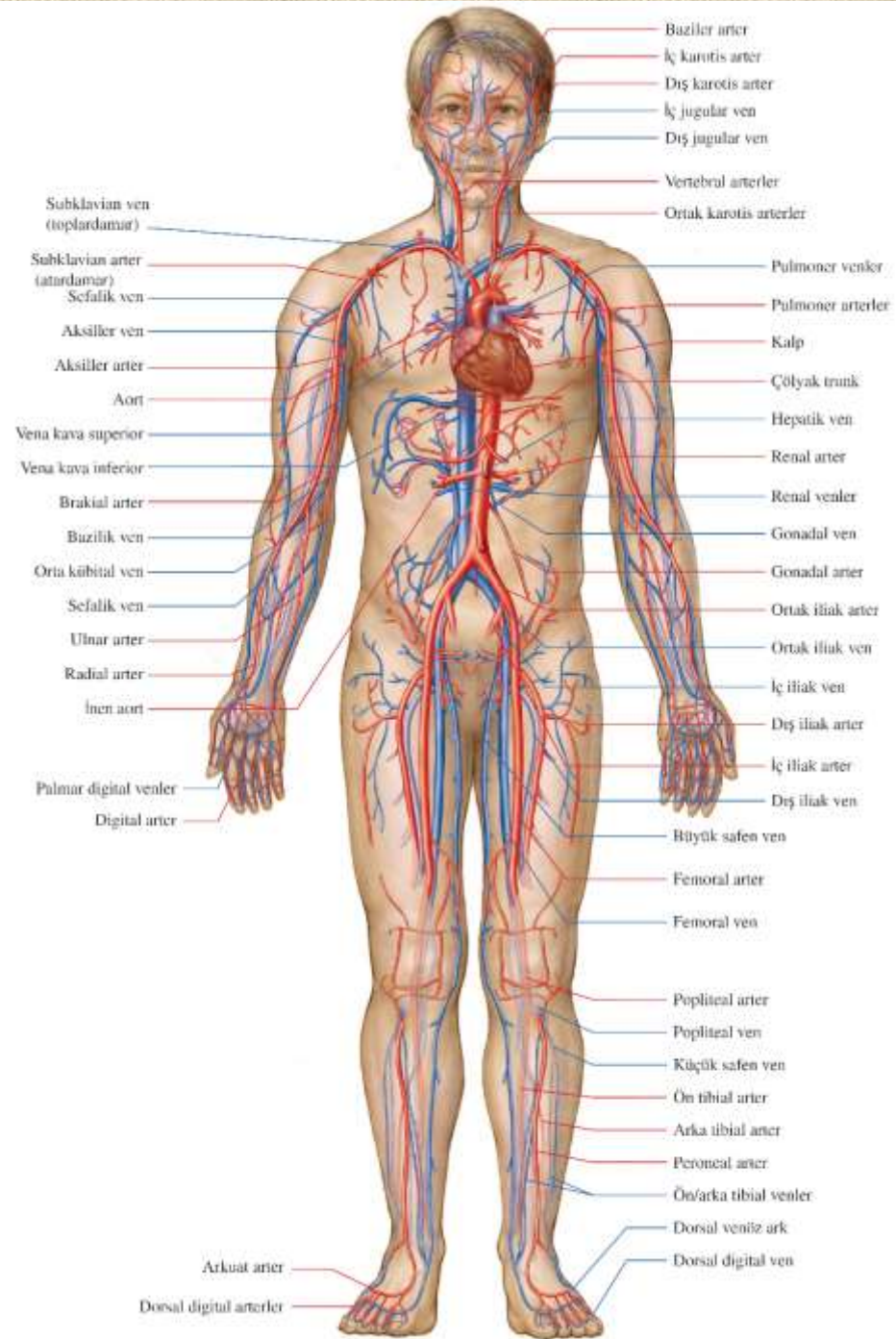
Biyo-akışkanlar mekaniği insan vücudundaki fizyolojik sistemleri konu alsa da bu terim aslında tüm hayvan türlerini de kapsamaktadır. Çünkü hayvan türlerinde de esas itibariyle akışkanı (sıvı, gaz veya her ikisi) taşımada kullanılan boru şebekeleri olarak düşünebileceğimiz bazı temel akış (dolaşım) sistemleri mevcuttur.

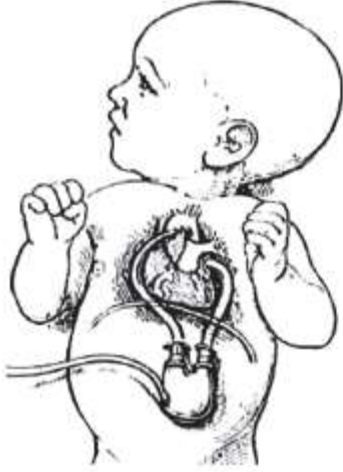
Dikkatimizi sadece insan vücuduna yoğunlaştırırsak bu sistemlerin bazılarını **kalp ve damar**, **solunum**, **lenf**, **göz ile mide-bağırsak** sistemleri olarak sıralamak mümkündür.

Tüm bu sistemlerin diğer mekanik boru şebekeleri ile benzer özellikler gösterdiğini hatırdan çıkarmamak gerekir. Bu şebekeler de yine temel elemanlar pompa (kalp), borular (damarlar), vanalar (kalp kapakları) ve akışkandan (kan) ibarettir.

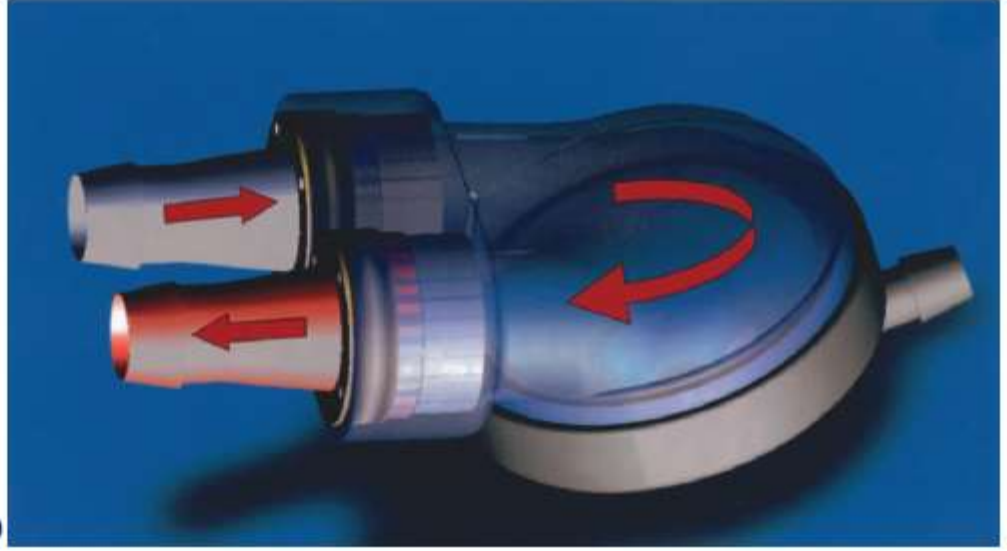
Burada insan vücudundaki **kalp ve damar** sistemi üzerinde yoğunlaşarak damar ağ sistemine ait temel kavramları tanıtacağız.

Kalp ve damar sistemi.





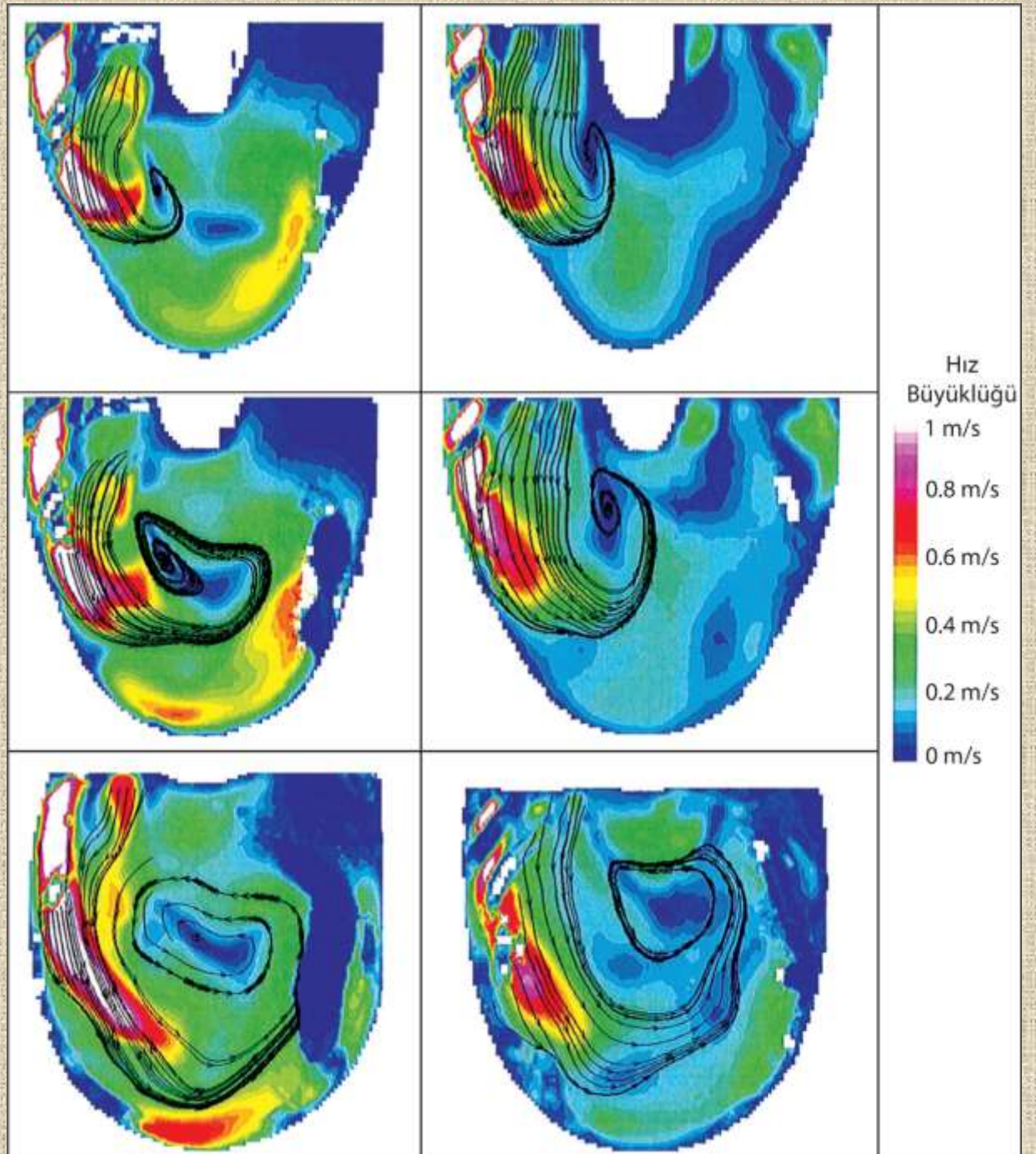
(a)

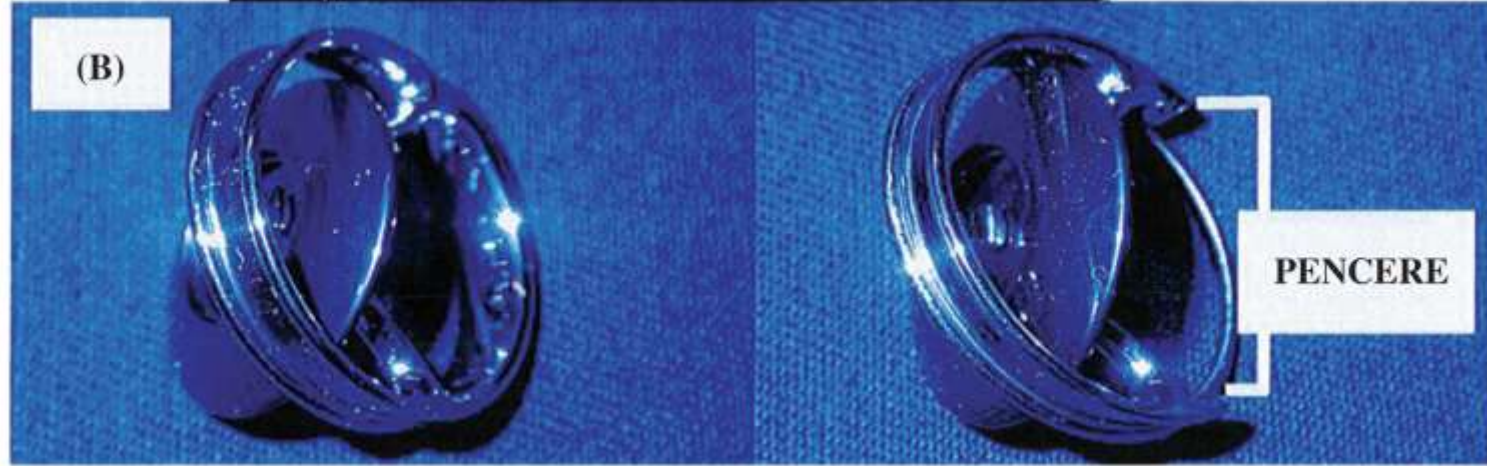
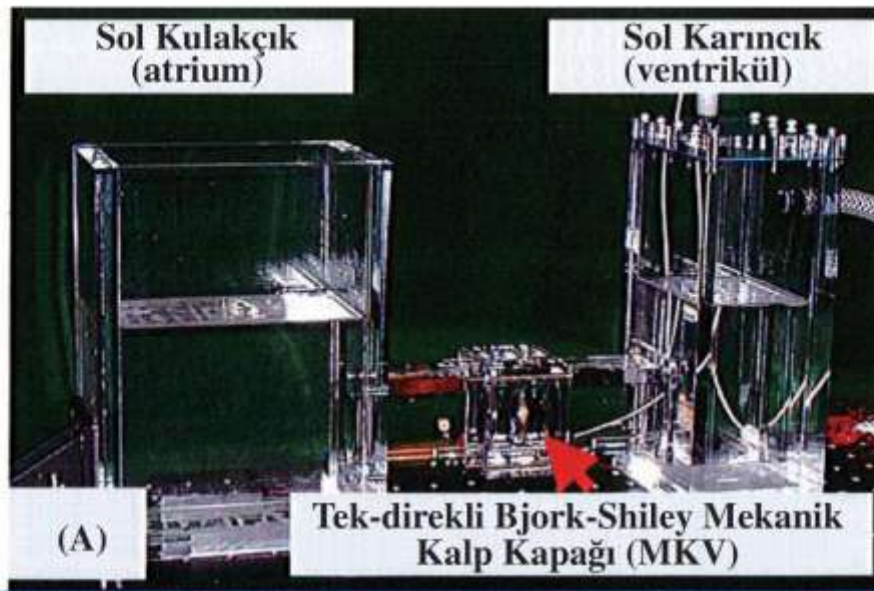


(b)

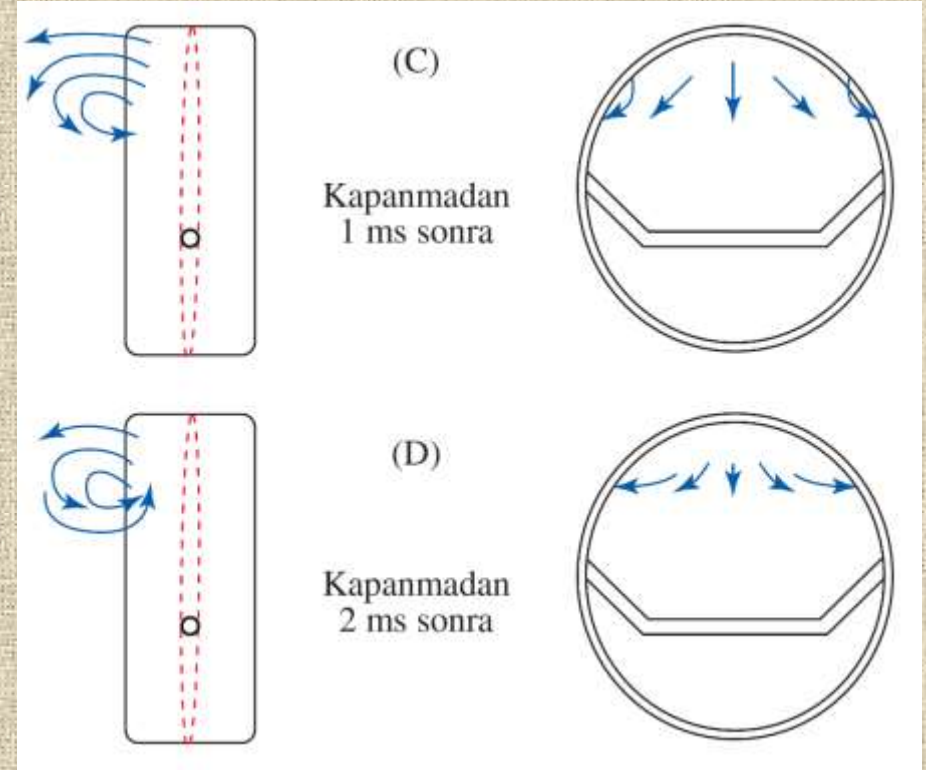
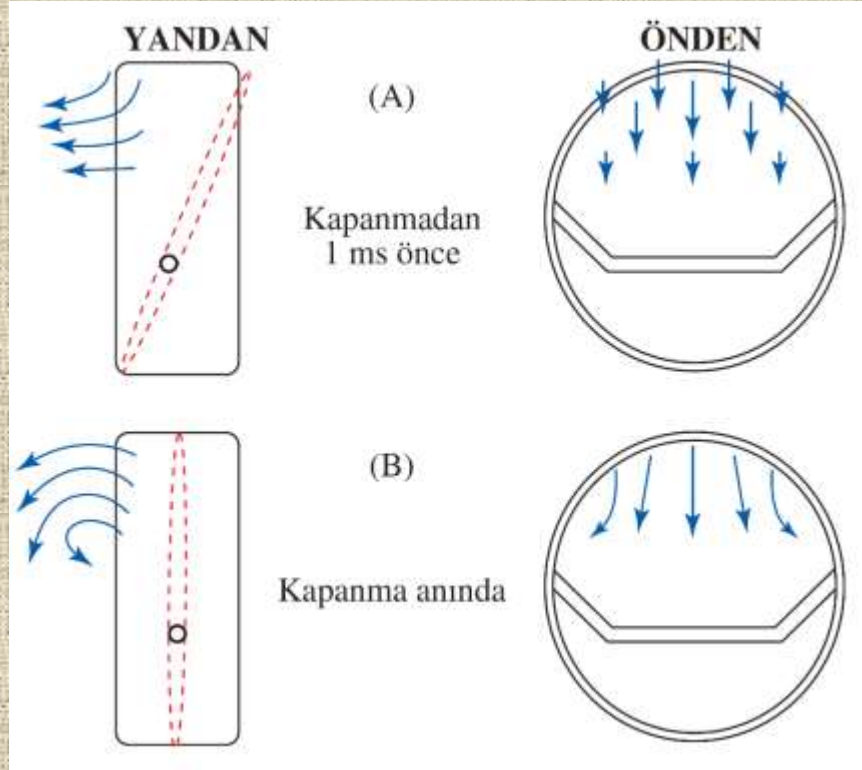
(a) Pennsylvania Eyalet Üniversitesi tarafından geliştirilen 12 cc'lik pediyatrik ventrikül destek cihazının (PVAD) bir *ressam tarafından resmedilmiş hali*. Resimde girişin sol kulakçığa ve çıkışın ise aorta bağlı olduğu görülmektedir. (b) PVAD içerisindeki akışın yönü.

BSM kapakçık
konfigürasyonuna
ait 250 ms'de (sol sütun)
ve CM kapakçık
konfigürasyonuna ait 350
ms'de (sağ sütun) parçacık
izleri. En üst satır 7 mm,
orta satır 8.2 mm ve
en alt satır ise 11 mm'lik
düzlemlerde alınmıştır. Bu
görüntüler dönel akış
deseninin tam geliştiği ilk
zaman adımıdır.



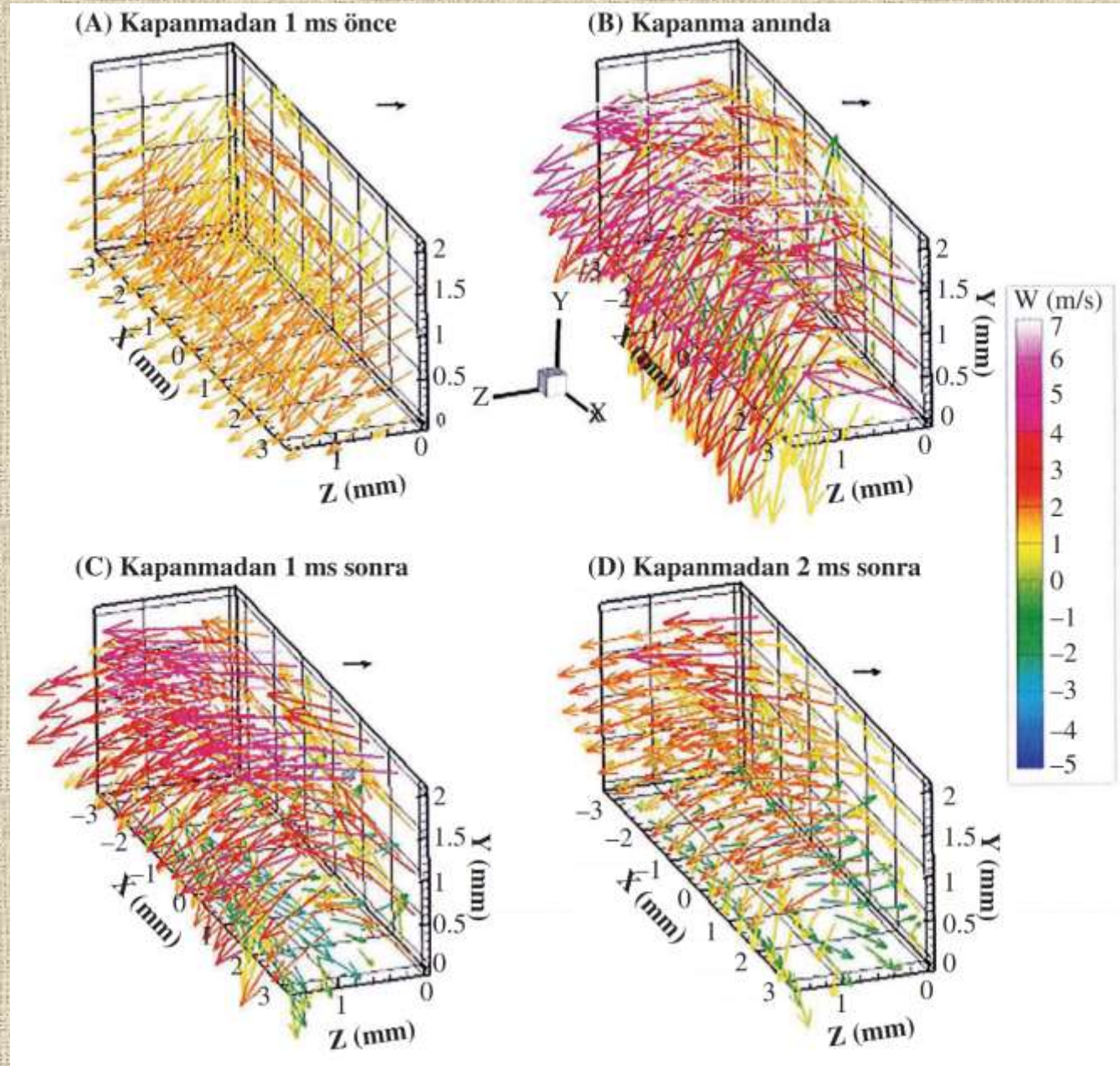


(a) *Tek atımlı odacık*, tek-direkli Bjork-Shiley kapakçığının kapanma dinamiğini taklit etmektedir. (b) *Solda üzerinde herhangi bir değişiklik yapılmamış* tek-direkli Bjork-Shiley mekanik kalp kapakçığının yandan görünüşü verilmiştir. Sağda ise, kapakçık gövdesi üzerinde yapılan değişiklik gösterilmiştir. Açılan pencere yerine daha sonra, benzer akışkanlar dinamiği desenlerini ve rijitliği koruyacak şekilde akrilik pencere takılmıştır.



Art arda dört farklı zamanda, kapanan eğimli-disk ile oluşturulan akışın yandan ve önden görünüşlerini gösteren şematik çizimler.

Üç-boyutlu akış yapıları. Vektörler yönü; renk ise eksenel hızın büyüklüğünü göstermektedir. Kapakçık sağdan sola doğru kapanmaktadır. $x=0$ yaprakçığının eksen çizgisini göstermektedir. Dört grafik (a) kapanmadan 1 ms önceki, (b) kapanma esnasındaki (c) kapanmadan 1 ms sonraki ve (d) kapanmadan 2 ms sonraki akışları göstermektedir.



ÖRNEK 8-11 İkiye Ayrılan Aortik Kan Akışı

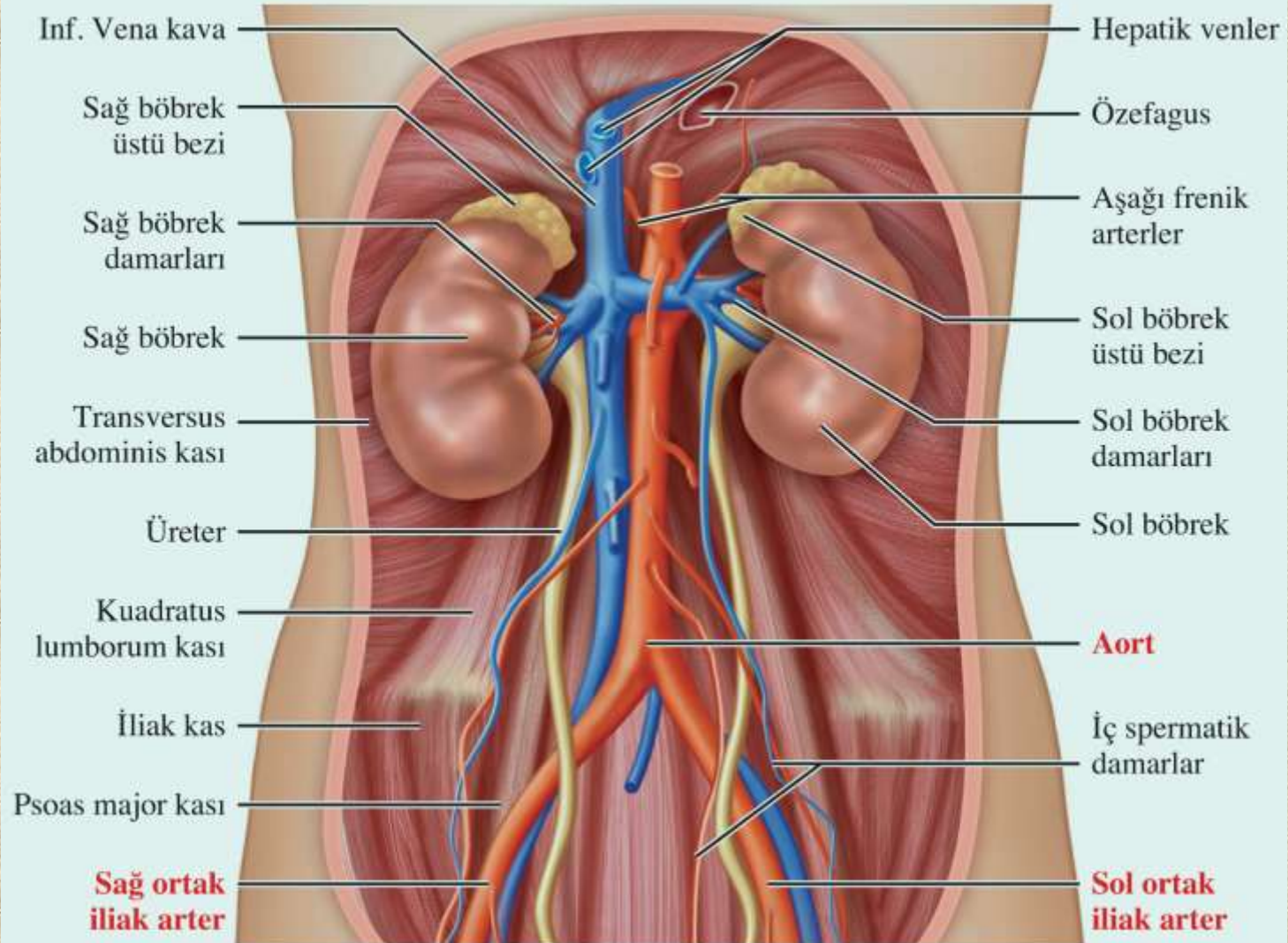
Kan kalbin sol karıncığından aorta doğru akarak vücudun geri kalan kısımlarının oksijen ihtiyacını karşılar. Çıkan aorttan karın aortuna doğru aşağı doğru akarken kanın bir kısmı dallara ayrılmış damarlardan geçer. Leğen kemiği bölgesine ulaştığında ise sol ve sağ bacaklara doğru (sağ ve sol ortak iliak arterlere) ikiye dallanır (Şekil 8-88). Dallanma simetrik olarak gerçekleşse de ortak iliak arterlerin çapları farklıdır. Kanın kinematik viskozitesi 4 cSt, karın aortun çapı 15 mm, sağ ve sol ortak iliak arterlerin çapları sırasıyla 10 mm ve 8 mm ve karın aortundaki ortalama hız 30 cm/s, sol ortak iliak arterin ortalama hızı 40 cm/s olarak verildiğine göre, sağ ortak iliak arterdeki ortalama debiyi hesaplayınız.

ÇÖZÜM Üç damarın çapları ile bunların ikisindeki ortalama hızlar verilmiştir. Damarlar rijit boru olarak kabul edilebilir.

Kabuller 1 Kalbin dakikada yaklaşık 75 atışla kasılıp gevşeyerek atımlı/pülzatif bir akış oluşturmaya rağmen akış daimi kabul edilebilir. 2 Giriş etkileri ihmal edilebilir ve akış tam gelişmiş olarak kabul edilebilir. 3 Kan Newton tipi akışkandır.

Özellikler Kanın 37 °C'deki kinematik viskozitesi 4 cSt'tur.

Diyafram



İnsan vücudunun anatomisi. Aort ile sol ve sağ bacaklara doğru giden atardamarlara (ortak iliak arterler) dikkat ediniz.

Analiz Kütlenin korunumundan faydalanarak karın aortundaki ($\dot{V}_1$) debinin sol ($\dot{V}_2$) ve sağ ($\dot{V}_3$) ortak iliak artere doğru giden debilerin toplamına eşit olduğunu söyleyebiliriz. Buna göre,

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + \dot{V}_3$$

olacaktır. Ortalama debileri kullandığımızdan ve çaplar ile kanın yoğunluğunun dolaşım sisteminin bu bölümünde sabit olduğunu bildiğimizden, denklemi aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 + A_3 V_3$$

Burada hızlar ortalama hızlar olup A 'lar da alanlardır. Denklem V_3 yalnız bırakılacak şekilde tekrar düzenlenip soruda verilen değerler yerine konursa,

$$V_3 = (V_1 A_1 - V_2 A_2) / A_3$$

$$V_3 = (30 \text{ cm/s} \times (1.5 \text{ cm})^2 - 40 \text{ cm/s} \times (0.8 \text{ cm})^2) / (1.0 \text{ cm})^2$$

$$V_3 = 41.9 \text{ cm/s}$$

elde edilir.

İrdeleme Akış daimi kabul edildiğinden ortalama hızların kullanılması uygundur; ancak gerçekte ulaşılabilecek bir maksimum pozitif hız vardır ve diyastol esnasında sol karıncık dolarken kalbe bir miktar geri (ya da ters) akış söz konusudur. Bir kalp çevrimi sırasında bu damarlarda ve diğer birçok büyük damarda hız profili değişecektir. Bunun yanında, kan aslında viskoelastik bir akışkan olmasına rağmen, Newton tipi bir akışkan olarak kabul edilmiştir. Araştırmacıların çoğu, bu özel bölgede bu kabulden faydalanmaktadır, çünkü bu bölgede şekil değiştirme hızı kanın viskozitesini asimptotik değerine ulaştıracak kadar yüksektir.

Özet

- Giriş
- Laminer ve Türbülanslı Akışlar
 - ✓ Reynolds Sayısı
- Giriş Bölgesi
 - ✓ Giriş Uzunlukları
- Borularda Laminer Akış
 - ✓ Basınç Düşüşü ve Yük Kaybı
 - ✓ Laminer Akışta Yerçekiminin Hıza ve Debiye Etkisi
 - ✓ Dairesel Olmayan Borularda Laminer Akış
- Borularda Türbülanslı Akış
 - ✓ Türbülans Kayma Gerilmesi
 - ✓ Türbülanslı Akış Hız Profili
 - ✓ Moody Diyagramı ve Colebrook Denklemi
 - ✓ Akış Problemi Tipleri

- Yerel Kayıplar
- Boru Şebekleri ve Pompa Seçimi
 - ✓ Seri ve Paralel Bağlı Borular
 - ✓ Pompalı ve Türbinli Borulama Sistemleri
- Akış Debisi ve Hızının Ölçümü
 - ✓ Pitot ve Pitot-Statik Tüpleri
 - ✓ Kesit Daralmalı Debiölçerler: Orifis, Venturimetre ve Akış Lülesi
 - ✓ Hacimsel Debiölçerler
 - ✓ Türbinli Debiölçerler
 - ✓ Değişken-Kesitli Debiölçerler (Rotametreler)
 - ✓ Ultrasonik Debiölçerler
 - ✓ Elektromanyetik Debiölçerler
 - ✓ Vorteks Tipi Debiölçerler
 - ✓ Isıl (Sıcak-Tel ve Sıcak-Film) Anemometreler
 - ✓ Lazer Doppler Hız Ölçümü
 - ✓ Parçacık Görüntülemeli Hız Ölçümü
 - ✓ Biyo-Akışkanlar Mekaniğine Giriş