Akışkanlar Mekaniği: Temelleri ve Uygulamaları
3. Baskı
Tahsin Engin
H. Güneş, S. Canbazoğlu, A. A. Özalp, Ş. Çeşmeci
PALME YAYINCILIK, EYLÜL-2014

Bölüm 5
KÜTLE, BERNOULLi VE ENERJİ DENKLEMLERİ

Günümüzde rüzgarın kinetik enerjisini elektrik enerjisine dönüştürmek amacıyla tüm dünyada rüzgar türbini “çiftlikleri” kurulmaktadır. Bir rüzgar türbininin tasarımında kütle, momentum, enerji ve açısal momentumun korunumu ilkeleri kullanılır. Bernoulli denklemi ayrıca ön tasarım aşamasında da faydalı bir araçtır

Öğrenim Amaçları

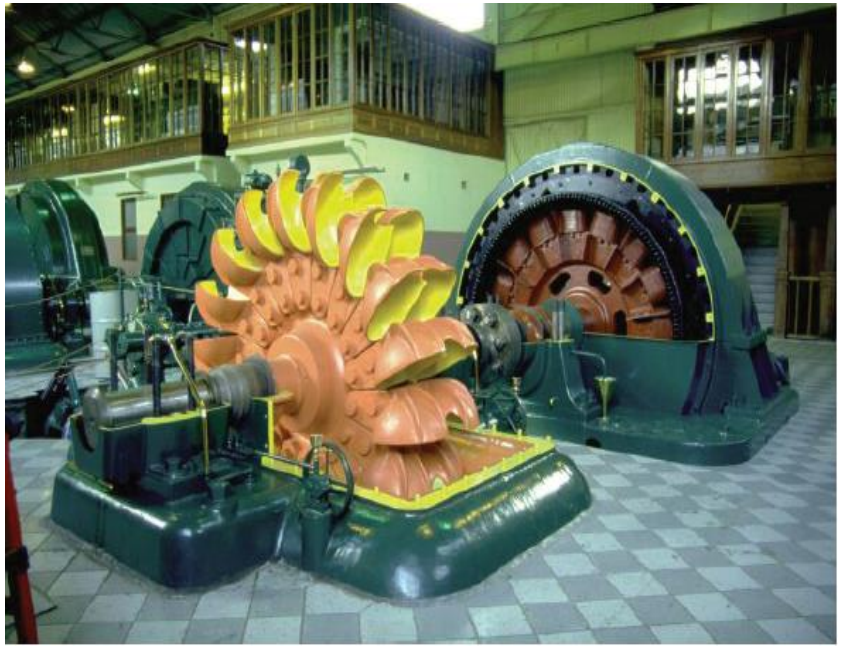
- Bir akış sisteminde giren ve çıkan debileri dengeleyebilmek için kütlenin korunumu denklemini uygulama
- Mekanik enerjinin farklı biçimlerini tanıma ve enerji dönüşüm verimleriyle ilgili işlemleri yapma
- Bernoulli denkleminin kullanımını ve sınırlamalarını anlama ve bu denklemi farklı türlerdeki akış problemlerini çözmede kullanma
- Yükler cinsinden ifade edilen enerji denklemiyle çalışma ve bu denklemi türbin çıkış gücünü ve gerekli pompalama gücünü belirlemede kullanma

5–1 ■ GİRİŞ

Kütlenin korunumu, enerjinin korunumu ve momentumun korunumu gibi birçok *korunum yasası* konusunda daha önceden bilgi edinmiştiniz.

Tarihsel açıdan korunum yasaları ilk defa ***kapalı sistem* ya da sadece *sistem* olarak adlandırılan, belirli miktardaki bir maddeye uygulanmıştır ve daha sonra bu sistem uzayda *kontrol hacmi* olarak adlandırılan bölgelere genişletilmiştir.**

Bir proses süresince herhangi bir korunumlu **büyüklük denge durumunda olacağından, korunum bağıntılarından *denge denklemleri* olarak da söz edilir**.



Bu Pelton çarklı hidrolik türbin gibi birçok akım makinası, kütle ve enerjinin korunumu ilkelerinin yanı sıra lineer momentum denklemi uygulanarak analiz edilir.

Kütlenin Korunumu

Değişime uğrayan kapalı bir sistem için kütlenin korunumu bağıntısı m_{sys} = sabit veya $dm_{sys}/dt = 0$ olarak ifade edilir. Buna göre kapalı bir sistemin kütlesi bir proses sırasında sabit kalır.

Bir kontrol hacmi (KH) için kütlenin korunumu:

Kütlenin korunumu: $\dot{m}_{\text{giren}} - \dot{m}_{\text{çıkan}} = \dfrac{dm_{KH}}{dt}$

süreklilik denklemi

$\dot{m}_{\text{giren}}$ ve $\dot{m}_{\text{çıkan}}$ **KH'ye birim zamanda giren ve çıkan kütleler..**

dm_{KH}/dt **KH'yi dolduran kütlenin birim zamandaki değişimi.**

Süreklilik denklemi: Akışkanlar mekaniğinde **diferansiyel bir kontrol hacmi için yazılan kütlenin korunumu denklemi genellikle süreklilik denklemi olarak adlandırılır.**

Lineer Momentum Denklemi

Lineer momentum: Bir **cismin kütlesi ile hızının çarpımına** bu cismin *lineer momentum*u veya kısaca *momentum*u denir.

Buna göre *V* hızıyla hareket eden *m* **kütleli rijit bir cismin momentumu *mV* olur.**

Newton'un ikinci yasası: Bu yasaya göre bir cismin ivmesi, bu cisme etki eden kuvvet ile doğru, cismin kütlesi ile ters orantılıdır. Diğer bir deyişle bu yasa göre, **bir cismin momentumunun birim zamandaki değişimi, bu cisme etkiyen net kuvvete eşittir.**

$$\frac{d\,m\,V}{dt} = kg\ m/s^2$$

Momentumun korunumu ilkesi: Bir sistemin momentumu yalnızca bu cisim üzerine etki eden **net kuvvet sıfır olduğunda sabit** kalır. Bu nedenle bu tür sistemlerin momentumu korunur.

Lineer momentum denklemi: **Akışkanlar mekaniğinde Newton'un ikinci yasası daha çok *lineer momentum denklemi* olarak adlandırılır.**

Enerjinin Korunumu

Enerjinin korunumu ilkesi (enerji dengesi): Bir proses sırasında bir sisteme veya sistemden transfer edilen net enerji, sistemin toplam enerjisindeki değişime eşittir.

Sisteme veya sistemden enerjinin transferi ısı veya iş biçiminde gerçekleşebilir. Kontrol hacimlerinde buna ilave olarak kütle yoluyla da enerji transferi gerçekleşebilir.

Enerjinin korunumu:

$$\dot{E}_{\text{giren}} - \dot{E}_{\text{çıkan}} = \frac{dE_{\text{KH}}}{dt}$$

$\dot{E}_{\text{giren}}$ ve $\dot{E}_{\text{çıkan}}$ — **Kontrol hacmine birim zamanda giren ve çıkan toplam enerji**

dE_{KH}/dt — **Kontrol hacminin sınırları içerisinde kalan akışkanın toplam enerjisinin birim zamandaki değişimi**

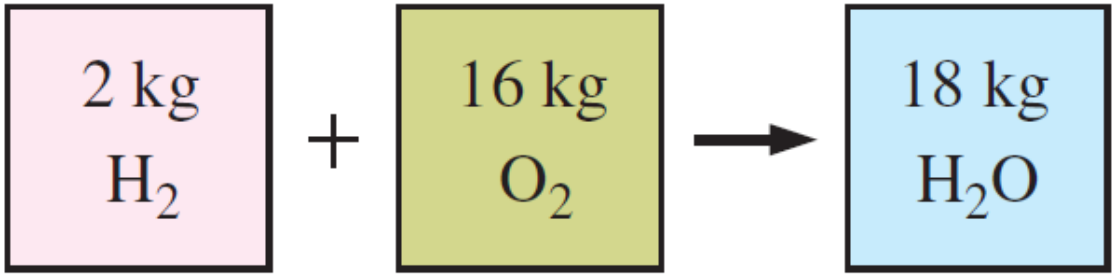
Akışkanlar mekaniğinde genellikle akışkanın mekanik enerji biçimleri göz önüne alınır. P/yoğunluk ,KE,PE

5–2 ■ KÜTLENİN KORUNUMU

Kütlenin korunumu: Tıpkı enerji gibi kütle de korunan bir özelliktir ve bir proses sırasında vardan yok, yoktan var edilemez.

Kapalı sisteler: Proses sırasında sistemin **kütlesi sabit kalır**.

Kontrol hacimleri: Kütle sınırlardan geçebilir. Bu nedenle kontrol **hacmine giren ve çıkan kütlelerin izlenmesi gerekir.**



Kütle kimyasal tepkimelerde de korunur.

m kütlesi ile *E* enerjisi aşağıdaki bağıntı uyarınca birbirine dönüşebilir:

$$E = mc^2$$

Burada *c* vakum altında ışık hızıdır, $c = 2.9979 \times 10^8$ m/s

Enerji değişimi nedeniyle gerçekleşen kütle değişimi ihmal edilebilir.

Kütlesel (kg/ s) ve Hacimsel Debiler (m^3 / s)

Kütlesel debi: Bir en-kesitten birim zamanda geçen kütle miktarı.

Diferansiyel kütlesel debi:

$$\delta \dot{m} = \rho V_n \, dA_c$$

Kg/s: kg / m³ m/s m²

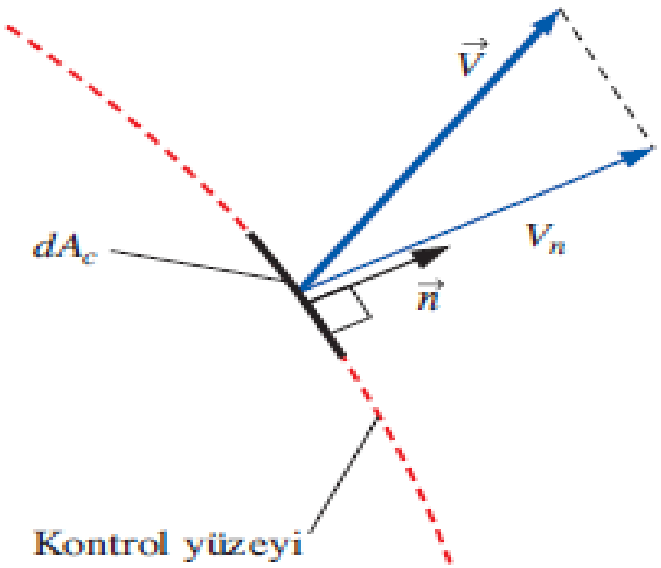
Nokta fonksiyonları tam diferansiyele sahiptir

$$\int_1^2 dA_c = A_{c2} - A_{c1} = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

Yola bağımlı fonksiyonların tam diferansiyeli yoktur.

$$\int_1^2 \delta \dot{m} = \dot{m}_{\text{toplam}} \qquad \dot{m}_2 - \dot{m}_1$$

değil!!!



Bir yüzey için V_n normal hızı akış hızının yüzeye dik bileşenidir.

$$\delta\dot{m} = \rho V_n \, dA_c$$

$$\dot{m} = \int_{A_c} \delta\dot{m} = \int_{A_c} \rho V_n \, dA_c$$

Ortalama hız

$$V_{ort} = \frac{1}{A_c}\int_{A_c} V_n \, dA_c$$

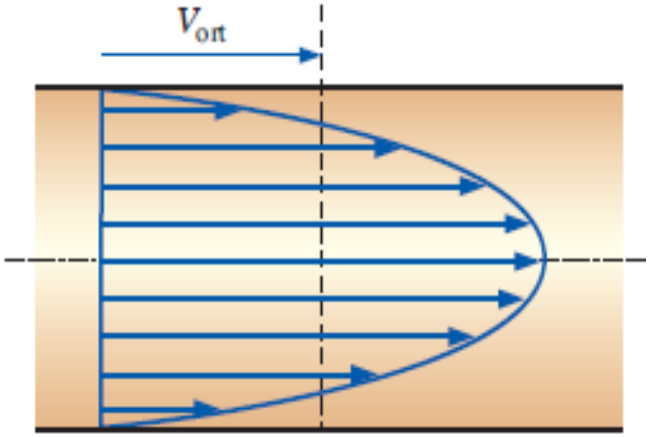
Hacimsel debi

$$\dot{V} = \int_{A_c} V_n \, dA_c = V_{ort} A_c = V A_c \qquad (m^3/s)$$

Kütlesel debi

$$\dot{m} = \rho V_{ort} A_c \qquad (kg/s)$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \frac{\dot{V}}{v}$$: ***kg / m³*** **m³/s**



ŞEKİL 5–4

Ortalama hız V_{ort}, bir en-kesitteki V_n hızlarının ortalama değeri olarak tanımlanır.

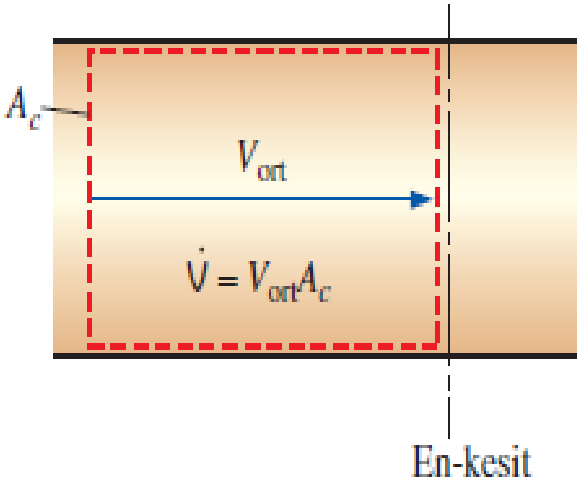
V ort:(vgir+v cık)/2

genelde bu verilir (bilinen)

yada

n tane hız / n :

(V1+v2+v3…….)/n



ŞEKİL 5–5

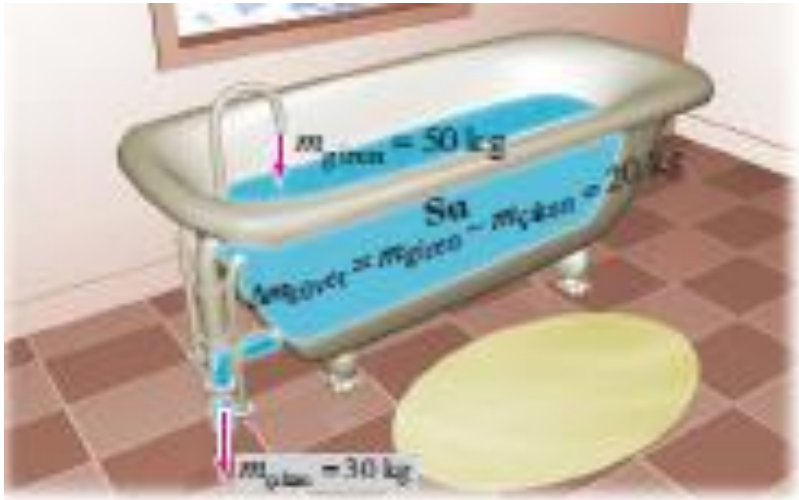
Hacimsel debi bir en-kesitten birim zamanda geçen akışkan hacmidir.

Kütlenin Korunumu İlkesi

Bir kontrol hacmi için kütlenin korunumu ilkesi: ***Bir Δt zaman aralığında kontrol hacmine giren veya çıkan net kütle, bu Δt süresinde kontrol hacmi içerisindeki net kütle değişimine (artışına ya da azalışına) eşittir.***

$$\begin{pmatrix}\Delta t \text{ süresince KH'ye} \\ \text{giren toplam kütle}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\Delta t \text{ süresince KH'den} \\ \text{çıkan toplam kütle}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\Delta t \text{ süresince KH içerisindeki} \\ \text{net kütle değişimi}\end{pmatrix}$$

$$m_{\text{giren}} - m_{\text{çıkan}} = \Delta m_{\text{KH}} \quad (\text{kg}) \qquad \dot{m}_{\text{giren}} - \dot{m}_{\text{çıkan}} = dm_{\text{KH}}/dt \quad (\text{kg/s})$$



ŞEKİL 5–6
Bir küvet için kütlenin korunumu ilkesinin uygulanması.

$\dot{m}_{\text{giren}}$ ve $\dot{m}_{\text{çıkan}}$ KH'ye birim zamanda giren ve çıkan kütle

dm_{KH}/dt KH sınırları içindeki kütlenin birim zamandaki değişimi

STEADY : KARARLI : dt: 0

Kütle dengesi Herhangi bir hal değişimine uğrayan tüm kontrol hacimlerine uygulanabilir.

$dm = \rho\, dV.$ *KH içerisindeki toplam kütle:* $m_{KH} = \int_{KH} \rho\, dV$

Yoğunluk sabit x dif hacim

mgir-mçık : *KH içerisindeki kütlenin zamanla değişim hızı:* $\frac{dm_{KH}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{KH} \rho\, dV$

V vek. n kadar küçük katsayı miktarı:

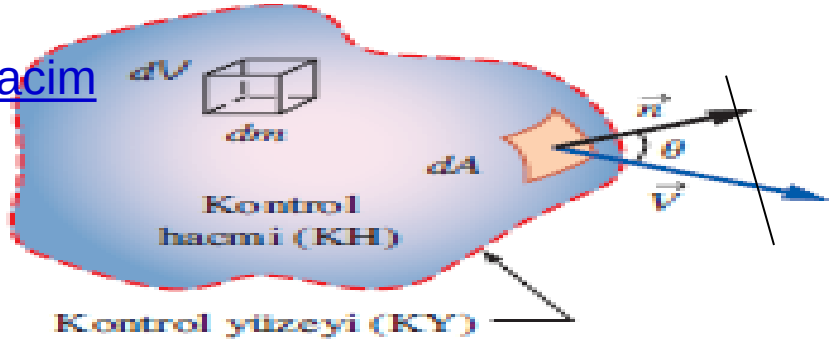
Hızın dik bileşeni: $V_n = V\cos\theta = \vec{V}\cdot\vec{n}$

Diferansiyel kütlesel debi: $\delta\dot{m} = \rho V_n\, dA = \rho(V\cos\theta)\, dA = \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA$

Net kütlesel debi: $\dot{m}_{net} = \int_{KY} \delta\dot{m} = \int_{KY} \rho V_n\, dA = \int_{KY} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA$

Kütlenin korunumu bağıntısının türetilmesinde kullanılan diferansiyel kontrol hacmi *dV* ve diferansiyel kontrol yüzeyi *dA*.

dif hacim



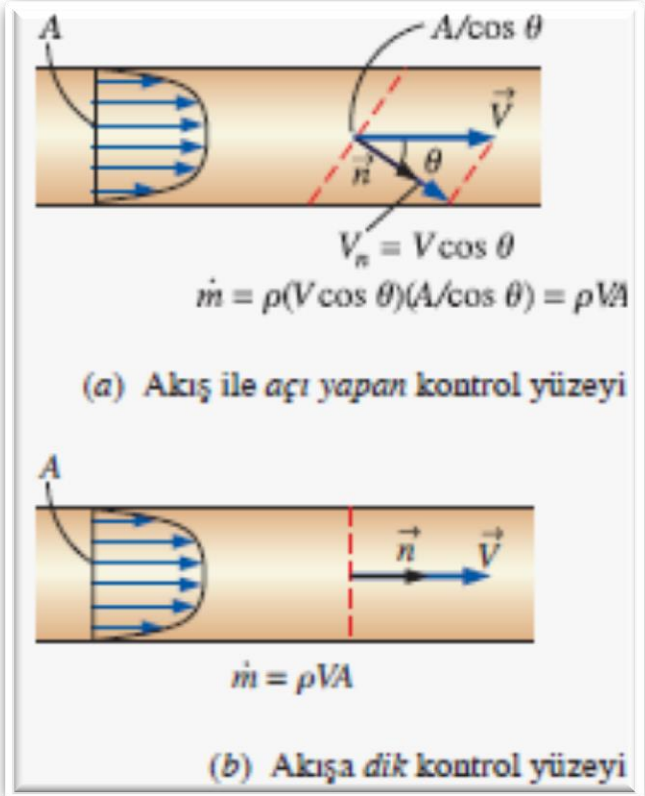
dA. Dik hız Vn : V cos θ

Kütlenin korunumunun genel ifadesi: $$\frac{d}{dt}\int_{KH} \rho\, dV + \int_{KY} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA = 0$$

Bu denkleme göre KH içerisindeki kütlenin değişim hızı KY'den olan net geçişinin toplamı

$$\frac{d}{dt}\int_{KH} \rho\, dV + \sum_{\text{çıkan}} \rho|V_n|A - \sum_{\text{giren}} \rho|V_n|A = 0$$

$$\frac{d}{dt}\int_{KH} \rho\, dV = \sum_{\text{giren}} \dot{m} - \sum_{\text{çıkan}} \dot{m} \qquad \frac{dm_{KH}}{dt} = \sum_{\text{giren}} \dot{m} - \sum_{\text{çıkan}} \dot{m}$$



$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{KH} \rho b\, dV + \int_{KY} \rho b(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA$$

$B = m \qquad b = 1 \qquad b = 1$

$$\frac{dm_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{KH} \rho\, dV + \int_{KY} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA$$

Kütlenin korunumu ilkesi, Reynolds transport teoreminindeki B yerine m kütlesi, b yerine ise 1 yazılarak elde edilir.

Sonuç aynı bile olsa, herhangi bir karmaşıklığa meydan vermemek için, akışı kestiği her yerde kontrol yüzeyi akışa dik yönde seçilmelidir.

Hareket Eden veya Şekil Değiştiren Kontrol Hacmi

Denklem 5−17 ve Denklem 5–18, bu denklemlerde yer alan mutlak hız yerine, akışkanın kontrol yüzeyine göre hızı olan bağıl hızının yazılması durumunda hareket eden veya şekil değiştiren kontrol hacimleri için de geçerlidir.

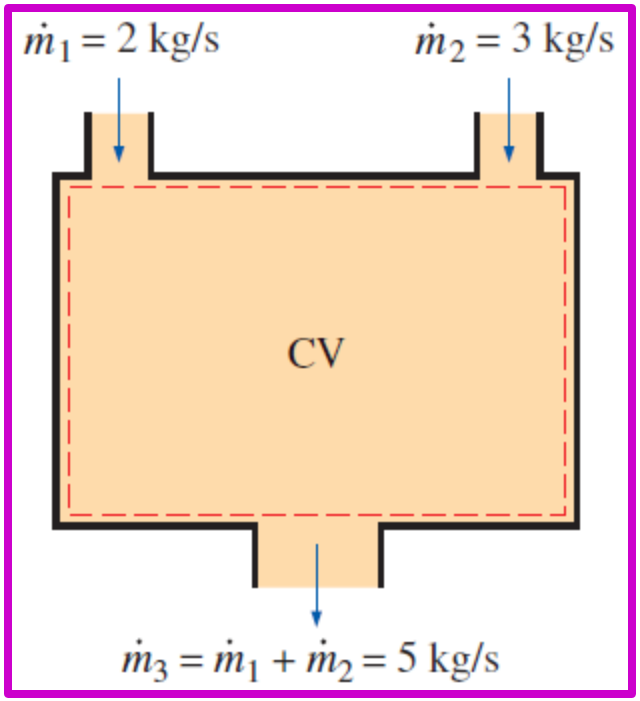
$$\frac{d}{dt}\int_{KH} \rho \, dV + \int_{KY} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n}) \, dA = 0$$

$$\vec{V}_b = \vec{V} - \vec{V}_{KY}$$

Daimi Akışlı Sistemlerde Kütle Dengesi

Daimi akışlı bir sistemde kontrol hacmi içerisindeki kütle miktarı zamanla değişmez (m_{KH} = sabit).

Bu durumda kütlenin korunumu ilkesi gereği kontrol hacmine giren toplam kütle miktarı, kontrol hacmini terk eden toplam kütle miktarına eşit olmalıdır.



İki girişi bir çıkışı olan daimi akışlı bir sistem için kütlenin korunumu ilkesi

Daimi akışlı proseslerde bir sisteme giren ve çıkan kütlelerden çok, bunların birim zamandaki değerleriyle, yani *kütlesel debiler*le ilgilenilir.

$$\sum_{\text{in}} \dot{m} = \sum_{\text{out}} \dot{m} \qquad (\text{kg/s})$$

Çoklu giriş ve çıkış

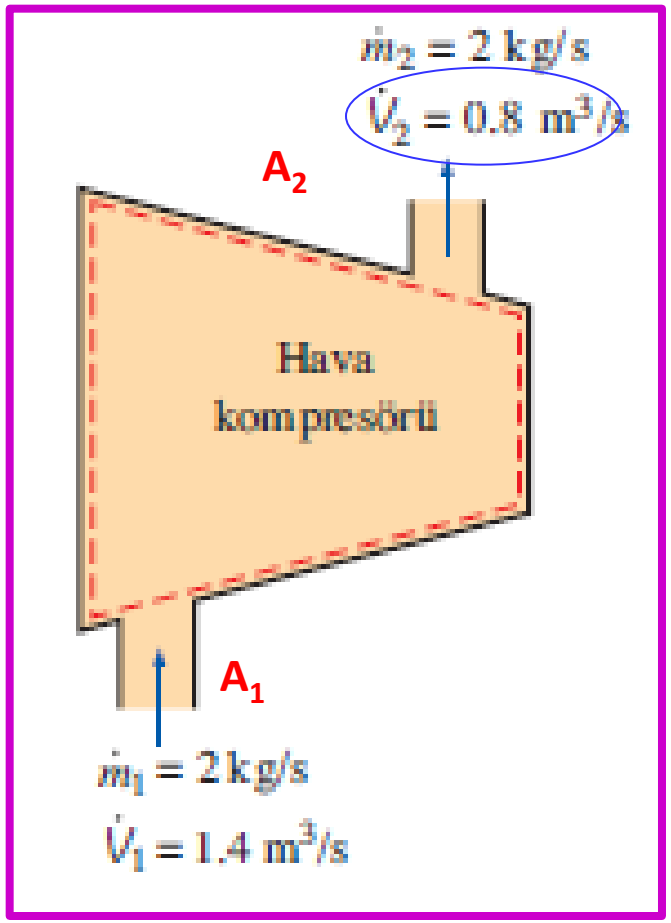
$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad \rightarrow \quad \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

Tek akımlı

Lüle, yayıcı (difüzör), türbin, kompresör ve pompalar gibi mühendislik uygulamalarının birçoğunda tek bir akış yolu vardır (tek giriş ve çıkış)

Özel Durum: Sıkıştırılamaz Akış

Sıvılarda olduğu gibi akışın sıkıştırılamaz olduğu durumlarda kütlenin korunumu bağıntıları daha da basitleştirilebilir.



$$\sum_{\text{giren}} \dot{V} = \sum_{\text{çıkan}} \dot{V} \qquad (\text{m}^3/\text{s})$$

Daimi, sıkıştırılamaz

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2$$

Daimi, sıkıştırılamaz (tek akımlı)

Hacmin korumu ilkesi diye bir şey olmadığı unutulmamalıdır. Ancak sıvıların daimi akışı söz konusu olduğunda, sıvılar genel olarak sıkıştırılamaz (sabit yoğunluğa sahip) maddeler olduğundan, giriş ve çıkıştaki hacimsel debileri de kütlesel debileri gibi sabittir.

Daimi akışlı sistemlerde kütlesel debilerin korunuyor olması hacimsel debilerin de korunuyor olacağı anlamına gelmez.

NEDEN…….

ÖRNEK 5–1 Bir Bahçe Hortumu Fıskiyesindeki Su Akışı

Ağzına fıskiye takılmış bir bahçe hortumu 10 galon'luk (37.854 L) bir kovayı suyla doldurmak için kullanılmaktadır. Borunun 2 cm olan iç çapı fıskiye ile çıkışta 0.8 cm'ye düşürülmektedir (Şekil 5–12). Kovayı suyla doldurmak 50 s aldığına göre; (*a*) hortumdan geçen suyun kütlesel ve hacimsel debilerini ve (*b*) fıskiye çıkışında suyun ortalama hızını belirleyiniz.

ÇÖZÜM Bir su kovası bahçe hortumundan gelen su ile doldurulmaktadır. Hortumdan geçen suyun kütlesel ve hacimsel debileri ile suyun hortumdan çıkış hızı belirlenecektir.

Kabuller **1** Su sıkıştırılamaz madde olarak alınmaktadır. **2** Hortum içerisindeki akış daimidir. **3** İşlem sırasında etrafa su sıçramamaktadır.

Özellikler Suyun yoğunluğunu 1000 kg/m^3=1 kg/L olarak alıyoruz.

Analiz (*a*) 37.854 L suyun 50 s'de aktığı göz önüne alındığında, suyun hacimsel ve kütlesel debileri:

$$\dot{V} = \frac{V}{\Delta t} = \frac{10\ \text{gal}}{50\ \text{s}}\left(\frac{3.7854\ \text{L}}{1\ \text{gal}}\right) = \mathbf{0.757\ L/s}$$

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = (1\ \text{kg/L})(0.757\ \text{L/s}) = \mathbf{0.757\ kg/s}$$

(*b*) Fıskiye çıkışının en-kesit alanı,

$$A_e = \pi r_e^2 = \pi(0.4\ \text{cm})^2 = 0.5027\ \text{cm}^2 = 0.5027 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

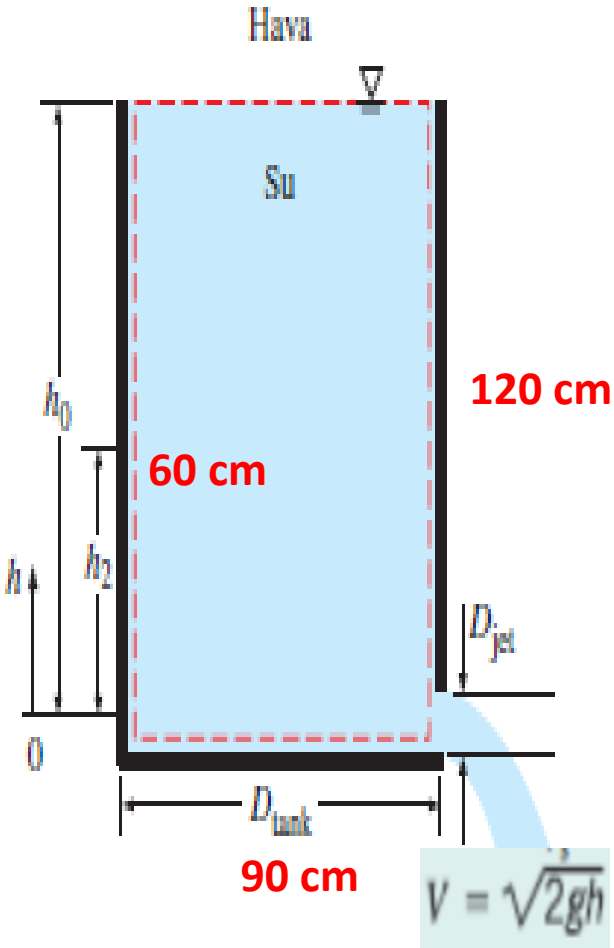
olarak bulunur. Hortumdan ve fıskiyeden geçen hacimsel debi sabittir. O halde suyun fıskiye çıkışındaki ortalama hızı aşağıdaki gibi bulunur:

$$V_e = \frac{\dot{V}}{A_e} = \frac{0.757\ \text{L/s}}{0.5027 \times 10^{-4}\ \text{m}^2}\left(\frac{1\ \text{m}^3}{1000\ \text{L}}\right) = \mathbf{15.1\ m/s}$$

İrdeleme Hortum içerisindeki suyun ortalama hızının 2.4 m/s olduğu kolaylıkla gösterilebilir. Buna göre fıskiye suyun hızını 6 kattan fazla arttırmaktadır.

ÖRNEK 5–2 Bir Tanktan Suyun Boşaltılması

120 cm yüksekliğinde ve 90 cm çapında üzeri atmosfere açık silindirik bir tank başlangıçta tamamen suyla doludur. Daha sonra tankın taban kenarında bulunan boşaltma tapası çekilmekte ve böylece su, çapı 1.25 cm olan bir su jeti şeklinde tanktan boşalmaya başlamaktadır (Şekil 5–13). Su jetinin tanktan ortalama çıkış hızı yaklaşık olarak $V = \sqrt{2gh}$ bağıntısı uyarınca değişmektedir. Burada h tank içindeki suyun delik merkezinden olan yüksekliği (değişken), g ise yerçekimi ivmesidir. Tank içindeki su seviyesinin tabandan itibaren 60 cm yüksekliğe düşmesi için geçecek olan süreyi belirleyiniz.



ÇÖZÜM Tankın taban kenarında bulunan boşaltma tapası çekiliyor. Tank içerisindeki suyun yarısının boşalması için geçecek olan süre hesaplanacaktır.

Kabuller **1** Su sıkıştırılamaz madde olarak alınmaktadır. **2** Tankın tabanı ile deliğin merkezi arasındaki mesafe, toplam su yüksekliğinin yanında ihmal edilebilir. **3** Yerçekimi ivmesi 9.81 m/s^2'dir.

Analiz Suyun kapladığı hacmi kontrol hacmi olarak alalım. Kontrol hacminin boyutu su seviyesi azaldıkça küçüldüğünden, bu bir değişken kontrol hacmidir. (Aslında burada boşalan suyun yerini alan hava göz ardı edilerek tankın iç hacminden ibaret sabit bir kontrol hacmi de seçilebilir). Kontrol hacmi içerisindeki özellikler (kütle miktarı gibi) zamanla değiştiği için, bunun daimi olmayan bir akış problemi olduğu açıkça görülmektedir.

Herhangi bir değişime uğrayan bir kontrol hacmi için kütlenin korunumu bağıntısı, birim zamanda geçen kütleler cinsinden,

$$m_{\text{giren}} - \dot{m}_{\text{çıkan}} = \frac{dm_{\text{KH}}}{dt} \qquad (1)$$

olarak verilir. Verilen durumda kontrol hacmine kütle girişi yoktur ($\dot{m}_{\text{giren}} = 0$) ve boşalan suyun kütlesel debisi,

$$\dot{m}_{\text{çıkan}} = (\rho V A)_{\text{çıkan}} = \rho\sqrt{2gh}A_{\text{jet}} \qquad (2)$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada $A_{\text{jet}} = \pi D_{\text{jet}}^2/4$ su jetinin en-kesit alanıdır ve sabittir. Suyun yoğunluğunun sabit olduğu göz önüne alınırsa, herhangi bir anda tank içerisindeki suyun kütlesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$m_{\text{KH}} = \rho V = \rho A_{\text{tank}} h \qquad (3)$$

Burada $A_{tank} = \pi D_{tank}^2/4$ olarak tankın taban alanıdır. Denklem 2 ve Denklem 3, kütle dengesi bağıntısında (Denklem 1'de) yerine yazılırsa

$$\boxed{-\rho\sqrt{2gh}A_{jet} = \frac{d(\rho A_{tank}h)}{dt}} \rightarrow -\rho\sqrt{2gh}(\pi D_{jet}^2/4) = \frac{\rho(\pi D_{tank}^2/4)dh}{dt}$$

elde edilir. Yoğunluklar ve diğer ortak terimler sadeleştirilerek değişkenler taraf tarafa ayrılırsa aşağıdaki ifadeye ulaşılır:

$$dt = -\frac{D_{tank}^2}{D_{jet}^2}\frac{dh}{\sqrt{2gh}}$$

$t = 0$'da $h = h_0$ ve $t = t$'de $h = h_2$ sınır değerleri için belirli integral alınırsa,

$$\int_0^t dt = -\frac{D_{tank}^2}{D_{jet}^2\sqrt{2g}}\boxed{\int_{h_0}^{h_2}\frac{dh}{\sqrt{h}}} \rightarrow t = \frac{\sqrt{h_0} - \sqrt{h_2}}{\sqrt{g/2}}\left(\frac{D_{tank}}{D_{jet}}\right)^2$$

elde edilir. Verilen değerler yerine yazılarak suyun boşalma süresi, $\sqrt{2g}$ 1/2

$$t = \frac{\sqrt{1.2\text{ m}} - \sqrt{0.6\text{ m}}}{\sqrt{9.81/2\text{ m/s}^2}}\left(\frac{90\text{ cm}}{125\text{ cm}}\right)^2 = 751\text{ s} = \mathbf{12.5\text{ dakika}}$$

Bu sonuç merak edici

olarak bulunur. Buna göre tankın yarısının boşalması için tapa çekildikten sonra 12.5 dakika geçmesi gerekir.

İrdeleme $h_2 = 0$ alınırsa, aynı bağıntı kullanılarak tankın içindeki suyun tamamının boşaltılması için geçeçek olan süre $t = 42.7$ dakika olarak bulunur. Tankın alt yarısınının boşalması üst yarısının boşalmasından daha fazla zaman alır. Bunun nedeni, suyun boşalma hızının azalan h değeriyle düşmesidir.

5–3 ■ MEKANİK ENERJİ VE VERİM

Mekanik enerji: İdeal türbin benzeri bir ideal mekanik düzenek ile tamamen ve doğrudan mekanik işe dönüştürülebilen enerji biçimi.

Bir akışkanın **birim kütle** başına mekanik enerjisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$e_{mek} = \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz$$

=Akış en. + kinetik en. + potansiyel en.

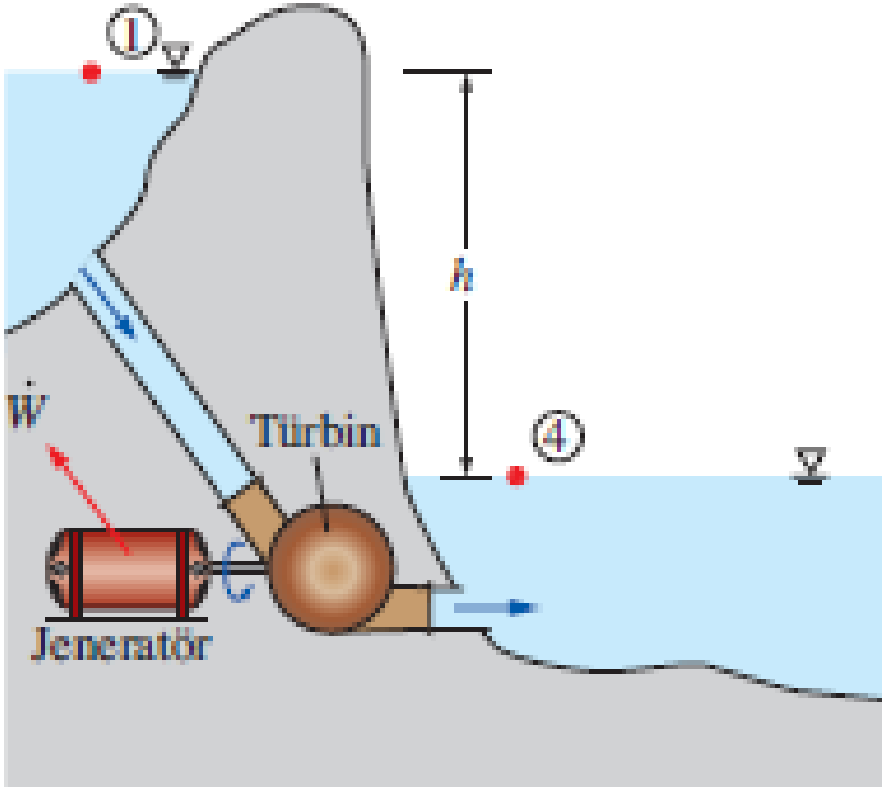
Mekanik enerji değişimi

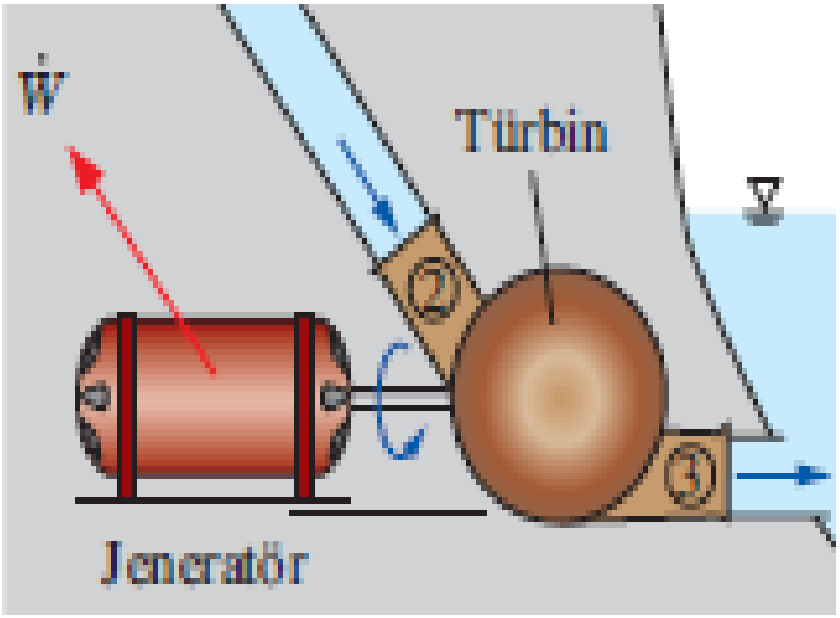
$$\Delta e_{mek} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \qquad \text{(kJ/kg)}$$

m x m / s x s olunca nasıl : kj/kg oluyor

- Bir akış esnasında **akışkanın basıncı, yoğunluğu, hızı ve yük-sekliği değişmediği sürece mekanik enerjisi de** değişmez.
- ***Tersinmez kayıplar yoksa, mekanik enerji değişimi; akışkan üzerine yapılan (eğer $\Delta e_{mek} > 0$ ise) ya da akışkandan alınan mekanik işi (eğer $\Delta e_{mek} < 0$ ise) gösterir.***

Önemli bir *ısı geçişinin ve enerji dönüşümünün bulunmadığı sistemlerde* ***mekanik enerji yararlı bir kavramdır***. Bir yeraltı deposundan bir arabanın benzin deposuna olan benzin akışı buna güzel bir örnektir.





$$\dot{W}_{mak} = \dot{m}\Delta e_{mek} = \dot{m}g(z_1 - z_4) = \dot{m}gh$$

çünkü $\boxed{P_1 \approx P_4 = P_{atm}}$ ve $\boxed{V_1 = V_4 \approx 0}$

(a)

$$\dot{W}_{mak} = \dot{m}\Delta e_{mek} = \dot{m}\frac{P_2 - P_3}{\rho} = \dot{m}\frac{\Delta P}{\rho}$$

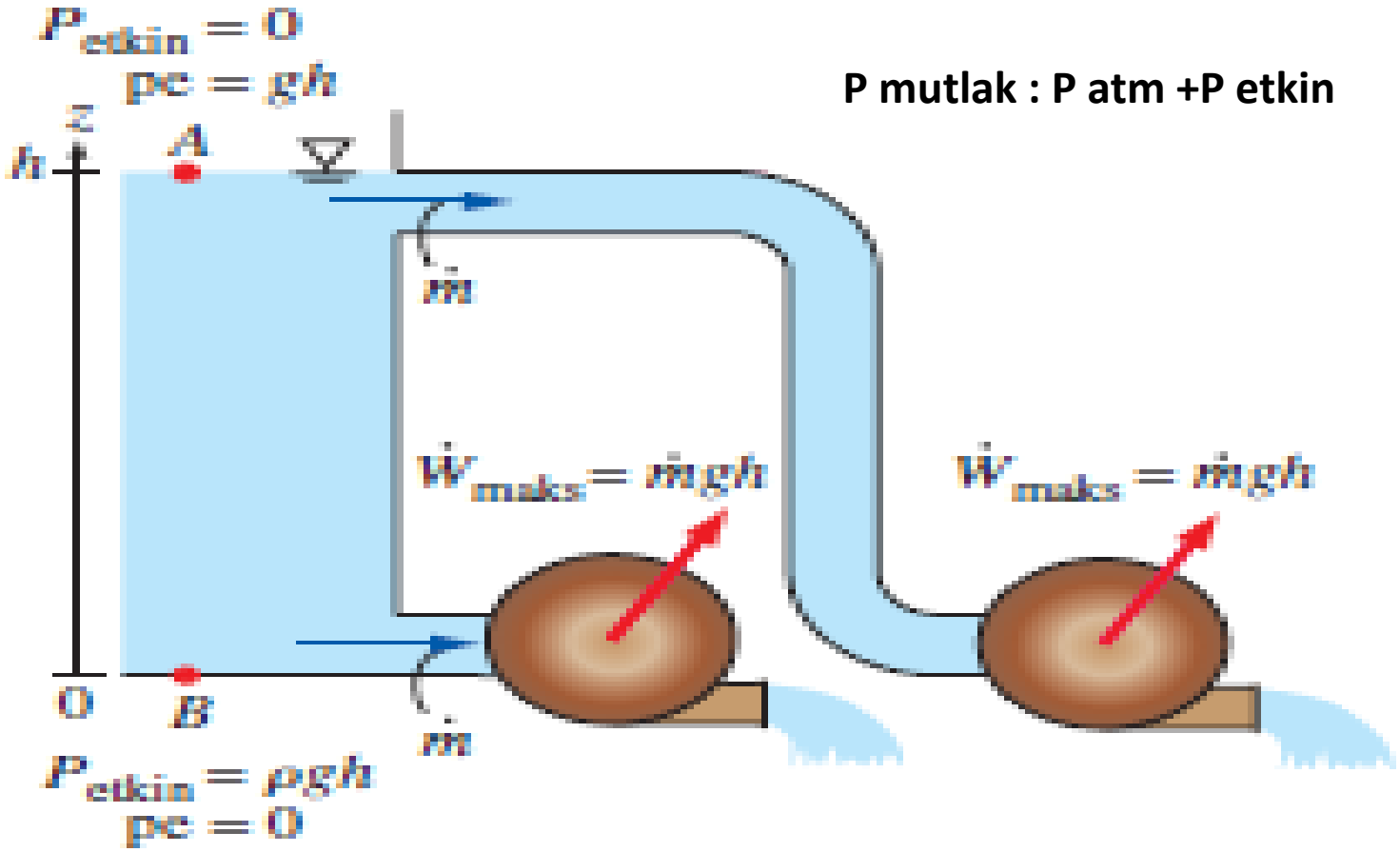
çünkü $\boxed{V_2 \approx V_3 \text{ ve } z_2 \approx z_3}$

(b)

Mekanik enerji kavramı, ideal bir jeneratörün bağlı olduğu ideal bir hidrolik türbin göz önüne alınarak açıklanabilir. Tersinmez kayıpların bulunmaması durumunda üretilen maksimum güç; *(a)* ***düşü (su yüzeyinin üst depodan alt depoya seviyesindeki düşme miktarı)*** *buyuk resim* ***veya (b) (alttaki şekil) türbinin hemen girişi ile çıkışı arasındaki suyun basıncında meydana gelen düşme kuçuk resim ile orantılıdır.***

P mutlak : P atm +P etkin

Gerek yok



ŞEKİL 5–16
Bir deponun tabanındaki suyun kullanılabilir mekanik enerjisi, deponun serbest yüzeyi de dahil olmak üzere herhangi bir derinlikteki kullanılabilir mekanik enerjiye eşittir.

Mil işi: **Mekanik enerjinin akışkana aktarılması çoğunlukla dönen bir mil vasıtasıyla gerçekleşir,** bu nedenle **mekanik işten genellikle mil işi diye** söz edilir.

Pompa **veya** ***mil işini alır (genelde eletrik motorundan) ve bunu akışkana mekanik enerji*** ***olarak aktarır (daha düşük sürtünme kaybı).***

Türbin *ise* ***akışkanın mekanik enerjisini miş işine*** *döndürür.*

$$\eta_{mek} = \frac{\text{Alınan mekanik enerji}}{\text{Verilen mekanik enerji}} = \frac{E_{mek,\,çıkan}}{E_{mek,\,giren}} = 1 - \frac{E_{mek,\,kayıp}}{E_{mek,\,giren}}$$

Mekanik verim

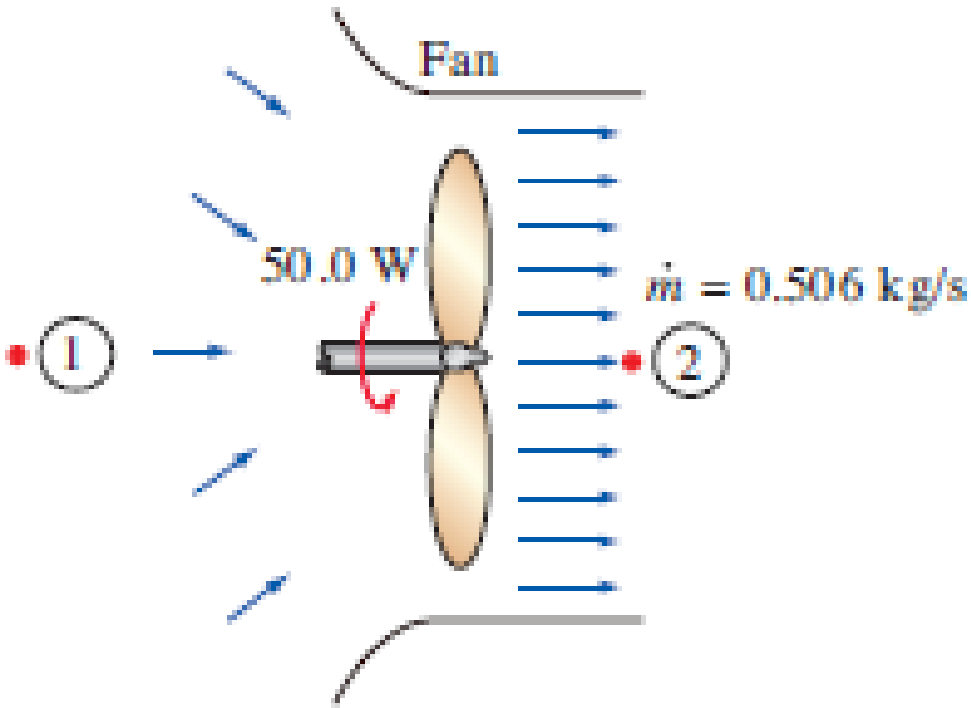
Verilen veya alınan mekanik iş ile akışkanın mekanik enerjisi arasındaki dönüşümün niteliğinin derecesi pompa verimi ve türbin verimi ile ifade edilir:

$$\eta_{pompa} = \frac{\text{Akışkanın mekanik gücündeki artış}}{\text{Verilen mekanik güç}} = \frac{\Delta \dot{E}_{mek,\,akışkan}}{\dot{W}_{mil,\,giren}} = \frac{\dot{W}_{pompa,\,f}}{\dot{W}_{pompa}}$$

$$\Delta \dot{E}_{mek,\,akışkan} = \dot{E}_{mek,\,çıkan} - \dot{E}_{mek,\,giren}$$

$$\eta_{türbin} = \frac{\text{Çekilen mekanik güç}}{\text{Akışkanın mekanik gücündeki azalma}} = \frac{\dot{W}_{mil,\,çıkan}}{|\Delta \dot{E}_{mek,\,akışkan}|} = \frac{\dot{W}_{türbin}}{\dot{W}_{türbin,\,ç}}$$

$$|\Delta \dot{E}_{akışkan}| = \dot{E}_{mek,\,giren} - \dot{E}_{mek,\,çıkan}$$



$V_1 \approx 0,\ V_2 = 12.1$ m/s

$z_1 = z_2$

$P_1 \approx P_{atm}$ ve $P_2 \approx P_{atm}$

$$\eta_{mek,\,fan} = \frac{\Delta \dot{E}_{mek,\,akışkan}}{\dot{W}_{mil,\,giren}} = \frac{\dot{m}V_2^2/2}{\dot{W}_{mil,\,giren}}$$

$$= \frac{(0.506\ \text{kg/s})(12.1\ \text{m/s})^2/2}{50.0\ \text{W}}$$

$$= 0.741$$

Bir fanın mekanik verimi, havaya fan tarafından birim zamanda verilen **kinetik enerjinin fana verilen mekanik güce** oranıdır..

$$\eta_{motor} = \frac{\text{Alınan mekanik güç}}{\text{Verilen elektrik gücü}} = \frac{\dot{W}_{\text{mil, çıkan}}}{\dot{W}_{\text{elekt., giren}}}$$

Motor verimi

$$\eta_{jenaratör} = \frac{\text{Alınan elektrik gücü}}{\text{Verilen mekanik güç}} = \frac{\dot{W}_{\text{elekt, çıkan}}}{\dot{W}_{\text{mil, giren}}}$$

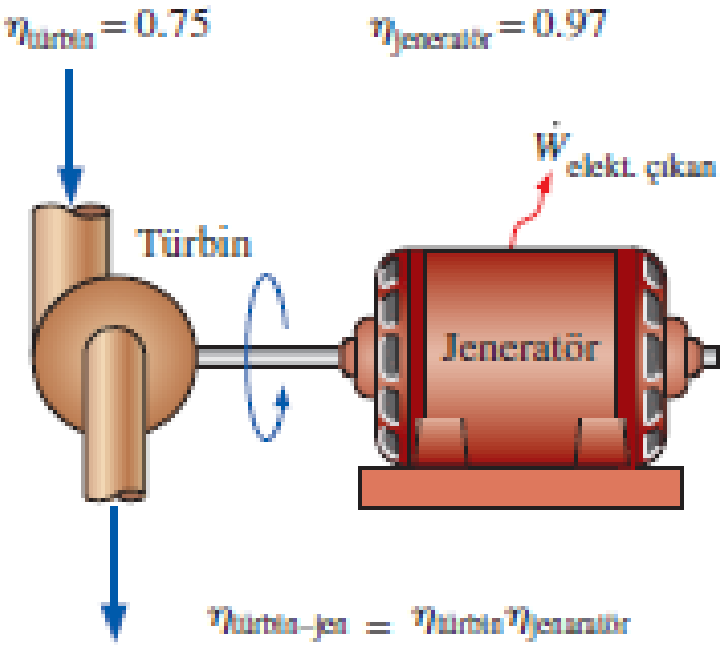
Jeneratör verimi

$$\eta_{pompa\text{-}motor} = \eta_{pompa}\eta_{motor} = \frac{\dot{W}_{\text{pompa}, f}}{\dot{W}_{\text{elekt., giren}}} = \frac{\Delta\dot{E}_{\text{mek, akışkan}}}{\dot{W}_{\text{elekt., giren}}}$$

Pompa-motor toplam verimi

Türbin-jeneratör toplam verimi:

$$\eta_{türbin\text{-}jen} = \eta_{türbin}\eta_{jen} = \frac{\dot{W}_{\text{elekt, çıkan}}}{\dot{W}_{\text{türbin}, \varsigma}} = \frac{\dot{W}_{\text{elekt, çıkan}}}{|\Delta\dot{E}_{\text{mek, akışkan}}|}$$

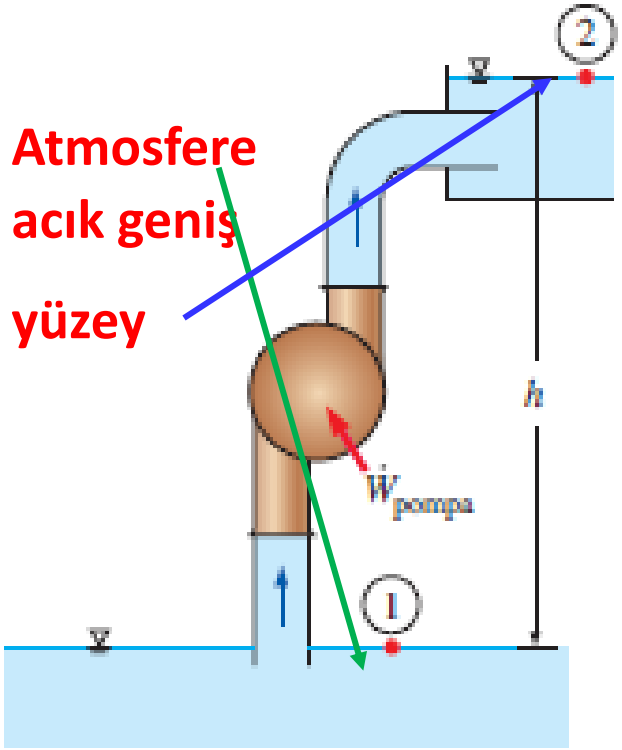


$$\eta_{türbin\text{-}jen} = \eta_{türbin}\eta_{jeneratör} = 0.75 \times 0.97 = 0.73$$

Bir türbin-jeneratör grubunun toplam verimi, türbin verimi ile jeneratör veriminin çarpımından elde edilir ve akışkanın mekanik enerjisinin elektrik enerjisine dönüşen oranını temsil eder.

Yukarıda tanımlanan tüm verimler %0 ile %100 aralığında değişir. Alt sınır değeri %0, giren tüm mekanik enerjinin ya da elektrik enerjisinin ısıl enerjiye dönüştüğü anlamına gelir ve bu durumda makina bir elektrikli ısıtıcı gibi çalışır.

Üst sınır değeri %100 ise, sürtünme ve diğer tersinmezlikler olmadan tam bir dönüşümün gerçekleştiğini ve dolayısıyla mekanik enerjinin ya da elektrik enerjisinin ısıl enerjiye dönüşümünün olmadığını gösterir..



Daimi akış

$$V_1 = V_2 \approx 0$$
$$z_2 = z_1 + h$$
$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$\dot{E}_{mek,\,giren} = \dot{E}_{mek,\,çıkan} + \dot{E}_{mek,\,kayıp}$$
$$\dot{W}_{pompa} + \dot{m}gz_1 = \dot{m}gz_2 + \dot{E}_{mek,\,kayıp}$$
$$\dot{W}_{pompa} = \dot{m}gh + \dot{E}_{mek,\,kayıp}$$

Enerjinin sadece mekanik biçimlerinin ve bunun mil işi olarak geçişinin bulunduğu sistemler için enerjinin korunumu ilkesi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

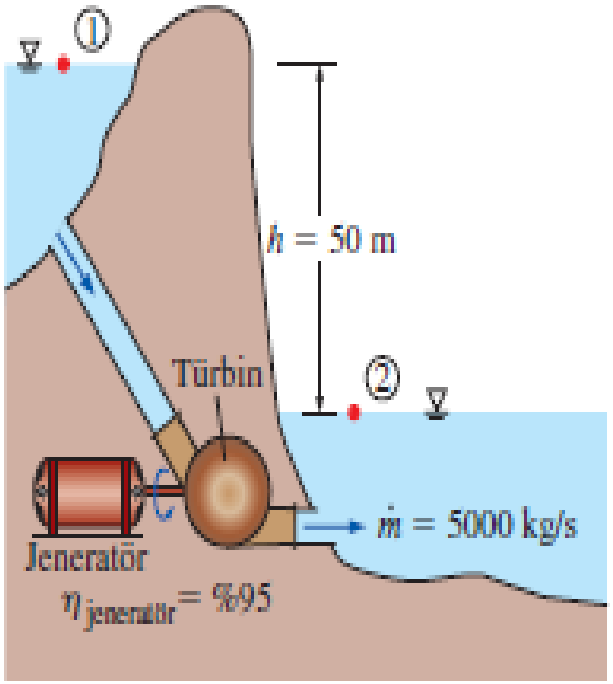
$$E_{mek,\,giren} - E_{mek,\,çıkan} = \Delta E_{mek,\,sistem} + E_{mek,\,kayıp}$$

$E_{mek,\,kayıp}$: sürtünme benzeri tersinmezlikler nedeniyle mekanik enerjinin ısıl enerjiye dönüşen bölümüdür.

Akış problemlerinin çoğunda enerjinin sadece mekanik biçimleri söz konusudur. Bu tür problemler birim zamanda geçen enerjiler cinsinden yazılan mekanik enerji dengesi kullanılarak kolayca çözülebilir..

ÖRNEK 5–3 Bir Hidrolik Türbin-Jeneratör Grubunun Performansı

Büyük bir göldeki sudan bir hidrolik türbin-jeneratör grubu kurularak elektrik enerjisi üretilmek istenmektedir. Baraj havzasındaki suyun serbest yüzeyi ile boşalma havzasındaki su seviyesi arasındaki fark 50 m'dir (Şekil 5–19). Türbine 5000 kg/s su girmektedir. Üretilen elektrik gücü 1862 kW olarak ölçüldüğüne ve jeneratör verimi %95 olduğuna göre (*a*) türbin-jeneratör grubunun toplam verimini, (*b*) türbinin mekanik verimini ve (*c*) türbinden jeneratöre verilen mil gücünü hesaplayınız.



ÇÖZÜM Bir hidrolik türbin-jeneratör grubu göl suyundan elektrik üretmede kullanılacaktır. Toplam verim, türbin verimi ve mil gücü belirlenecektir.

Kabuller **1** Göldeki su seviyesi değişmemektedir. **2** Borulardaki tersinmez kayıplar ihmal edilebilir seviyededir.

Özellikler Suyun yoğunluğu $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$ alınabilir.

Analiz (*a*) Analiz, gölün serbevst yüzeyindeki (1) girişinden boşalma havzasındaki suyun serbest yüzeyindeki (2) çıkışına yapılacaktır. Atmosfer basıncı altındaki her iki serbest yüzeydeki su hızları ihmal edilebilecek kadar düşüktür. Bu durumda birim kütle başına suyun mekanik enerjisindeki değişim aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$e_{\text{mek, giren}} - e_{\text{mek, çıkan}} = \underbrace{\frac{\cancel{P_{\text{giriş}} - P_{\text{çıkış}}}}{\rho}}_{0} + \underbrace{\frac{\cancel{V^2_{\text{giriş}} - V^2_{\text{çıkış}}}}{2}}_{0} + g(z_{\text{giriş}} - z_{\text{çıkış}})$$

$$= gh$$

$$= (9.81\ \text{m/s}^2)(50\ \text{m})\left(\frac{1\ \text{kJ/kg}}{1000\ \text{m}^2/\text{s}^2}\right) = 0.491\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Buna göre akışkandan türbine birim zamanda geçen mekanik enerji ve toplam verim şöyle olur:

$$|\Delta \dot{E}_{\text{mek, akışkan}}| = \dot{m}(e_{\text{mek, giren}} - e_{\text{mek, çıkan}}) = (5000 \text{ kg/s})(0.491 \text{ kJ/kg}) = 2455 \text{ kW}$$

$$\eta_{\text{toplam}} = \eta_{\text{türbin-jen}} = \frac{\dot{W}_{\text{elekt, çıkan}}}{|\Delta \dot{E}_{\text{mek, akışkan}}|} = \frac{1862 \text{ kW}}{2455 \text{ kW}} = \mathbf{0.760}$$

(*b*) Toplam verim ve jeneratör verimi bilindiğine göre türbinin mekanik verimi aşağıdaki gibi belirlenebilir:

$$\eta_{\text{türbin-jen}} = \eta_{\text{türbin}}\,\eta_{\text{jenaratör}} \rightarrow \eta_{\text{türbin}} = \frac{\eta_{\text{türbin-jen}}}{\eta_{\text{jenaratör}}} = \frac{0.76}{0.95} = \mathbf{0.800}$$

(*c*) Alınan mil gücü ise mekanik verim tanımından bulunabilir:

$$\dot{W}_{\text{mil, çıkan}} = \eta_{\text{türbin}}\,|\Delta \dot{E}_{\text{mek, akışkan}}| = (0.800)(2455 \text{ kW}) = 1964 \text{ kW} \approx \mathbf{1960 \text{ kW}}$$

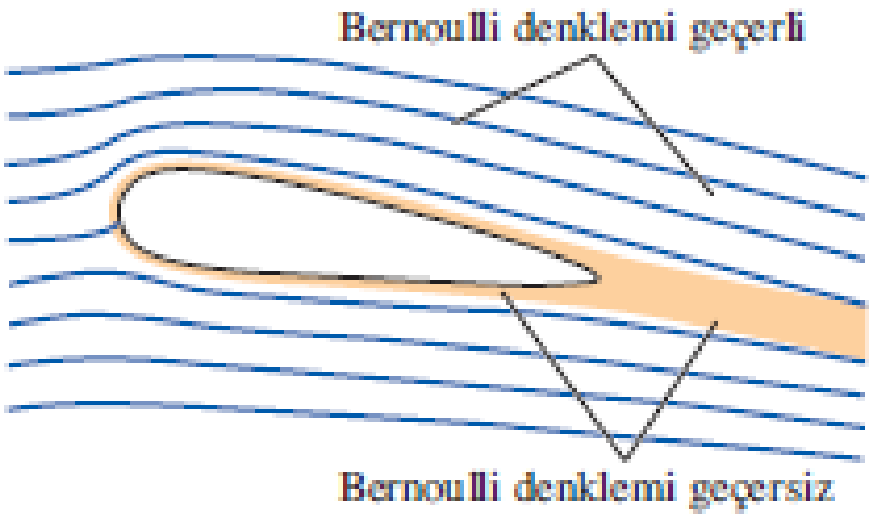
İrdeleme Dikkat edilirse gölden 2455 kW mekanik güç çeken türbin, bunun 1964 kW'ını jeneratör miline vermekte, jeneratör de bunun karşılığında 1862 kW elektrik gücü üretmektedir. Sistemde yer alan her bileşende tersinmez kayıplar söz konusudur. Borulardaki tersinmez kayıplar ise burada ihmal edilmiştir. Bu kayıpların nasıl dikkate alınacağı Bölüm 8'de anlatılacaktır.

5–4 ■ BERNOULLİ DENKLEMİ

Bernoulli denklemi ***basınç, hız ve yükseklik arasındaki ilişkiyi temsil eden yaklaşık bir bağıntıdır***. *Bu denklem* ***net sürtünme kuvvetlerinin ihmal edilebilir olduğu daimi, sıkıştırılamaz akış bölgelerinde*** *geçerlidir .*

Basitliğine rağmen bu denklemin akışkanlar mekaniğinde çok güçlü bir araç olduğu kanıtlanmıştır.

Bernoulli denklemi genellikle akış hareketinin basınç ve yerçekimi kuvvetlerinin etkisiyle yönlendirildiği***, sınır tabakaları ve art izleri dışında kalan akış bölgelerinde kullanışlıdır.***



Bernoulli denklemi; net viskoz kuvvetlerin atalet, yerçekimi ve basınç kuvvetlerine oranla ihmal edilebilecek düzeyde küçük olduğu sadece viskoz olmayan akış bölgelerinde geçerli yaklaşık bir denklemdir. Bu tür bölgeler sınır tabakaların ve art izi bölgelerinin dışında görülür..

Bir Akışkan Parçacığının İvmesi

İki-boyutlu akışta ivme iki bileşene ayrılabilir:

Teğetsel ivme a_s akım çizgisine teğet bileşen ve

normal ivme a_n **akım çizgisine dik ivme** ($a_n = V^2/R$).

Teğetsel ivme akım çizgisi boyunca hızın büyüklüğündeki,

normal ivme ise hızın yönündeki değişimden kaynaklanır.

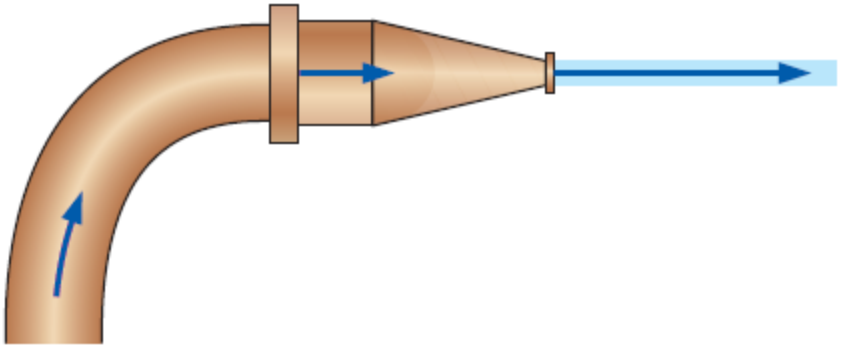
Düz bir yörünge boyunca hareket eden parçacıklar için eğrilik yarıçapı sonsuz olduğundan ve bu yönde herhangi bir değişim meydana gelmediğinden $a_n = 0$ olur. Bernoulli denklemi, bir akım çizgisi boyunca gerçekleşen kuvvet dengesinin bir sonucudur.

$$dV = \frac{\partial V}{\partial s} ds + \frac{\partial V}{\partial t} dt \qquad \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s}\frac{ds}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$\partial V/\partial t = 0 \qquad V = V(s)$$

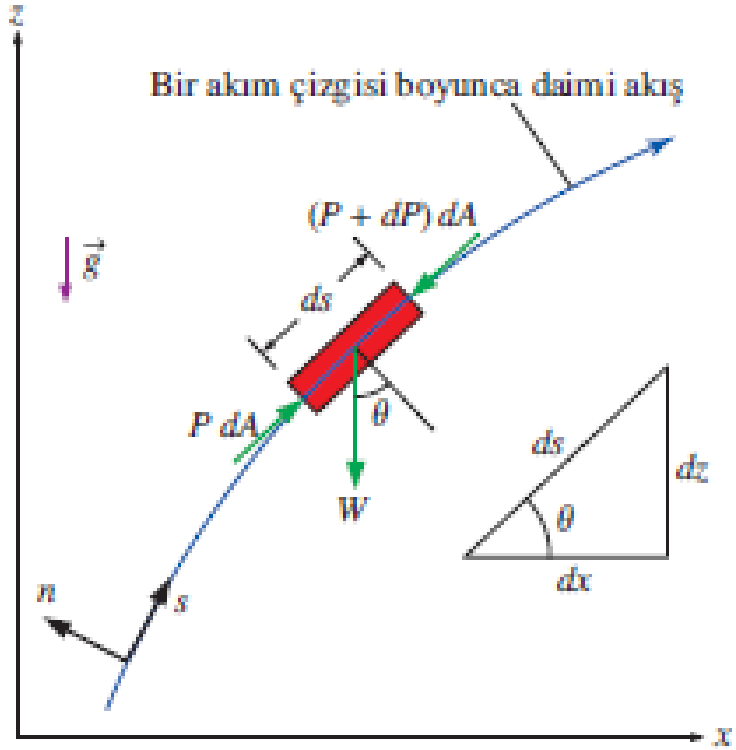
$$a_s = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s}\frac{ds}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s} V = V\frac{dV}{ds}$$

$$V = ds/dt$$



Daimi akışta **ivme hızın konuma bağlı olarak değişmesinden** kaynaklanır.

Bernoulli Denkleminin Türetilmesi



$$\sum F_s = ma_s \quad P\,dA - (P + dP)\,dA - W\sin\theta = mV\frac{dV}{ds}$$

$$m = \rho V = \rho\,dA\,ds \quad W = mg = \rho g\,dA\,ds$$

$$\sin\theta = dz/ds. \quad -dP\,dA - \rho g\,dA\,ds\frac{dz}{ds} = \rho\,dA\,ds\,V\frac{dV}{ds}$$

$$-dP - \rho g\,dz = \rho V\,dV \quad V\,dV = \tfrac{1}{2}\,d(V^2)$$

$$\frac{dP}{\rho} + \tfrac{1}{2}\,d(V^2) + g\,dz = 0$$

***Daimi akış*:**

$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit (bir akım çizgisi boyunca)}$$

Bir akım çizgisi boyunca akışkan parçacığına etki eden kuvvetler..

***Daimi, sıkıştırılamaz akış*:**

Bernoulli denklemi

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit (bir akım çizgisi boyunca)}$$

Akım çizgisi üzerinde herhangi iki nokta arasında Bernouilli denklemi:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$$

Sıkıştırılabilirlik ve sürtünme etkileri ihmal edilebilir olduğunda, bir akışkan parçacığının bir akım çizgisi boyunca olan daimi akışı sırasında, kinetik, potansiyel ve akış enerjilerinin toplamı sabittir.

(Bir akım çizgisi boyunca daimi akış)

Genel:

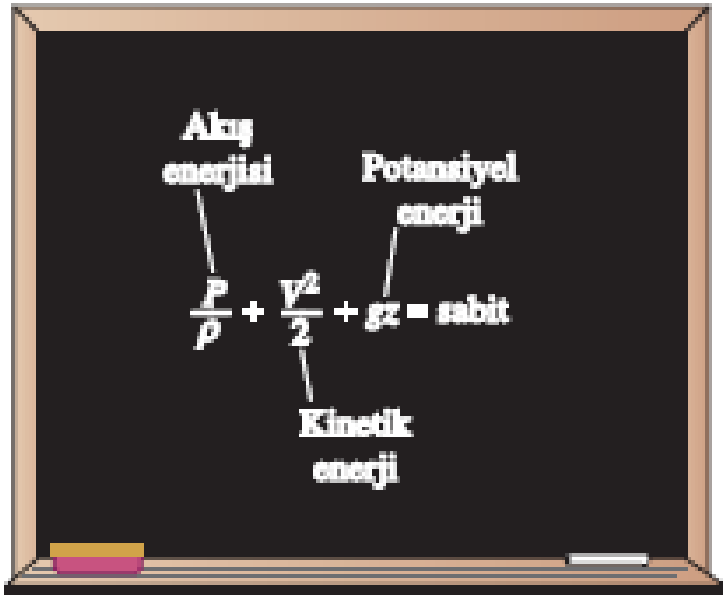
$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit}$$

Sıkıştırılamaz akış (ρ = sabit):

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit}$$

ŞEKİL 5–25

Bernoulli denklemi sıkıştırılamaz akış kabulüyle çıkarılmıştır ve bu yüzden önemli sıkıştırılabilirlik etkilerinin bulunduğu akışlar için kullanılmamalıdır.



ŞEKİL 5–26
Bernoulli denklemi, bir akışkan parçacığının bir akım çizgisi boyunca daimi akışı esnasında kinetik, potansiyel ve akış enerjilerinin toplamının sabit kaldığını ifade eder.

- ***Bernoulli denklemi "mekanik enerjinin korunumu ilkesi" olarak düşünülebilir.***
- **Bu ifade, mekanik ve ısıl enerjiler arasında bir dönüşümün yer almadığı ve böylelikle mekanik ve ısıl enerjilerin ayrı ayrı korunduğu sistemler için enerjinin korunumu ilkesinin genel ifadesine eşdeğerdir.**
- **Bernoulli denklemi; sürtünmenin ihmal edilebilir olduğu daimi, sıkıştırılamaz akış esnasında mekanik enerjinin farklı biçimlerinin birbirlerine dönüşebileceğini, ancak bunların toplamlarının daima sabit kalacağını ifade etmektedir.**
- Diğer bir ifadeyle bu tür akışlarda mekanik enerjiyi, duyulur ısıl (iç) enerjiye dönüştüren sürtünme olmadığından mekanik enerji yitimi yoktur.
- Türetilmesinde pek çok sınırlayıcı yaklaştırımların yapılmasına rağmen Bernoulli denklemi uygulamada yaygın olarak kullanılır. Bunun nedeni, uygulamada karşılaşılan birçok farklı akış probleminin kabul edilebilir bir doğrulukla bu denklem ile çözülebilmesidir.

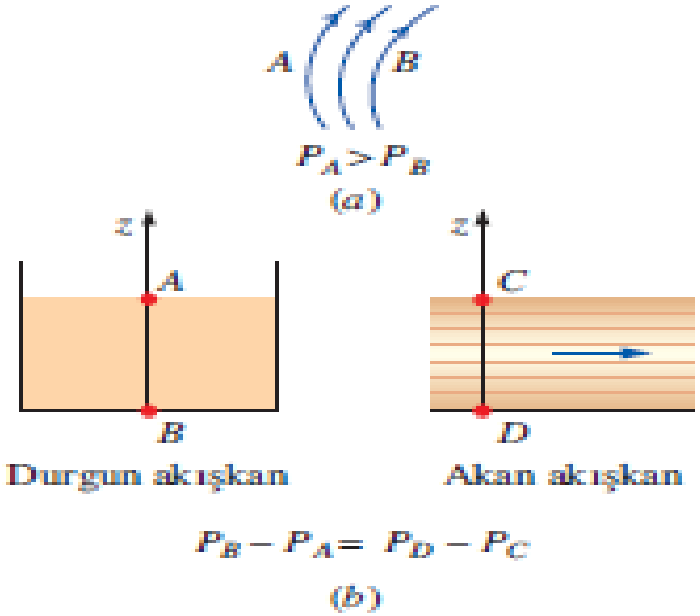
Akım Çizgilerine Dik Yönde Kuvvet Dengesi

Daimi ve sıkıştırılamaz akış için **akım çizgisine dik yöndeki (*n*-yönü) kuvvet** dengesi aşağıdaki bağıntıyı verir:

$$\frac{P}{\rho} + \int \frac{V^2}{R}\,dn + gz = \text{sabit} \qquad \text{(akım çizgilerine dik yönde)}$$

Düz bir yörünge boyunca $R \to \infty$ olduğundan bu denklem $P/\rho + gz = \text{sabit}$ veya $P = -\rho gz + \text{sabit}$ haline gelir

Akım çizgileri eğrisel olduğunda basınç eğrilik merkezine doğru azalır (*a*), ancak düz bir akım çizgisi boyunca daimi, sıkıştırılamaz bir akışta basıncın yükseklikle değişimi, durgun bir akışkandaki ile aynıdır (*b*).



Daimi Olmayan, Sıkıştırılabilir Akış

Bu tür bir akış için Bernoulli denklemi:

Daimi olmayan, sıkıştırılabilir akış: $$\int \frac{dP}{\rho} + \int \frac{\partial V}{\partial t} ds + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit}$$

Statik, Dinamik ve Durma Basınçları

Bernoulli denklemi yoğunlukla çarpılırsa her bir terim «basınç» niteliği kazanır:

$$P + \rho \frac{V^2}{2} + \rho g z = \text{sabit (bir akım çizgisi boyunca)}$$

P statik basınçtır (dinamik etkileri içermez); akışkanın gerçek **termodinamik basıncını ifade eder. Bu basınç, termodinamik ve özellik tablolarında kullanılan basınçla aynıdır.**

$\rho V^2/2$ dinamik basınçtır; hareket halindeki bir **akışkan izentropik olarak durmaya zorlandığında akışkanda meydana gelen basınç artışını** ifade eder.

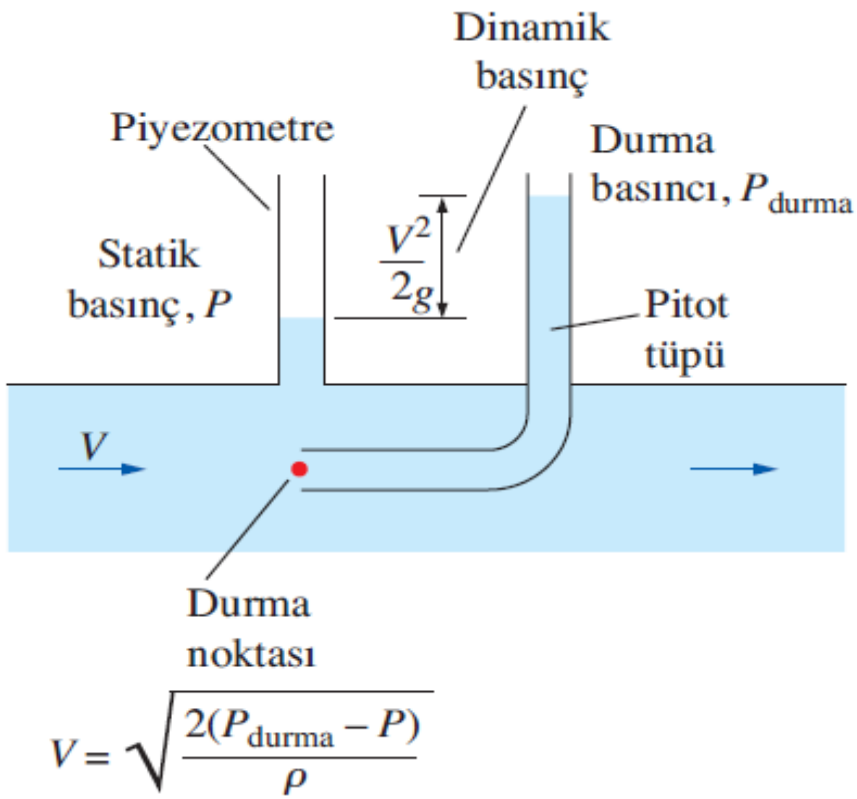
$\rho g z$ hidrostatik basınçtır; Ancak değeri seçilen referans seviyesine bağlı olduğundan gerçek anlamda bir basınç değildir. Bu terim **yükseklik etkilerini, örneğin akışkan ağırlığının basınç üzerindeki etkisini hesaba katar.**

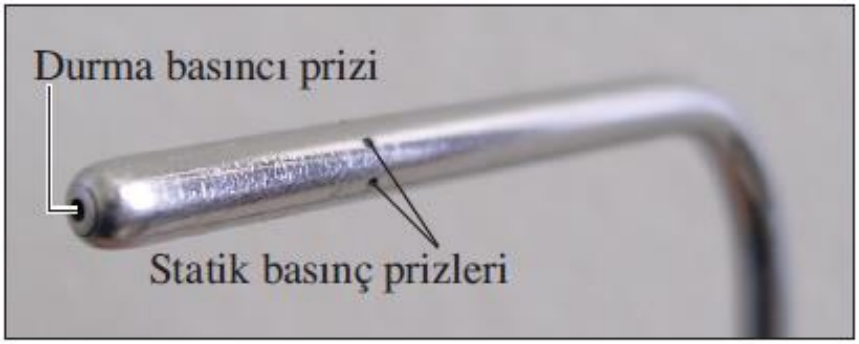
Toplam basınç: Statik, dinamik ve hidrostatik basınçların toplamıdır. Bu nedenle Bernoulli denklemi *bir akım çizgisi boyunca toplam basıncın sabit kaldığını ifade eder.*

Durma basıncı: ***Statik ve dinamik basınçların toplamıdır.*** ***Durma basıncı, akış içerisindeki bir noktada akışkanın izentropik olarak tamamen durdurulduğu noktadaki basıncı temsil eder.***

$$P_{\text{durma}} = P + \rho \frac{V^2}{2} \quad \text{(kPa)}$$

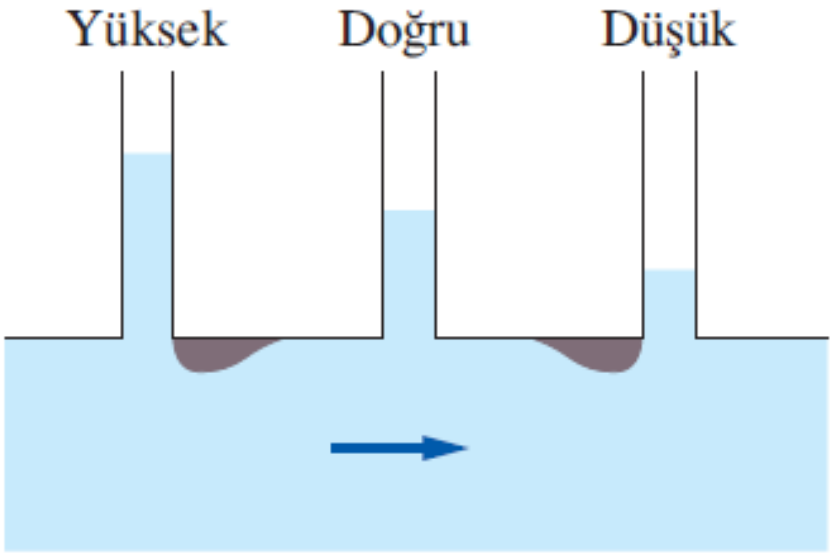
$$V = \sqrt{\frac{2(P_{\text{durma}} - P)}{\rho}}$$



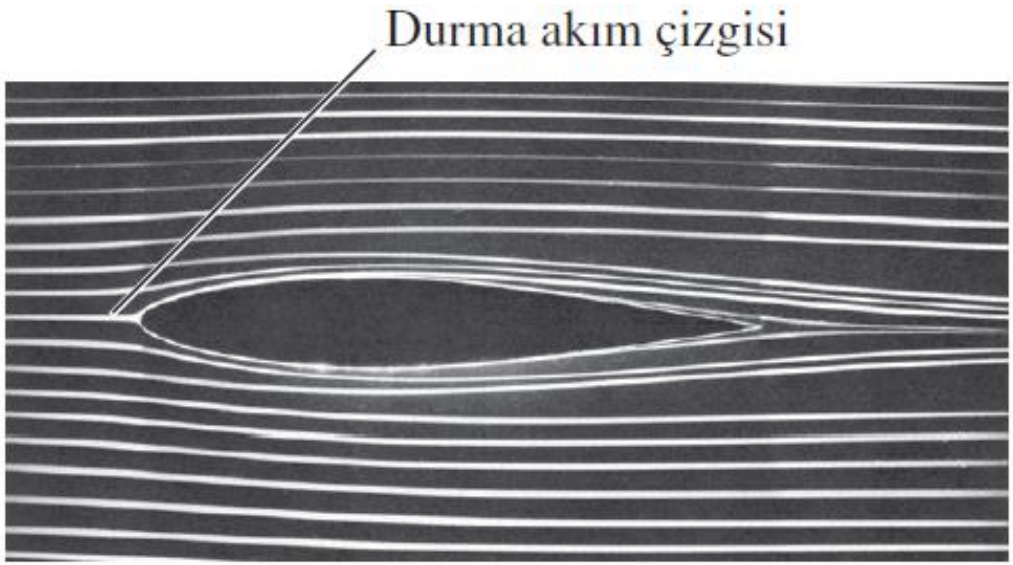


Bir Pitot-statik tüpünün yakından görünümü. Resimde durma basıncı prizi ile beş adet statik basınç prizinin ikisi görülmektedir.

Z FARKI YOK AKIŞ BASINCI İLE KİNEMATİK ENERJİ DÖNÜŞÜMÜ FARKINA (GENİŞ V pitot tüpü ARASINDAKİ İLİŞKİ Piyezometre tüpleri kullanılarak statik, dinamik ve durma basınçlarının ölçülmesi.



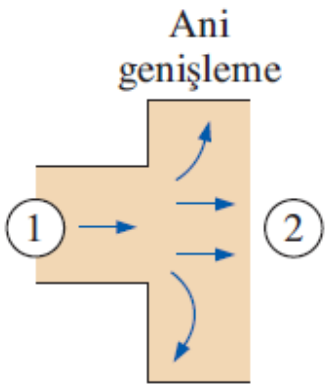
Özen gösterilmeden açılan bir statik basınç prizi, statik basıncın yanlış okunmasına neden olabilir.

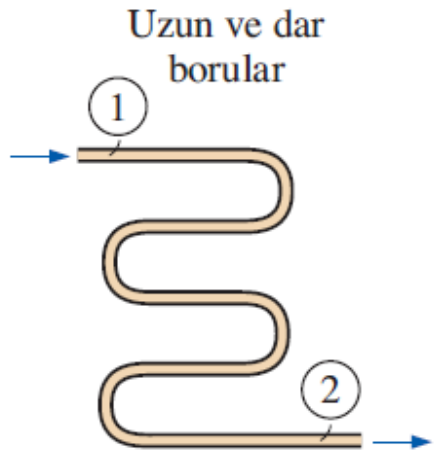


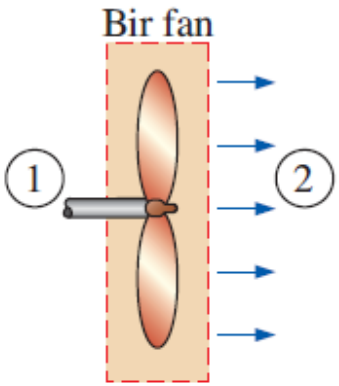
Renklendirilmiş akışkan ile bir kanadının yukarıakımında oluşturulan çıkış çizgileri. **Akış daimi olduğunda çıkış çizgileri, akım çizgileri ve yörünge çizgileriyle aynı olur. Şekilde durma akım çizgisi işaretlenmiştir.**

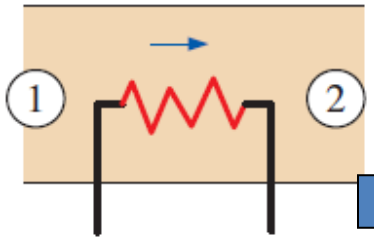
Bernoulli Denkleminin Kullanımındaki Sınırlamalar

1. *Daimi akış* *Bernouilli denklemi daimi akışlar için geçerlidir.*
2. *Sürtünmesiz akış* *Ne kadar az olursa olsun her akışta bir miktar sürtünme vardır ve sürtünme etkilerinin ihmal edilebileceği veya edilemeyeceği durumlar söz konusudur.*
3. **Mil işinin olmaması** Bernoulli denklemi bir **akım çizgisi boyunca hareket eden akışkan parçacığına uygulanan kuvvet dengesi yazılarak türetilmiştir.** Bu nedenle *Bernoulli denklemi pompa, türbin, fan ya da başka bir makina ya da çark* gibi akım çizgilerinin bozulmasına neden olan ve akışkan parçacıklarıyla enerji etkileşimine giren makinaların bulunduğu akış bölümlerinde uygulanamaz. Bu tür *durumlarda enerji denklemi kullanılmalıdır.*
4. **Sıkıştırılamaz akış** ***Bernoulli denklemi sabit yoğunluk kabulü ile türetilmiştir. Bu şart sıvılar ve Mach sayısının 0.3'ten düşük olduğu gaz akışları için geçerlidir.***
5. **Isı geçişinin olmaması** ***Bir gazın yoğunluğu sıcaklıkla ters orantılıdır. Dolayısıyla ısıtma veya soğutma bölümlerinde olduğu gibi önemli sıcaklık değişimleri varsa Bernoulli denklemli kullanılmamalıdır.***
6. **Akım çizgisi boyunca uygulama** ***Bernoulli denklemi bir akım çizgisi boyunca uygulanabilir. Bununla birlikte akış bölgesi dönümsüz ve vortisite oluşumu ihmal edilebilir düzeydeyse, bu denklem akım çizgilerine dik yönde de uygulanabilir.***

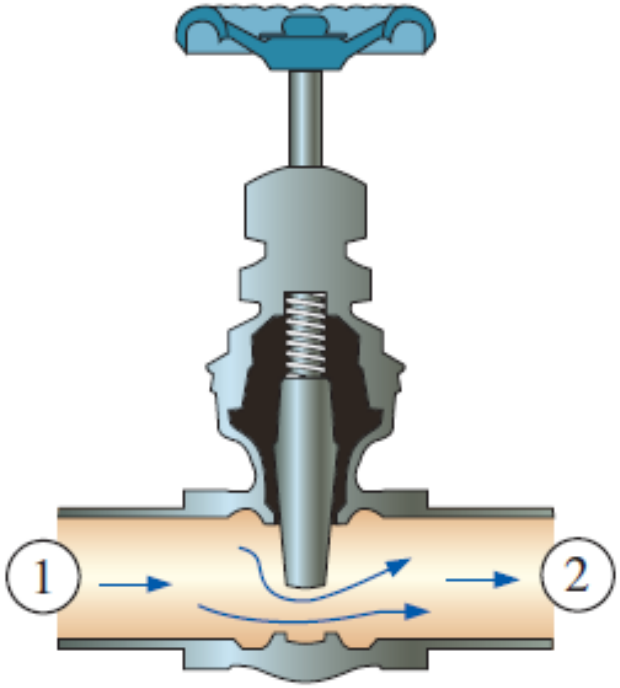






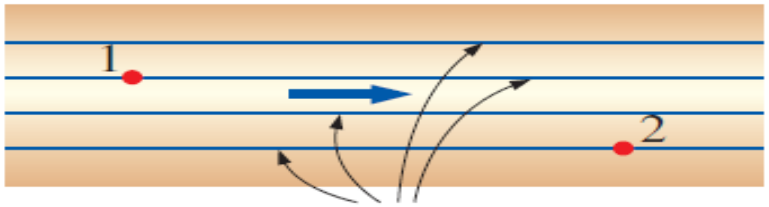


Bir ısıtma bölgesi



Bir vanadaki akış

Sürtünme etkileri, ısı geçişi ve akışın akım çizgili yapısını bozan unsurlar Bernoulli denklemini geçersiz kılar. Bu denklem yukarıda gösterilen akışlar için kullanılmamalıdır..



Akım çizgileri

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$$

Akış dönümsüz olduğunda, Bernoulli denklemi akış boyunca herhangi iki nokta arasında uygulanabilir (sadece aynı akım çizgisi üzerinde değil).

Hidrolik Eğim Çizgisi (HEÇ) ve Enerji Eğim Çizgisi (EEÇ)

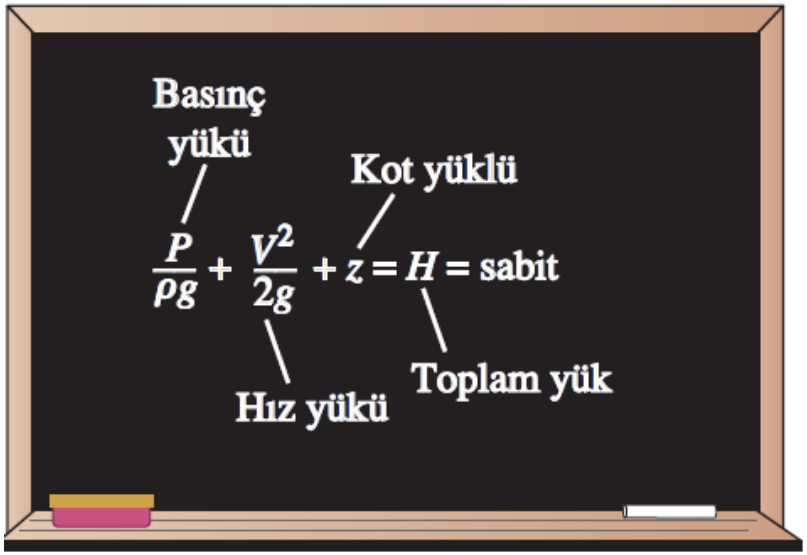
Bernoulli denklemindeki terimleri görsel olarak ifade etmek için çoğunlukla mekanik enerji düzeylerinin yükseklik olarak gösterilmesi yoluna gidilir. Bu işlem Bernoulli denklemindeki her bir terim g ile bölünerek yapılır:

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = H = \text{sabit} \qquad \text{(bir akım çizgisi boyunca)}$$

***P/ρg* basınç yüküdür** ve *P* statik basıncını oluşturan bir akışkan sütunu yüksekliğini temsil eder.

***V²/2g* hız yüküdür** ve ve akışkanın sürtünmesiz serbest düşmesi halinde *V* hızına ulaşması için gerekli olan yüksekliği temsil eder.

***z* kot** veya **yükseklik yüküdür** ve akışkanın potansiyel enerjisini temsil eder



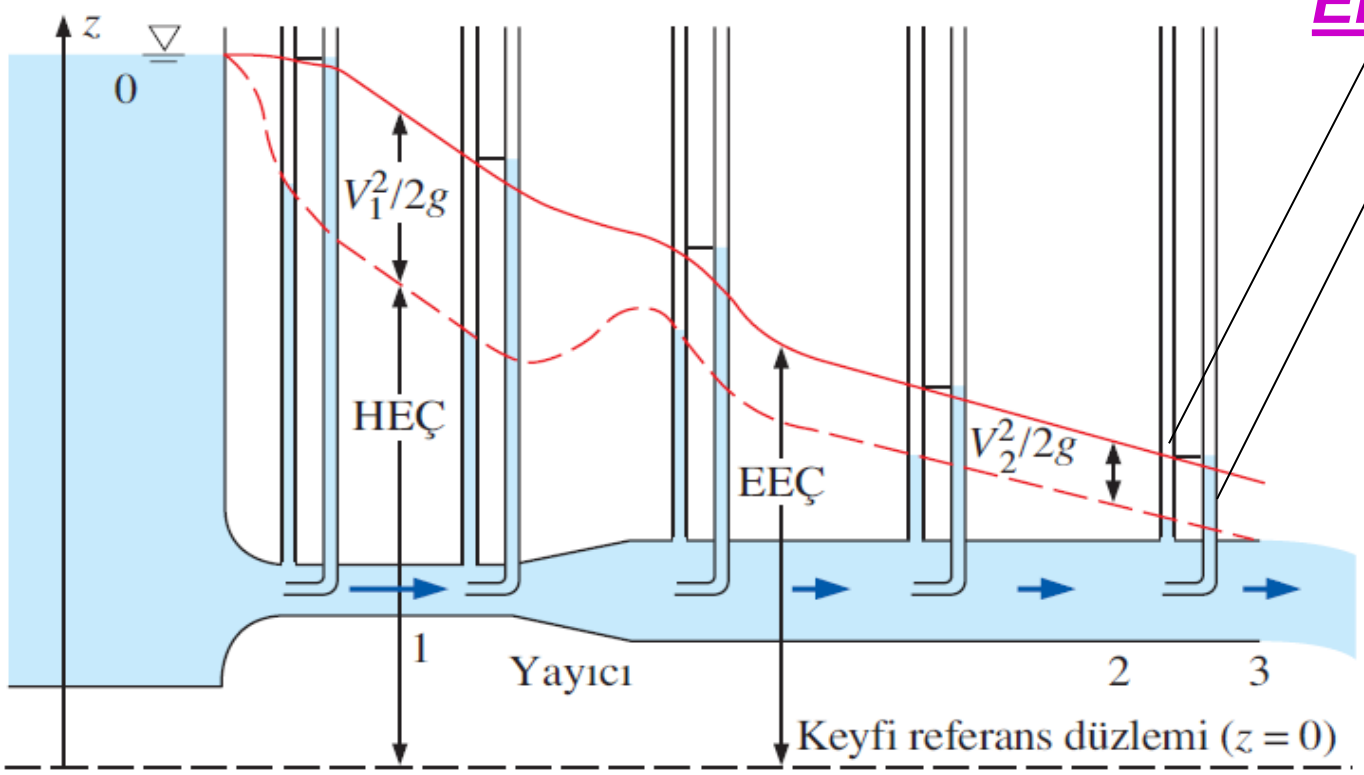
Her bir terim **yükler cinsinden yazılarak Bernoulli denklemi alternatif bir biçimde ifade** edilebilir. **Bu durumda denklem, bir akım çizgisi boyunca basınç, hız ve kot yüklerinin toplamı sabittir şeklinde söylenir.**

Hidrolik eğim çizgisi (HEÇ), $P/\rho g + z$ ***statik basınç ve yükseklik yükünün toplamını ifade eden çizgidir.***

Enerji eğim çizgisi (EEÇ), $P/\rho g + V^2/2g + z$ ***Akışkanın toplam yükünü ifade eder.***

Dinamik yük, $V^2/2g$ EEÇ ile HEÇ arasındaki farkı ifade eder.

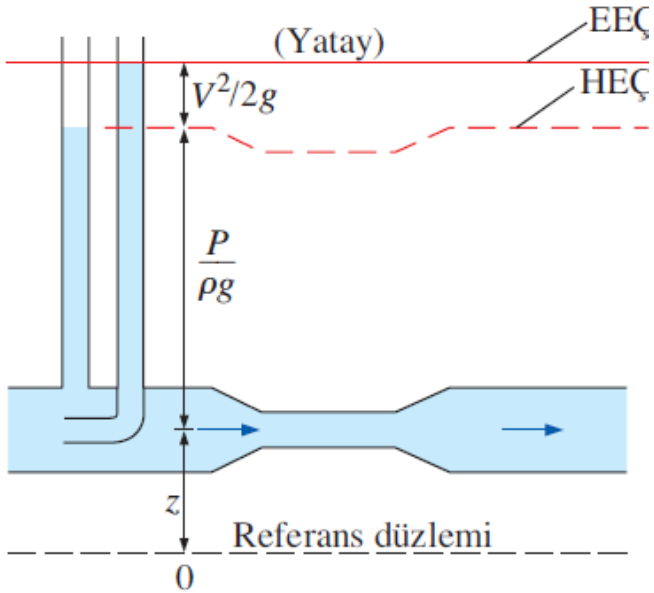
EEC-HEÇ: $V^2/2g$

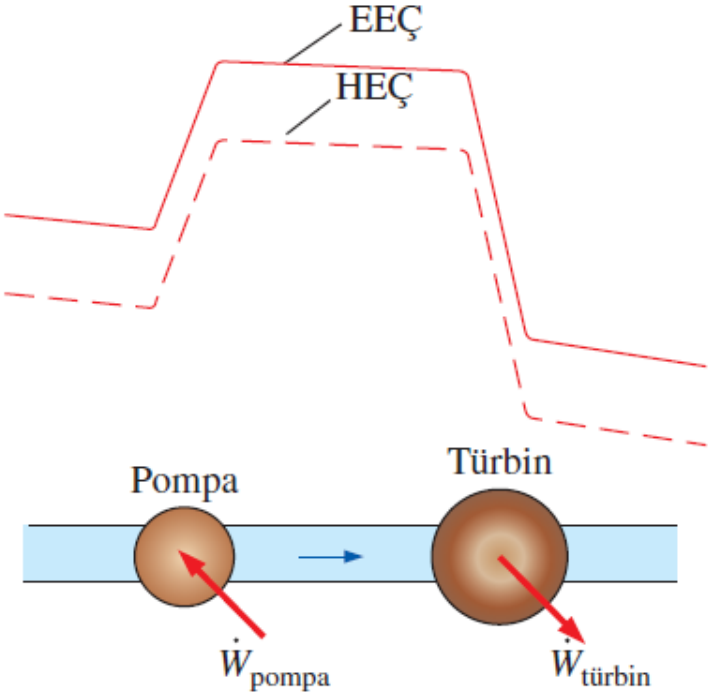


Bir depoya bağlı yayıcılı yatay bir borudan suyun serbest boşalması durumu için hidrolik eğim çizgisi (HEÇ) ve enerji eğim çizgisinin (EEÇ) gösterimi

HEÇ ve EEÇ ile İlgili Notlar

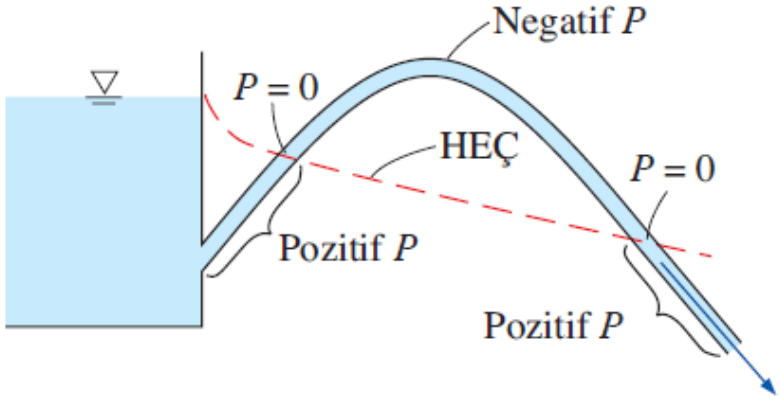
- Üzeri açık su depoları ve göller gibi durgun haldeki kütlelerde EEÇ ve HEÇ sıvının serbest yüzeyi ile çakışır.
- **EEÇ daima $V^2/2g$ kadar HEÇ'in üzerinde yer alır.** Bu iki çizgi, hız azaldıkça birbirlerine yaklaşır ve hız arttıkça birbirlerinden uzaklaşır.
- *İdeal Bernoulli akışında* **EEÇ yataydır ve yüksekliği sabit kalır**..
- *Açık kanal akışından* **HEÇ sıvının serbest yüzeyi ile çakışır ve EEÇ serbest yüzeyden $V^2/2g$ kadar yukarıdadır.**
- *Boru çıkışında* basınç yükü sıfırdır (atmosfer basıncı) ve bu nedenle HEÇ boru çıkışı ile çakışır.
- Sürtünme etkileriyle oluşan *mekanik enerji kaybı* (ısıl enerjiye dönüşüm) EEÇ ve HEÇ'nin akış yönünde aşağı doğru eğim kazanmasına neden olur. Bu eğim, boru içerisinde meydana gelen yük kaybının bir ölçüsüdür (bu konu Bölüm 8'de ayrıntılı olarak ele alınacaktır). **Vana benzeri önemli oranda sürtünme etkisi meydana getiren bir eleman, bulunduğu noktada EEÇ ve HEÇ'de ani bir düşüşe neden olur**
- Akışkana mekanik enerji verildiğinde (**örneğin bir pompa ile) EEÇ ve HEÇ'de dik bir artış gözlenir(verilen). (Benzer şekilde akışkandan mekanik enerji çekildiğinde (örneğin bir türbin ile) EEÇ ve HEÇ'de sert bir düşüş gözlenir (alınan). HEÇ'in akışkanla kesiştiği yerlerde akışkanın (etkin) basıncı sıfırdır.** Bu nedenle borulama sisteminin ve **HEÇ'in doğru bir biçimde çizilmesi, boru içinde basıncın negatif olduğu (basıncın atmosfer basıncının altına düştüğü) yerleri** belirlemede kullanılabilir.





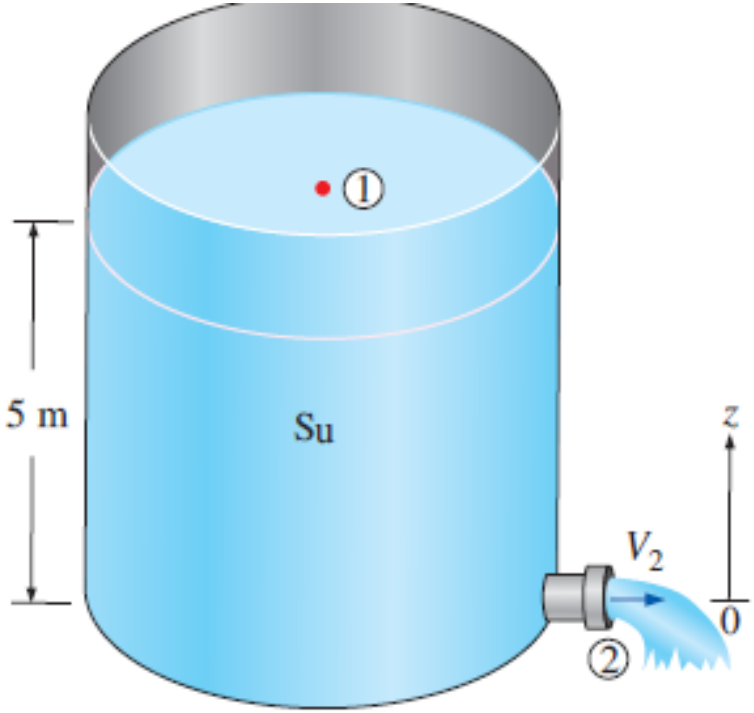
İdeal bir Bernoulli-tipi akışta EEÇ yataydır ve yüksekliği sabit kalır. Ancak akış hızı akış boyunca değişiyorsa HEÇ için aynı durum söz konusu değildir.

Bir pompayla akışkana mekanik enerji verildiğinde EEÇ'de ve HEÇ'de dik bir artış; bir türbin ile akışkandan mekanik enerji çekildiğinde ise EEÇ'de ve HEÇ'de sert bir düşüş meydana gelir.



HEÇ'in akışkanla kesiştiği yerlerde akışkanın etkin basıncı sıfırken, HEÇ'nin üzerinde kalan akış bölümlerinde basınç negatiftir (vakum basıncı).

gözlenir



$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow z_1 = \frac{V_2^2}{2g}$$

$\frac{V_1^2}{2g} \approx 0$, $z_2 = 0$

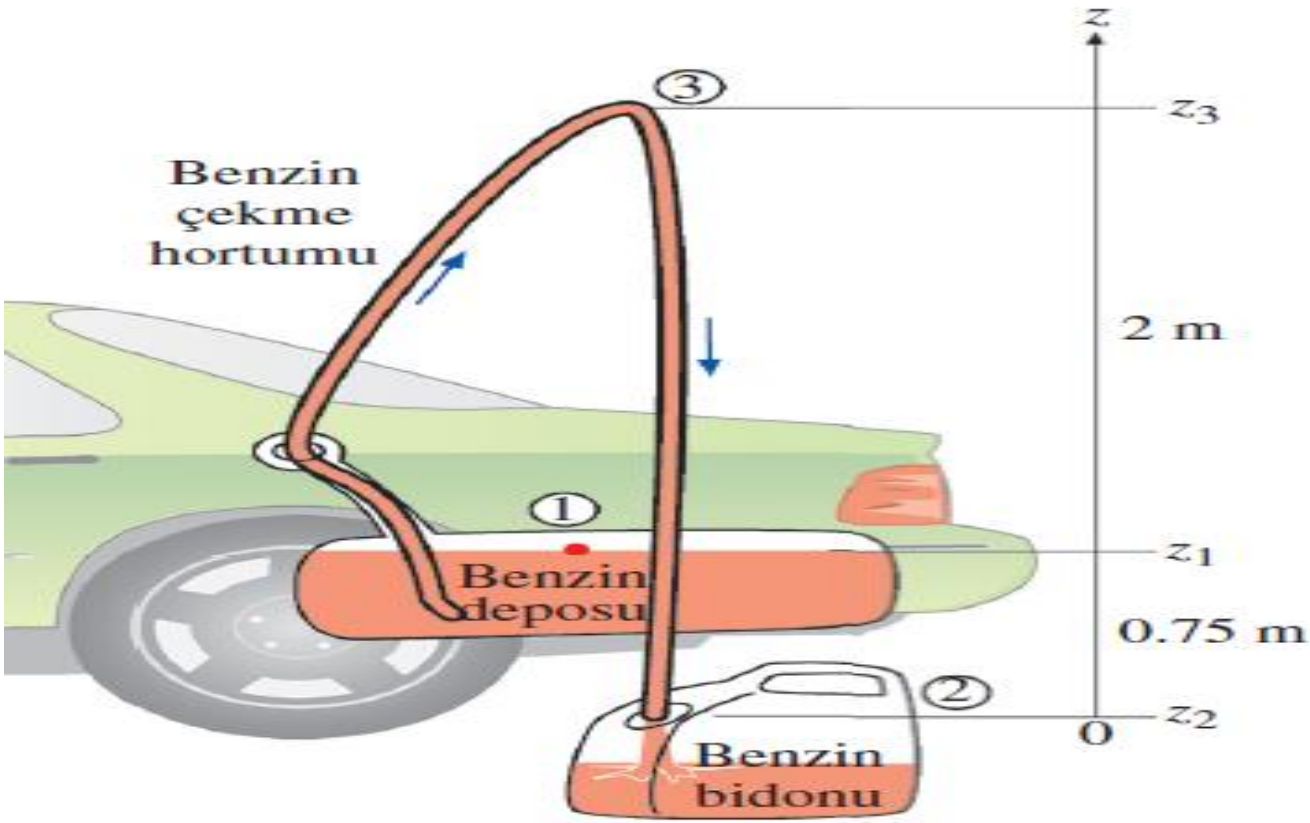
Örnek: Suyun havaya fışkırtılması

Tam boru çıkışı ;iç dış hız farkı fazla ise v1 0 kabul edilirse 1 noktası 2 noktası arasında bernoulli

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} + z_2$$

$\frac{V_1^2}{2g} \approx 0$, $z_1 = 0$, $\frac{V_2^2}{2g} = 0$

Örnek: Yakıt deposundan benzin çekme



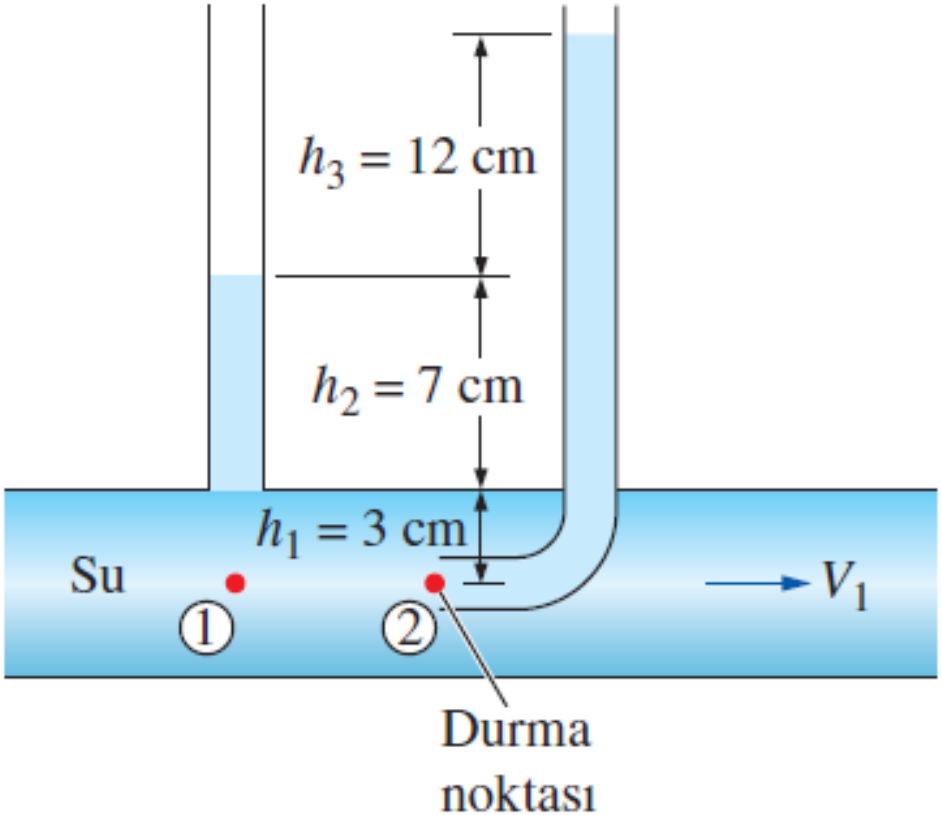
$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad \rightarrow \quad z_1 = \frac{V_2^2}{2g}$$

$\frac{V_1^2}{2g} \approx 0$, $z_2 = 0$

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{P_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 \quad \rightarrow \quad \frac{P_{atm}}{\rho g} = \frac{P_3}{\rho g} + z_3$$

$z_2 = 0$

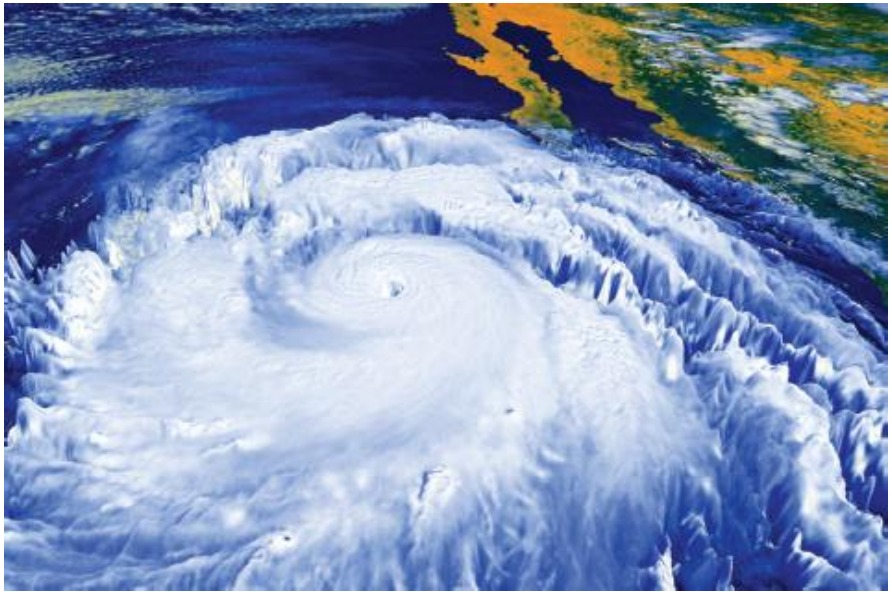
Örnek: Pitot tüpü ile hız ölçme

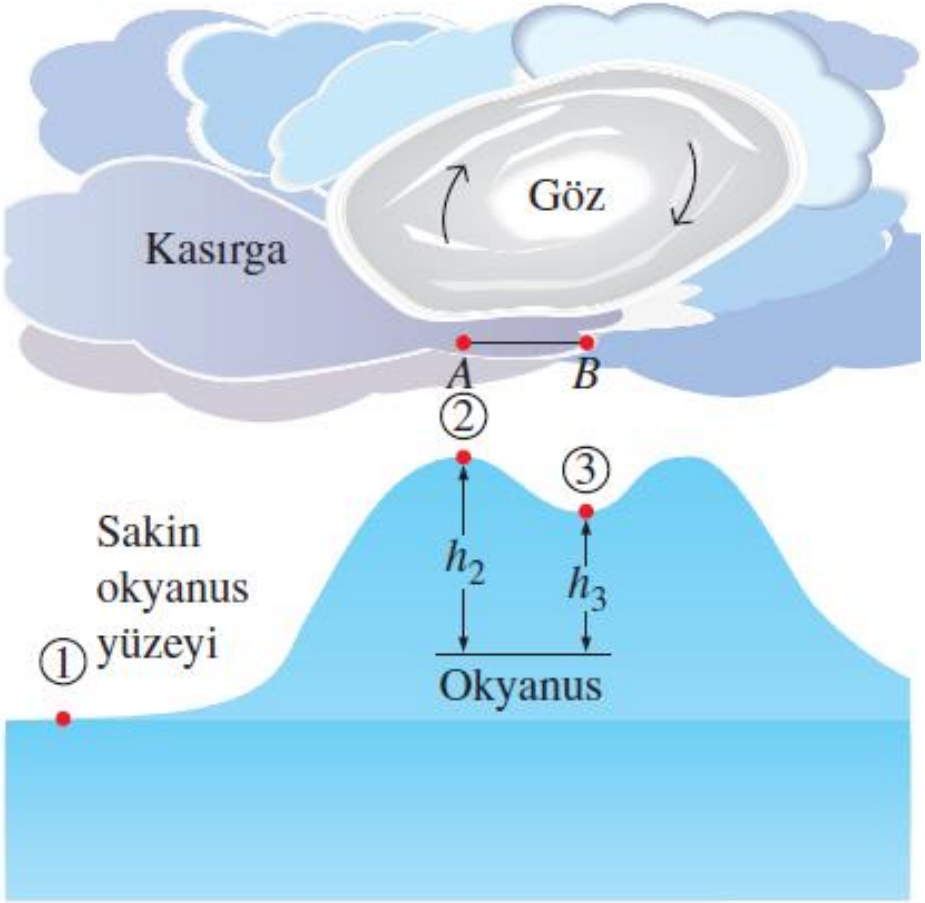


$$P_1 = \rho g(h_1 + h_2)$$
$$P_2 = \rho g(h_1 + h_2 + h_3)$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{z_1} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\cancel{V_2^2}^{\,0}}{2g} + \cancel{z_2} \quad \rightarrow \quad \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g}$$

Örnek: Kasırga nedeniyle okyanusun yükselmesi





Yukarıdaki uydu fotoğrafında Linda kasırgasının gözü açıkça görülmektedir (Büyük Okyanus, Kaliforniya'da Baja yakınları,1997)..

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + \cancel{z_A} = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{\cancel{V_B^2}^{\,0}}{2g} + \cancel{z_B} \quad \rightarrow \quad \frac{P_B - P_A}{\rho g} = \frac{V_A^2}{2g}$$

ÖRNEK 5–10 Sıkıştırılabilir Akış İçin Bernoulli Denklemi

Sıkıştırılabilirlik etkilerini dikkate alarak (*a*) izotermal ve (*b*) izentropik hal değişime uğrayan bir ideal gaz için Bernoulli denklemini türetiniz.

ÇÖZÜM İzotermal ve izentropik hal değişimine uğrayan bir ideal gazın sıkıştırılabilir akışı için Bernoulli denklemi türetilecektir.

Kabuller **1** Akış daimidir ve sürtünme etkileri ihmal edilmektedir. **2** Akışkan bir ideal gazdır, dolayısıyla $P = \rho RT$ bağıntısı uygulanabilir. **3** İzentropik hal değişimi sırasında özgül ısılar sabittir, dolayısıyla hal değişimi sırasında P/ρ^k = sabit olmaktadır.

Analiz (*a*) Sıkıştırılabilirlik etkileri önemli olduğunda ve böylece akış sıkıştırılamaz olarak kabul edilemediğinde, Bernoulli denklemi Denklem 5–40'ta verildiği gibidir:

$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit} \qquad \text{(bir akım çizgisi boyunca)} \qquad (1)$$

Sıkıştırılabilirlik etkileri Denklem 1'deki $\int dP/\rho$ integrali alınarak hesaba katılabilir. Ancak bunun için P ve ρ arasında bir bağıntı kurulması gerekir. Bir ideal gazın *izotermal* olarak genişlemesi ya da sıkışması durumunda T = sabit olur. Bu durumda $\rho = P/RT$ ifadesi Denklem 1'deki integralde yerine yazılırsa aşağıdaki sonuca varılır:

$$\int \frac{dP}{\rho} = \int \frac{dP}{P/RT} = RT \ln P$$

Bu sonuç Denklem 1'de yerine yazılırsa istenen bağıntı elde edilmiş olur:

İzotermal hal değişimi:

$$RT \ln P + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit} \qquad (2)$$

(*b*) Sıkıştırılabilir akışın uygulamada daha çok karşılaşılan bir örneği de *ideal gaz*ların lüle, yayıcı ve türbin kanatlarındaki dar kanallar gibi yüksek hızlı akışların görüldüğü makinalarda karşılaşılan *izentropik akışı*dır. Bu tür makinalardaki akış büyük oranda izentropik (yani tersinir ve adyabatik) kabul edilebilir bu tür akışlar $P/\rho^k = C =$ sabit bağıntısıyla tanımlanır. Burada k gazın özgül ısı oranıdır. $P/\rho^k = C$ bağıntısından ρ çekilirse $\rho = C^{-1/k}P^{1/k}$ elde edilir. Bu durumda Denklem 1'deki integral alınırsa aşağıdaki sonuca varılır:

$$\int \frac{dP}{\rho} = \int C^{1/k}P^{-1/k}\,dP = C^{1/k}\frac{P^{-1/k+1}}{-1/k+1} = \frac{P^{1/k}}{\rho}\frac{P^{-1/k+1}}{-1/k+1} = \left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P}{\rho} \quad (3)$$

Bu ifade yerine yazılırsa, daimi, izentropik, sıkıştırılabilir bir ideal gaz akışı için Bernoulli denklemi,

İzentropik:
$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit} \quad (4a)$$

veya

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \quad (4b)$$

olarak elde edilir. Durgun haldeki bir gazın (durma noktası şartlarını 1 ile gösterelim) ihmal edilebilir bir kot farkıyla ivmelenmesi uygulamada yaygın karşılaşılan bir durumdur. Bu durumda $z_1 = z_2$ ve $V_1 = 0$ olur. İdeal gazlar için $\rho = P/RT$, izentropik akış için $P/\rho^k =$ sabit olduğu ve $c = \sqrt{kRT}$ ideal gazlar için yerel ses hızı olmak üzere Mach sayısının $\text{Ma} = V/c$ biçiminde tanımlandığı göz önüne alındığında Denklem 4b aşağıdaki sade hale gelir:

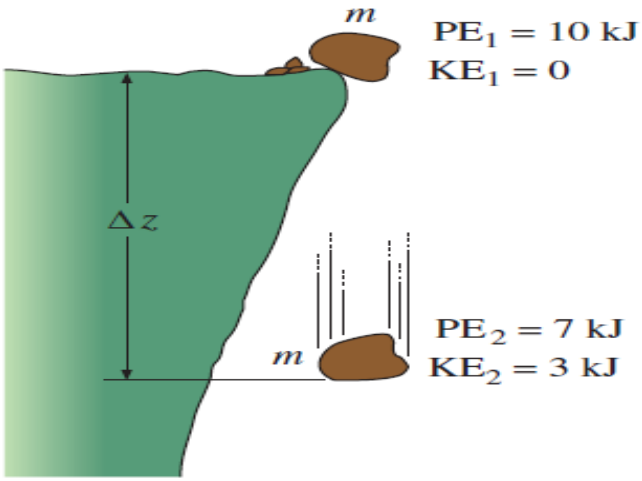
$$\frac{P_1}{P_2} = \left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right)\text{Ma}_2^2\right]^{k/(k-1)} \quad (4c)$$

Burada 1 hali durma noktasını, 2 hali ise akış boyunca herhangi bir hali göstermektedir.

ŞEKİL 5–45

Bir türbinin kanatları arasındaki sıkıştırılabilir gaz akışı çoğunlukla izentropik olarak modellenir. Bu tür durumlarda sıkıştırılabilir akışlar için yazılan Bernoulli denklemi makul bir yaklaştırımdır.

5–5 ■ GENEL ENERJİ DENKLEMİ



$$E_{\text{giren}} - E_{\text{çıkan}} = \Delta E$$

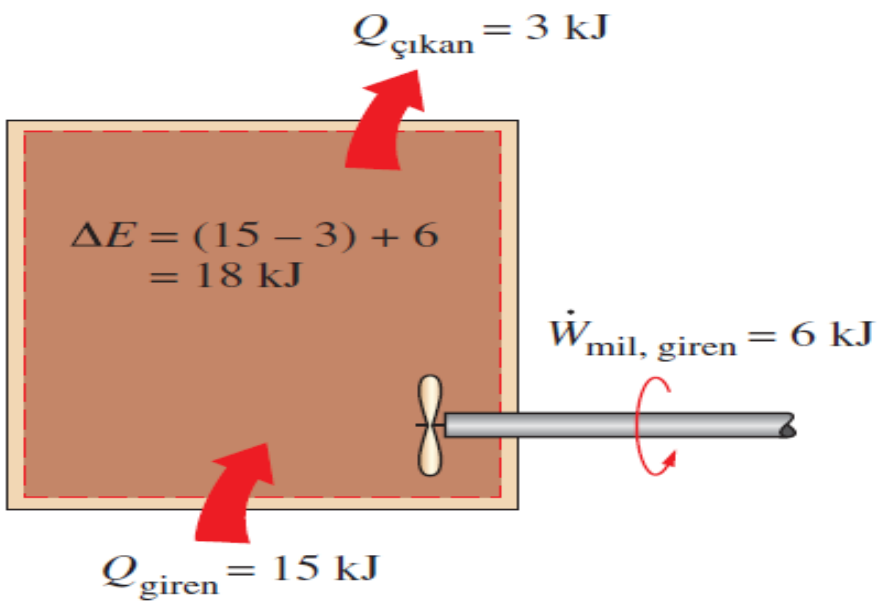
$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{net giren}} = \frac{dE_{\text{sis}}}{dt} \qquad \dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{net giren}} = \frac{d}{dt}\int_{\text{sis}} \rho e \, dV$$

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} = \dot{Q}_{\text{giren}} - \dot{Q}_{\text{çıkan}} \qquad \dot{W}_{\text{net giren}} = \dot{W}_{\text{giren}} - \dot{W}_{\text{çıkan}}$$

Q gir- Q çık + Wgir-W çık. : dE / dt Sistem enerji değişim

Bir proses esnasında enerji yoktan var, vardan yok edilemez; sadece biçim değiştirir.

$$e = u + \text{ke} + \text{pe} = u + \frac{V^2}{2} + gz$$



Bir proses esnasında sistemin enerji değişimi, sistem ile çevre arasındaki net iş ve ısı geçişinin toplamına eşittir.

Isı ile Enerji Geçişi, *Q*

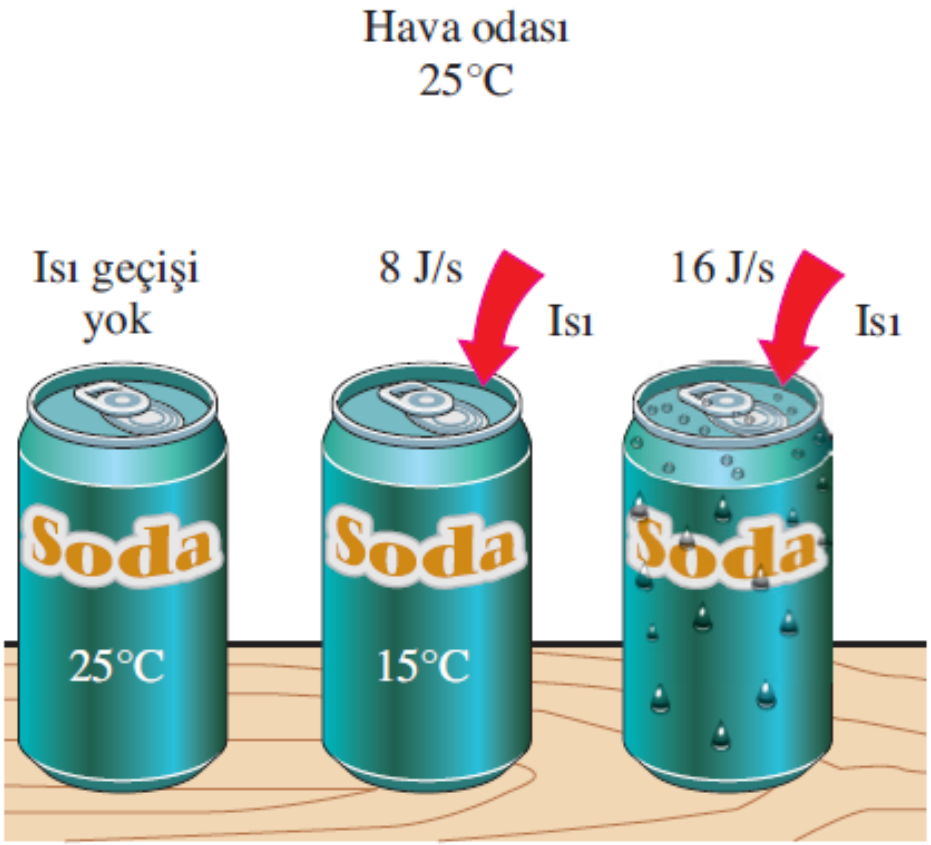
Isıl Enerji: İç enerjinin duyulur ve gizli biçimleridir.

Isı geçişi (transferi): Bir sistemden diğerine sıcaklık farkı nedeniyle gerçekleşen enerji.

Isı geçişinin yönü daima yüksek sıcaklıktan düşük sıcaklığa doğrudur.

Adyabatik hal değişimi: Isı geçişinin bulunmadığı hal değişimi

Isıl güç: Birim zamandan geçen ısı enerjisi



Isı geçişinin itici gücü sıcaklık farkıdır. Sıcaklık farkı ne kadar yüksekse, ısının geçme hızı da o kadar yüksek olur

İş ile Enerji Geçişi, *W*

- İş: Bir kuvvetin belirli bir mesafe boyunca etkimesi sonucu oluşan enerji etkileşimi.
- Yükselen bir piston, dönen bir mil ve sistem sınırını geçen bir elektrikli ısıtıcı teli iş etkileşimlerine örneklerdir.
- Güç: Birim zamanda yapılan iş (veya işin yapılma hızı).
- Araba motorları ve hidrolik, buhar / gaz türbinleri iş üretir; kompresörler, pompalar, fanlar ve mikserler iş tüketir.

$$W_{\text{toplam}} = W_{\text{mil}} + W_{\text{basınç}} + W_{\text{viskoz}} + W_{\text{diğer}}$$

W_{mil} Dönen bir mil vasıtasıyla iletilen iş
$W_{\text{basınç}}$ Kontrol yüzeyine etkiyen basınç kuvvetinin yaptığı iş
W_{viskoz} Kontrol yüzeyi üzerinde viskoz kuvvetlerin normal ve teğetsel bileşenlerinin yapmış olduğu iş
$W_{\text{diğer}}$ Elektrik, manyetik ve yüzey gerilimi gibi kuvvetlerin yapmış olduğu iş

Mil İşi

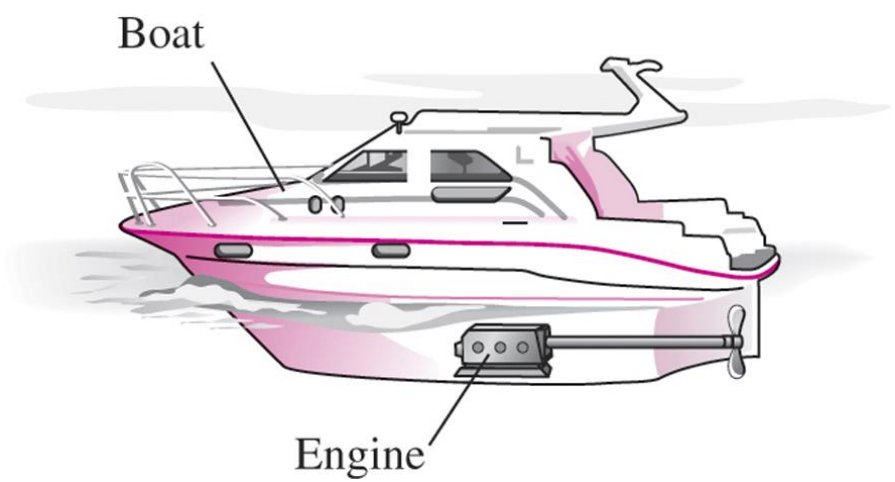
Bir kuvvetin momenti $\mathrm{T} = Fr \quad \rightarrow \quad F = \dfrac{\mathrm{T}}{r}$

Bu kuvvet *s* yolu boyunca etkir: $s = (2\pi r)n$

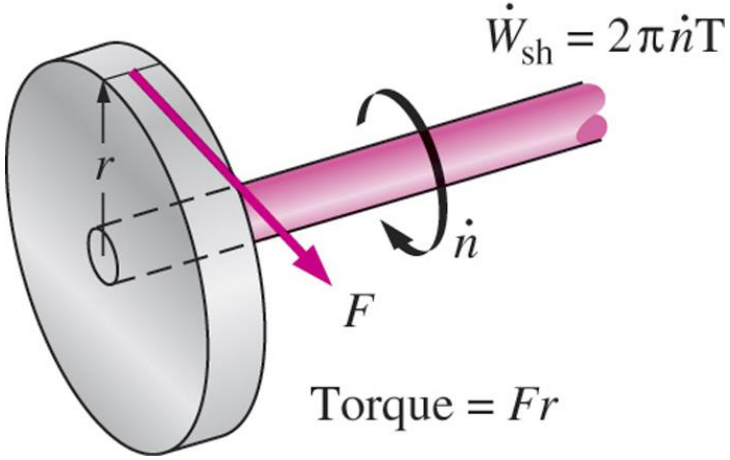
Mil işi $$W_{\mathrm{sh}} = Fs = \left(\frac{\mathrm{T}}{r}\right)(2\pi rn) = 2\pi n\mathrm{T} \qquad (\mathrm{kJ})$$

Mil üzerinden iletilen güç::

$$\dot{W}_{\mathrm{mil}} = \omega \mathrm{T}_{\mathrm{mil}} = 2\pi\, \dot{n}\, \mathrm{T}_{\mathrm{mil}}$$



Enerjinin dönen bir mil vasıtasıyla iletilmesiyle pratikte çok sık karşılaşılır.



Mil işi uygulanan moment (tork) ve milin dönme hızıyla orantılıdır.

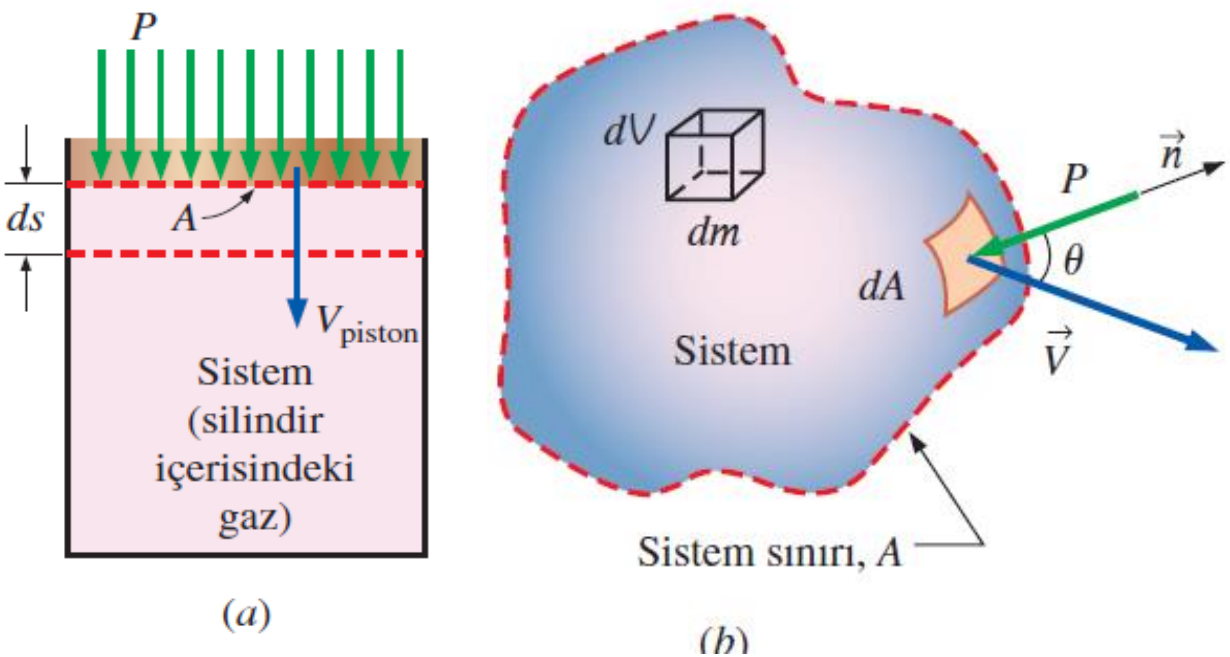
Basınç Kuvvetleri Tarafından Yapılan İş

$$\delta W_{\text{sınır}} = PAds$$

$$\delta \dot{W}_{\text{basınç}} = \delta \dot{W}_{\text{sınır}} = PAV_{\text{piston}} \qquad V_{\text{piston}} = ds/dt$$

$$\delta \dot{W}_{\text{basınç}} = -P\,dA\;V_n = -P\,dA(\vec{V}\cdot\vec{n})$$

$$\dot{W}_{\text{net giren}} = \dot{W}_{\text{mil, net giren}} + \dot{W}_{\text{basınç, net giren}} = \dot{W}_{\text{mil, net giren}} - \int_A P(\vec{V}\cdot\vec{n})\,dA$$



(a) Bir piston-silindir düzeneğindeki sistemin hareketli sınırına ve

(b) gelişigüzel şekle sahip bir sistemin diferansiyel yüzey alanına etkiyen basınç kuvveti.

GEREK YOK:Bir kontrol hacmi için enerjinin korunumu denklemi, Reynolds transport teoreminde *B* yerine *E*, *b* yerine ise *e* yazılarak edilir

$$\frac{dB_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{KH} b\rho dV + \int_{KY} b\rho(\vec{V}_b \cdot \vec{n})\, dA$$

$$B = E \qquad b = e \qquad b = e$$

$$\frac{dE_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{KH} e\rho dV + \int_{KY} e\rho(\vec{V}_b \cdot \vec{n})\, dA$$

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil, net giren}} + \dot{W}_{\text{basınç, net giren}} = \frac{dE_{sis}}{dt}$$

$$e = u + \text{ke} + \text{pe} = u + V^2/2 + gz$$

$$\frac{dE_{sis}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{KH} e\rho\, dV + \int_{KY} e\rho\,(\vec{V}_b \cdot \vec{n})A$$

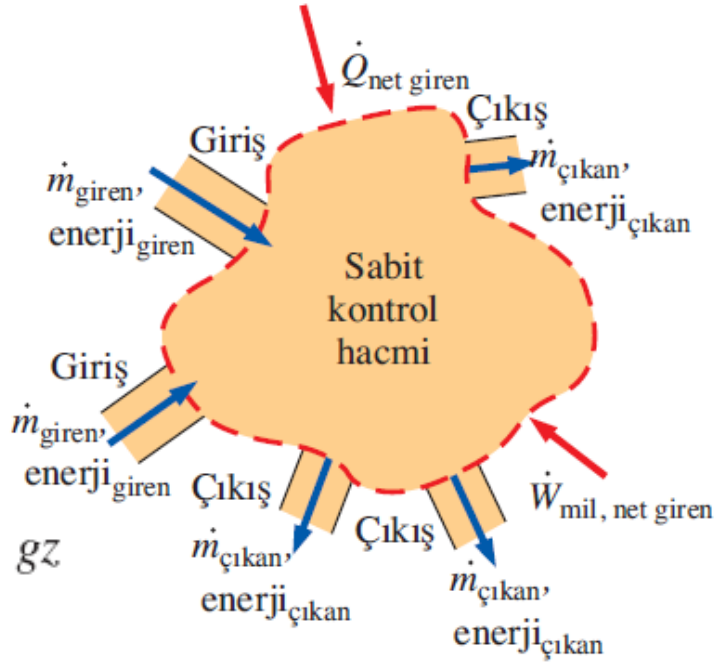
$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil, net giren}} + \dot{W}_{\text{basınç, net giren}} = \frac{d}{dt}\int_{KH} e\rho\, dV + \int_{KY} e\rho(\vec{V}_b \cdot \vec{n})\, dA$$

$$\begin{pmatrix}\text{Isı ve iş yoluyla}\\ \text{KH'ye birim zamanda}\\ \text{geçen net enerji}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{KH içeriğinin toplam}\\ \text{enerjisinin birim}\\ \text{zamandaki değişimi}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Kütle yoluyla kontrol}\\ \text{yüzeylerinden birim}\\ \text{zamanda geçen net enerji}\end{pmatrix}$$

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil, net giren}} = \frac{d}{dt}\int_{KH} e\rho\, dV + \int_{KY}\left(\frac{P}{\rho} + e\right)\rho(\vec{V}_b \cdot \vec{n})\, dA$$

Sabit KH: $$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil, net giren}} = \frac{d}{dt}\int_{KH} e\rho\, dV + \int_{KY}\left(\frac{P}{\rho} + e\right)\rho(\vec{V} \cdot \vec{n})\, dA$$

Genel bir mühendislik probleminde kontrol hacmi birçok giriş ve çıkışa sahip olabilir. Bu tür durumlarda her bir girişten enerji girişi, her bir çıkıştan enerji çıkışı bulunur. Enerji ayrıca kontrol hacmine net ısı geçişi ve net mil işi olarak da girebilir



$$\dot{m} = \int_{A_c} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA_c \qquad e = u + V^2/2 + gz$$

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil, net giren}} = \frac{d}{dt}\int_{\text{KH}} e\rho\, dV + \sum_{\text{çıkan}} \dot{m}\left(\frac{P}{\rho} + e\right) - \sum_{\text{giren}} \dot{m}\left(\frac{P}{\rho} + e\right)$$

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil, net giren}} = \frac{d}{dt}\int_{\text{KH}} e\rho\, dV + \sum_{\text{çıkan}} \dot{m}\left(\frac{P}{\rho} + u + \frac{V^2}{2} + gz\right) - \sum_{\text{giren}} \dot{m}\left(\frac{P}{\rho} + u + \frac{V^2}{2} + gz\right)$$

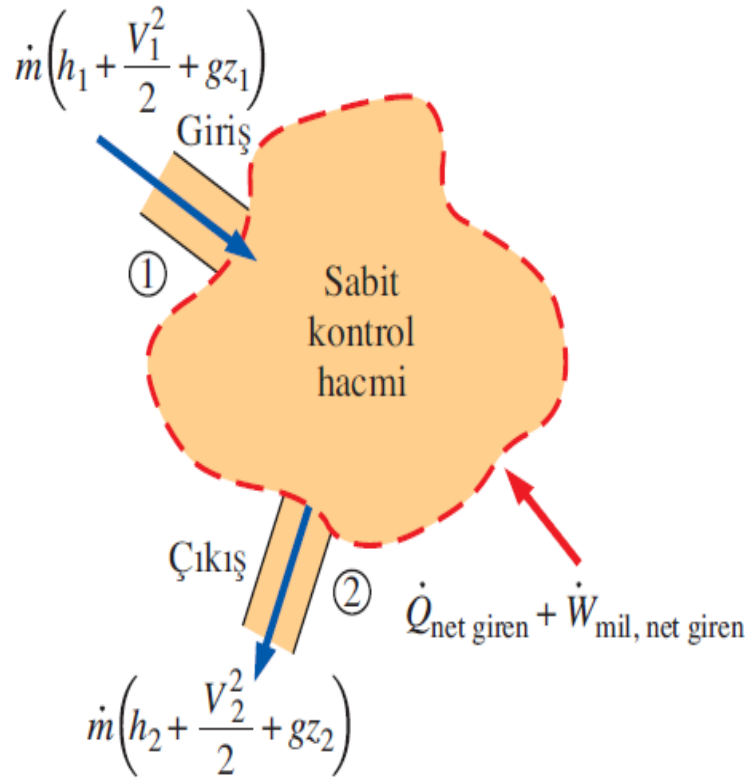
$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil, net giren}} = \frac{d}{dt}\int_{\text{KH}} e\rho\, dV + \sum_{\text{çıkan}} \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right) - \sum_{\text{giren}} \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right)$$

$$h = u + Pv = u + P/\rho.$$

5–6 ■ DAİMİ AKIŞLAR İÇİN ENERJİ ANALİZİ

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil, net giren}} = \sum_{\text{çıkan}} \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right) - \sum_{\text{giren}} \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right)$$

Bu denkleme göre daimi akış esnasında bir kontrol hacmine ısı ve iş biçiminde birim zamanda geçen net enerji, kütle yoluyla kontrol hacmine birim zamanda giren ve çıkan enerjilerin arasındaki farka eşittir.



Tek giriş ve tek çıkışlı bir kontrol hacmi ve enerji etkileşimleri.

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil, net giren}} = \dot{m}\left(h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)\right)$$

Tek akımlı sistemler:

$$q_{\text{net giren}} + w_{\text{mil, net giren}} = h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

$$h = u + Pv = u + P/\rho.$$

$$w_{\text{mil, net giren}} + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + (u_2 - u_1 - q_{\text{net giren}})$$

İdeal akış (mekanik enerji kaybı = 0):

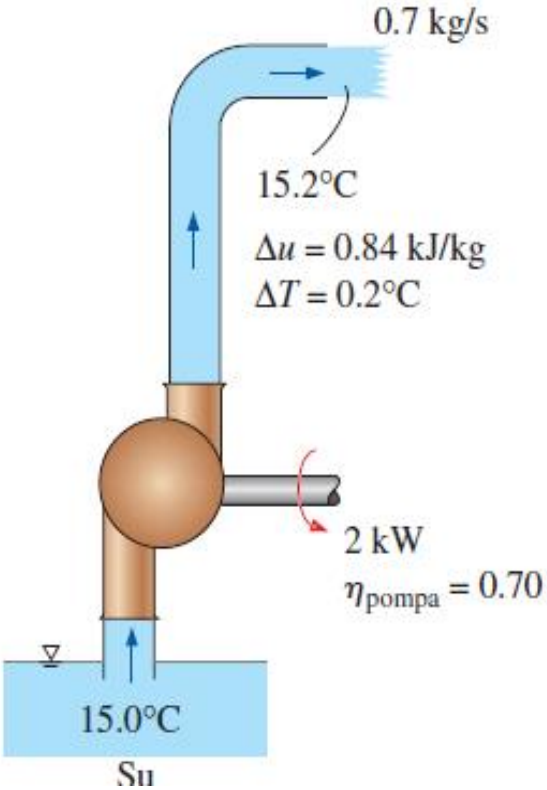
$$q_{\text{net giren}} = u_2 - u_1$$

Gerçek akış (mekanik en. Kaybı var):

$$e_{\text{mek, kayıp}} = u_2 - u_1 - q_{\text{net giren}}$$

$$e_{\text{mek, giren}} = e_{\text{mek, çıkan}} + e_{\text{mek, kayıp}}$$

Bir akış sistemindeki mekanik enerji kaybı, akışkanın iç enerjisini arttırarak akışkanın sıcaklığını yükseltir.



Neden $w_{\text{mil, net giren}} + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + e_{\text{mek, kayıp}}$

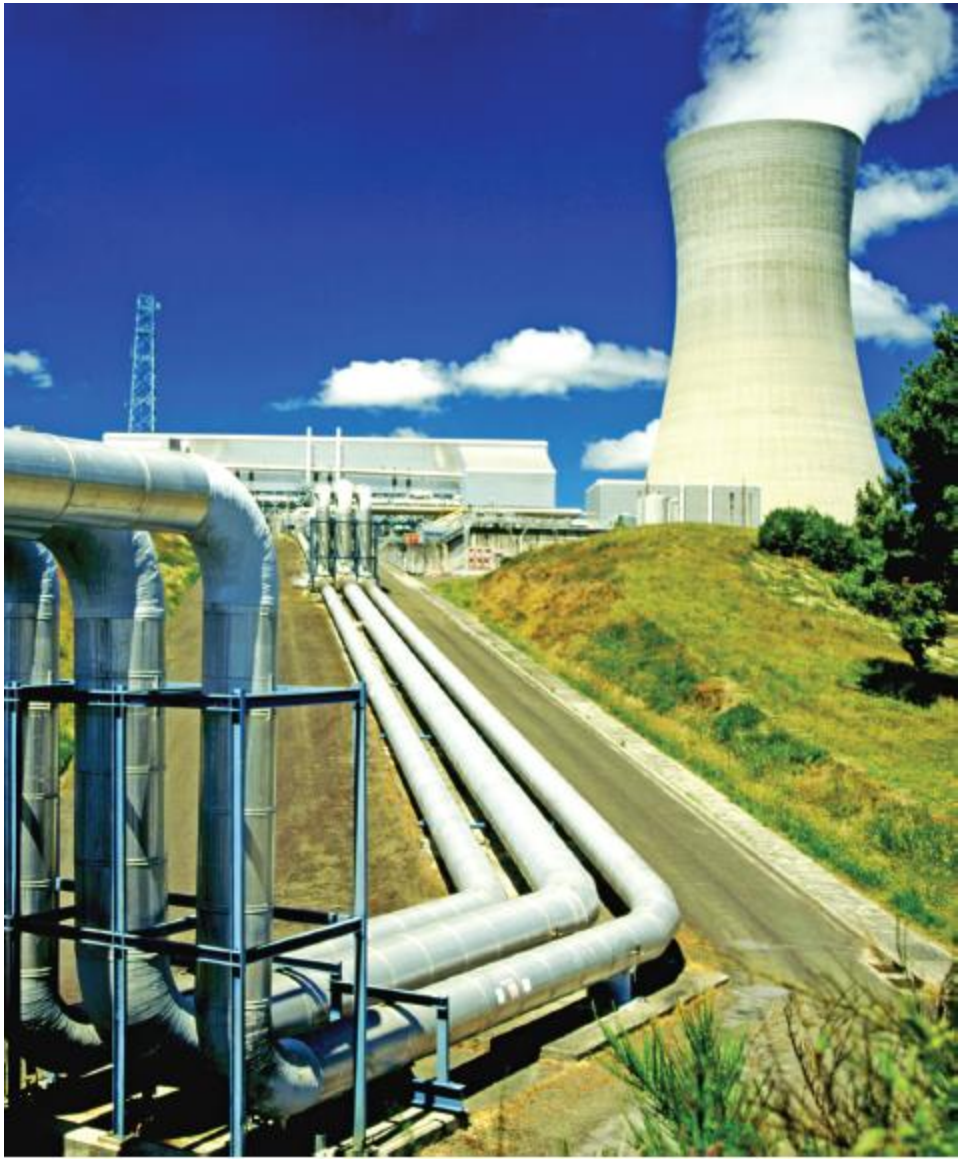
$$w_{\text{mil, net giren}} = w_{\text{pompa}} - w_{\text{türbin}}$$

Slayt 24 teki hatırlatma

$$\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + w_{\text{pompa}} = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + w_{\text{türbin}} + e_{\text{mek, kayıp}}$$

$$\dot{m}\left(\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) + \dot{W}_{\text{pompa}} = \dot{m}\left(\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) + \dot{W}_{\text{türbin}} + \dot{E}_{\text{mek, kayıp}}$$

$$\dot{E}_{\text{mek, kayıp}} = \dot{E}_{\text{mek kayıp, pompa}} + \dot{E}_{\text{mek kayıp, türbin}} + \dot{E}_{\text{mek kayıp, borulama}}$$



Sıradan bir güç santralinde tersinmez kayıplara yol açan sayısız ***boru, dirsek, vana, pompa*** *ve türbin bulunur*.

Yükler cinsinden enerji denklemi (metre) YANİ BİRİM AKIŞKAN YÜKSEKLİĞİ

$$\frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa},f} = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{türbin},ç} + h_L$$

Yukarıdaki ifadede;

- $h_{\text{pompa},f}$ *pompa tarafından akışkana verilen faydalı yük*tür:

$$h_{\text{pompa},f} = \frac{w_{\text{pompa},f}}{g} = \frac{\dot{W}_{\text{pompa},f}}{\dot{m}g} = \frac{\eta_{\text{pompa}}\dot{W}_{\text{pompa}}}{\dot{m}g}$$

  Burada $h_{\text{pompa},f}$, pompadaki tersinmez yük kayıplarından dolayı $\dot{W}_{\text{pompa}}/\dot{m}g$ oranından η_{pompa} çarpanı kadar *daha küçüktür*.

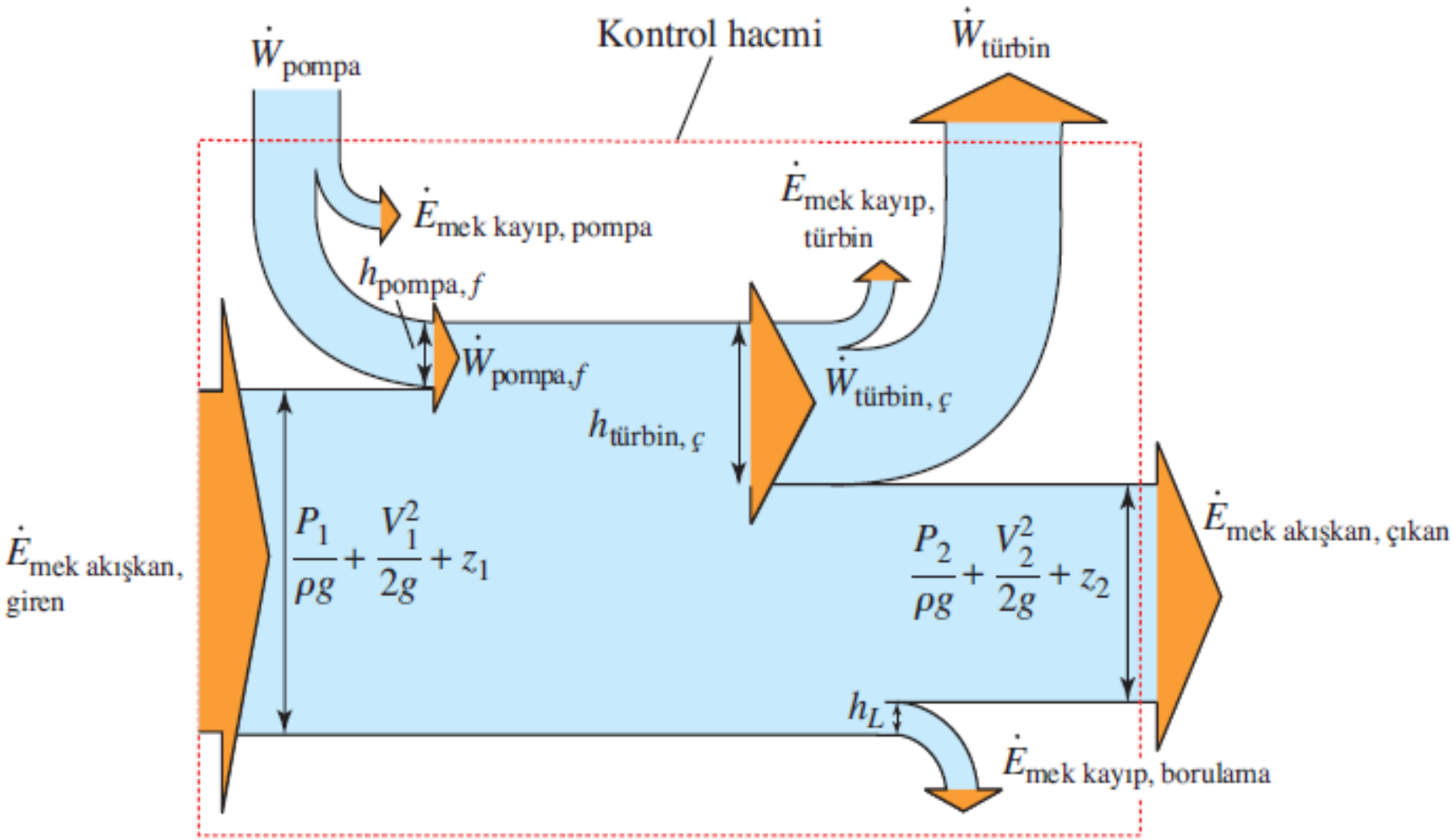
- $h_{\text{türbin},ç}$ *türbin tarafından akışkandan çekilen yük*tür:

$$h_{\text{türbin},ç} = \frac{w_{\text{türbin},ç}}{g} = \frac{\dot{W}_{\text{türbin},ç}}{\dot{m}g} = \frac{\dot{W}_{\text{türbin}}}{\eta_{\text{türbin}}\,\dot{m}g}$$

  Burada $h_{\text{türbin},ç}$, türbindeki tersinmez yük kayıplarından dolayı $\dot{W}_{\text{türbin}}/\dot{m}g$ oranından $\eta_{\text{türbin}}$ çarpanı kadar *daha büyüktür*.

- h_L borulama sisteminin 1 ve 2 noktaları arasında kalan pompa ya da türbin dışındaki diğer tüm elemanlarından kaynaklanan *tersinmez yük kaybı*dır:

$$h_L = \frac{e_{\text{mek kayıp, borulama}}}{g} = \frac{\dot{E}_{\text{mek kayıp, borulama}}}{\dot{m}g}$$



İçerisinde bir pompa ve bir türbinin yer aldığı bir akış sistemi için mekanik enerji akış diyagramı.

Özel Durum: Mekanik İş Makinalarının Bulunmadığı ve Sürtünmenin İhmal Edilebilir Olduğu Sıkıştırılamaz Akış

Borulama kayıpları ihmal edilebilir seviyede olduğunda, mekanik enerjinin de ihmal edilebilir derecede bir miktarı ısıl enerjiye dönüşür ve böylece $h_L = e_{\text{mek kayıp, borulama}}/g \cong 0$. Ayrıca fan, pompa veya türbin gibi mekanik iş makinaları bulunmadığında $h_{\text{pump, } f} = h_{\text{türbin, } ç} = 0$ olur ve enerji denklemi aşağıdaki hale gelir:

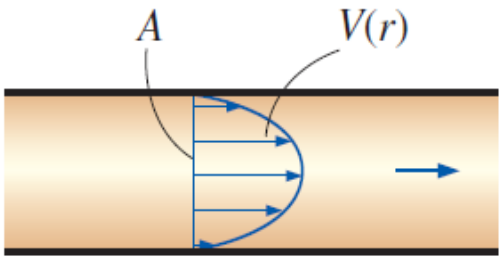
$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad \text{veya} \quad \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = \text{sabit}$$

Bernoulli denklemi daha önce Newton'un ikinci yasasından elde edilmişti. Bu durumda Bernoulli denklemi enerji denkleminin ilkel hali olarak düşünülebilir.

Kinetik Enerji Düzeltme Faktörü, α

<u>Bir akışkanın $V^2/2$ ifadesinden bulunan kinetik enerjisi gerçek kinetik enerjiden farklıdır.</u> Çünkü bir toplamın karesi, toplanan terimlerin karelerinin toplamına eşit değildir.

Bu hata enerji denklemindeki kinetik enerji terimi $\alpha V_{ort}^2/2$ biçiminde değişikliğe uğratılır. Burada α katsayısına **kinetik enerji düzeltme faktörü** denir.



$$\dot{m} = \rho V_{ort} A, \qquad \rho = \text{sabit}$$

$$\dot{KE}_{ger} = \int ke\,\delta\dot{m} = \int_A \frac{1}{2}\,[V(r)]^2\,[\rho V(r)\,dA]$$

$$= \frac{1}{2}\,\rho \int_A [V(r)]^3\,dA$$

$$\dot{KE}_{ort} = \frac{1}{2}\,\dot{m}V_{ort}^2 = \frac{1}{2}\,\rho A V_{ort}^3$$

$$\alpha = \frac{\dot{KE}_{ger}}{\dot{KE}_{ort}} = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{V(r)}{V_{ort}}\right)^3 dA$$

Bir boru içerisindeki tam gelişmiş laminer akışta düzeltme faktörü 2.0'dir. Tam gelişmiş türbülanslı akışta ise 1.04 ile 1.11 arasında değişir.

<u>Bir en-kesitteki gerçek hız dağılımı V(r) ve ortalama hız V_{ort} kullanılarak kinetik enerji düzeltme faktörünün belirlenmesi.</u>

$$\dot{m}\left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1\frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) + \dot{W}_{pompa} = \dot{m}\left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2\frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) + \dot{W}_{türbin} + \dot{E}_{mek,\,kayıp}$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{pompa,f} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2\frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{türbin,ç} + h_L$$

ÖRNEK 5–11 Sürtünmenin Akışkan Sıcaklığı ve Yük Kaybı Üzerindeki Etkisi

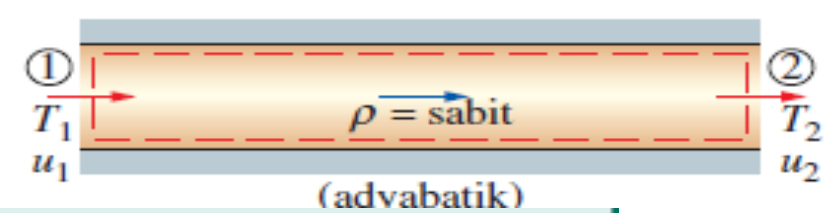
Bir akışkanın adyabatik bir akış bölümündeki daimi ve sıkıştırılamaz akışı esnasında (*a*) sürtünme göz ardı edildiğinde sıcaklığının sabit kaldığını ve yük kaybı oluşmadığını, (*b*) sürtünme etkileri göz önüne alındığında sıcaklığının arttığını ve yük kaybı meydana geldiğini gösteriniz. Böyle bir akış esnasında akışkanın sıcaklığını düşürmenin mümkün olup olamayacağını irdeleyiniz (Şekil 5–57).

ÇÖZÜM Adyabatik bir akış bölümünden geçen daimi ve sıkıştırılamaz akış incelenmektedir. Sürtünmenin sıcaklık ve ısı kaybı üzerindeki etkileri belirlenecektir.

Kabuller **1** Akış daimi ve sıkıştırılamazdır. **2** Akış bölümü adyabatiktir dolayısıyla ısı geçişi yoktur, yani $q_{\text{net giren}} = 0$.

Analiz Sıkıştırılamaz bir akış esnasında akışkanın yoğunluğu sabit kalır ve bu durumda entropi değişimi,

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$



olarak ifade edilir. Bu bağıntı, akış bölümünde girişteki 1 halinden çıkıştaki 2 haline akarken birim kütle başına akışkanın entropisinde meydana gelen değişimi verir. Entropi değişimi iki nedenden kaynaklanır: (1) ısı geçişi ve (2) tersinmezlikler. Bu nedenle ısı geçişi olmadığında entropi değişimi sadece tersinmezliklerden ileri gelir ve etkisi daima entropiyi artırma yönündedir.

(*a*) Sürtünme ve akış girdapları gibi tersinmezlikler bulunmadığında, adyabatik bir akış bölümündeki ($q_{\text{net giren}} = 0$) entropi değişimi sıfırdır ve böylece *tersinir akış* için aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

Sıcaklık değişimi: $$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \quad \rightarrow \quad T_2 = T_1$$

Mekanik enerji kaybı:

$$e_{\text{mek kayıp, borulama}} = u_2 - u_1 - q_{\text{net giren}} = c_v(T_2 - T_1) - q_{\text{net giren}} = 0$$

Yük kaybı: $$h_L = e_{\text{mek kayıp, borulama}}/g = 0$$

O halde ısı geçişi ve sürtünme etkileri ihmal edildiğinde; (1) akışkanın sıcaklığı sabit kalır, (2) mekanik enerjiden ısıl enerjiye dönüşüm olmaz ve (3) tersinmez yük kayıpları yoktur.

(*b*) Sürtünme gibi tersinmezlikler hesaba katıldığında entropi değişimi sıfırdan büyük olur:

Sıcaklık değişimi: $$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} > 0 \rightarrow T_2 > T_1$$

Mekanik enerji kaybı: $$e_{\text{mek kayıp, borulama}} = u_2 - u_1 - q_{\text{net giren}} = c_v(T_2 - T_1) > 0$$

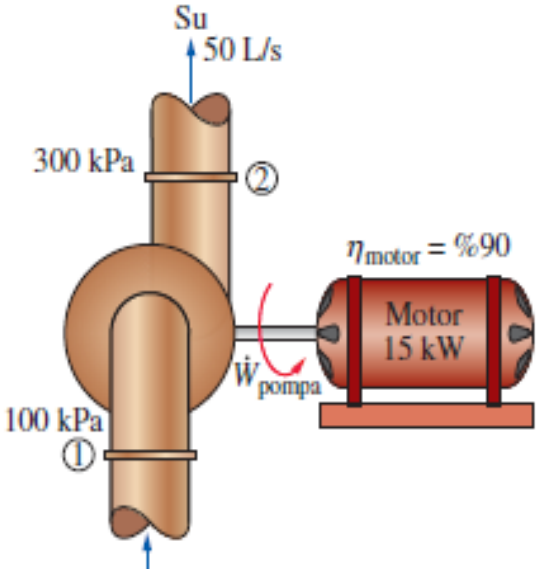
Yük kaybı: $$h_L = e_{\text{mek kayıp, borulama}}/g > 0$$

Termoda incelenir

O halde akış adyabatik ve tersinmez olduğunda; (1) akışkanın sıcaklığı artar, (2) bir miktar mekanik enerji ısıl enerjiye dönüşür ve (3) bir miktar tersinmez yük kaybı meydana gelir.

ÖRNEK 5–12 Pompa Gücü ve Bir Pompada Suyun Sürtünme Nedeniyle Isınması

Bir su dağıtım şebekesinin pompası %90 verime sahip 15 kW'lık elektrik motoru ile çalıştırılmaktadır (Şekil 5–58). Pompa debisi 50 L/s olarak verilmektedir. Pompa giriş ve çıkış borularının çapları aynıdır ve pompa boyunca olan yükseklik farkı ihmal edilebilir. Pompanın giriş ve çıkışındaki mutlak basınçlar sırasıyla 100 kPa ve 300 kPa olarak ölçüldüğüne göre, (*a*) pompanın mekanik verimini ve (*b*) pompa içerisinden geçerken mekanik verimsizlikten dolayı suyun sıcaklığında meydana gelen artışı belirleyiniz.



ÇÖZÜM Pompanın giriş ve çıkışındaki basınçlar ölçülmektedir. Pompanın mekanik verimi ve suda meydana gelen sıcaklık artışı belirlenecektir.

Kabuller **1** Akış daimi ve sıkıştırılamazdır. **2** Pompa harici bir motor ile tahrik edilmektedir ve böylece motorun yaydığı ısı tamamen atmosfere gitmektedir. **3** Pompanın giriş ve çıkışı arasındaki yükseklik farkı ihmal edilmektedir, yani $z_1 \cong z_2$. **4** Giriş ve çıkış borularının çapları aynı olduğundan, giriş ve çıkış hızlar eşittir, $V_1 = V_2$. **(5)** Kinetik enerji düzeltme faktörleri eşittir, $\alpha_1 = \alpha_2$.

Özellikler Suyun yoğunluğu 1 kg/L = 1000 kg/m^3 ve özgül ısısı 4.18 kJ/kg·°C olarak alınabilir.

Analiz (*a*) Pompa içerisinden geçen suyun kütlesel debisi:

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = (1\ \text{kg/L})(50\ \text{L/s}) = 50\ \text{kg/s}$$

Kütlesel debi pompa güç hesabında önemli

15 kW'lık güç çeken motor %90 verim ile çalışmaktadır. Buna göre motorun pompaya ilettiği mekanik güç (mil gücü),

$$\dot{W}_{\text{pompa, mil}} = \eta_{\text{motor}}\dot{W}_{\text{elektrik}} = (0.90)(15\ \text{kW}) = 13.5\ \text{kW}$$ olarak bulunur.

Pompanın mekanik verimini bulmak için, pompadan geçen akışkanın mekanik enerjisinde meydana gelen artışın bilinmesi gerekir. Bunu aşağıdaki denklemden elde etmek mümkündür:

$$\Delta \dot{E}_{\text{mek,akışkan}} = \dot{E}_{\text{mek, çıkan}} - \dot{E}_{\text{mek, giren}} = \dot{m}\left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) - \dot{m}\left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right)$$

Verilen durum için denklem sadeleştirilir ve değerler yerine yazılırsa, suyun pompada kazandığı mekanik güç aşağıdaki gibi bulunur:

$$\Delta \dot{E}_{\text{mek, akışkan}} = \dot{m}\left(\frac{P_2 - P_1}{\rho}\right) = (50\ \text{kg/s})\left(\frac{(300 - 100)\ \text{kPa}}{1000\ \text{kg/m}^3}\right)\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kPa} \cdot \text{m}^3}\right) = 10.0\ \text{kW}$$

Buna göre pompanın mekanik verimi

Pa/ yoğunluk: j / kg : (kg .m /s^2) / m^2 : (kg /m s^2)/ kg/m^3

$$\eta_{\text{pompa}} = \frac{\dot{W}_{\text{pompa},f}}{\dot{W}_{\text{pompa,mil}}} = \frac{\Delta \dot{E}_{\text{mek, akışkan}}}{\dot{W}_{\text{pompa,mil}}} = \frac{10.0\ \text{kW}}{13.5\ \text{kW}} = \mathbf{0.741} \quad \text{veya} \quad \mathbf{\%74.1}$$

olarak bulunur.

(*b*) Pompadan verilen 13.5 kW'lık mekanik gücün sadece 10 kW'ı akışkana mekanik enerji olarak aktarılır. Geriye kalan 3.5 kW'lık kısmı sürtünme etkilerinden dolayı ısıl enerjiye dönüşür ve bu "kayıp" mekanik enerji, akışkanda ısınma olarak kendini gösterir:

$$\dot{E}_{\text{mek, kayıp}} = \dot{W}_{\text{pompa,mil}} - \Delta \dot{E}_{\text{mek, akışkan}} = 13.5 - 10.0 = 3.5\ \text{kW}$$

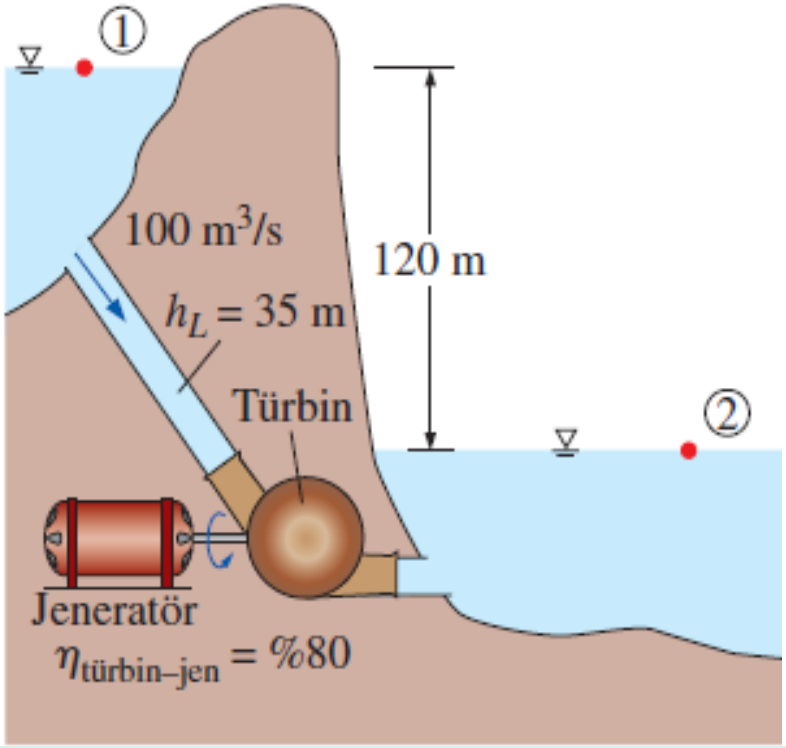
Bu mekanik verimsizlik nedeniyle akışkanda meydana gelen sıcaklık artışı, ısıl enerji dengesinden bulunabilir: $\dot{E}_{\text{mek, kayıp}} = \dot{m}(u_2 - u_1) = \dot{m}c\Delta T$. Buradan ΔT çekilip verilen değerler yerine yazılarak

Q: m. cp . T2-T1

$$\Delta T = \frac{\dot{E}_{\text{mek, kayıp}}}{\dot{m}c} = \frac{3.5\ \text{kW}}{(50\ \text{kg/s})(4.18\ \text{kJ/kg}\cdot°\text{C})} = \mathbf{0.017°C}$$

elde edilir. Bu sonuca göre, mekanik verimsizlikten dolayı su pompadan geçerken ısınmaktadır. Bu oldukça düşük bir sıcaklık artışıdır.

Örnek: Barajdan Hidrolik güç üretimi



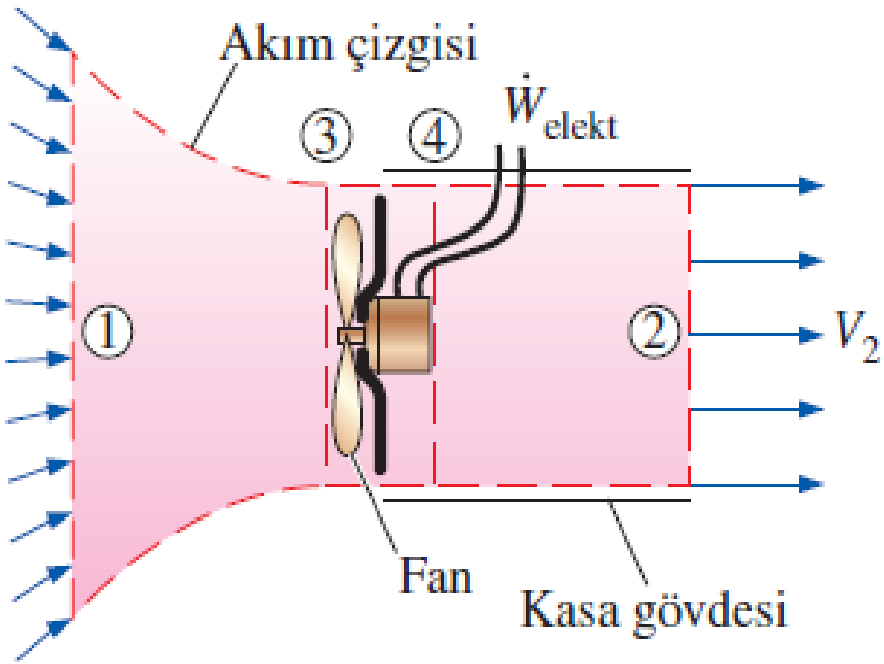
$$\cancel{\frac{P_1}{\rho g}} + \alpha_1 \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + z_1 + \cancelto{0}{h_{\text{pompa},f}} = \cancel{\frac{P_2}{\rho g}} + \alpha_2 \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \cancelto{0}{z_2} + h_{\text{türbin},\,ç} + h_L$$

$$h_{\text{türbin},\,ç} = z_1 - h_L$$

$$\dot{W}_{\text{türbin},\,ç} = \dot{m} g h_{\text{türbin},\,ç}$$

$$\dot{W}_{\text{elektrik}} = \eta_{\text{türbin–jen}} \; \dot{W}_{\text{türbin},\,ç}$$

Örnek: Bilgisayar Soğutucusu için Fan Seçimi



3 ve 4 arası enerji denklemi:

$$\dot{m}\frac{P_3}{\rho} + \dot{W}_{fan} = \dot{m}\frac{P_4}{\rho} + \dot{E}_{mek\ kayıp,\ fan}$$

$$\dot{W}_{fan,f} = \dot{m}\frac{P_4 - P_3}{\rho}$$

1 ve 2 arası enerji denklemi

$$\dot{m}\left(\cancel{\frac{P_1}{\rho}} + \alpha_1\frac{\cancel{V_1^2}^{\,0}}{2} + \cancel{gz_2}\right) + \dot{W}_{fan} = \dot{m}\left(\cancel{\frac{P_2}{\rho}} + \alpha_2\frac{V_2^2}{2} + \cancel{gz_2}\right) + \cancel{\dot{W}_{türbin}}^{\,0} + \dot{E}_{mek\ kayıp,\ fan}$$

$$\dot{W}_{fan} - \dot{E}_{mek\ kayıf,\ fan} = \dot{W}_{fan,\ f}$$

$$\dot{W}_{fan,f} = \dot{m}\alpha_2\frac{V_2^2}{2}$$

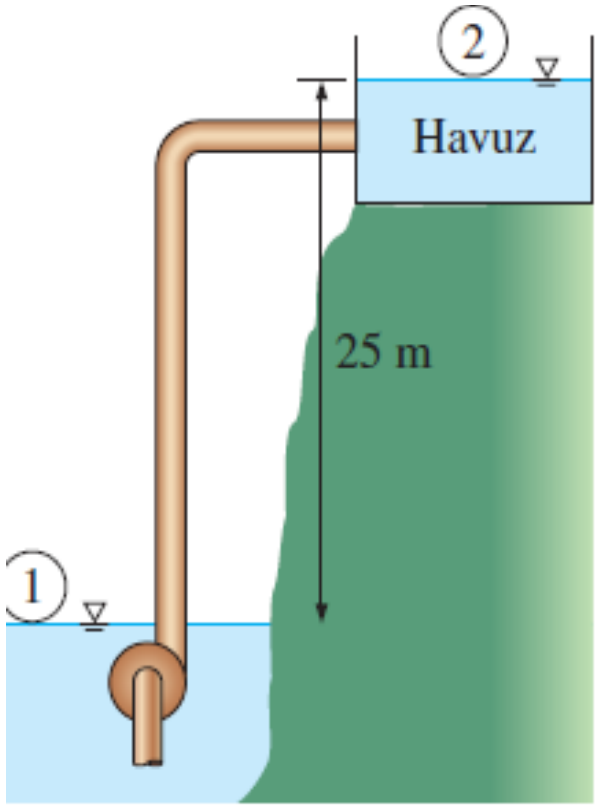
$$\dot{W}_{elekt} = \frac{\dot{W}_{fan,f}}{\eta_{fan-motor}}$$

Örnek: Gölden Havuza Su Pompalanması

$$\dot{W}_{\text{pompa},f} = \eta_{\text{pompa}} \dot{W}_{\text{mil}}$$

1-2 arası enerji denklemi

$$\dot{m}\left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) + \dot{W}_{\text{pompa},f} = \dot{m}\left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) + \dot{W}_{\text{türbin},ç} + \dot{E}_{\text{mek kayıp, borulama}}$$



$$\dot{W}_{\text{pompa},f} = \dot{m}gz_2 + \dot{E}_{\text{mek kayıp, borulama}}$$

kayıp hesaplanmadı

$$\dot{E}_{\text{mek kayıp, borulama}} = \dot{m}gh_L$$

Pompa için

$$\Delta P = P_{\text{çıkış}} - P_{\text{giriş}} = \frac{\dot{W}_{\text{pompa},f}}{\dot{V}}$$

Özet

- Giriş
  - Kütlenin Korunumu
  - Lineer Momentum Denklemi
  - Enerjinin Korunumu
- Kütlenin Korunumu
  - Kütlesel ve Hacimsel Debiler
  - Kütlenin Korunumu İlkesi
  - Hareket Eden veya Şekil Değiştiren KH
  - Daimi Akışlı Sistemler İçin Enerji Dengesi
  - Özel Durum: Sıkıştırılamaz Akış
- Mekanik Enerji ve Verim

- Bernoulli Denklemi
  - Bir Akışkan Parçacığının İvmesi
  - Bernoulli Denkleminin Türetilmesi
  - Akım Çizgisine Dik Yönde Kuvvet Dengesi
  - Daimi Olmayan Sıkıştırılabilir Akış
  - Statik, Dinamik ve Durma Noktası Basınçları
  - Bernoulli Denkleminin Sınırlamaları
  - Hidrolik Eğim Çizgisi (HEÇ) ve Enerji Eğim Çizgisi (EEÇ)
  - ***Bernouli Denkleminin Uygulamaları***
- Genel Enerji Denklemi
  - Isı ile Enerji Geçişi, Q
  - İş ile Enerji Geçişi, W
  - Mil İşi
  - Basınç Kuvvetleri Tarafından Yapılan İş
- Daimi Akışların Enerji Analizi
  - Özel Durum: Sıkıştırılamaz, sürtünmesiz ve akım makinasız akış
  - Kinetik Enerji Düzeltme Faktörü, α