

Dif. Denklemler

Tanım: x bağımsız değişkeni $y=f(x)$ fonk ve bu fonk. türevleri arasındaki bir bağıntıya dif. denklemdir.

$$* F(x, y, y', y'', y''', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad n \geq 1$$

trev mertebesi

veya

$$F(x, y, \frac{dy}{dx}, \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right), \dots, \left(\frac{d^ny}{dx^n}\right)) = 0$$

$y^{(4)}$ $y^{(5)}$
 y' y'' y''' $y^{(4)}$ $y^{(5)}$ $y^{(6)}$ $y^{(7)}$

3. mert $* y''' - 3xy' + 5y = \sin x$

4. mert $* y' = 0$
 2. mert $* y'' - \sin y' = 0$

$* y y'' - (y')^2 = 0$ 2. mert

Mertebe: Denklem içinde en yüksek mertebeden türev,
0 denklemin mertebesi ifade eder.

Derece: Denkleminde en yüksek mertebeden fonksiyonun kuvveti
0 denklemin derecesini ifade eder

$$y'' - 2xy' + 5 = 0$$

2. mertebe 1. derece

$$y' = \sin x$$

1. mertebe 1. derece

$$(y'')^2 - 5(y')^3 = 0$$

2. mertebe 2. derece

$$y'' - (y')^2 = 0$$

~~2. mertebe 1. derece~~

$$\sqrt{y'} - 2x = 0$$

1. mertebe

$$\sqrt{y'} = 2x \Rightarrow$$

$$y' = 4x^2$$

1. mertebe
1. derece

Dif. denklemlerin sınıflandırılması

1) Mertebeye göre $\begin{cases} \rightarrow 1. \text{ mertebeden d.d.} \checkmark \\ \rightarrow \text{Yüksek mert. d.d.} \checkmark \end{cases}$

2) Türüne göre $\begin{cases} \rightarrow \text{Adi dif. denk.} \checkmark \\ \rightarrow \text{Kısmi dif. denk.} \end{cases}$

$$z = f(x, y) \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

3) Lineerliğe göre $\begin{cases} \rightarrow \text{Linear dif. denk.} \checkmark \\ \rightarrow \text{Linear olmayan d.d.} \checkmark \end{cases}$

4) Katsayılarına göre $\begin{cases} y''' - 3y' + 4y = \ln x \\ y''' - xy' = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} \rightarrow \text{Sabit katsayı, 1. lineer d.d.} \checkmark \\ \rightarrow \text{Değişken katsayı, lineer d.d.} \checkmark \end{cases}$

Lineer dif. denklemler

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = g(x)$$

$i = 0, 1, \dots, n$ $a_i(x) \rightarrow \text{katsayı}$

n -mertebeden 1. m. dif.

$$1. y'' - 2xy' + 5y = \sin x$$

2. mertebe lineer dif.

$$\begin{array}{l|l} y'' - 2y + y^2 = 0 & y''' = 0 \\ \text{2. mertebe 1. derece} & y'' + y^2 = 0 \\ \text{(lineer olmayan)} & y' + (y')^2 = 0 \\ y' - \sin y = 0 & \end{array}$$

Dif. Denk. Çözümü:

$$y' = 2x \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = x^2 \\ y = x^2 + 1 \\ y = x^2 - 500 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = 2x^2 \\ y' = 4x \end{array}$$

$y = x^2 + C$ keyfi sabit
keyfi parametre

$$y = x^2 + 1$$

$$C = 1$$

$$y = x^2 - 500$$

$$C = -500$$

Genel çözümünden elde edilen
çözümler **özel çözüm** denir.

Tanım: Bir dif. denklemi özdeş olarak
sağlayan ve içinde merteye sayısı kadar
keyfi sabit içeren bir fonksiyona
dif. denklemin **genel çözümü** denir.

$$y' = 2x \Rightarrow \boxed{y = x^2 + C}$$

$$F(x, y, y') = 0 \rightarrow G(x, y, C) = 0$$

$$F(x, y, y', y'') = 0 \rightarrow G(x, y, C_1, C_2) = 0$$

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \rightarrow G(x, y, C_1, C_2, \dots, C_n) = 0$$

$$y' = 2x \Rightarrow$$

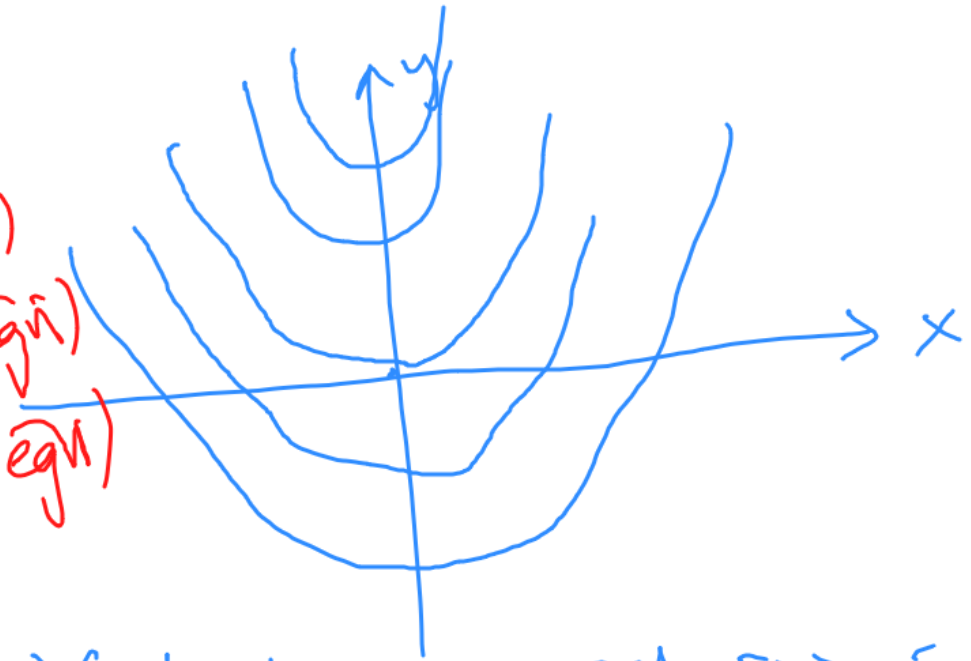
$$y = x^2 + C$$

$$y = x^2$$

$$y = x^2 + 1$$

$$y = x^2 - 1$$

özel (eğr.)
özel (eğr.)
özel (eğr.)



Bir diff. denklemin genel çözümü
bize eğri ailesini verir.

Tekil çözüm: Genel çözümden elde edilemeyen çözüme denir.

Berlang's Degr problems:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$F(x, y, y') = y^{(n)}$$

$$\left. \begin{array}{l} y(x_0) \\ y'(x_0) \end{array} \right\}$$

$$y' = f(x, y) \quad y(x_0)$$

Berlang's Degr

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$$

$$x_0 \in \mathbb{R}$$

Degr

$$y(x_0) = y_0 \in \mathbb{R}$$

$$y'(x_0) = y_1 \in \mathbb{R}$$

$$y''(x_0) = y_2 \in \mathbb{R}$$

$$\vdots$$

$$y^{(n)}(x_0) = y_{n-1} \in \mathbb{R}$$

Berlang's Degr problem

$$y = f(x) \quad y = y(x)$$

örnek $\{y' = 2x\}$ dif. denklemini çözüyoruz.

$y(0) = 1$

$y' = 2x \Leftrightarrow$

$y = x^2 + C$

Genel çözüm

$x=0 \quad y=1$

$1 = 0^2 + C$
 $C = 1$

$y = x^2 + 1$

$y' = 2x$ dif. denkleminin
eğrisinin denklemini

$A(0,1)$ noktasından geçen
bulunur.