1

03/06/2020

Problem: Yıllık i efektif faiz oranı ile oluşturulmuş annüitelere ilişkin aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

1) n yıl boyunca her yılın sonunda 5 TL ve 2n yıl boyunca her yılın sonunda 10 TL ödeme yapılan iki annüitenin bugünkü değerleri toplamı 128 TL dir.

2) n yıl ertelenmiş 2 TL ödenen n yıllık dönem sonu annüitenin bugünkü değeri ise 6 TL dir.

Bu verilere göre yıllık i efektif faiz oranı ile oluşturulmuş (n+1) yıllık dönem başı annüitenin bugünkü değerini bulunuz.

Çözüm

$$10a_{\overline{2n}|} + 5a_{\overline{n}|} = 128 \quad (1)$$

$$2 v^n a_{\overline{n}|i} = 6 \quad (2)$$

$\ddot{a}_{\overline{n+1}|} = 1 + a_{\overline{n}|}$ dir ispatlıyalım

$$(1+i)\left(\frac{1-v^{(n+1)}}{i}\right) = 1 + \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{i+1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$= (1+i)\underbrace{\frac{\left(1-(1+i)^{-n-1}\right)}{i}}_{a_{\overline{n+1}|i}}$$

İsp. biter.

$\boxed{2}$ $a_{\overline{2n}|i} = (a_{\overline{n}|i} + v^n a_{\overline{n}|i})$

$$= \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + (1+i)^{-n}\, \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$= \frac{1-\cancel{(1+i)^{-n}}}{i} + \frac{\cancel{(1+i)^{-n}} - (1+i)^{-2n}}{i}$$

$$a_{\overline{2n}|i} = \frac{1-(1+i)^{2n}}{i}$$

(1) eşitliğinden.

$$10(a_{\overline{n}|i} + v^n a_{\overline{n}|i}) + 5\, a_{\overline{n}|i} = 128$$

$$15 a_{\overline{n}|i} + 10 v^n a_{\overline{n}|i} = 128$$

$$15 a_{\overline{n}|i} + 10 \cdot 3 = 128$$

$$15 a_{\overline{n}|i} = 98$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{98}{15}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = 1 + a_{\overline{n}|i}$$

$$= 1 + \frac{98}{15}$$

$$= \frac{113}{15}$$

3

$a_{\overline{n}|}(1+v^n+v^{2n})=8$ ve yıllık efektif faiz oranı %10 olarak verildiğine göre. Yılın başında 100 TL ödenen $(2n-1)$ yıllık annüitenin birikimli değerini bulun.

$$a_{\overline{n}|}(1+v^n+v^{2n}) = a_{\overline{3n}|}=8 \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-3n}}{i}=8$$

$$1-(1+0{,}1)^{-3n}=8.0{,}1$$

$$1-0{,}8=(1.1)^{-3n}$$

$$0.2=(1.1)^{-3n}$$

$$\frac{1}{0.2}=(1.1)^{3n}$$

$$5=(1{,}1)^{3n}$$

$$(1{,}1)^n=5^{1/3}\cong 1{,}71$$

bize sorulan $\ddot{s}_{\overline{2n}|}=s_{2n}-1$

$$=\frac{(1+i)^{2n}-1}{i}-1$$

$$=\frac{(1{,}71)^2-1}{0{,}1}-1=18{,}241$$

$$100\,\ddot{a}_{\overline{2n-1}|}=100\times 18{,}241=1824{,}1$$

Örnek 3

Bir Banka $v^{10}=0.5$ değerine bağlı olarak, bugünkü değeri birbirine eşit iki annüite oluşturmuştur.

Birinci annüite ilk on yıl her yılın başında 10 TL ikinci 10 yıl boyunca her yılın başında 20 TL ve üçüncü 10 yıl boyunca her yılın başında 10 TL ödenmektir.

İkinci annüite ise ilk on yıl boyunca her yılın başında X TL ikinci 10 yıl boyunca her yılın başında 0 TL ve üçüncü 10 yıl boyunca her yılın başında X TL ödemektir.

Yukarıdaki verilere göre X değerini bulun.

Çözüm:

$$10\ddot{a}_{\overline{10}|}+20v^{10}\ddot{a}_{\overline{10}|}+10v^{20}\ddot{a}_{\overline{10}|}=X\ddot{a}_{\overline{10}|}+Xv^{20}\ddot{a}_{\overline{10}|}$$

$$\cancel{\ddot{a}_{\overline{10}|}}(10+20v^{10}+10v^{20})=\cancel{\ddot{a}_{\overline{10}|}}(X+v^{20}X)$$

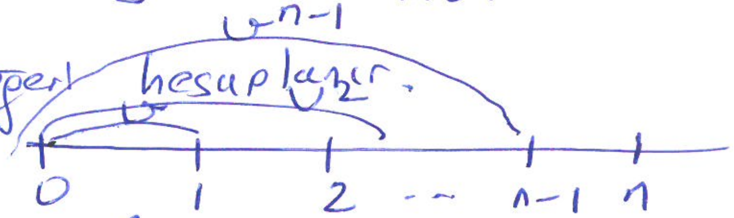
$$10+20\,0.5+10(0.5)^2=X(1+(0.5)^2)$$

$$22.5=1.25X$$

$$X=\frac{22.5}{1.25}=18$$

5 Sonsuz sayıda ödeme yapılan annüiteler

Sonsuz sayıda yapılan annüitenin sadece bugünkü değeri hesaplanır.



$$a_{\overline{n}|} = v + v^2 + \dots + v^{n-1}$$

$$a_{\overline{n}|} = v\left(1 + v + \dots + v^{n-2}\right)$$

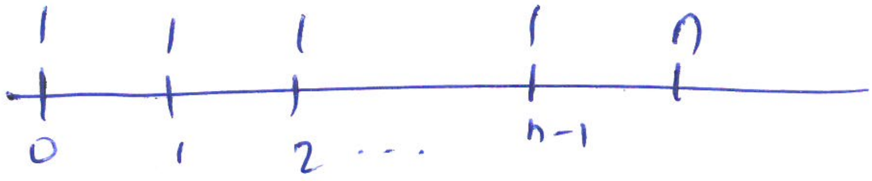
$$= v\left(\frac{1 - v^{n-1}}{1 - v}\right) \qquad v < 1$$

$$\lim_{n \to \infty} = v\left(\frac{1 - v^{n-1}}{1 - v}\right) = \frac{v}{1 - v} = \frac{(1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}} = \frac{\frac{1}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}}$$

$$a_{\overline{\infty}|} = \frac{1}{\cancel{1+i}} \cdot \frac{\cancel{1+i}}{i} = \frac{1}{i} \Rightarrow \text{Dönem sonu sonsuz annüite}$$

Dönem başı olur ise

$$\ddot{a}_{\overline{\infty}|} = ?$$



$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{1 - v} \Rightarrow \lim_{n \to \infty} \frac{1}{1 - v} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{1+i}{i}$$

$$\ddot{a}_{\overline{\infty}|} = (1+i)\frac{1}{i}$$