[1]

8 mayıs 2020

Problem

Mehmet bir banka hesabına 500$ para yatırıyor. Bu hesap %6lık bayılığa dönüştürülebilen nominal faiz oranı ile işletiliyor. Aynı anda Ali de farklı bir hesaba 400 $ ~~farklı bir hesaba~~ yatırıyor. Ali'nin hesabı da sabit δ anlık faiz oranı ile işletiliyor. 6 sene sonra her ikisininde hesabındaki tutar eşit olmaktadır. Buna göre δ'yı hesaplayınız

$$\text{Mehmet} \Rightarrow 500\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{2\times 6}$$

$$\text{Ali} \Rightarrow 400\left(e^{6\delta}\right)$$

$$5\cancel{00}(1.03)^{12} = 4\cancel{00}\, e^{6\delta}$$

$$\ln 5 + 12\ln 1.03 = \ln 4 + 6\delta$$

$$\boxed{\delta = 0.0963}$$

problem: Merve bir bankadan yıllık %15 faiz oranıyla 3000$ borç almıştır. Borcunu 35 tane aylık 100$lık ödemeler ve 3. yıl sonunda son bir balon ödemeyle kapatmayı düşünüyor. Balon ödemenin değerini bulunuz

$$(1+0.15)^1 = (1+j)^{12}$$

$$j = 0,0117$$

$$a_{\overline{35}|j} = \frac{1-(1+j)^{-35}}{j} = \frac{1-(1.0117)^{-35}}{0.0117} = 28,5446$$

$$3000 = 100\, a_{\overline{35}|j} + X(1+j)^{-36}$$

$$3000 = 100 \cdot 28.5446 + X(1.0117)^{-36} \Rightarrow X = 215.1787$$

$\boxed{2}$

Problem: Ahmet yıllık %8 efektif faiz oranı altında bir borç almıştır. Her senenin sonunda ödeme yaparak 25 senede bu borcu kapatacaktır. İlk ödeme 100 dür. Sonraki ödemeler her yıl 20 artmaktadır. Orjinal borç miktarını hesaplayın.

$$A = P\, a_{\overline{n}|} + Q\, \frac{a_{\overline{n}|} - n v^n}{i}$$

$P = 100 \quad Q = 20 \quad i = 0.08$

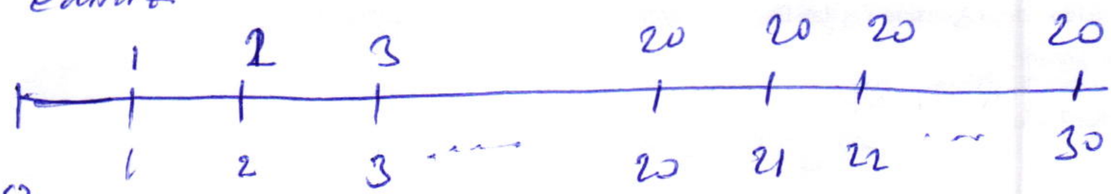
$$A = 100\, \frac{1-(1+0.08)^{-25}}{0.08} + 20\left(\frac{\frac{1-(1.08)^{-25}}{i} - 25.(1.08)^{-25}}{0.08}\right)$$

$$A = 2823.5681$$

Problem 1 ödemesiyle başlayan, bundan sonraki her ödemesi 20'ye ulaşana kadar 1er artan ve sonrada bu seviyede toplam 30 yıllık ödeme yapacak şekilde bu seviyede kalan bir dönem sonu annüiteyi dikkate alınız.

a) Bu annüite için zaman diyagramı çizerek ödemeleri diyagram üzerinde gösteriniz.

b) Yıllık efektif faiz oranın i olduğu kabulüyle bugünkü değerini farklı şekilde ifade ediniz.



$P = 1 \quad Q = 1$ durumu

$$A = a_{\overline{n}|} + Q\, \frac{a_{\overline{n}|} - n v^n}{i}$$

$$(Ia) = a_{\overline{20}|} + \frac{a_{\overline{20}|} - 20 v^n}{i}$$

b) Bugünkü değer

$$= (Ia)_{\overline{20}|} + 20\, a_{\overline{10}|}\, v^{20}$$

$\boxed{3}$ 2) B. ugünkü değer. $= 20\, a_{\overline{30}|i} - (Da)_{\overline{19}|i}$

3) Bugünkü değer $= (Ia)_{\overline{30}|i} - (Ia)_{\overline{10}|i}\, v^{20}$

4) Bugünkü değer $= a_{\overline{30}|i} + a_{\overline{29}|i}\, v + \dots + a_{\overline{11}|i}\, v^{19}$

$$= \sum_{t=0}^{19} a_{\overline{30-t}|} \cdot v^t$$

<u>Problem</u>: Her 6 aylık periyodun başında 1 ödemesi yapan bir sonsuz annüitenin bugünkü değeri 20 dir. Başka bir sonsuz annüite her 2 senenin başında X ödemesi yapmaktadır. Aynı yıllık efektif faiz oranı altında bu sonsuz annüitelerin bugünkü değerleri birbirine eşittir X'i hesaplayın.

$$1 + v^{0.5} + v + v^{1.5} + \dots = \frac{1 - \cancel{v^{n+1}}}{1 - v^{0.5}} = 20 \qquad \lim_{n\to\infty} 0$$

$$X\left[1 + v^2 + v^4 \dots\right] = X\,\frac{1 - \cancel{v^{2n+1}}}{1 - v^2} = 20$$

$$X\,\frac{1}{1-v^2} = \frac{1}{1-v^{0.5}} \qquad \frac{1}{1-v^{0.5}} = 20$$

$$1 = 20 - 20v^{0.5}$$

$$X\,\frac{1}{1-\left(\frac{19}{20}\right)^4} = \frac{1}{1-\frac{19}{20}} \qquad 20v^{0.5} = 19$$

$$v^{0.5} = \frac{19}{20}$$

$$X = \frac{1-\left(\frac{19}{20}\right)^4}{1-19/20} = \frac{0.185}{0.05} = 3.7 \qquad v^2 = \left(\frac{19}{20}\right)^4$$

Problem

$\boxed{4}$ Yıllık efektif faiz oranıyla aşağıda verilen annüitelerin herikisinde 0 anında X bugünkü değerine sahiptir.

1) Yıllık ödemeleri 55 olan 20 senelik bir dönem sonu annüite

ii) Yıllık ödemeleri ilk on sene 10 ikinci 10 sene 60 ve son 10 sene 90 olan 30 senelik bir dönem sonu annüite X=?

i) için $55\, a_{\overline{20}|i} = 55\,(a_{\overline{10}|i} + v^{10} a_{\overline{10}|i})$

ii) $30\, a_{\overline{10}|i} + 60\, a_{\overline{10}|i} v^{10} + 90\, a_{\overline{10}|i} v^{20}$

$$55\, \cancel{a_{\overline{10}|i}} + 55\, v^{10} \cancel{a_{\overline{10}|i}} = 30\, \cancel{a_{\overline{10}|i}} + 60\, \cancel{a_{\overline{10}|i}} v^{10} + 90\, \cancel{a_{\overline{10}|i}} v^{20}$$

$$55 + 55v^{10} = 30 + 60v^{10} + 90v^{20}$$

$$0 = -25 + 5v^{10} + 90v^{20}$$

$$18v^{20} + v^{10} - 5 = 0$$

$$v^{10} = \frac{-1+\sqrt{1+90}}{36} = 0.237$$

$$(1+i)^{-10} = 0.237 \Rightarrow (1+i)^{10} = \frac{1}{0.237} = 4.219$$

$$X = 55\, a_{\overline{20}|i} = 55\,\frac{(1-v^{20})}{i}$$

$1+i = 1.1548$

$i = 0.1548$

$$= 55\left(\frac{1-(0.237)^2}{0.1548}\right) = 33534$$

$\boxed{5}$ Problem

03 06 2012 ile 03 12 2026 tarihleri arasında iki tarihde dahil olmak üzere her 6 aylık dönemde 50 $ ödeme yapılmaktadır 6 aylığa dönüştürüle bilen nominal faiz oranı %10 olduğuna göre

a) 03 06 2010 tarihindeki bugünkü değeri $a_{n\rceil i}$ veya $\ddot{a}_{n\rceil i}$ sembollerini kullanarak

03 06 2010 — 03 12 2011 — 03 06.2012 — 03.12 2017 — 03.12 2026

$\underbrace{03.06.2012 \quad 03.12\,2026}_{14 \text{ yıl}}$

03.06 2026

14x2=28 dönem

03.06 2010 $50\, a_{30\rceil 0.5}$ $(1+0.5)^{-3}$

daki değer.

28+1=29

başlangıç

03.06-2026
03.12-2026 } 1

03 06 2011

03 12 2010

03 06 2010

29+1=30 dönem

03 06 2012 daki değer $50\, \ddot{a}_{30\rceil 0.5}$ dür

03.06 2012 ile 03 06 2010 arasında 4 dönem var

03.06 2010 daki değer $50\, \ddot{a}_{30\rceil 0.5}(1+0.5)^{-4}$ dür

$\boxed{6}$ b) 03.12 2017 deki değeri $a_{\overline{n}|}$ ve $S_{\overline{n}|}$ ile ifade ediniz

03 06 2012 ile 03 06 2017 arasında

5 yıl var. $5 \times 2 = 10$ dönem 1 de 03 06 2012 deki değer 11 binde 03.12 2017 1 (6 ay fazla) olursa 12 dönem oluyor toplam 30 dönemde ödeme yapılmış $30 - 12 = 18$ dönem

$50 \left(S_{\overline{12}|0.05} + a_{\overline{18}|0.05} \right)$ olur. geriye gelmişse

c) 03 09 2030 tarihindeki birikmiş değeri $S_{\overline{n}|}$ ve $\ddot{S}_{\overline{n}|}$ ile ifade ediniz

03 06 2012 ile 03 06 2030 arasında (binde başlangıçtan 37)

18 yıl. $18 \times 2 = 36$ dönem 1 03 09 2030 olduğundan binde yarım dönem var. 37.5 dönem

$$50\, S_{\overline{30}|0.05} (1.05)^{7} (1.05)^{1/2}$$

yada

$$50\, \ddot{S}_{\overline{30}|0.05} (1.05)^{6} (1.05)^{1/2}$$

Problem Ahmet yıllık efektif %5 faiz oranı ile bir borç almıştır. Her senenin sonunda ödeme yaparak 40 senede bu borcunu kapatacaktır. İlk ödeme 200 dür ve sonraki ödemeler 10 artmaktadır. Orjinal borç miktarını hesaplayın.

$$\text{Bugünkü değer} = P a_{\overline{n}|} + q \frac{a_{\overline{n}|} - n v^{n}}{i}$$

$$= 200 \frac{1 - (1+0.05)^{-40}}{i} + 10 \left(\frac{\frac{1-(1+0.05)^{-40}}{i} - 40 (1.05)^{-40}}{i} \right)$$

$$= 5727.63$$