

1

LINEER PROGRAMLAMA TEORİSİ 8.12.2020

$$\text{Maks } z = 3x_1 + 4x_2$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 1200$$

$$2x_1 + x_2 \leq 1000 \Rightarrow$$

$$4x_2 \leq 800$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\text{Maks } z = 3x_1 + 4x_2$$

$$2x_1 + 3x_2 + s_1 = 1200$$

$$2x_1 + x_2 + s_2 = 1000$$

$$4x_2 + s_3 = 800$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

oldurdu.

ve çözüm verilir.

B		C	c_1	c_2	$C_3(s_1)$	$C_4(s_2)$	$C_5(s_3)$
			3	4	0	0	0
j	G	v_j	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
1	3	$x_1 = 450$	1	0	$-1/4$	$3/4$	0
s_3	0	$s_3 = 400$	0	0	-2	2	1
2	4	$x_2 = 100$	0	1	$1/2$	$-1/2$	0
$G - z_j$		$z_0 = 1750$	0	0	$-5/4$	$-1/4$	0

Bahan	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Güç
Z	0	0	$5/4$	$1/4$	0	1750
x_1	1	0	$-1/4$	$3/4$	0	450
s_3	0	0	-2	2	1	400
x_2	0	1	$1/2$	$-1/2$	0	100

Sıradaki
Tablo yandaki
gibi verilecek
yukarıdaki
Tabloya çevirelim.

a) ilk kısıtın dual değeri bulunur
yazılır. yada dual fiyatı
yazılır
 $G - z_3 = -5/4$ $z_3 = 5/4$ $y_1 = 5/4$

2

b) İlk kısıtın sağ taraf sabitini değıştiren analizi ne olmalı ki mevcut çözüm optimal olarak kalsın.

Sınav sorusunun kare tersine aldığı yolla yukarıdaki tablonun V_3, V_4, V_5 'in altındaki yarı (V_3, V_4, V_5) 'in oluşturduğu matris optimal çözümün ters matrisidir. Bu ters matris ile sağ taraf sabitleri çarpılırsa problemin çözümünü verir. Ancak sağ taraftaki ilk sabitin değıştiren analizi istendiğinden, ilk sabite D_1 ilave edilerek ters matrisle çarpılır.

yarı

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1200 + D_1 \\ 1000 \\ 800 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{4}(1200 + D_1) + \frac{3}{4}1000 \\ -2400 + 2D_1 + 2000 + 800 \\ 600 + \frac{1}{2}D_1 - 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 450 - \frac{1}{4}D_1 \\ -2D_1 + 400 \\ 100 + \frac{1}{2}D_1 \end{bmatrix}$$

$$450 - \frac{1}{4}D_1 \geq 0 \quad D_1 \leq 1850$$

$$-2D_1 + 400 \geq 0$$

$$D_1 \leq 200$$

$$100 + \frac{1}{2}D_1 \geq 0$$

$$D_1 \geq -200$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -200 \leq D_1 \leq 200 \end{bmatrix}$$

3

$$-200 \leq D_1 \leq 200$$

$$1200 - 200 \leq 1200 + D_1 \leq 1200 + 200$$

$$1000 \leq 1200 + D_1 \leq 1400$$

c) Sağ taraf sabiti 1300 olduğunda yeni optimum değeri ve yeni amaç fonksiyonun değeri problemi görmeden bulunuz.

Bilindiği gibi

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ s_3 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/4 & 3/4 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1200 + D_1 \\ 1000 \\ 800 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 450 - \frac{1}{4} D_1 \\ -2D_1 + 400 \\ 1000 + \frac{1}{2} D_1 \end{bmatrix}$$

Sağ tarafın 1300 olması $D_1 = 100$ olması demektir.
Yukarıdaki sisteme $D_1 = 100$ konursa

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ s_3 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 450 - \frac{1}{4} \cdot 100 \\ -2 \cdot 100 + 400 \\ 1000 + \frac{1}{2} \cdot 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 425 \\ 200 \\ 1050 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} Z &= 3x_1 + 4x_2 = 3 \times 425 + 4 \times 1050 = 1275 + 4200 \\ &= 1275 + 600 \\ &= \underline{\underline{1875}} \end{aligned}$$

4 d) x_1 'in amaç fonksiyonundaki katsayısının değeri aralığını x_1 'in optimal çözümde kalması halinde bulunuz.

B	C	C_1	C_2	$C_3(s_1)$	$C_4(s_2)$	$C_5(s_3)$
		$3+d_1$	4	0	0	0
$\downarrow$	C_j	V_0	V_1	V_2	V_4	V_5
1	$3+d_1$	$X_1=450$	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
s_3	0	$X_3=600$	0	0	-2	2
2	4	$X_2=100$	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$C_j - Z_j$	$Z_0=1750$	0	0			0

$$Z_3 = -\frac{1}{4}(3+d_1) + 2$$

$$C_3 - Z_3 = \frac{1}{4}(3+d_1) - 2 \geq 0$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}d_1 - 2 \geq 0$$

$$\frac{1}{4}d_1 \geq \frac{5}{4} \quad d_1 \geq 5$$

$$d_1 \leq 5$$

$$Z_4 = \frac{3}{4}(3+d_1) - 2$$

$$C_4 - Z_4 = -\frac{3}{4}(3+d_1) + 2 < 0$$

$$-\frac{1}{3} \leq d_1 \leq 5$$

$$= -\frac{9}{4} - \frac{3}{4}d_1 + 2 < 0$$

$$= -\frac{1}{4} - \frac{3}{4}d_1 < 0 \quad d_1 > -\frac{1}{3}$$

5

$$-\frac{1}{3} \leq d_1 \leq 5$$

$$-\frac{1}{3} + 3 \leq d_1 + 3 \leq 5 + 3$$

$$\boxed{\frac{8}{3} \leq d_1 + 3 \leq 8}$$

Problem, Belli bir miktarda para ile 5 adet fona yatırım yapılacaktır. Paramanasıl yatırılacağına dair bazı kısıtlamalar mevcuttur. Problemin verisi aşağıdaki tabloda verilmiştir.

İsim	Tip	Kalite	Vade (Yıl)	Getiri
A	Yerel	2	9	%8.6
B	Ağans	2	15	%5.4
C	Devlet	1	4	%6.5
D	Devlet	1	3	%4.4
E	Yerel	5	2	%9

Beş adet fon mevcuttur. (A, B, C, D, E). Her bir fonun tipi, kalite derecesi (E niyi kalite derecesi 1), Yıl clisinden verilen vadesi ve bir getiri oranı mevcuttur. Anaş ortalama getiriyi aşağıda verilen kısıtları Sağliyacak şekilde maksimize etmektir.

1. Yatırılacak para en fazla 10 milyon \$ dir.
2. Yerel fonlarda toplamda 3 milyon \$ dan fazla yatırılmaz.
3. ortalama kalite derecesi 1.4 derece değermi aşamaz.
4. ortalama vade süresi 5 yıldan fazla olamaz.

6

x_i i forunda yattirilacale miktar,

$$i \in \{A, B, C, D, E\}$$

$$\text{Max } Z = 8.6 x_A + 5.4 x_B + 5. x_C + 4.4 x_D + 9 x_E$$

$$(1) \quad x_A + x_B + x_C + x_D + x_E \leq 10$$

$$(2) \quad x_A + x_E \leq 3$$

$$(3) \quad \frac{2x_A + 2x_B + x_C + x_D + 5x_E}{x_A + x_B + x_C + x_D + x_E} \leq 1.4$$

$$(4) \quad \frac{9x_A + 15x_B + 4x_C + 3x_D + 2x_E}{x_A + x_B + x_C + x_D + x_E} \leq 5$$

$$x_A, x_B, x_C, x_D, x_E \geq 0$$

7	6	4	$a_1 = 41$
1	4	3	$a_2 = 32$
5	1	4	$a_3 = 45$
2	1	0	$a_4 = 20$
$b_1 = 43$	$b_2 = 55$	$b_3 = 30$	128

$$\sum_j b_j = 128 \quad \sum_i a_i = 138 \quad 138 - 128 = 10 = b_4$$

[7]

$b_4=10$ birim sahile depo kurulacak

$\textcircled{21}^{+t}$ 7	6	$\textcircled{10}^{+t}$ 7	$\textcircled{10}^0$	$q_1=41$
$\textcircled{22}^{+t}$ 1	$\textcircled{10}^{+t}$ 4	3	0	$q_2=32$
5	$\textcircled{45}^{+t}$ 1	4	0	$q_3=45$
2	$\textcircled{20}^{+t}$ 1	$\textcircled{20}^{+t}$ 0	0	$q_4=20$
$b_1=43$	$b_2=55$	$b_3=30$	$b_4=10$	

Problem dengeli hale gelmiştir. Bu problemin başlangıç görünümü En küçük fiyatlı hücreye maksimum mal yerleştirerek gerçekleştirilir

$$\text{Mal. } Z = 21 \times 7 + 4 \times 10 + 10 \times 0 + 22 \times 1 + 10 \times 4$$

$$+ 45 \times 1 + 20 \times 0$$

$$= 147 + 40 + 22 + 40 + 45$$

$$= 294$$

$$u_1 + v_1 = 7$$

$$u_1 + v_3 = 4$$

$$u_1 + v_4 = 0$$

$$u_2 + v_1 = 1$$

$$u_2 + v_2 = 4$$

$$u_3 + v_2 = 1$$

$$u_4 + v_3 = 0$$

$$u_1 = 0 \quad v_1 = 7$$

$$u_2 = -6 \quad v_2 = 10$$

$$u_3 = -9 \quad v_3 = 4$$

$$u_4 = -4 \quad v_4 = 0$$

$$q_{11} = 2 - (u_1 + v_1) = -1$$

$$q_{12} = 1 - (u_1 + v_2) = -5$$

$$q_{14} = 0 - (u_1 + v_4) = -4$$

$$q_{31} = 5 - (u_3 + v_1) = 7$$

$$q_{33} = 4 - (u_3 + v_3) = 9$$

$$q_{34} = 0 - (u_3 + v_4) = 9$$

$$q_{12} = 6 - (u_1 + v_2) = -4$$

$$q_{23} = 3 - (u_2 + v_3) = 5$$

$$q_{24} = 0 - (u_2 + v_4) = 6$$

8

$q_{42} = t$ digelun

$t = 10$ else editun

61 ^t ₇		20 ^t ₄	10 ₀	$a_1 = 41$
32 ₁	40 ₄			$a_2 = 32$
	45 ₁			$a_3 = 45$
t ₂	10 ₁	10 ^t ₀		$a_4 = 20$
$b_1 = 43$	$b_2 = 55$	$b_3 = 30$	$b_4 = 10$	

$$11 \times 7 + 20 \times 4 + 10 \times 0 + 32 \times 1 + 45 \times 1 + 10 \times 1 + 10 \times 0$$

$$77 + 80 + 32 + 45 + 10 = 244$$

$$u_1 + v_1 = 7$$

$$u_1 + v_3 = 4$$

$$u_1 + v_4 = 0$$

$$u_2 + v_1 = 1$$

$$u_3 + v_2 = 1$$

$$u_4 + v_2 = 1$$

$$u_4 + v_3 = 0$$

$$u_1 = 0 \quad v_1 = 7$$

$$u_2 = -6 \quad v_2 = 5$$

$$u_3 = -4 \quad v_3 = 4$$

$$u_4 = -4 \quad v_4 = 0$$

$$q_{12} = 6 - (u_1 + v_2) = 1 \quad q_{34} = 0 - (u_3 + v_4) = 4$$

$$q_{22} = 4 - (u_2 + v_2) = 3 \quad q_{41} = 2 - (u_4 + v_1) = -1$$

$$\cancel{q_{31} = 5 - (u_3 + v_1)} \quad q_{44} = 0 - (u_4 + v_4) = 4$$

$$q_{23} = 3 - (u_2 + v_3) = 5$$

$$q_{24} = 0 - (u_2 + v_4) = 6$$

$$q_{31} = 5 - (u_3 + v_1) = 2$$

$$q_{33} = 4 - (u_3 + v_3) = 4$$

$$q_{41} = t$$

$$\boxed{t = 10}$$

9

$\textcircled{1} \begin{smallmatrix} +t \\ 7 \end{smallmatrix}$	$t \quad 6$	$\textcircled{30} \quad 4$	$\textcircled{10} \quad 0$	$a_1=41$
$\textcircled{32} \quad 1$	4	3	0	$a_2=32$
5	$\textcircled{45} \quad 1$	4	0	$a_3=45$
$\textcircled{10} \begin{smallmatrix} +t \\ 2 \end{smallmatrix}$	$\textcircled{10} \begin{smallmatrix} -t \\ 1 \end{smallmatrix}$	0	0	$a_4=20$
$b_1=43$	$b_2=55$	$b_3=30$	$b_4=10$	

$$u_1 + v_1 = 7$$

$$u_1 + v_3 = 4$$

$$u_1 + v_4 = 0$$

$$u_2 + v_1 = 1$$

$$u_3 + v_2 = 1$$

$$u_4 + v_1 = 2$$

$$u_4 + v_2 = 1$$

$$u_1 = 0 \quad v_1 = 7$$

$$u_2 = -6 \quad v_2 = 6$$

$$u_3 = -5 \quad v_3 = 4$$

$$u_4 = -5 \quad v_4 = 0$$

$$a_{12} = 6 - (u_1 + v_2) = 0$$

$$a_{22} = 4 - (u_2 + v_2) = 4$$

$$a_{23} = 3 - (u_2 + v_3) = 5$$

$$a_{24} = 0 - (u_2 + v_4) = 6$$

$$a_{31} = 5 - (u_3 + v_1) = 3$$

$$a_{33} = 4 - (u_3 + v_3) = 5$$

$$a_{34} = 0 - (u_3 + v_4) = 5$$

$$a_{43} = 0 - (u_4 + v_3) = 1$$

$$a_{44} = 0 - (u_4 + v_4) = 5$$

$$\text{Nallyet } 1 \times 7 + 30 \times 4 + 10 \times 0$$

$$+ 22 \times 1 + 45 \times 1 + 10 \times 2$$

$$+ 10 \times 1$$

$$= \underline{\underline{234}}$$

10

• 7	(1) 6	(30) 4	(10) 0	$a_1=4$
(32) 1	4	3	0	$a_2=32$
5	(45) 1	4	0	$a_3=45$
(11) 2	(9) 1	0	0	$a_4=20$
$b_1=43$	$b_2=55$	$b_3=30$	$b_4=10$	

$$\text{Maliyet } Z = 1 \times 6 + 30 \times 4 + 10 \times 0 + 32 \times 1 + 45 \times 1 + 11 \times 2 + 9 \times 1 = 6 + 120 + 32 + 45 + 22 + 9$$

Alternatif çözüm.