

11

24/04/2020

96/1] Buğra 10 yıl boyunca her yılın sonunda 2000 TL yatırarak 11. yılın sonunda X TL değerinde bir araba satın almak istemektedir. Yıllık efektif faiz oranı %08 olarak verildiğine göre X değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} X &= 2000 S_{n|i} = 2000 \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ &= 2000 \frac{(1+0.08)^{10} - 1}{0.08} \\ &= 2000 \frac{(1.08)^{10} - 1}{0.08} = 2000 \frac{2.1589 - 1}{0.08} \\ &= 2000 \frac{1.1589}{0.08} \\ &= 2000 \cdot 14.4862 \\ &= 28972.5 \text{ TL imiş} \end{aligned}$$

96/2] Ali 10 yıl boyunca, her yılın başında 2500 TL ödiyerek bir emeklilik planı satın almıştır. Ali şu an 45 yaşındadır. Ve emeklilik ödemeleri 65 yaşını doldurduğunda başlayacaktır. Ali aylığa dönüştürülebilen yıllık nominal faiz oranı %012 verildiğine göre, Ali bu emeklilik planını kaç TL satın almıştır?

Çözüm: 65-45=20 yıl, dönem başı ödemeleri bugünkü değeridir. $2500 \cdot \ddot{a}_{n|i} = 2500 (1+i) \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 2500 (1+0.06) \frac{1-(1+0.06)^{-20}}{0.06}$

2) 96/2' nin devamı

$$= 2500 (1.06) \frac{1 - (1.06)^{-40}}{0.06} = 2500 \cdot 1.06 \cdot \frac{0.9027}{0.06}$$

= 39872.6867 TL'ye
Satın alınmıştır.

97/8 Melek ve Deniz aynı ayı farklı formlara 30 yıl boyunca her yılın sonunda 1500 TL yatırmaktadırlar. Melek 33 yılın sonundan başlayarak 15 yıl boyunca her bir yılın sonunda X TL, Deniz ise 34. yılın sonundan başlayarak 20 yıl boyunca her bir yılın sonunda Y TL

$$M = 1500 a_{\overline{30}|0.08} - X a_{\overline{15}|0.08} v^{33} = 0$$

Gerekli farkın tüketim için

$$D = 1500 a_{\overline{30}|0.06} - Y a_{\overline{20}|0.06} v^{31} = 0$$

Melek'in yıllık efektif faiz oranı 0.08 deniz ise 0.06'dir $X - Y = ?$

$$1500 \frac{1 - (1.08)^{-30}}{0.08} - X (1.08)^{-33} \frac{1 - (1.08)^{-15}}{0.08} = 0$$

$$1500 \cdot \frac{0.9}{0.08} - X \cdot 0.0788 \cdot \frac{0.684}{0.08} = 0$$

$$16875 - 0.67374 X = 0$$

$$X = \frac{16875}{0.67374} = 25046.75$$

$$D = 1500 \frac{1 - (1.06)^{-30}}{0.06} - Y \frac{1 - (1.06)^{-20}}{0.06} (1.06)^{-31} = 0$$

$$= 1238.83 - Y \cdot 11.469 \cdot 0.16425 = 0$$

$$Y = \frac{1238.83}{11.469 \cdot 0.16425} = 658.952$$

$$X - Y = 25046.75 - 658.952 = 24387.798$$

[3]

96/3

Ayşe'ül ilk 5 yıl boyunca her yılın sonunda 2000 TL, Sonraki 5 yıl boyunca her yılın sonunda 3000 TL ödenen bir annüite satın almıştır. Yıllık efektif iskonto oranı %10 olarak verildiğine göre bu annüitenin satın alındığı fiyatı bulunuz.

$$2000 \cdot a_{\overline{5}|i} + 3000 a_{\overline{5}|i} v^5$$

$$d = \frac{i}{1+i} \quad d + di = i \Rightarrow d = i - di$$

$$d = i(1-d) \quad i = \frac{d}{1-d} = \frac{0.1}{0.9} = \frac{1}{9} \text{ dur.}$$

$$2000 \frac{1-(1+i)^{-5}}{i} + 3000(1+i)^{-5} \frac{1-(1+i)^{-5}}{i}$$

$$2000 \frac{1-(1+\frac{1}{9})^{-5}}{\frac{1}{9}} + 3000(1+\frac{1}{9})^{-5} \frac{1-(1+\frac{1}{9})^{-5}}{\frac{1}{9}}$$

$$2000 \frac{1-(\frac{40}{9})^{-5}}{\frac{1}{9}} + 3000(\frac{10}{9})^{-5} \frac{1-(\frac{40}{9})^{-5}}{\frac{1}{9}}$$

$$2000 \frac{0.40}{\frac{1}{9}} + 3000(\frac{10}{9})^{-5} \cdot \frac{0.40}{\frac{1}{9}}$$

$$2000 \cdot 3.6 + 3000 \cdot 0.59 \cdot 3.6$$

$$7200 + 6372 = 13572 \text{ TL}$$

14
97/10

4n yılın sonunda 8000 TL biriktirebilmek için
ilk 2n yıl boyunca her yılın başında 75 TL
Sonraki 2n yıl boyunca her yılın başında
150 TL yatırılması gerekmektedir. $(1+i)^3 = 1.8$
olarak verilişine göre yıllık efektif faiz
oranını bulunuz.

$$75(1+i)^{2n} + 150(1+i)^{2n} =$$

$$75 S_{2n|i} (1+i)^{2n} + 150 S_{2n|i} = 8000$$

$$(1+i) \left(75 \frac{(1+i)^{2n} - 1}{i} (1+i)^{2n} + 150 \frac{(1+i)^{2n} - 1}{i} \right) = 8000$$

$$\frac{(1+i)}{i} \left(75 \cdot \frac{(1.8)^2 - 1}{i} (1.8)^2 + 150 \cdot \frac{(1.8)^2 - 1}{i} \right) = 8000$$

$$\left(\frac{1+i}{i} \right) (75 \cdot (2.24) (1.8)^2 + 150 (2.24)) = 8000$$

$$\left(\frac{1+i}{i} \right) (544.32 + 336) = 8000$$

880.32

$$\frac{1+i}{i} = 9.087$$

$$i = 8.087\%$$

5) $99/20$ $a_{3n71} - a_{n71} = x$ $a_{2n71} + a_{n71} = y$ ve $v_1 = 0.5$
olarak verilmişse göre $y/x = ?$

$$\begin{aligned} a_{3n71} - a_{n71} &= x & a_{n71} + a_{n71}v^n + a_{n71}v^{2n} - a_{n71} &= x \\ a_{2n71} + a_{n71} &= y & a_{n71} + v^n a_{n71} + a_{n71} &= y \\ a_{3n71} + a_{2n71} &= x + y & \frac{a_{n71}(v^n + v^{2n})}{a_{n71}(2 + v^n)} &= \frac{x}{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} &= \frac{2 + v^n}{v^n + v^{2n}} = \frac{2 + 0.5}{0.5 + 0.25} \\ &= \frac{2.5}{0.75} = 3.33 \end{aligned}$$

2. Vize Sınav Sorusu

Tutar fonksiyonu ikinci dereceden bir polinom olan 75\$'lık başlangıç yatırımı dikkate alalım. Bu yatırımın $t=1$ ve $t=2$ deki gelecek değerleri sırasıyla 90 ve 115\$'dır. Buna göre aşağıdakileri belirleyiniz

- Birinci senenin efektif faiz oranını
- $t=0.8$ ve $t=1.5$ zamanları arasındaki efektif iskonto oranını
- $t=1.5$ zamanındaki efektif faiz oranını
- $t=2$ zamanında ödenen 1\$'ın bugünkü değeri
- üçüncü senede elde edilen faiz miktarını

$$\begin{aligned} A(t) &= at^2 + bt + c & A(0) &= 75 = c & A(1) &= 90 & A(2) &= 115 \\ A(1) &= a + b + c = 90 & c &= 75 & a + b &= 15 & A(2) &= 4a + 2b + c = 115 \\ 4a + 2b &= 40 & a &= 5 & b &= 10 & A(1) &= 5 + 10 + 75 \text{ elde edilir.} \\ a + b &= 15 \end{aligned}$$

6) a) Birinci senenin efektif faiz oranı i_1

$$i_1 = \frac{90-75}{75} = \frac{15}{75} = 0.2$$

b) $t=0.8$ ve $t=1.5$ zamanları arasındaki efektif iskonto oranı

$$\frac{A(1.5) - A(0.8)}{A(1.5)} = \frac{101.25 - 86.2}{101.25} = 0.1486$$

$$c) \delta = \frac{A'(1.5)}{A(1.5)} = \frac{101 + 10}{5 + 2 + 10 + 75} \bigg|_{t=1.5} = \frac{25}{101.25} = 0.2469$$

$$d) \frac{A(2)}{A(0)} \leftarrow \frac{1}{2x} \quad x = \frac{A(0)}{A(2)} = \frac{75}{115} = 0.6522$$

e) üçüncü seneye elde edilen faiz miktarı

$$A(3) - A(2) = 150 - 115 = 35 \$$$

Problem Bir araba almak için 2 seçeneğimiz mevcuttur.

Seçenek 1: 13000\$ nakit ödemek

Seçenek 2: 1. senenin sonunda 7500\$, 2. senenin sonunda 6000\$ ve 3. ü senenin sonunda 1000\$ ödemek

aylığa ötürülebilir nominal faiz oranı %12 olduğuna göre hangi seçenek karlı?

$$\text{Bugünkü değer seçenek 2: } 7500 \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{-12} + 6000 \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{-24} + 1000 \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{-36} = 12080.1909$$

o halde 1. seçenek karlı.

7

Problem Önümüzdeki 50 yıl her 6 ayın sonunda 4000 TL tutarındaki ödemelerle bir borç ödenmektedir. Yıllık efektif faiz oranı %10 ise bu borcun bugünkü değerini bulunuz.

$$1+i = \left(1+\frac{j}{2}\right)^2 \Rightarrow j \text{ bulunacak}$$

$$1+0.1 = (1+j)^2$$

$$1+j = (1.1)^{1/2}$$

$$j = (1.1)^{1/2} - 1$$

$$j = 0.0488$$

$$a_{100|j} = \frac{1-(1+j)^{-100}}{j} = \frac{1-(1+0.0488)^{-100}}{0.0488}$$

$$= 4000 a_{100|j}$$

$$= 4000 \frac{1-(1.0488)^{-100}}{0.0488}$$

$$= 81268.6 \text{ TL}$$

Problem Yıllık efektif faiz oranı %10 olsun. Her yılın sonunda ödenen 1000, 1250, 1500, 1750 v.b şekilde yıllık ödemelere sahip olan sonsuz annüitenin bugünkü değerini bulunuz.

$$P=1000 \quad Q=250$$

$$A = P a_{\infty|i} + Q \frac{a_{\infty|i} - \infty v^{\infty}}{i}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} = P a_{\infty|i} + Q \frac{a_{\infty|i} - \infty v^{\infty}}{i}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} = P \cdot \frac{1}{i} + Q \cdot \frac{1}{i^2}$$

$$= 1000 \cdot \frac{1}{0.1} + 250 \cdot \frac{1}{0.01} = 35000 \text{ TL}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1}{i}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n v^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{(1+i)^n}$$

$$= \frac{1}{(1+i)^n \ln(1+i)} = 0$$