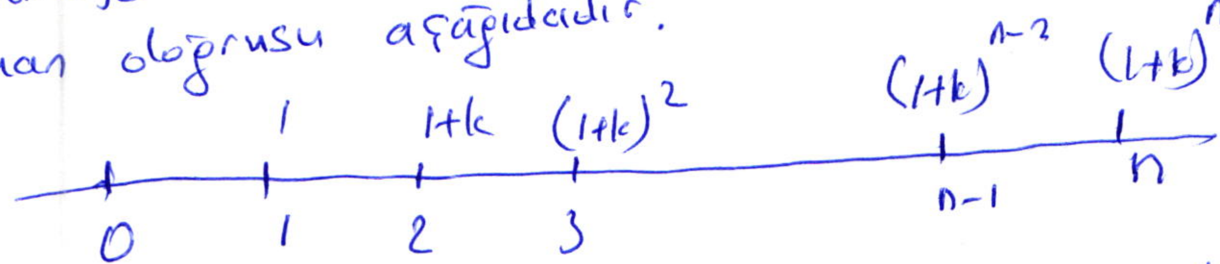
$\boxed{1}$ 15.05.2020

FİNANS MATEMATİĞİNE GİRİŞ

Geometrik seri biçiminde değişen ödemeli Annüiteler.

Ödemelerin 1ci dönemden sonra başladığı, ilk ödemenin 1 birim olduğu ve izleyen ödemelerin $(1+k)$ ortak çarpanı ile artarak ilerlediği n dönemlik bir annüite bu tür annüiteye örnek olarak verilebilir. Bu annüite için zaman doğrusu aşağıdadır.



Başlangıçdaki yani sıfırdaki değerini hesaplıyalım.

$$A = \underbrace{(1+i)^{-1}}_{v} + (1+k)v^2 + (1+k)^2 v^3 + \dots + (1+k)^{n-1} v^n$$

$$A = v\left(1 + (1+k)v + (1+k)^2 v^2 + \dots + (1+k)^{n-1} v^{n-1}\right)$$

$$A = v\left(\frac{1-(v(1+k))^n}{1-v(1+k)}\right) = \frac{v}{1-(1+k)v}\left(1-\left(\frac{1+k}{1+i}\right)^n\right)$$

$$= \frac{\frac{1}{1+i}}{1-\frac{1+k}{1+i}}\left(1-\left(\frac{1+k}{1+i}\right)^n\right) = \frac{\cancel{\frac{1}{1+i}}}{\frac{\cancel{1}+i-\cancel{1}-k}{\cancel{1+i}}}\left(1-\left(\frac{1+k}{1+i}\right)^n\right)$$

$$= \frac{1-\left(\frac{1+k}{1+i}\right)^n}{i-k} \qquad i>k$$

Birikim değeri $B = A(1+i)^n$ olur.

$$B = \frac{(1+i)^n-(1+k)^n}{i-k} \qquad i>k \text{ elde edilir}$$

$\boxed{2}$ $k > i$ ise

$$A = \frac{\left(\frac{1+k}{1+i}\right)^n - 1}{k-i} \qquad \beta = \frac{(1+k)^n - (1+i)^n}{k-i}$$

problem

Emre ilk ödemesi bir yıl sonra başlayan ve her yıl ödemeleri %5 oranında artan 10 yıllık bir annüiteyi 20.000 TL'ye satın almıştır. Yıllık efektif faiz oranı %10 olarak verildiğine göre bu annüitenin 5.ci ödeme tutarını bulunuz.

$$R\left(\frac{1-\left(\frac{1+k}{1+i}\right)^{10}}{i-k}\right) = 20.000$$

$$R\left(\frac{1-\left(\frac{1+0.05}{1+0.10}\right)^{10}}{0.10-0.05}\right) = 20.000$$

$$R = 2688.17$$

5ci ödeme tutarı $R(1+k)^4$ olur.

$$R(1+k)^4 = 2688.17\,(1+0.05)^4$$

$$= 3267.49$$

[3]

Örnek

98/15 $a_{3\overline{n}|} - a_{\overline{n}|} = 32$

$a_{2\overline{n}|} - a_{\overline{n}|} = 18$

olduğuna göre her yılın başında 1000 TL ödeyen annüitenin bugünkü değeri nedir?

$a_{\overline{n}|}(1+v+v^2) - a_{\overline{n}|} = 32$
$a_{\overline{n}|}(1+v) - a_{\overline{n}|} = 18$
oranlanırsa

$$\frac{v+v^2}{v} = \frac{32}{18}$$

$$1+v = 1+\frac{14}{18}$$

$$v = \frac{7}{9}$$

$$\frac{1}{1+i} = \frac{7}{9}$$

$1+i = \frac{9}{7}$ elde edilir.

2ci denklemden

$$a_{\overline{n}|}(1+v-1) = 18$$

$$a_{\overline{n}|}\, v = 18$$

$$a_{\overline{n}|} \frac{7}{9} = 18$$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{162}{7}$$

$\ddot{a}_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|}(1+i)$ dır.

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{162}{7} \cdot \frac{9}{7} = \frac{1458}{49}$$