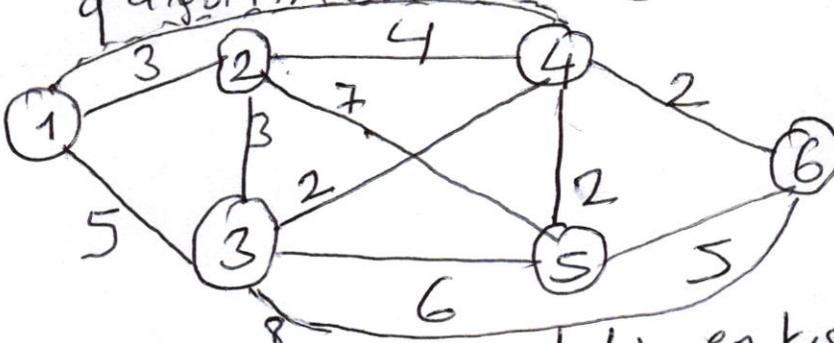


# YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

1

Örnek Aşağıdaki Şebekem dijitala 23.10.2020  
 9 algoritmasını uyguluyarak Cuma 900



1 ile 6 düğümleri arasındaki en kısa mesafeyi bulunuz

Düğüm	İşaret	Durum
1	[0 -]	kalıcı
2	[3 1]	← geçici
3	[5, 1]	geçici
4	[9, 1]	geçici

1ci Adım.

Düğüm	İşaret	Durum
1	[0 -]	kalıcı
2	[3, 1]	kalıcı
3	[5, 1] yada <del>[6, 2]</del>	← geçici
4	<del>[9, 1]</del> yada [7, 2]	geçici
5	[10, 2] <del>[10, 2]</del>	geçici

2ci Adım

2

3cü adım	<u>Değer</u>	<u>İşaret</u>	<u>Durum</u>
	1	[0 -]	kalıcı
	2	[3, 1]	kalıcı
	3	[5, 1]	kalıcı
	4	[7, 2] ∪ [7, 3]	← geçici
	5	[10, 2] ∪ [11, 3]	geçici
	6	[13, 3] ∪ <del>[14, 3]</del>	geçici

4cü Adım	<u>Değer</u>	<u>İşaret</u>	<u>Durum</u>
	1	[0 -]	kalıcı
	2	[3, 1]	kalıcı
	3	[5, 1]	kalıcı
	4	[7, 2] ∪ [7, 3]	kalıcı
	5	[10, 2] ∪ [9, 4]	← geçici
	6	[13, 3] ∪ [9, 4]	geçici

5.ü Adım	<u>Değer</u>	<u>İşaret</u>	<u>Durum</u>
	1	[0 -]	kalıcı
	2	[3, 1]	kalıcı
	3	[5, 1]	kalıcı
	4	[7, 2] ∪ [7, 3]	kalıcı
	5	[9, 4]	kalıcı
	6	[9, 4] ∪ [14, 5]	kalıcı

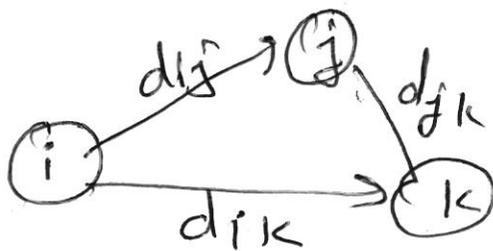
6 → [9, 4] → 4 → [7, 2] → 2 → [3, 1] → 1  
 → [7, 3] → 3 → [5, 1] → 1

3 Floyd Algoritması Floyd Algoritması dijital grafi algoritmasından daha geneldir. Çünkü Şebekedeki herhangi iki düğüm arasındaki en kısa yolu belirler. Algoritma  $n$  düğümlü Şebekeyi  $n$  sütunlu ve  $n$  satırlı kare Matris olarak gösterir. Matrisin  $(i, j)$  elemanı  $i$ .ci düğümden  $j$ .ci düğüme olan dij uzaklığını verir.  $i$  doğrudan  $j$ 'ye bağlı ise dij sonlu bağlı değil ise Sonsuzdur.

Floyd Algoritması Aşağıdaki şekilde  $i, j, k$  gibi üç düğüm verilmiş Eğer

$$d_{ij} + d_{jk} < d_{ik}$$

ise  $i$  den başlayıp  $j$  den geçerek  $k$ 'ya ulaşmak daha kısadır. Bu durumda  $i$  den  $k$ 'ya dolaysız yolu  $i \rightarrow j \rightarrow k$  dolaylı yoluyla değiştirmek optimumu verir. Bu üçlü işlem değişimi aşağıdaki adımlar kullanılarak Şebekeye sistematik olarak uygulanır.



0. adım: Başlangıç uzaklık matrisi  $D_0$  ve düğüm sırası matrisi  $S_0$ 'ı daha sonra anlaşılacağı gibi tanımla. Diyagonal elemanlar bloke edilmiş olduklarını göstermek için (-) ile işaretlenmiştir.

4 kst olarak belirle

$$D_0 = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & \dots & j & \dots & n \\ \hline 1 & \cancel{d_{11}} & d_{12} & \dots & d_{1j} & \dots & d_{1n} \\ 2 & d_{21} & - & \dots & d_{2j} & \dots & d_{2n} \\ \vdots & & & & & & \\ \vdots & & & & & & \\ i & d_{i1} & d_{i2} & \dots & d_{ij} & \dots & d_{in} \\ \vdots & & & & & & \\ n & d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nj} & \dots & \cancel{d_{nn}} \end{array}$$

$$S_0 = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & \dots & j & \dots & n \\ \hline 1 & - & 2 & \dots & j & \dots & n \\ 2 & 1 & - & \dots & j & \dots & n \\ \vdots & & & & & & \\ \vdots & & & & & & \\ i & 1 & 2 & \dots & j & \dots & n \\ \vdots & & & & & & \\ n & 1 & 2 & \dots & j & \dots & \cancel{n} \end{array}$$

$k$ , genel adım  $k$ . Satırı ve  $k$ . sütunu anahtar satır ve anahtar sütun olarak tanımla. Tüm iyej ler için  $D_{k-1}$  deki her bir  $d_{ij}$  elemanına üçlü işlem uygula. Eğer burada

$$d_{ik} + d_{kj} < d_{ij} \quad (i \neq k, j \neq k \text{ ve } i \neq j)$$

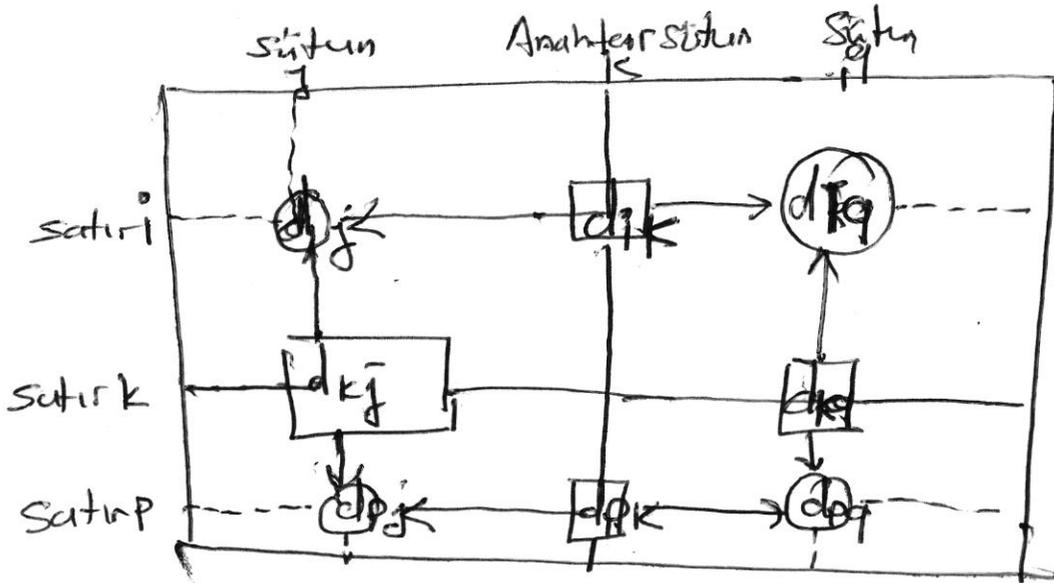
sağlanıyor ise aşağıdaki değişiklikleri yap.

(a)  $D_{k-1}$  de  $d_{ij}$ 'yi  $d_{ik} + d_{kj}$  ile değiştirilerek  $D_k$ 'yi oluştur.

(b)  $S_{k-1}$  de  $s_{ij}$ 'yi  $k$  ile değiştirilerek  $S_k$ 'yi oluştur.  $k = k+1$  olarak belirle ve  $k$ ci adımı tekrarla

5

$D_k$ -ı aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi gösterilerek algoritmanın  $k$ . adımı daha net bir şekilde açıklanabilir. Burada  $k$ . satır ve  $k$ . sütun 0 andaki anahtar satır ve sütunu tanımlar.  $i$ .ci satır,  $1, 2, \dots, k-1$  satırlarından herhangi birini,  $p$  satırında  $k+1, k+2, \dots, n$  satırlarından herhangi birini gösterir. Benzer şekilde  $j$ . sütunu  $1, 2, \dots, k-1$  sütunlarından herhangi birini  $q$  sütununda  $k+1, k+2, \dots, n$  sütunlarından herhangi birini gösterir. Üçlü işlem aşağıdaki gibi uygulanır. Eğer anahtar satır ve anahtar sütundaki karelerle gösterilen elemanların toplamı, daireyle gösterilen ilgili arakesit elemanından küçükse arakesit uzaklığı yerine anahtar uzaklıkların toplamını yazmak uygun olur.



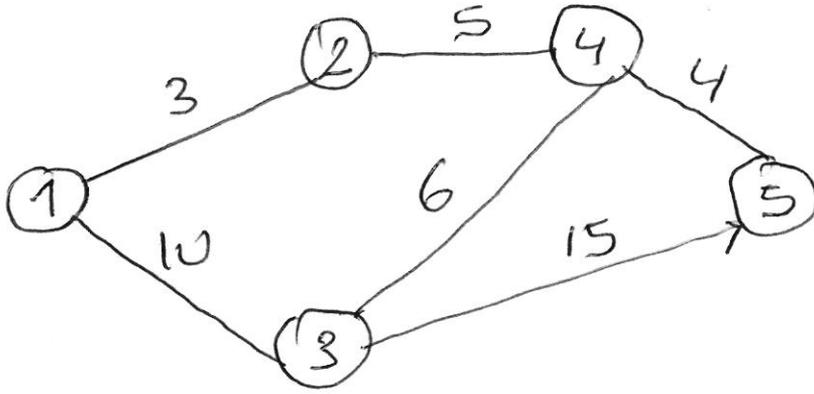
$n$  adım sonra  $i$  ve  $j$  düğümleri en kısa yolu  $D_n$  ve  $S_n$  matrislerinden aşağıdaki kuralları kullanarak belirleriz.

1.  $D_n$ 'den  $d_{ij}$  i ve  $j$  düğümleri arasındaki en kısa yolu verir.
2.  $S_n$ 'den  $i \rightarrow k \rightarrow j$  yolunu veren  $k$ -sij ara düğümünü belirler.

6

ve  $s \neq j$  ise dur, yolun tüm ara düğümleri bulunmuştur. Aksi halde  $i$  ve  $k$  düğümleri ve  $k$  ve  $j$  düğümleri arasındaki prosedürü tekrar et.

Örnek: Aşağıdaki şebeke için iki düğüm arasındaki en kısa yolu bulun. Uzaklıklar km cinsinden belirtilmiştir. (3,5) bağlantısı 5. düğümden 3.ü düğüme trafiğin olmadığı tek yönlü bir bağlantıdır. Diğer düğümlerde iki yönde de trafik akışına izin verilmektedir.



0. Yineleme  $D_0$  ve  $S_0$  matrisleri şebekenin başlangıç durumunu verir. 5.ci düğümden 3. düğüme trafik olmadığından  $d_{53} = \infty$  olmasının dışında

$D_0$  simetriktir.

	$D_0$	1	2	3	4	5
1	-	3	10	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	3	-	$\infty$	5	$\infty$	$\infty$
3	10	$\infty$	-	6	15	$\infty$
4	$\infty$	5	6	-	4	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	4	-	$\infty$

	$S_0$	1	2	3	4	5
1	-	2	3	4	5	$\infty$
2	1	-	3	4	5	$\infty$
3	1	2	-	4	5	$\infty$
4	1	2	3	-	5	$\infty$
5	1	2	3	4	-	$\infty$

7

1 adım: Anahtar satır ve anahtar sütun  $D_0$  matrisinde 1 satır 1 sütun (kol olduğundan) alınır. ~~Ser değerler 3. düğüme trafik olmadığından  $d_{33} = \infty$  olması dışında  $D_0$  simetrikdir,~~

Tablo içinde kutu içine alınan  $d_{23}$  ve  $d_{32}$  üctü işlemler geliştirilmiş olan elemanlardır. Böylece  $D_1$  ve  $S_1^{-1}$   $D_0$  ve  $S_0$ 'dan elde etmek için

1.  $d_{23}$ 'ü  $d_{21} + d_{13} = 3 + 10 = 13$  ile değiştirir.  $S_{23} = 1$  olarak belirle.

2.  $d_{32}$ 'yi  $d_{31} + d_{12} = 10 + 3 = 13$  ile değiştirir ve  $S_{32} = 1$  olarak belirle.

Bu değişiklikler  $D_1$  ve  $S_1$  matrisinde gösterilmiştir.

	$D_1$				
	1	2	3	4	5
1	-	3	10	$\infty$	$\infty$
2	3	-	13	5	$\infty$
3	10	13	-	6	15
4	$\infty$	5	6	-	4
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	4	-

	$S_1$				
	1	2	3	4	5
1	-	2	3	4	5
2	1	-	1	4	5
3	1	1	-	4	5
4	1	2	3	-	5
5	1	2	3	4	-

2 adım: Burada sadece 4 satır 1 sütun ile 1 satır 4. sütun elemanı değiştirilmiştir. <sup>Prize</sup> 1 satır 4. ü sütun ilgili Anahtar satır ve anahtar sütun elemanları ile toplanarak 10, 4. ü satır 1. ü sütunda 8 olarak değiştirilmiştir.

8

$S_2$  de ise 1.satur 4.sutun ile 4.satur 1.satur  
D elemanları 2ci aşamada yapıldığında 2 yazılmış

	1	2	3	4	5
1	-	3	10	8	(∞)
2	3	-	13	5	(∞)
3	10	13	-	6	15
4	8	5	6	-	4
5	∞	∞	∞	4	-

	1	2	3	4	5
1	-	2	3	2	(5)
2	1	-	1	4	(5)
3	1	1	-	4	5
4	2	2	3	-	5
5	1	2	3	4	-

3.adım: 1ci satur 5ci sutun ile 2.satur 5ci sutun  
(15+10)

değiştirilmiş 1ci satur 5ci sutun 25 ancak 5ci  
satur 1ci sutun ( $\infty+10=\infty$ ) dir. 2ci satur 5ci sutun  
28 ( $13+15$ ) olmuştur. ancak 5ci satur 2ci sutun

( $13+\infty$ ) =  $\infty$  değişmemiştir.

	1	2	$D_3$	4	5
1	-	3	10	8	(25)
2	3	-	13	5	(28)
3	10	13	-	6	(15)
4	8	5	6	-	4
5	(∞)	(∞)	(∞)	4	-

	1	2	3	4	5
1	-	2	3	2	(3)
2	1	-	(1)	4	(3)
3	1	1	-	4	(5)
4	2	2	3	-	5
5	(1)	(2)	(3)	4	-

4cu adım 5ci satur 1.satur (12), 5.satur 2.satur (9)

2ci satur 5ci satur 3cu satur 3cu sutun (10) değişmiş 1.satur 5ci sutun

1cu satur 5ci satur 3cu satur 5ci sutunda 10 olarak  
satur 12 değiştirilmiş  $D_4$  ve  $S_4$  ekle edildi.

2ci satur 3cu satur ilgili satur ve sutuna  $S_4$  de

4 numarasi verilmiştir

3cu satur 2ci satur 11

[9]

	D <sub>4</sub>										
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-	3	10	8	12	1	-	2	3	2	4
2	3	-	11	5	9	2	1	-	4	4	4
3	10	11	-	6	10	3	1	4	-	4	4
4	8	5	6	-	4	4	2	2	3	-	5
5	12	9	10	4	-	5	4	4	4	4	-

k=5 için iyileştirme söz konusu değil

$d_{15} = 12$  dir yolları tayin edelim  $S_{ij} = j$   
ise doğrudan bağlantı var.  $S_{15} = 4$   $5 \neq 4$

$$S_{145} \quad S_{14} = 4 \quad S_{45} = 5$$

↓

$$S_{1245} = 12 \text{ km}$$