LINEER PROGRAMLAMA TEORISI

15/12/2020

ALTERNATIF ÇÖZÜMLER

Bir Lineer Programlama Problemi optimuma ulaştığında bilindiği gibi $C_j - Z_j$ simpleks çarpanları problem Maks problem ise ya negatif yada sıfırdır (Min problemde ise simpleks çarpanları ya pozitif yada sıfırdır) Yani ister maks problemi olsun ister minimum problemi olsun. taban vektörlerinin simpleks çarpanları sıfırdır. dolayısıyla taban dışı vektörlerinin simpleks çarpanları sıfırdan farklı olmuş oluyor. Alternatif çözümün oluşabilmesi için taban dışı vektör olmasına rağmen simpleks çarpanı sıfır olan vektörün olması gerekir. Böyle bir durum var ise Taban dışı ve simpleks çarpanı sıfır olan vektörü tabana aldığımızda.

$$Z = Z_0 + \lambda(C_r - Z_r) \text{ formülü gereği}$$

$C_r - Z_r = 0$ olduğundan amaç fonksiyonunun değeri değişmiyecek, ancak tabana taban dışından yeni bir vektör alındığı için çözüm değişecektir. ki

biz bu duruma alternatif çözüm diyoruz.

<u>örnek</u>

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\le 1 \\ -4x_1 - 2x_2 + 3x_3 &\le 2 \\ x_1, x_2, x_3 &\ge 0 \\ \text{Min } z = 14x_1 + 4x_2 - 14x_3 & \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ -4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_5 &= 2 \\ x_1, \dots, x_5 &\ge 0 \\ \text{Min } z = 14x_1 + 4x_2 - 14x_3 & \end{aligned}$$

2

B		C	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	
			14	4	−14	0	0	
j	c_j	V_0	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	OR
4	0	$x_4=1$	1	2	1	1	0	$1/1$
5	0	$x_5=2$	−4	−2	3	0	1	$2/3$
c_j-z_j		$z_0=0$	14	4	−14	0	0	

$\begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

T.Ç

TG

Yeni Taban

$$(V_4\ V_3) \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1/3 \\ 0 & 1 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$$

B		C	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	
			14	4	−14	0	0	
j	c_j	V_0	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	
4	0	$x_4=1/3$	$7/3$	$8/3$	0	1	$-1/3$	$1/8$
3	−14	$x_3=2/3$	$-4/3$	$-2/3$	1	0	$1/3$	
c_j-z_j		$z_0=-28/3$	$-14/3$	$-16/3$	0	0	$14/3$	

$\begin{pmatrix} 3/8 & 0 \\ 1/4 & 1 \end{pmatrix}$

TG

Yeni Taban

$$(V_2\ V_3) \sim \begin{pmatrix} 8/3 & 0 & 1 & 0 \\ -2/3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3/8 & 0 \\ -2/3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3/8 & 0 \\ 0 & 1 & 1/4 & 1 \end{pmatrix}$$

3

TG

$\begin{pmatrix} 8/7 & 0 \\ 6/7 & 1 \end{pmatrix}$

B		C	c_1 14	c_2 4	c_3 -14	c_4 0	c_5 0	
j	c_j	V_0	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	
2	4	$x_2 = 1/8$	7/8	1	0	3/8	-1/8	1/8/7/8
3	-14	$x_3 = 3/4$	-3/4	0	1	1/4	+1/4	X
$C_r - Z_r$		$Z_0 = -10$	0	0	0	2	+4	

↑TG

$(x_1 = 0 \;\; x_2 = 1/8 \;\; x_3 = 3/4 \;\; x_4 = 0 \;\; x_5 = 0$
$z = -10)$

V_1 vektörü Tabanda olmamasına rağmen $C_j - Z_j$'si yani $C_1 - Z_1 = 0$ dır. Tabanda olmadığı için Tabana alınır.

yeni Tabanımız

$$(V_1, V_3) \sim \begin{pmatrix} 7/8 & 0 & 1 & 0 \\ -3/4 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 8/7 & 0 \\ -3/4 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 8/7 & 0 \\ 0 & 1 & 6/7 & 1 \end{pmatrix}$$

$(x_1 = 1/7 \;\; x_2 = 0 \;\; x_3 = 6/7 \;\; x_4 = 0 \;\; x_5 = 0 \;\; z = -10)$

B		C	c_1 14	c_2 4	c_3 -14	c_4 0	c_5 0	
j	c_j	V_0	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	
1	14	$x_1 = 1/7$	1	8/7	0	3/7	-1/7	
3	-14	$x_3 = 6/7$	0	6/7	1	4/7	1/7	
$C_r - Z_r$		$Z_0 = -10$	0	0	0	+2	4	

Aynı amaç değerine sahip değişik çözümler.

$(0, 1/8, 3/4, 0, 0)$ ve $(1/7, 0, 6/7, 0, 0)$ iki çözümde aynı $z = -10$ amaç değerini verirler.

4 Bu çözümlerin konveks kombinezonlarını alalım.

$$\underbrace{\lambda(0, 1/8, 3/4, 0, 0, -10)}_{A} + (1-\lambda)\underbrace{(1/7, 0, 6/7, 0, 0, -10)}_{B}$$

$$(0+(1-\lambda)1/7, \lambda.1/8+0, 3/4\lambda+(1-\lambda)6/7, 0, 0, -10\lambda+(1-\lambda)(-10))$$

Sonuç olarak

$$\left((1-\lambda)1/7, \frac{\lambda}{8}, \frac{6}{7}-\frac{3\lambda}{28}, 0, 0\ \cancel{-10\lambda}-10+\cancel{10\lambda}\right)$$

$x_1=(1-\lambda)1/7$ $\quad x_2=\frac{\lambda}{8}$ $\quad x_3=\frac{6}{7}-\frac{3\lambda}{28}$ $\quad z=-10$ bulunur.

$0\leq\lambda\leq 1$ arasında olduğundan..

$\lambda=0$ için B çözümünü $\lambda=1$ içinde A çözümünü verir $0\leq\lambda\leq 1$ arasında sonsuz tane çözüme sahiptir.

$Min z = 14x_1+4x_2-14x_3$ amaç fonksiyonunda

$x_1=(1-\lambda)1/7$, $x_2=\lambda/8$ $\quad x_3=6/7-\frac{3\lambda}{28}$ konursa da

$z=-10$ değeri elde edilir.

$$Min z = 14(1-\lambda)\frac{1}{7}+4\cdot\frac{\lambda}{8}-14\left(6/7-\frac{3\lambda}{28}\right)$$

$$Min z = 2(1-\lambda)+\frac{\lambda}{2}-12+\frac{3\lambda}{2}$$

$$Min z = 2-\cancel{2\lambda}+\cancel{\frac{\lambda}{2}}-12+\cancel{\frac{3\lambda}{2}}$$

$Min z = -10$ elde edilir.

5 **Ramakrishnan Methodu** Daha önce yaptığımız dengeli Taşıma problemlerin başlangıç çözümünü bu metotla yaptığımızda çoğu kez optimum yada optimuma yakın çözüm elde ederiz.

Açıklama: 1) Her sütunun en küçük fiyatlı iki hücresinin fiyatları farkı söz konusu sütunun cezası olarak adlandırılır. Ve ilgili sütunun altına yazılır. Ve tüm sütunların cezaları hesaplanır.

Açıklama 2) Her satırın en küçük fiyatlı iki hücresine ait fiyatlar farkı o satırın cezası olarak adlandırılır. o satırın yanına yazılır.

Açıklama 3) Herhangi satırda yada sütunda en yüksek cezaya sahip satır yada sütun seçilir. cezaların eşit olma durumunda istenilen satır yada sütun seçilir.

Açıklama 4) En yüksek cezaya sahip satır yada sütun seçildikten sonra söz konusu satır yada sütundaki en düşük (küçük) fiyatlı hücreye depo ve pazar kapasitelerine bakılarak en yüksek mal yerleştirilir.

Açıklama 5) Bu işlem Tüm depo ve pazarlardaki mallar bitene kadar sürdürülür.

problem

1	3	4	20 ① 2	1	$a_1=20$
0	2	3	8	2	$a_2=55$
1	5	1	7	2	$a_3=65$
	$b_1=25$	$b_2=40$	$b_3=40$	$b_4=35$	
	1	2	5	1	

6 En yüksek ceza 5 (3 cü sutun) bu sutundaki en düşük fiyat 2 olduğundan bu hücreye ($a_1=20$ $b_3=40$ olduğundan) 2 fiyatlı hücreye 20 birim yerleştirilir

Bu durumda 1. ci satır doldurulmuştur, ve tablo aşağıdaki duruma gelmiştir.

0	25 2 2	3	8	2	$a_2=55$
1	5	1	7	2	$a_3=65$
	$b_1=25$	$b_2=40$	$b_3=20$	$b_4=35$	
	3	2	1	0	

En yüksek ceza 1 sütundadır. Bu sütunda en düşük fiyat 2 fiyatlı hücredir. Bu hücreye 2 ci olarak 25 birim yerleştirdik.

1	3	8	2	$a_2=30$
1	40 3 1	7	2	$a_3=65$
	$b_2=40$	$b_3=20$	$b_4=35$	
	2	1	0	

En yüksek ceza $b_2=40$ olduğu için bu sütunda en düşük fiyat 1 dir burayada $b_2=40$ ve $a_3=65$ in en fazla yükleyeceğimiz değer 40 dır. Bu durumda $b_2=40$ sütunu ortadan kalkar. Ve aşağıdaki duruma gelir

8		$a_2=30$
[illegible]		$a_3=25$
$b_3=20$	$b_4=35$	

7

6	8	30 (4) 2	$a_2=30$
5	7	2	$a_3=25$
	$b_3=20$	$b_4=35$	
	1	0	

En yüksek ceza $a_2=30$'a karşılık gelen satırdır.

En düşük fiyatı 2 olan hücreye $b_4=35$ ile $a_2=30$'un minimumu yani 30 birim yerleştirilir. Bu durumda aşağıdaki tablo elde edilir.

5	20 (5) 7	2	$a_3=25$
	$b_3=20$	$b_4=5$	
	7	2	

En yüksek ceza $b_3=20$'ye aittir. Burada 7 fiyatlı hücreden başka olmadığı için $b_3=20$ ile $a_3=25$'in minimumu yerleştirilir. Geri kalan Tablo Aşağıdadır.

5 (6) 2	$a_3=5$
$b_4=5$	

Hepsini biraraya getirirsek

3	4	20 (1) 2	1	$a_1=20$
25 (2) 2	3	8	30 (4) 2	$a_2=55$
5	40 (3) 1	20 (5) 7	5 (6) 2	$a_3=65$
$b_1=25$	$b_2=40$	$b_3=40$	$b_4=35$	

optimallik kontrolü yapılır.

$u_1 + v_3 = 2$ $\quad u_1 = 0$ $\quad v_1 = -3$ $\quad q_{11} = 3 - (u_1 + v_1) = 6$

$u_2 + v_1 = 2$ $\quad u_2 = 5$ $\quad v_2 = -4$ $\quad q_{12} = 4 - (u_1 + v_2) = 8$

$u_2 + v_4 = 2$ $\quad u_3 = 5$ $\quad v_3 = 2$ $\quad q_{14} = 1 - (u_1 + v_4) = 4$

$u_3 + v_2 = 1$ $\quad v_4 = -3$ $\quad q_{22} = 3 - (u_2 + v_2) = +2$

$u_3 + v_3 = 7$ $\quad q_{23} = 8 - (u_2 + v_3) = 1$

$u_3 + v_4 = 2$ $\quad q_{31} = 5 - (u_3 + v_1) = 3$

Ramakrishnan methodu uygulandığında taşıma problemlerinin başlangıç çözümü genellikle optimum olur. Ama olmadığı durumda optimallik kontrolü yapılarak optimallik işlemleri sayesinde problem optimuma dönüştürülür.