24/04/2020

ZAMAN SERİLERİ ANALİZİ

OTOREGRESSİF MODELLER VE HAREKETLİ ORTALAMA YÖNTEMLERİ

Otoregresif modeller regrasyon analizinin zaman serilerine uygulanmasıdır. Regrasyon analizinde tahmini yapılacak değişken y, $x_1, x_2, \ldots, x_k$ gibi k sayıda bağımsız değişkenin bir fonksiyonu olarak ifade edilir.

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \cdots + b_k x_k + e$$

Otoregresif modellerde değişken y_t, kendi geçmiş dönem değerlerinin ($y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-k}$) bir fonksiyonu olarak yazılır.

$$y_t = a + b_1 y_{t-1} + b_2 y_{t-2} + \cdots + b_k y_{t-k} + e.$$

Bu bölümde ele alınacak hareketli ortalama yöntemi ise geçmiş dönem hatalarının lineer kombinasyonunun tahminlerde kullanılmasına dayanmaktadır.

Otoregresif modeller hareketli ortalamalar yöntemiyle birleştirilerek otoregresif hareketli ortalamalar yöntemi adı altında zaman serileri modelleri arasında önemli yeri olan bir başka yöntemde geliştirilmiştir.

Bu modelin uygulanabilmesi için öncelikle serinin özelliklerinin saptanması gerekmektedir. Bu saptama tahmini yapılacak değişkenin geçmiş dönem değişkenleri arasında hesaplanan korelasyon katsayılarının incelenmesiyle yapılmaktadır.

2

otokorelasyon katsayıları zaman serilerinin tesadüfi ve durgun olup olmadığının ortaya çıkarılması ve durgun değilse hangi düzeyde durgunlaştığını saptanmasında kullanıldığı gibi verilerde mevsim etkisinin ve uzunluğunun saptanmasına da imkan vermektedir.

otokorelasyon katsayıları

otokorelasyon katsayıları y_t'nin bir dönem önceki y_{t-1} iki dönem önceki y_{t-2} veya k dönem önceki y_{t-k} değerleri arasındaki ilişkinin gücünü göstermektedir. Bu katsayıların yüksek olması değişkenin geçmiş dönem değerlerine bağımlı olduğunu düşük olması ise değişkenin tesadüfi olduğunu gösterir. hesaplanan 4, 8, .. ve 12 24 aylık kaydırmalarla otokorelasyon katsayılarının düşük olması ise incelenen değişkenin mevsimlerden etkilenmediğini göstermektedir. Yüksek olmasıda değişkenin mevsimlerden etkilendiğini ortaya çıkarmaktadır.

otokorelasyon katsayılarının hesaplanması

Bağımsız değişkenin incelenen değişkenin geçmiş dönem değerleri olmasıdır.

Bir dönem kaydırma yapıldığında

$$r_{y_t, y_{t-1}} = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (y_t - \bar{y}_t)(y_{t-1} - \bar{y}_{t-1})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n-1} (y_t - \bar{y}_t)^2 \cdot \sum_{t=1}^{n-1} (y_{t-1} - \bar{y}_{t-1})^2}}$$

iki dönem kaydırma yapıldığında

$$r_{y_t, y_{t-2}} = \frac{\sum_{t=1}^{n-2} (y_t - \bar{y}_t)(y_{t-2} - \bar{y}_{t-2})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n-1} (y_t - \bar{y}_t)^2 \sum_{t=1}^{n-2} (y_{t-2} - \bar{y}_{t-2})^2}}$$

$\boxed{3}$

Genellikle $\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1}$ kabul edilmektedir. Bir dönemlik eksiklik çok büyük fark ortaya çıkarmıyacaktır. Böylece otokorelasyon katsayıları aşağıdaki genel formül kullanılarak

k: kaydırılan dönem sayısı

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y}_t)(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y}_t)^2}$$

ÖRNEK

Dönem t	Satışlar y_t	Bir dönem önce y_{t-1}	iki dönem önce y_{t-2}	üç dönem önce y_{t-3}
1	12	3	4	9
2	3	4	9	8
3	4	9	8	5
4	9	8	5	10
5	8	5	10	—
6	5	10	—	—
7	10	—	—	—
8	9			
	60	48	45	41

$\bar{y}_t = \frac{60}{8} = \frac{15}{2}$

ortalamalardan farklar ve kareleri

y_t	y_{t-1}	y_{t-2}	y_{t-3}	$(y_t - \bar{y}_t)^2$
4.5	-4.5	-3.5	1.5	20.25
-4.5	-3.5	1.5	0.5	20.25
-3.5	1.5	0.5	-2.5	12.25
1.5	0.5	-2.5	2.5	2.25
0.5	-2.5	2.5	1.5	0.25
-2.5	2.5	1.5	—	6.25
2.5	1.5	—	—	6.25
1.5	—	—	—	2.25
				70

4

ortalama farkların çarpımları

$y_t \cdot y_{t-1}$	$y_t \cdot y_{t-2}$	$y_t \cdot y_{t-3}$
-20.25	-15.75	6.75
15.75	-6.75	-2.25
-5.25	-1.75	8.75
0.75	-3.75	3.75
-1.25	1.25	0.75
-6.25	—	—
3.75	—	—
—	—	—
-12.75	-30.5	17.75

Bir dönem kaydırmalı otokorelasyon katsayısı

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (y_t - \bar{y}_t)(y_{t-1} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})^2} = \frac{-12.75}{70} = -01821$$

İki dönem kaydırmalı otokorelasyon katsayısı

$$r_2 = \frac{\sum_{t=1}^{n-2} (y_t - \bar{y})(y_{t-2} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})^2} = \frac{-30.5}{70} = -0.4357$$

üç dönem kaydırmalı korelasyon

$$r_3 = \frac{\sum_{t=1}^{n-3} (y_t - \bar{y})(y_{t-3} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})^2} = \frac{17.75}{70} = 0.2536$$