

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

DEVRE TEORİSİ

Ders Notu

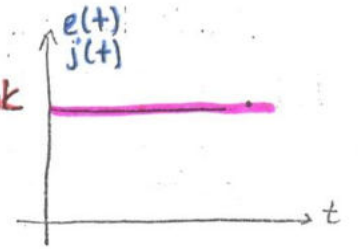
- **FAZÖRLER**
- **SİNÜSİDAL SÜREKLİ HAL (SSH),
R,L,C EMPEDANS, ADMİTANS**
- **BASİT AC DEVRELER**

Doç. Dr. Recep YUMURTACI

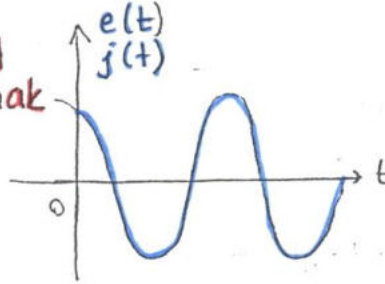
$$\left. \begin{array}{l} v(t) \\ i(t) \end{array} \right\} \text{ zaman domeninde}$$

(Gerilim ve akımın ani değeri)

$$\left. \begin{array}{l} e(t) = 10V \\ j(t) = 5A \end{array} \right\} \text{ dc kaynak}$$

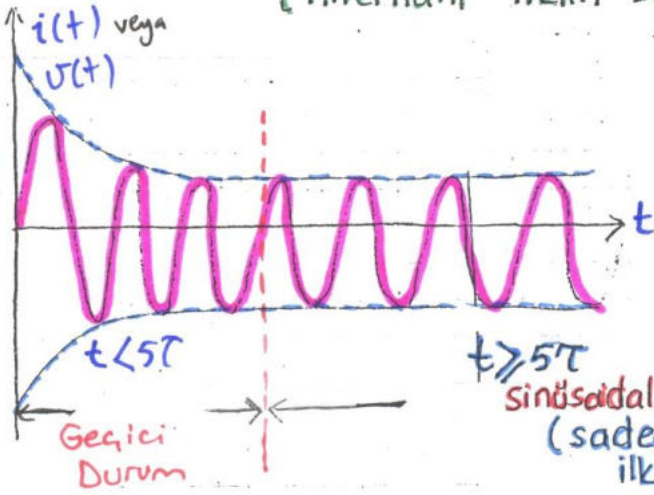


$$\left. \begin{array}{l} e(t) = E_{\max} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \\ j(t) = I_{\max} \cos(\omega t + \theta) \end{array} \right\} \text{ sinüsoidal kaynak}$$

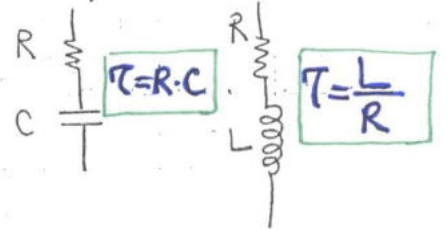


SİNÜSOİDAL SÜREKLİ HALDE (SSH) ELEKTRİK DEVRELERİNİN ÇÖZÜMÜ

(Alternatif Akım Devrelerinin Çözümü)



τ : zaman sabiti



Devre çözümünde;

Sinüsoidal sürekli halde devredeki tüm akım ve gerilim kaynaklarının fonksiyonları

$\sin(\omega t + \theta)$ veya $\cos(\omega t + \varphi)$ ^{olan} sinüsoidal fonksiyonlardır. Tüm kaynakların

frekansları aynıdır. (örn $f = 50\text{Hz}$ veya $f = 60\text{Hz}$) SSH'de devre çözümünde

sinüsoidal fonksiyonlar gerçekte birer kompleks büyüklük olan fazörlerle ifade edilir.

SSH'de de zaman domeninde çözümde ve doğru akım devre ^{lerinin} çözümünde olduğu

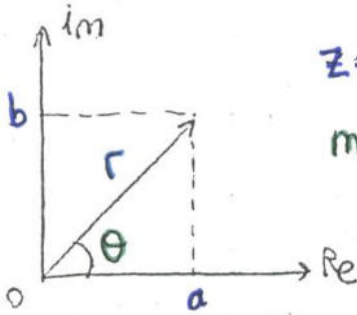
gibi DGY, KAY, QAY, DÜGY kullanılır. Aradaki fark; gerilim ve akım kaynakları ve

devredeki elemanlar kompleks sayılarla ifade edilir.

Fazör Kavramı

Hatırlatma

- Kompleks Sayılar



$$z = a + jb$$

$$\text{modül: } \sqrt{a^2 + b^2} = r$$

$$\text{Açı: (Argüman): } \theta = \arctg \frac{b}{a} = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$\{ z = a + jb = r \cdot (\cos \theta + j \sin \theta) = r e^{j\theta} = r \angle \theta \}$$

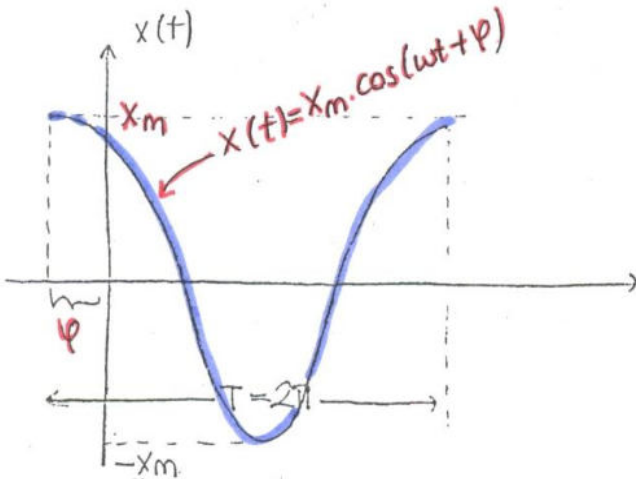
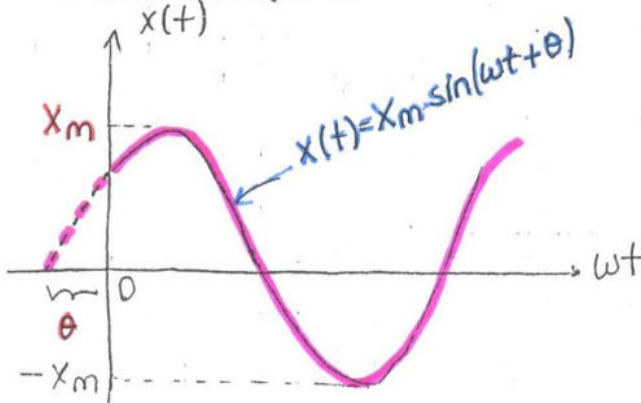
Kartezyen Trigonometrik Üstel kutupsal

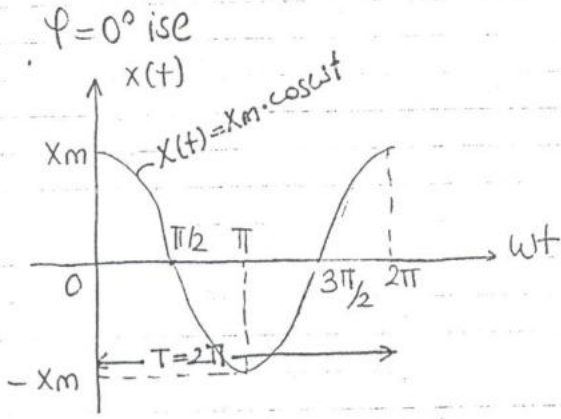
kompleks sayıların
gösteriliş
biçimleri

$$a = r \cos \theta$$

$$b = r \sin \theta$$

- Fazör Dönüşümü -





Bir devre elemanının sinüsoidal akım veya geriliminin ani değer ifadesi:

(Zaman domainindeki ifadesi)

$\{ X_m$: Tepe değer (max değer)
 φ : Faz açısı olmak üzere

$x(t) = X_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ olarak tanımlanır.

Efektif değer: $X_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} = \frac{X_m}{\sqrt{2}}$ (sadece sinüsoidal fonk. için)

sinüsoidal fonk. lar için X_m tepe değer ve efektif değer X arasındaki ilişki,

$X = \frac{X_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow X_m = \sqrt{2} X$

Efektif değer

Tep e değ er

Böylece ani değ er $x(t)$,

$x(t) = \sqrt{2} \cdot X \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ yazılabilir.

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Efektif değ er

Faz açısı

Elektrik müh. de SSH'de alternatif akım devrele rinin çözüm ü için kullanılan, belirli bir $\omega = 2\pi f$ açısal frekansı için tanımlanan sinüsoidal büyüklükleri göstermek için kullanılan

$X_N = X \cdot e^{j\varphi}$ (üst el gösterim) veya

$X_N = X \angle \varphi$ (Kutupsal gösterim)

Fazör (Sütun matris değ il!)

modül (efektif değ er)

Açı

Kompleks sayısına FAZÖR denir.

$$\underline{X} = X \cdot e^{j\varphi} \text{ veya } \underline{X} = X \angle \varphi$$

kompleks sayısına "FAZÖR" denir.

Önemli NOT Fazör dönüşümü yapmadan önce devredeki akım ve gerilimlerin ani değer ifadelerinin hepsini ya $\cos \omega t$ ya da $\sin \omega t$ biçiminde ifade edip sonra faz açılarını almak gerekir. (Ya fonk. hepsi $\cos \omega t$ olacak ya da hepsi $\sin \omega t$ olacak) Ancak devre tea. dersinde aksi belirtilmedikçe tüm ani değer bağıntıları $\cos \omega t$ fonk. olarak kullanılacaktır.

⊗ fonksiyon $\sin(\omega t + \theta)$ olarak verilmişse;

$\sin x = \cos(90^\circ - x)$ eşitliğinden kosinüs fonksiyonu elde edilir.

Örnek (Fazör Dönüşümleri)

a) $i(t) = 300 \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \underline{I} = ?$

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\underline{I} = \frac{300}{\sqrt{2}} \angle -\pi/6$$

b) $v(t) = \sqrt{2} \cdot 220 \cos(\frac{\pi}{3} - \omega t) = \sqrt{2} \cdot 220 \cos(-(\omega t - \frac{\pi}{3})) = \sqrt{2} \cdot 220 \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$
 $\cos(-\omega t) \text{ olmalı}$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\underline{V} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{\sqrt{2}} \angle -\pi/3 \Rightarrow \underline{V} = 220 \angle -\pi/3$$

c) $i(t) = 500 \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) = 500 \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - (\omega t + \frac{\pi}{3})) = 500 \cdot \cos(-\omega t + \frac{\pi}{6})$

$$= 500 \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) \quad \underline{I}_m = \frac{500}{\sqrt{2}} \angle -\pi/6 \text{ A veya } \underline{I} = \frac{500}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j\pi/6} \text{ A}$$

d) $\underline{V} = 100 e^{j\pi/4}$ ise $v(t) = ?$

$$\underline{V} = V \cdot e^{j\varphi} \Rightarrow v(t) = \underbrace{V_m}_{\sqrt{2} V} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = \sqrt{2} 100 \cos(\omega t + \pi/4)$$

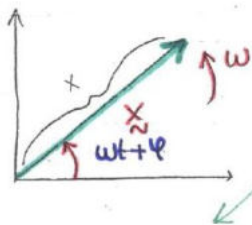
$$e) v(t) = \sqrt{2} \cdot 400 \sin(\omega t + 70^\circ) = \sqrt{2} \cdot 400 \cos(90^\circ - \omega t - 70^\circ)$$

$$= \sqrt{2} \cdot 400 \cos(\omega t - 20^\circ)$$

$$\underline{V} = \frac{\sqrt{2} \cdot 400}{\sqrt{2}} \angle -20^\circ \text{ V}$$

Türev Alma

$$x(t) = \sqrt{2} \cdot X \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$



$\underline{X} = X \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$ (Fazörü zamana bağlı olarak ifade ettik.)
Fazör dönüşümünde $t=0$ anındaki açı φ faz açısı olarak alınır. ($\underline{X} = X e^{j\varphi}$)

$$\frac{dx}{dt} = ? \quad \underline{X} = X \cdot e^{j\omega t} e^{j\varphi} = X \cdot e^{j\varphi} e^{j\omega t}$$

$$\frac{dx}{dt} = j\omega \cdot X \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} = j\omega \cdot \underline{X}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dx}{dt} = j\omega \cdot \underline{X}}$$

Fazör ifadesinin türevi kendisinin $j\omega$ ile çarpımına eşittir.

$\frac{d}{dt}$ yerine $j\omega$ alacağız. Ör: $v_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_L(t)$ Fazör dönüşüm

$$\underline{V}_L = L \cdot j\omega \cdot \underline{I}_L \quad \boxed{\underline{V}_L = j\omega L \cdot \underline{I}_L}$$

~ SSH'de R, L, C Elemanlarının U, i Denklemleri ~

Lineer Direnç Elemanı (R)

$$v_R(t) = R i(t) \Rightarrow \boxed{\underline{V}_R = R \cdot \underline{I}_R}$$

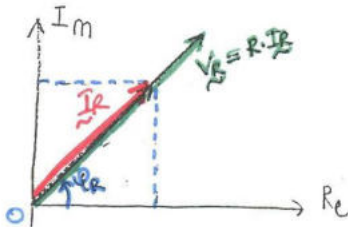
$$\underline{I}_R = I_R e^{j\varphi_R} \text{ olsun.}$$

$$\underline{V}_R = R \cdot \underline{I}_R = R \cdot I_R e^{j\varphi_R}$$

$\underline{V}_R$ ve $\underline{I}_R$ 'in faz açıları aynıdır.

(açı farkı)

direncin akımı ile gerilimi arasında faz farkı yoktur.

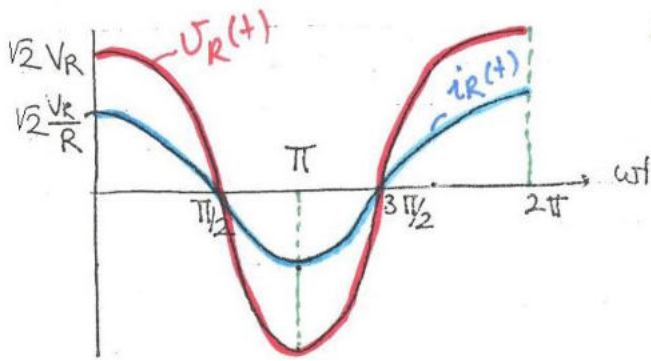


$$\underline{V}_R = V_R \angle \varphi_R \Rightarrow v_R(t) = \sqrt{2} \cdot V_R \cdot \cos(\omega t + \varphi_R)$$

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{V}_R}{R} \angle \varphi_R = I_R \angle \varphi_R$$

$$i_R(t) = \sqrt{2} \cdot \frac{V_R}{R} \cdot \cos(\omega t + \varphi_R)$$

$\varphi_R = 0^\circ$ için V_R ve i_R 'i çizelim

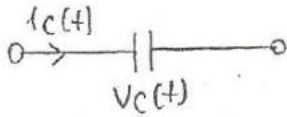


$$V_R(t) = \sqrt{2} \cdot V_R \cdot \cos \omega t$$

$$i_R(t) = \sqrt{2} \cdot \frac{V_R}{R} \cdot \cos \omega t$$

$\rightarrow \varphi_R = 0^\circ$

Lineer Kapasite elemanı (C)



$$i_C = C \cdot \frac{dV_C(t)}{dt}$$

zaman domaininde

$$\underline{I_C} = C \cdot j\omega \cdot \underline{V_C}$$

$$\underline{I_C} = j\omega C \cdot \underline{V_C}$$

veya

$$\underline{V_C} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{I_C}$$

SST'de uc denklemleri (Frekans domaininde)
(AC devresinde)

$$j = 0 + j = \sqrt{0^2 + 1^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{1}{0}\right) = 1 \angle \pi/2 = 1 \cdot e^{j\pi/2} \Rightarrow \boxed{j = 1 \angle 90^\circ}$$

$j = e^{j\pi/2}$ yazılabilir.

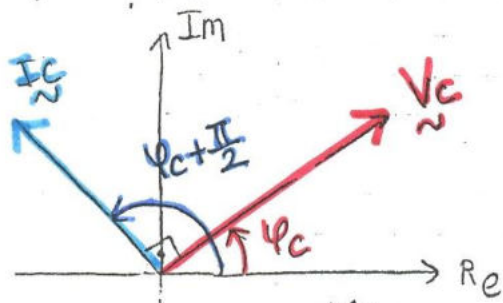
$$\underline{V_C} = V_C \cdot e^{j\varphi_C} \quad \text{Vc'nin faz açısı}$$

$$\underline{I_C} = j\omega C \cdot \underline{V_C} = j\omega C \cdot V_C \cdot e^{j\varphi_C} \Rightarrow \underline{I_C} = \omega C \cdot V_C \cdot e^{j(\varphi_C + \pi/2)}$$

Akım ve

gerilim arasında $\pi/2$ faz farkı vardır.

"Kondansatörün (kapasitenin) akımı geriliminden 90° ($\frac{\pi}{2}$ radyan) ileridedir."



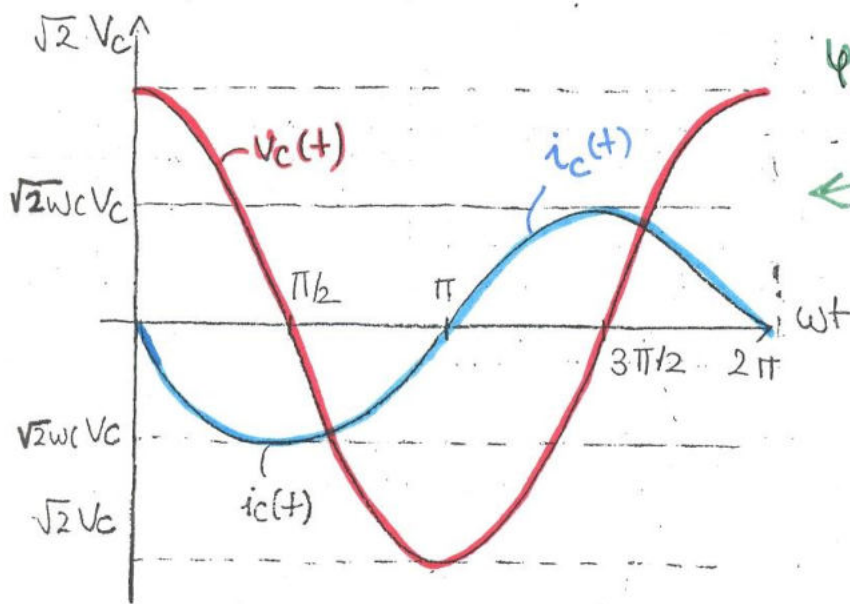
$$\underline{V}_c = V_c \cdot e^{j\varphi_c}$$

$$\underline{I}_c = j\omega C \cdot \underline{V}_c$$

$$j = 1 \angle \pi/2$$

$$\underline{V}_c = V_c e^{j\varphi_c} \Rightarrow V_c(t) = \sqrt{2} \cdot V_c \cdot \cos(\omega t + \varphi_c)$$

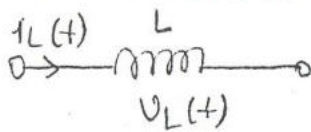
$$\underline{I}_c = j\omega C \underline{V}_c \rightarrow i_c(t) = \sqrt{2} \cdot \omega C \cdot V_c \cdot \cos(\omega t + \varphi_c + \frac{\pi}{2})$$



$\varphi_c = 0^\circ$ için $V_c(t)$ ve $i_c(t)$ 'yi

← çizelim

Lineer Endüktans Elemanı (L)



$$\left\{ \begin{aligned} v_L &= L \cdot \frac{d}{dt} \cdot i_L(t) \end{aligned} \right\} \text{ zaman domainindeki vci denk}$$

$$\underline{V}_L = L \cdot j\omega \cdot \underline{I}_L$$

$$\underline{V}_L = j\omega L \cdot \underline{I}_L$$

veya

$$\underline{I}_L = \frac{1}{j\omega L} \cdot \underline{V}_L$$

} STH'de (Frekans domaininde) vci denk

$$\underline{I}_L = I_L \cdot e^{j\varphi_L} \text{ ise}$$

$$\underline{V}_L = j\omega L \underline{I}_L$$

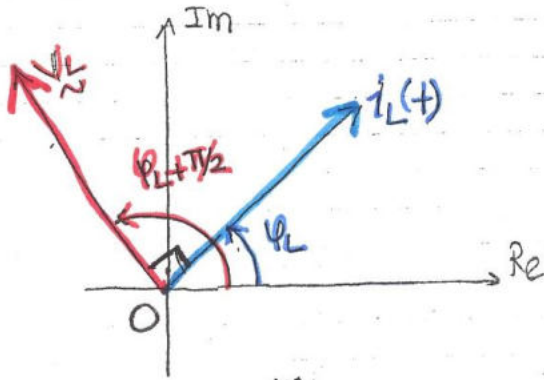
$$\underline{V}_L = j\omega L \cdot I_L \cdot e^{j\varphi_L}$$

$$\downarrow e^{j\pi/2}$$

$$\underline{V}_L = \omega \cdot L \cdot \underline{I}_L \cdot e^{j(\varphi_L + \pi/2)} \rightarrow \underline{V}_L = j\omega L \cdot \underline{I}_L$$

Bobinin gerilimi akımından 90° ileridir.

(Bobinin akımı geriliminden 90° geridedir.)

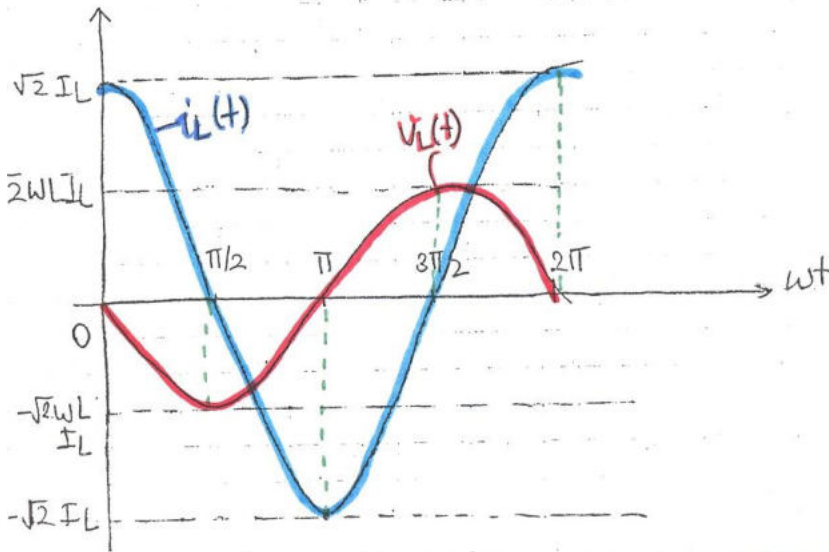


$$\underline{I}_L = I_L \cdot e^{j\varphi_L} \Rightarrow i_L(t) = \sqrt{2} \cdot I_L \cdot \cos(\omega t + \varphi_L)$$

$$\underline{V}_L = j\omega L \cdot \underline{I}_L = \omega L \cdot I_L \cdot e^{j(\varphi_L + \pi/2)}$$

$$\Rightarrow V_L(t) = \sqrt{2} \cdot \omega \cdot L \cdot I_L \cos(\omega t + \varphi_L + \pi/2)$$

$\varphi_L = 0^\circ$ için $V_L(t)$, $i_L(t)$ 'yi çizelim.



Özet:

			ELEMAN
$V_R(t) = R \cdot i_R(t)$	$V_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_L(t)$	$i_C(t) = C \cdot \frac{d}{dt} V_C(t)$	zaman domaininde v _a denklemi
$\underline{V}_R = R \cdot \underline{I}_R$	$\underline{V}_L = j\omega L \cdot \underline{I}_L$	$\underline{I}_C = j\omega C \cdot \underline{V}_C$	SSH'de (Frekans domaininde)
$\underline{I}_R = G \cdot \underline{V}_R$	$\underline{I}_L = \frac{1}{j\omega L} \cdot \underline{V}_L$	$\underline{V}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{I}_C$	v _a denklemi

$$\underline{V_C} = \frac{(j)1}{(j)j\omega C} \underline{I_C} = \frac{j}{j^2\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} \cdot \underline{I_C}$$

$$\underline{V_C} = -j \frac{1}{\omega C} \cdot \underline{I_C} \Leftrightarrow \underline{I_C} = j\omega C \cdot \underline{V_C}$$

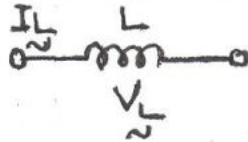
$$\underline{I_L} = \frac{1}{j\omega L} \cdot \underline{V_L} = -j \frac{1}{\omega L} \underline{V_L}$$

$$\underline{I_L} = -j \cdot \frac{1}{\omega L} \cdot \underline{V_L} \Leftrightarrow \underline{V_L} = j\omega L \cdot \underline{I_L}$$

Reaktans (X): Bir bobinin ya da bir kondansatörün ac'ye karşı gösterdiği zorluğa reaktans denir. Birimi ohm'dur, X ile gösterilir.

- Endüktansın Reaktansı

Endüktif Reaktans (X_L)



$$\underline{V_L} = j\omega L \cdot \underline{I_L}$$

$$\frac{\underline{V_L}}{\underline{I_L}} = j\omega L = j \cdot X_L$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

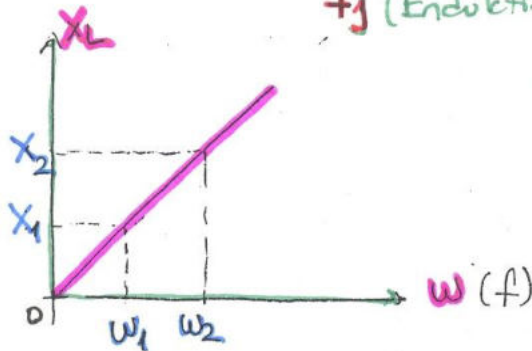
$f \uparrow X_L \uparrow$ Frekans artarsa endüktif reaktans artar.

$+j$ (Endüktif Reaktans)

doğru akımda $f=0$

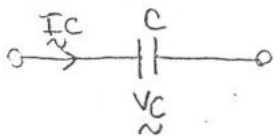
$$X_L = \omega L = 2\pi f \cdot L = 0 \rightarrow \text{dc'de sürekli halde}$$

bobin "kısa devre" gibi davranır.



- Kondansatörün Reaktansı

Kapasitif Reaktans (X_C)



$$\underline{I_C} = j\omega C \cdot \underline{V_C}$$

$$\frac{\underline{V_C}}{\underline{I_C}} = \frac{1}{j\omega C} = -j \left(\frac{1}{\omega C} \right) X_C \text{ (Kapasitif reaktans)}$$

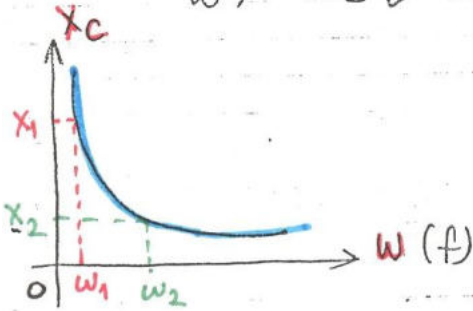
NOT: Kapasitif reaktansın önünde $(-j)$ vardır. Endüktif reaktansın önünde $(+j)$ vardır.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

Kapasitif reaktans

* Frekans arttıkça kapasitif reaktans azalır.

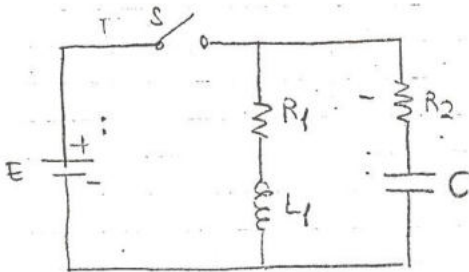
$\omega \uparrow \quad X_C \downarrow$



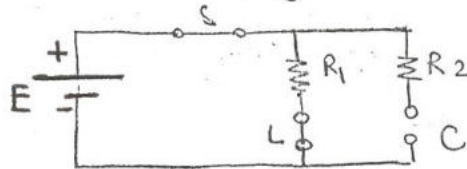
$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{\omega C}$$

dc'de $f=0$

dc'de sürekli halde $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{0} = \infty$. Kondansatör dc'de sürekli halde "açık devre" gibi davranır.



S anahtarı kapatıldıktan uzun süre sonra devrenin eş değeri;



EMPEDANS



Bir direnç ve bir reaktansın oluşan elemanı

"empedans" denir.

$$Z = R + jX$$

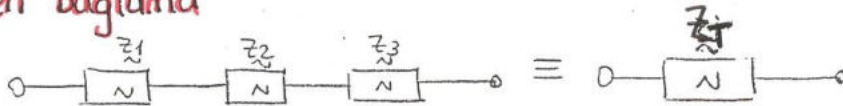
$$Z = 3 - j5 \Omega \equiv \begin{array}{c} R=3\Omega \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} -j5\Omega \\ \text{---} \\ C \end{array}$$

Kapasitif reaktans

$$Z = (4 + j7) \Omega \equiv \begin{array}{c} 4\Omega \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} j7\Omega \\ \text{---} \\ L \end{array}$$

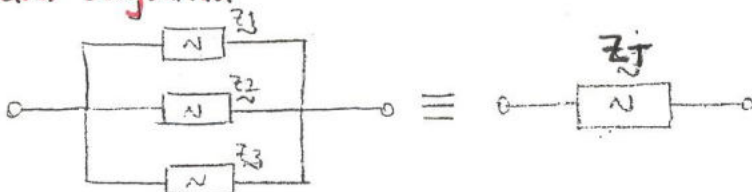
Endüktif reaktans

• Seri bağlama



$$Z_T = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

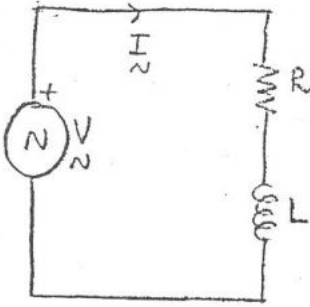
• Paralel bağlama



$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$$

$$\left\{ \frac{1}{\underline{Z}_T} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} \right\}$$

Örnek:



$$\begin{aligned} \underline{V} &= \underline{V}_R + \underline{V}_L \\ \underline{V} &= R \cdot \underline{I} + jX \underline{I} \\ \underline{V} &= \underbrace{(R + jX)}_{\underline{Z}} \cdot \underline{I} \end{aligned}$$

$$\underline{V} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} = \left(\frac{1}{\underline{Z}} \right) \underline{V} \quad \underline{Y} \text{ (Admitans)}$$

Admitans (Y)

Empedansın tersine denir. Y ile gösterilir.

Birimi : $\frac{1}{\Omega}$ mho, Siemens

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \underline{G} + j\underline{B} \rightarrow \text{suseptans } \left[\frac{1}{\Omega} \right]$$

iletkenlik $\left[\frac{1}{\Omega} \right]$

$$\underline{Y} = \underline{G} + j\underline{B}$$

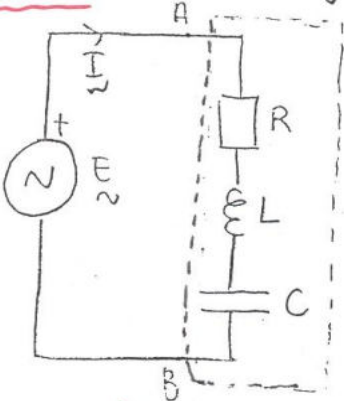
$\underline{Y}$: Admitans $\left[\frac{1}{\Omega} \right]$, [mho]
 $\underline{G}$: iletkenlik (kondüktans) $\left[\frac{1}{\Omega} \right]$, [S]
 $\underline{B}$: Suseptans $\left[\frac{1}{\Omega} \right]$, [mho]

Örnek: $\underline{Z} = 3 + j5 \Rightarrow \underline{Y} = ?$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{3 + j5} = \frac{3 - j5}{3^2 + 5^2} = \frac{3}{3^2 + 5^2} + j \frac{-5}{3^2 + 5^2} \rightarrow \underline{B}$$

$\underline{G}$

Örnek



iki voltanın empedansını bulunuz

$$\underline{V}_R + \underline{V}_L + \underline{V}_C = \underline{E}$$

$$R \cdot \underline{I} + j\omega L \underline{I} + \frac{1}{j\omega C} \underline{I} = \underline{E}$$

$$\left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \underline{I} = \underline{E} \Rightarrow \underline{Z} \cdot \underline{I} = \underline{E}$$

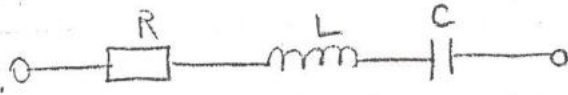
$$\underline{Z} = R + jX$$

$\underline{Z}$: Empedans $[\Omega]$
 R : Direns $[\Omega]$
 X : Reaktans $[\Omega]$

Bu devrenin empedansı

$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$



$$\underline{Z} = R + j\omega L - j \frac{1}{\omega C}$$

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$$

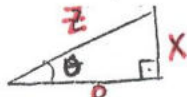
$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

① $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ise empedans "endüktif" karakterlidir.

$$\underline{Z} = R + jX$$

Empedans üçgeni

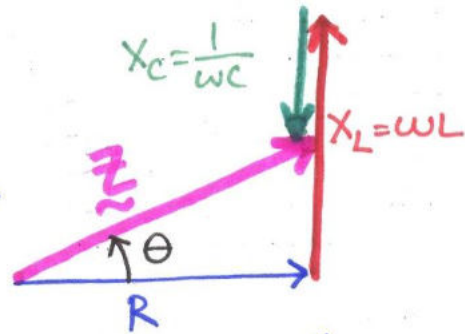


$$\underline{Z} = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)$$

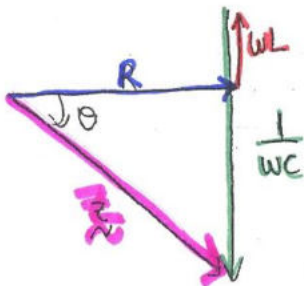
$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right) \rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$$

$\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ise empedans üçgeni →

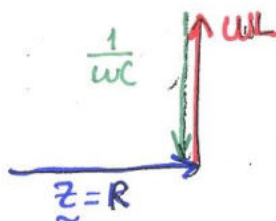


② $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ ise $\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ empedans "kapasitif" karakterdedir.



③ $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ise devrede sadece direnç vardır. (omik devre)

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R$$

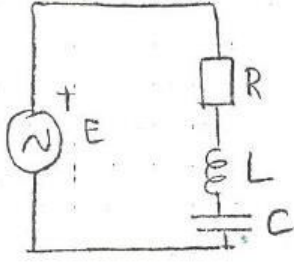


Seri Rezonans Devresi

Bir devrede rezonans oluşması için,

$X_L = X_C$ olması gerekir.

$\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ise devre rezonans halindedir.



$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega^2 LC = 1$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

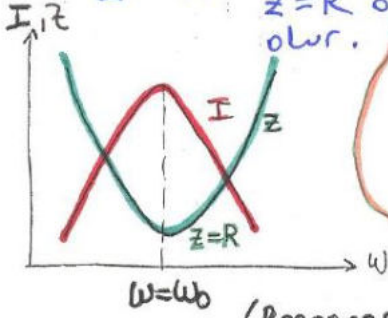
Rezonans frekansı:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Seri rezonans devresi

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \Rightarrow \text{rezonans halinde } Z = R \text{ olur.}$$

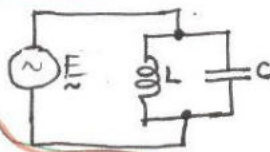
$I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{R}$ seri rezonans devresinde rezonans frekansında $Z = R$ olur. Empedans minimum olduğu için akım maksimum olur.



(Rezonans frekansı)

Araştırma Ödevi: Paralel rezonans devresini araştır.?

Paralel Rezonans Devresi:

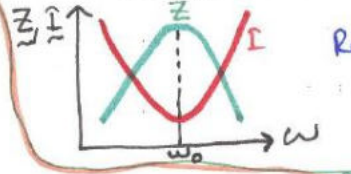


$$\underline{Z} = \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{L}{C}}{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

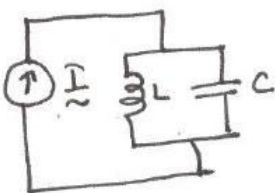
Rezonans halinde $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

$$\text{Rezonans halinde } \underline{Z} = \frac{L/C}{0} \approx \infty$$

Rezonans halinde, $Z \rightarrow \max$
 $I \rightarrow \min$ olur.



Eğer paralel rezonans devresini bir akım kaynağı beslerse,

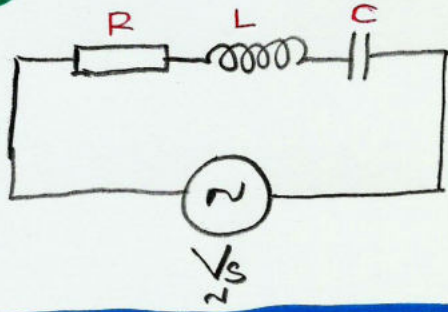


Rezonans halinde $Z \rightarrow \max$. olacağı için L ve C uçlarındaki gerilim $E = Z \cdot I$ da max. olur. Bu max. gerilim sebebiyle endüktör ve kondensatörler çok yüksek akımlar geçirir, kondensatörler patlar.

REZONANS DEVRELERİ

1) Seri Rezonans Devresi

①



f frekansı ve $\omega = 2\pi f$ açısal frekansı için devrenin empedansı

$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \text{ olur.}$$

$X_L = \omega L$ ve $X_C = \frac{1}{\omega C}$ yazarsak

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) \text{ olur.}$$

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

f_0 rezonans frekansında $X_L = X_C$ olur. Bu duruma "Devrenin rezonansa girmesi" denir.

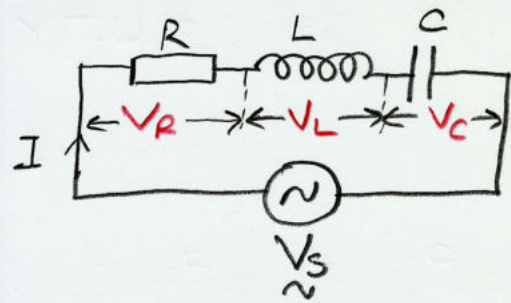
$$X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0^2 LC = 1 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ ise rezonans frekansı } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ olur}$$

* Bir rezonans devresinin tasarımı yapılırken L veya C 'den birinin değeri önceden belirlenir. (Genellikle C değeri önceden belirlenir.) Sonra devrenin hangi frekansta rezonansa gireceği (f_0) belirlenir. C (veya L) ile f_0 bilindiğinde göre bilinmeyen eleman değeri $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ formülünden hesaplanır.

* Bir devrede rezonans olabilmesi için kaynağın frekansı $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ rezonans frekansı ile aynı olmalıdır.

örneğin, Seri R-L-C devresinde L ve C 'den hesaplanan $f_0 = 650 \text{ Hz}$ ve kaynak frekansı $f = 50 \text{ Hz}$ olursa, o devrede rezonans olmaz.



Gerilim kaynağının frekansı f_0 ve ②
 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ise devre rezonansa girer
 $X_L = X_C$ yani $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ olur.

Rezonans halinde devrenin empedansı,

$$\underline{Z} = R + j(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}) = R + j(X_L - X_C) = R \text{ olur.}$$

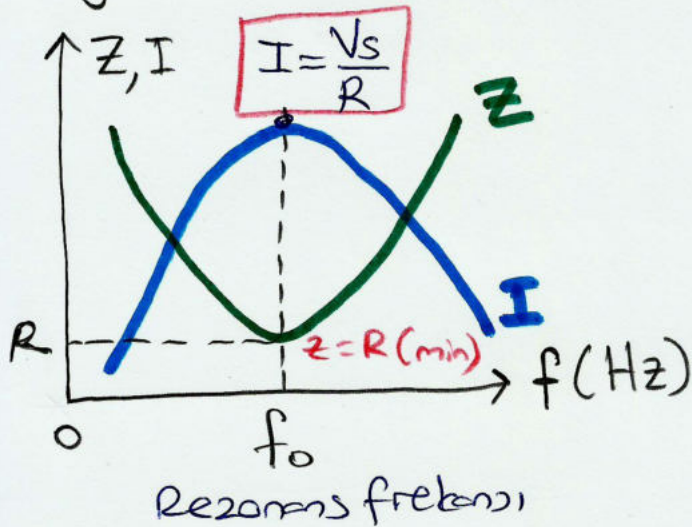
Sonuç : Seri rezonans devresinde, rezonans halinde

$\underline{Z} = R$ olur. Rezonans dışında $\underline{Z} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ olacağı için rezonans halinde $\underline{Z} = R$ (minimum) olur.

Rezonans halinde akımın efektif değeri $I = ?$

$$I = \frac{V_s}{\underline{Z}} = \frac{V_s}{R} \text{ ve } \underline{Z} = \text{Minimum olduğunda } I = \frac{V_s}{\underline{Z}} = \text{Maximum olur.}$$

Sonuç : Seri rezonans devresinde, kaynak gerilim kaynağı ise rezonans halinde **Empedans minimum, akım max.** değer alır. **$\underline{Z} = R$ olduğu için devre "Rezistif (omik)" benzeri olur.**



$$\underline{Z} = R \Rightarrow \underline{V}_R = \underline{V}_s = R \cdot \underline{I}$$

$$\underline{V}_L = jX_L \cdot \underline{I} \text{ ve } \underline{V}_C = -jX_C \cdot \underline{I}$$

Efektif değer olarak

$$\underline{V}_R = \underline{V}_s = R \cdot \underline{I}$$

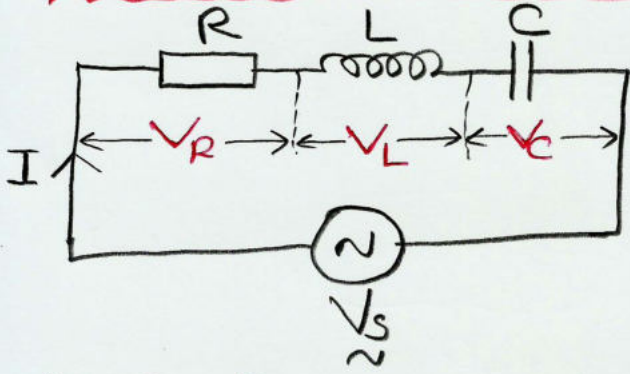
$$\underline{V}_L = X_L \cdot \underline{I} \text{ ve } \underline{V}_C = X_C \cdot \underline{I}$$

$$X_L = X_C \text{ ise}$$

$$\underline{V}_L = \underline{V}_C \text{ olur.}$$

* Fazör olarak $\underline{V}_L$ ve $\underline{V}_C$ 'nin efektif değerleri eşit fakat yönleri birbirine zıttır birbirinin etkisini ortadan kaldırırlar $\underline{V}_R = \underline{V}_s$ olur.

Herhangi bir f frekansı için empedansın karakteri ne zaman rezistif (omik), ne zaman endüktif ve ne zaman kapasitif olur? (3)



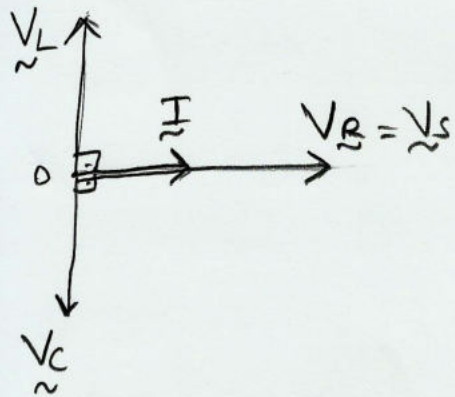
$$\underline{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + j(X_L - X_C)$$

1) $f = f_0$, $\omega = \omega_0$ Rezonans durumu

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow Z = R \Rightarrow \text{Empedans rezistif (omik) olur.}$$

$$\underline{V}_L = jX_L \underline{I} \text{ ve } \underline{V}_C = -jX_C \underline{I} \text{ olup } V_L = V_C \text{ olur.}$$

Fazör diyagramı



2) Rezonans frekansının altında ($f < f_0$)

$$\omega = 2\pi f \text{ ve } f = f_0 \text{ için } \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \text{ yani } X_L = X_C$$

$f < f_0$ olunca, frekans azalınca $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ kapasitif reaktans artar, $X_L = \omega L = 2\pi f L$ endüktif reaktans azalır.

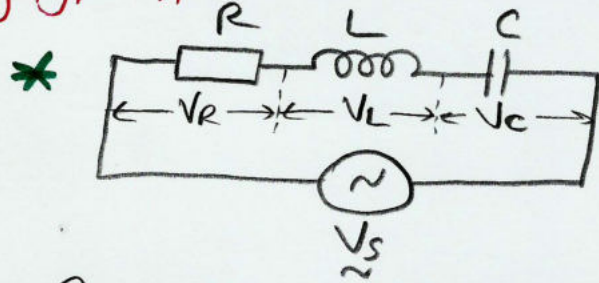
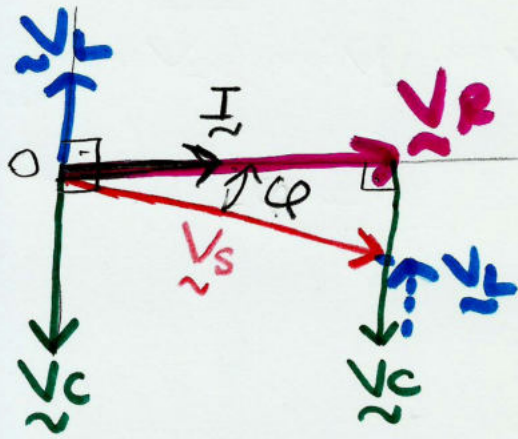
$$X_L < X_C \text{ olur. } \underline{Z} = R + j(\underbrace{X_L - X_C}_X) \Rightarrow \underline{Z} = R - jX$$

$f < f_0$ ise empedans "kapasitif" karakterli olur.

$$\underline{V}_L = jX_L \cdot \underline{I} \text{ ve } \underline{V}_C = -jX_C \cdot \underline{I}$$

Eğer $X_C > X_L$ ise $\underline{V}_C > \underline{V}_L$ olur.

$f < f_0$ için fazlar diyagramı



Rezonans frekansının altında $X_C > X_L$ ve empedans kapasitif olduğu için pratikte seri rezonans devreleri kondansatör gibi çalışır. Reaktif güç kompanzasyonu yapar.

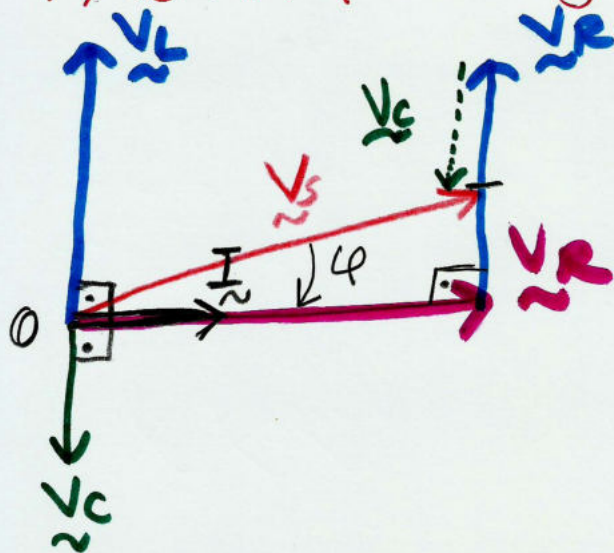
3) Rezonans frekansının üzerinde ($f > f_0$)

$f = f_0$ ve $\omega = \omega_0$ için $X_L = X_C$, $X_L = \omega L$ ve $X_C = \frac{1}{\omega C}$
 $f > f_0$ ise $\omega > \omega_0$ olur. Frekans artınca X_L artar, X_C azalır. Bu nedenle;

$$\underline{X}_L > \underline{X}_C \text{ olur. } \underline{Z} = R + j(X_L - X_C) \Rightarrow \underline{Z} = R + jX$$

$f > f_0$ ise empedans "Endüktif" karakterli olur.

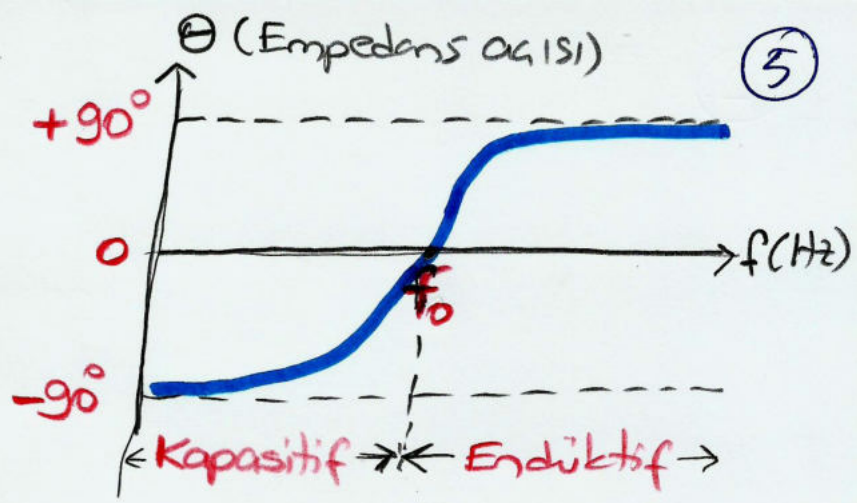
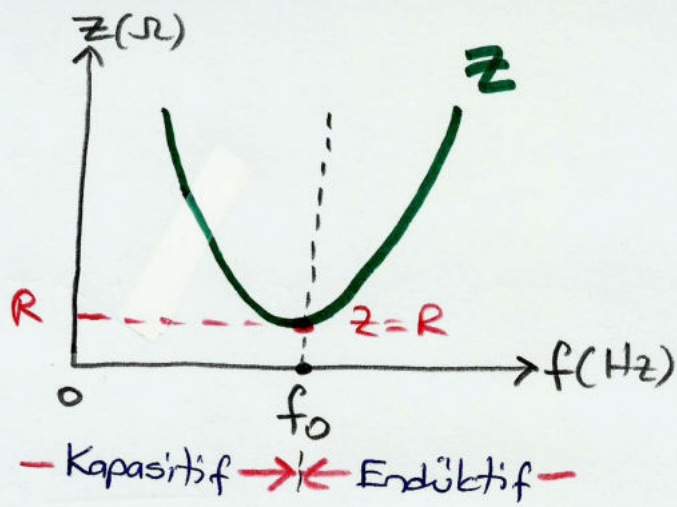
$f > f_0$ için fazlar diyagramı



$$\underline{V}_L = jX_L \cdot \underline{I} \text{ ve } \underline{V}_C = -jX_C \cdot \underline{I}$$

Eğer $X_L > X_C$ ise

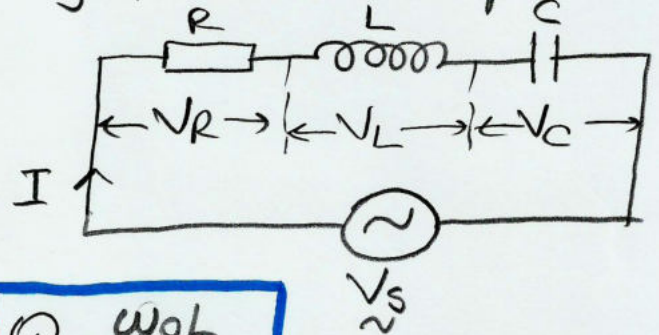
$$\underline{V}_L > \underline{V}_C \text{ olur.}$$



Seri Rezonans Devresinde Q KALİTE FAKTÖRÜ

Q kalite faktörü seri rezonans devresinin seçiciliğini, frekans band genişliğini belirleyen önemli bir parametredir.

$$Q = \frac{\text{Reaktif Güç}}{\text{Ortalama (Aktif) Güç}}$$



$$Q = \frac{X_L I^2}{R \cdot I^2} \Rightarrow Q = \frac{X_L}{R} \Rightarrow Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

Rezonans devresinde $X_L = X_C$ ve $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ olduğu için

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\frac{1}{\omega_0 C}}{R} \Rightarrow Q = \frac{1}{\omega_0 R C}$$

Rezonans halinde $X_L = X_C$ (yani $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$) ve $Z = R$ olduğu için, akım $I = \frac{V_s}{R}$ olur.

Bobin gerilimi: $V_L = X_L I = \omega_0 L \cdot \frac{V_s}{R} = \left(\frac{\omega_0 L}{R} \right) \cdot V_s$
(E reaktif değer)

$$V_L = Q \cdot V_s$$

Kondansatör gerilimi: $V_C = X_C I = \frac{1}{\omega_0 C} \cdot \frac{V_s}{R} = \left(\frac{1}{\omega_0 R C} \right) \cdot V_s$

$$V_C = Q \cdot V_s$$

Sonuç: Q kalite faktörü $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$

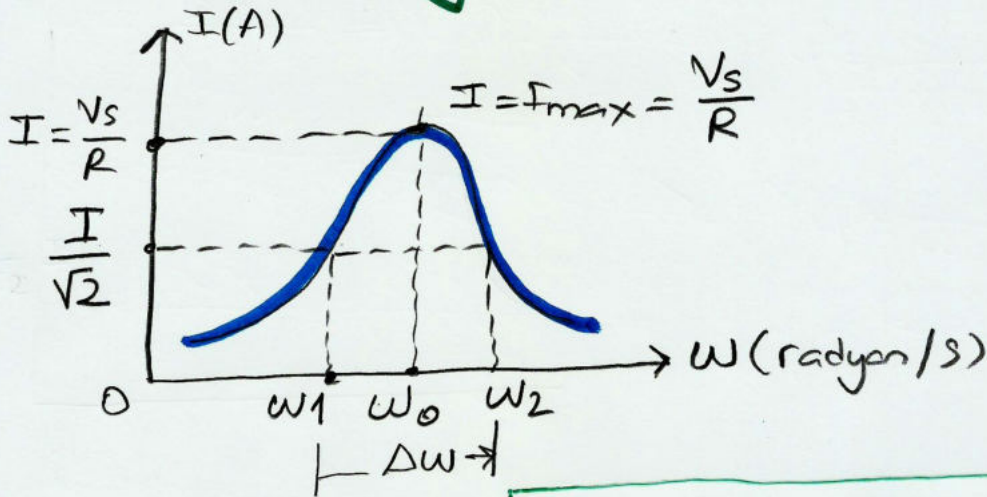
(6)

$$V_L = V_C = Q \cdot V_S$$

Devrenin seçiciliğinin, hassasiyetinin yüksek olması için Q kalite faktörünün yüksek olması istenir. Q kalite faktörü yükseldikçe bobin ve kondensator uçlarındaki gerilimler yükselir. Bobin ve kondensatorün bu aşırı gerilimlere dayanamak şekilde imal edilmesi gerekir.

$I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{V_C}{X_C}$ olduğu için V_L ve V_C artınca geçen akım da yükselir, L ve C 'nin bu aşırı akıma da dayanması gerekir.

Band Genişliği (Band Width) (BW)



Band Genişliği $BW = \frac{\omega_0}{Q} = \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

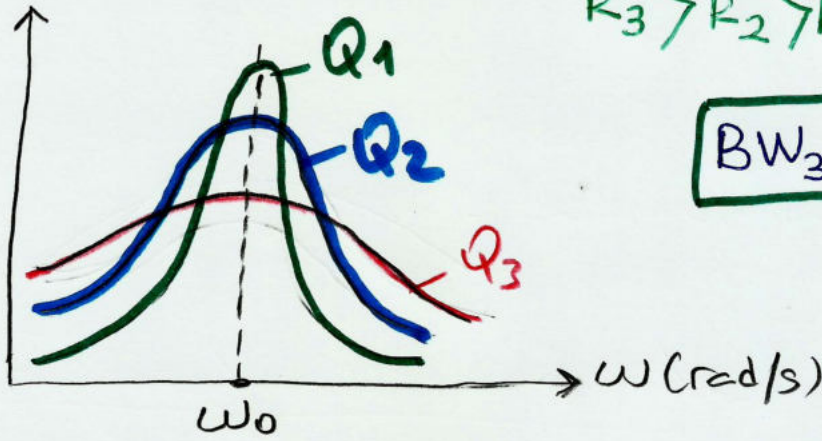
$$BW = \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow Q = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{2\pi f_0}{2\pi(f_2 - f_1)} = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \text{ veya } Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$$

Bir rezonans devresinde hassasiyetin yüksek olması, band genişliğinin (BW) dar olması ile sağlanır.

$BW = \frac{\omega_0}{Q}$ 'dur. Band genişliğinin dar olması için (7)

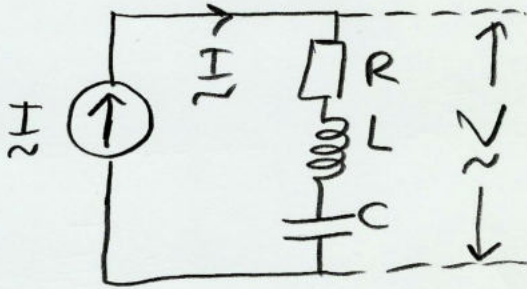
Q büyük olmalıdır. $Q = \frac{\omega_0 L}{R}$ 'dır. O halde R küçük olmalıdır.



$$R_3 > R_2 > R_1 \Rightarrow Q_3 < Q_2 < Q_1$$

$$BW_3 > BW_2 > BW_1$$

* Seri rezonans devresi akım kaynağı ile besleniyor ise ?



$$\underline{Z} = R + j(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}) = R + j(X_L - X_C)$$

Rezonans halinde $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \underline{Z} = R$

$$\underline{V} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = R \cdot \underline{I} \Rightarrow \underline{V} = RI \text{ (minimum)}$$

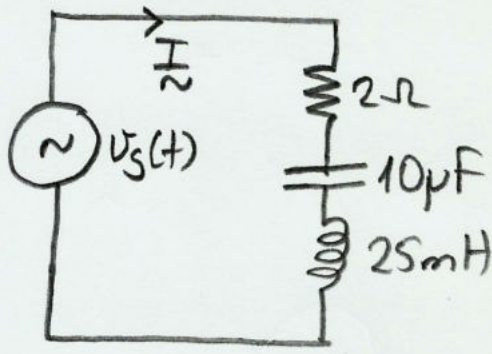
$I = \text{sabit}$ (efektif değer)

Sonuç : Akım kaynaklı seri rezonans devresinde empedans (Z) minimum ve devrenin gerilimi (V) minimum olur.

Elektrik tesislerinde seri rezonans devreleri, harmonik filtreleri olarak kullanılır. Rezonans frekansında ($f_0 = 250 \text{ Hz}$ (5. harmonik) veya $f_0 = 350 \text{ Hz}$ (7. harmonik) vb.) harmonik gerilimleri minimum yapılır.

Örnek (Seri rezonans)

(8)



$$U_s(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \cos(\omega_0 t) \text{ ve}$$

- Rezonans frekansı $f_0 = ?$, $\omega_0 = ?$
- Akımın efektif değeri $I = ?$
- Kalite faktörü $Q = ?$
- Efektif değer olarak $V_L = ?$, $V_C = ?$
- $BW = ?$, $f_2 = ?$, $f_1 = ?$

Çözüm

a) $R = 2\Omega$, $C = 10\mu F = 10 \cdot 10^{-6} F$, $L = 25.mH = 25 \cdot 10^{-3} H$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-6}}} \Rightarrow f_0 = 318,31 Hz$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 318,31 \Rightarrow \omega_0 = 2000 \text{ rad/s} \quad \omega_0 = 2 \text{ krad/s}$$

b) $\tilde{Z} = R + j(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}) = R + j(X_L - X_C) \Rightarrow \tilde{Z} = R$

$$U_s(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \cos(\omega_0 t) \text{ Volt} \Rightarrow \tilde{V}_s = 10 \angle 0^\circ \text{ Volt}$$

$$\tilde{Z} = R \text{ de efektif değer olarak } I = \frac{\tilde{V}_s}{R} = \frac{10}{5} = 2A$$

$$\boxed{I = 2A}$$

c) $Q = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{2} \Rightarrow Q = 25$

d) $V_L = V_C = Q \cdot V_s = 25 \cdot 10 \Rightarrow V_L = V_C = 250 \text{ Volt}$

veya $\rightarrow V_L = V_C = X_L \cdot I = \omega_0 L \cdot I = 2 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3} \cdot 5 = 250 \text{ Volt}$
Dikkat!!!

Seri rezonans devresinde kaynak gerilimi $V_s = 10V$ olmasına rağmen L ve C 'nin gerilimi $250V$ 'a sıkmıştır. ($Q = 25$ katına sıkmıştır)

e) $BW = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{2000}{25} \Rightarrow BW = 80 \text{ rad/s}$

$$BW = \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 80 \text{ rad/s}$$

$$BW = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{2\pi f_0}{Q} = \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

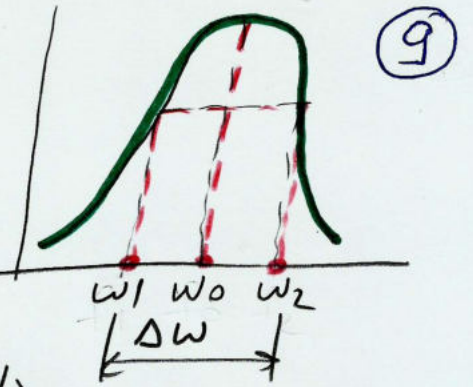
$$BW = \Delta\omega = 80$$

$$\omega_1 = \omega_0 - \left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) = 2000 - 40 = 1960 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \omega_0 + \left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) = 2000 + 40 = 2040 \text{ rad/s}$$

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1960}{2\pi} \Rightarrow \boxed{f_1 = 311,94 \text{ Hz}}$$

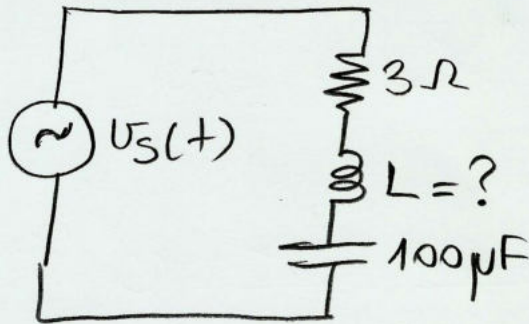
$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{2040}{2\pi} \Rightarrow \boxed{f_2 = 324,67 \text{ Hz}}$$



Kontrol: f_0 , f_1 ve f_2 'nin ortasında olmalı.

$$f_0 \stackrel{?}{=} \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{311,94 + 324,67}{2} = 318,31 \text{ Hz (doğru)}$$

Örnek



Şekildeki devrede

$U_S(t) = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \cos(6283t)$ Volt ile devrede rezonans olgunması için

a) $L = ?$

b) $V_L = ?$, $V_S = ?$

Çözüm

a) $U_S(t) = \sqrt{2} V_S \cdot \cos(\omega_0 t) = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \cos(6283t) \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 6283 \text{ rad/s}}$

$X_L = X_C$ olmalı yani $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C} = \frac{1}{6283^2 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{L = 2,533 \cdot 10^{-4} \text{ H}}$$

$$L = 0,2533 \text{ mH}$$

b) $Q = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{6283 \cdot 2,533 \cdot 10^{-4}}{3} = \frac{1,591}{3} = 0,53$

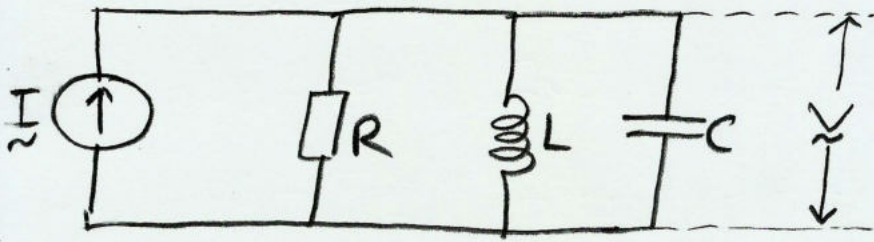
$V_L = V_S = Q \cdot V_S = 0,53 \cdot 220 = 116,6 \text{ V}$

veya $I = \frac{V_S}{R} = \frac{220}{3} = 73,333 \text{ A}$ ve $V_L = X_L \cdot I = 1,591 \cdot 73,333 = 116,6 \text{ V}$
(Doğru)

2) Paralel Rezonans Devresi

(10)

Kaynak akım kaynağı olsun



Devrenin eşdeğer empedansı: $\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$

Devrenin eşdeğer admittansı: $Y = \frac{1}{Z}$

$$Y = G - j\frac{1}{\omega L} + j\omega C \Rightarrow Y = G + j(B_C - B_L)$$

B_L : Bobinin süseptansı $B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$

B_C : Kondansatörün süseptansı $B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C$

* Devrede rezonans olması için Y 'in imajiner bileşeni olmamalı. Yani: $B_C = B_L$ olmalı

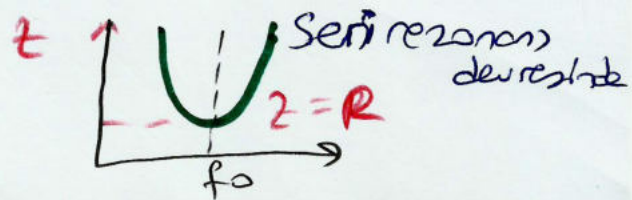
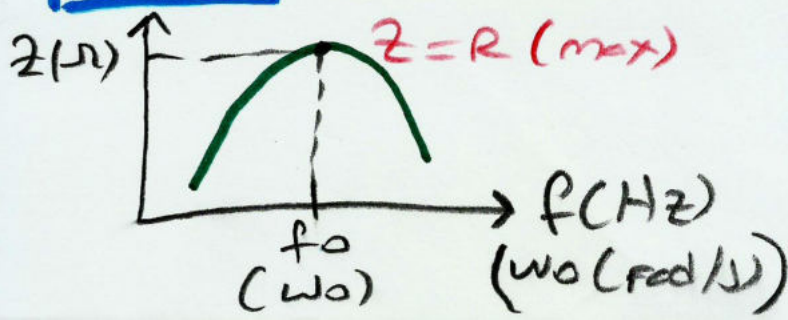
$$\frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ ve } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

* Paralel rezonans devresinde empedans max olur?

ω_0 frekansında (rezonans halinde) $Y = G$ (minimum) olur $Z = \frac{1}{Y}$ olduğu için paralel rezonans devresinde

$Z = R$ empedans max. olur.

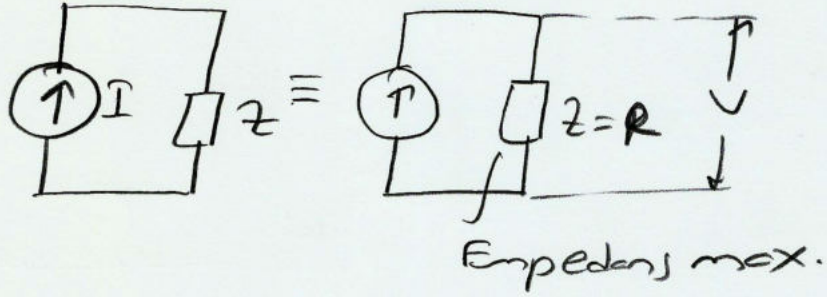
NOT: Seri rezonans devresinde bunun tam tersi f_0 için Z min. idi.



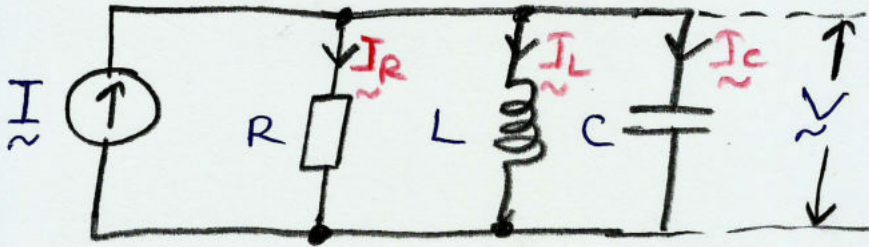
Akım kaynaqlı paralel rezonans devresinde $f=f_0$ rezonans frekansında gerilim (V) max. olur. (11)

$$V = Z \cdot I$$

$\downarrow$ max $\downarrow$ max $\downarrow$ Sabit



Paralel Rezonans Devresinde Q KALİTE FAKTÖRÜ



$$Q = \frac{\text{Reaktif güç}}{\text{Ort (Aktif güç)}} = \frac{\left(\frac{V^2}{X_L}\right)}{\left(\frac{V^2}{R}\right)} = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{\omega_0 L}$$

$$Q = \frac{R}{\omega_0 L}$$

Rezonans halinde

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow Q = \omega_0 C R$$

$$I = I_R = \frac{V}{R} \Rightarrow V = R I \text{ efektif değer olarak } V = R I \text{ olur.}$$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{R I}{\omega_0 L} = \underbrace{\left(\frac{R}{\omega_0 L}\right)}_Q \cdot I \Rightarrow I_L = Q \cdot I$$

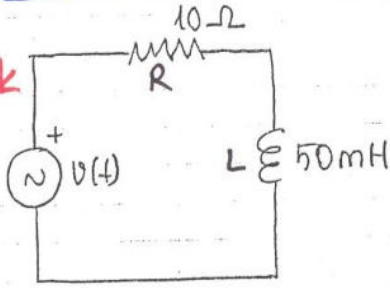
$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{R I}{\frac{1}{\omega_0 C}} = \underbrace{(\omega_0 C R)}_Q \cdot I \Rightarrow I_C = Q \cdot I$$

Sonuç : $I_R = I$ ve $I_L = I_C = Q \cdot I$

(Akım kaynaqlı paralel rezonans devresinde)

SSH'de, Tek Gerilim Kaynağından Beslenen Basit AC Devrelerinin Çözümü

Örnek



$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = 311 \cos(314t + 60^\circ)$$

$$I = ? \quad Z = ? \quad f = ?$$

$V_m = 311 \text{ Volt}$
 $\omega = 314 \text{ radyan/s}$
 $\phi = 60^\circ$ olduğu
 anlaşılıyor.

Bilgi:

Gözüm

$$V = \left(\frac{311}{\sqrt{2}} \right) \angle 60^\circ$$

$$\underline{V} = 220 \cdot e^{j60^\circ} \text{ [V]}$$

$$\omega = 2\pi f = 314 \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

$$\underline{Z} = R + jX_L = R + j\omega L$$

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15,7 \Omega$$

$$\underline{Z} = R + j\omega L = 10 + j15,7$$

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega t + \phi) \text{ ise}$$

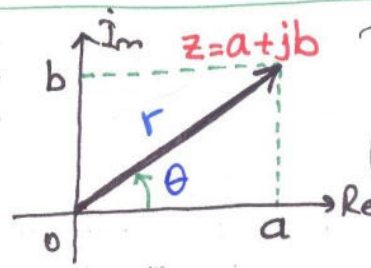
$$\underline{V} = V_{ef} \angle \phi \text{ ve } V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow \underline{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \phi$$

Hatırlatma

$$z = a + jb = r \cdot e^{j\theta} = r \angle \theta$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{b}{a}\right)$$



$$a = r \cdot \cos\theta$$

$$b = r \cdot \sin\theta$$

$$\textcircled{*} \quad z = r \angle \theta \text{ biliniyor. } a = ? \quad b = ?$$

$$z = r \cdot (\cos\theta + j \sin\theta) = a + jb$$

Sorunun çözümüne devam edelim...

$$\underline{Z} = 10 + j15,7$$

$$\underline{Z} = \sqrt{10^2 + (15,7)^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{15,7}{10}\right)$$

$$\underline{Z} = 18,61 \angle 57,5^\circ \Omega$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} = \frac{220 \angle 60^\circ}{18,61 \angle 57,5^\circ}$$

$$\underline{I} = \left(\frac{220}{18,61} \right) \angle (60^\circ - 57,5^\circ)$$

$$\underline{I} = 11,82 \angle 2,5^\circ \text{ A}$$

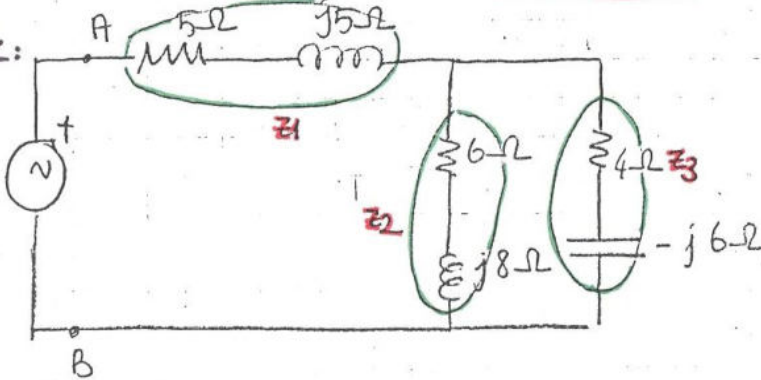
Hatırlatma (Kompleks sayılarda çarpma ve bölme)

$$\begin{aligned} z_1 &= r_1 \angle \theta \\ z_2 &= r_2 \angle \varphi \end{aligned}$$

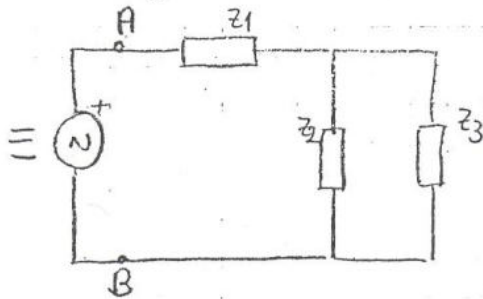
$$\frac{z_1}{z_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \angle \theta - \varphi$$

$$z_1 \cdot z_2 = (r_1 \cdot r_2) \angle \theta + \varphi$$

Örnek:



A-B uçlarından, görünen eşdeğer empedansı bulunuz.



$$Z_{AB} = z_1 + \frac{z_2 \cdot z_3}{z_2 + z_3}$$

$$z_1 = 5 + j5$$

$$z_2 = 6 + j8 = \sqrt{6^2 + 8^2} \angle \arctg\left(\frac{b}{a}\right) = 10 \angle 53,1^\circ$$

$$z_3 = 4 - j6 = \sqrt{4^2 + 6^2} \angle \arctg\left(\frac{b}{a}\right) = 7,21 \angle -56,3^\circ$$

$$z_2 \cdot z_3 = 72,1 \angle -3,2^\circ$$

$$z_2 + z_3 = 10 + j2 = 10,2 \angle 11,3^\circ$$

$$= \frac{z_2 \cdot z_3}{z_2 + z_3} = 7,07 \angle -14,5^\circ = 6,84 - j1,77$$

$$Z_{AB} = z_1 + \frac{z_2 \cdot z_3}{z_2 + z_3} = \dots = 11,84 + j3,23 \, \Omega$$

$$Z_{AB} \equiv \text{---} 11,84 \, \Omega \text{---} j3,23 \, \Omega \text{---}$$

+j olduğu için endüktif reaktans
(-j) olsaydı kapasitif reaktans olurdu