

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

DEVRE TEORİSİ

Ders Notu

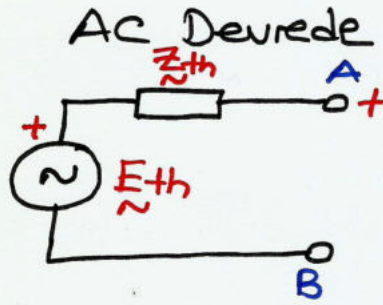
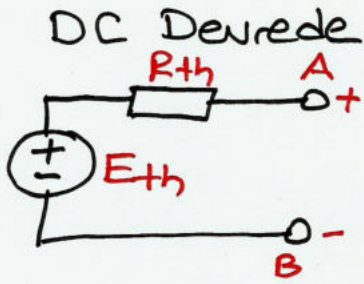
AC DEVRELERDE TEOREMLER

- **THEVENİN TEOREMİ**
- **NORTON TEOREMİ**
- **MAKSİMUM GÜÇ TEOREMİ**
- **SÜPERPOZİSYON TEOREMİ**

Doç. Dr. Recep YUMURTACI

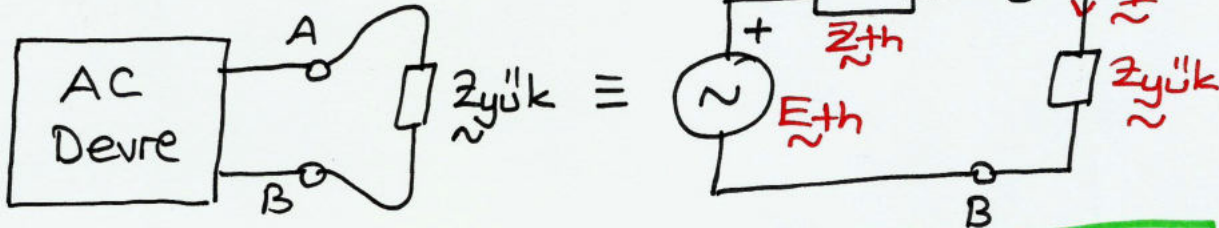
Doç.Dr. Recep YUMURTACI (YTÜ)
SSH'de (AC Devrelerde) Teoremler ①

AC Devrelerde THEVENİN TEOREMİ



← Thevenin Eşdeğer Devresi

* AC devrede A-B uçları arasına yük bağlayalım:



$$\tilde{I} = \frac{\tilde{E}_{th}}{\tilde{Z}_{th} + \tilde{Z}_{yük}}$$

$\tilde{E}_{th}$ 'in Bulunması:

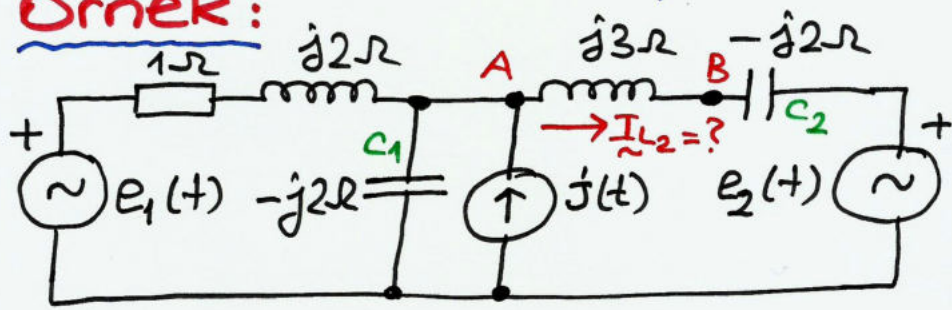
AC devrede $\tilde{E}_{th}$, mantık olarak DC devredeki E_{th} gibi bulunur. Yani, "A-B uçları açık iken" devre herhangi bir yöntemle çözülür ve $\tilde{V}_{AB}$ gerilimi hesaplanır. $\tilde{E}_{th} = \tilde{V}_{AB}$ olur.

$\tilde{Z}_{th}$ 'in Bulunması:

DC devredeki R_{th} 'in bulunduğu gibi bulunur. "AB uçları açık iken", devredeki tüm gerilim kaynakları kısa devre ve tüm akım kaynakları açık devre için A-B uçları arasındaki eşdeğer empedans hesaplanır.

$$\tilde{Z}_{th} = \tilde{Z}_{AB} \text{ olur.}$$

Örnek:



$$E_1(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \cos(\omega t) \text{ Volt}$$

$$E_2(t) = \sqrt{2} \cdot 20 \cdot \cos(\omega t + 90^\circ)$$

$$j(t) = \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \cos(\omega t + 90^\circ) \text{ A}$$

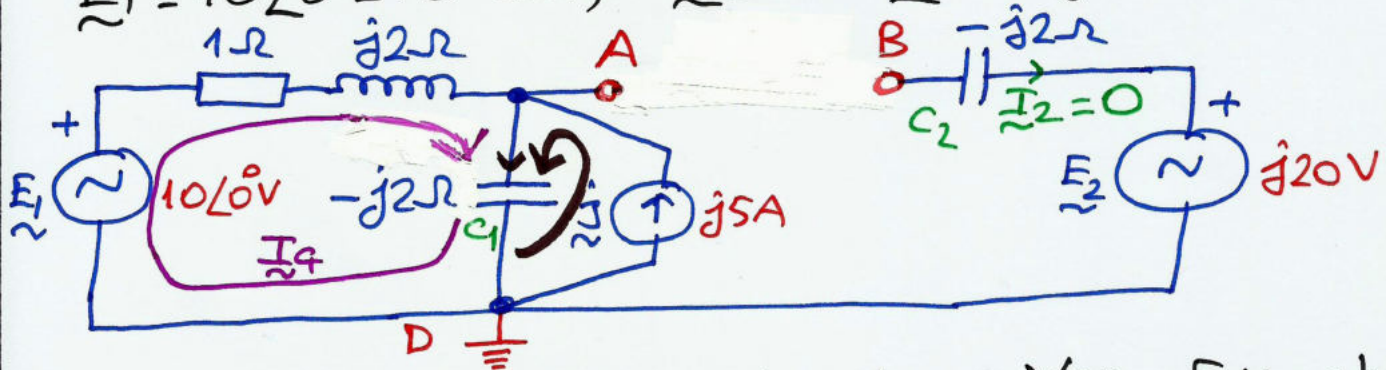
Şekildeki devrede I_{L2} akımını SST'de Thevenin Teoremi ile hesaplayınız.

Gözüm:

Akımı hesaplanacak eleman devreden çıkartılır ve AB uçları açık iken E_{th} ve Z_{th} hesaplanır.

$E_{th} = ?$

$$E_1 = 10 \angle 0^\circ = 10 \text{ Volt}, \quad E_2 = 20 \angle 90^\circ = j20 \text{ V}, \quad j = 5 \angle 90^\circ = j5 \text{ A}$$



G.A.Y. ile V_{AB} 'yi hesaplayalım: $V_{AB} = E_{th}$ olur.

$$(1 + j2 - j2) \cdot I_{C1} + (-j2) \cdot j - E_1 = 0 \quad \rightarrow j^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$I_{C1} + (-j2) \cdot j5 - 10 = 0 \Rightarrow I_{C1} + (-j^2 \cdot 10) - 10 = 0$$

$I_{C1} = 0$ D'yi referans düğüm akım. DÜĞÜM'den yararlanarak V_A ve V_B 'yi bulalım. $V_{AB} = V_A - V_B$ olur.

$$V_A = V_{C1} = (-j2)(I_{C1} + j) \Rightarrow V_A = -j2 \cdot (0 + j5)$$

$$V_A = -j^2 \cdot 10 = -(-1) \cdot 10 \Rightarrow V_A = 10 \text{ Volt}$$

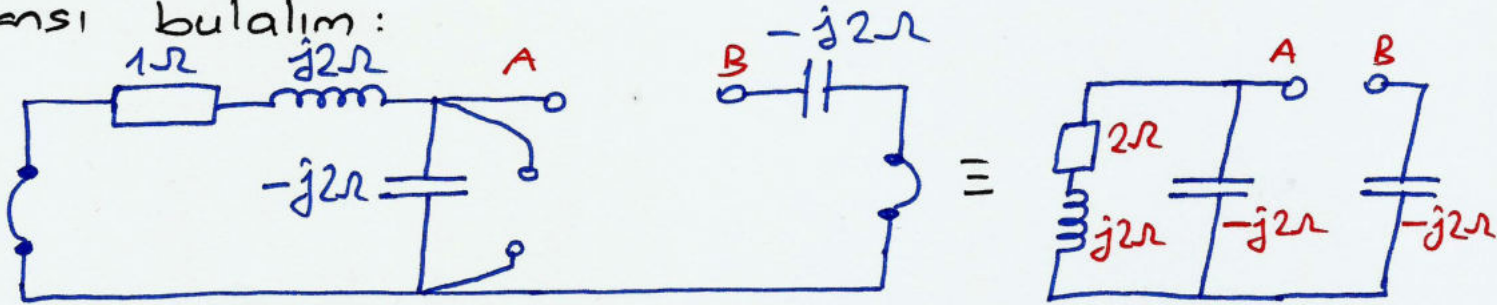
$$V_B = V_{C2} + E_2 = (-j2) \cdot I_{C2} + E_2 \Rightarrow V_B = E_2 = j20 \text{ V}$$

$$V_B = j20 \text{ Volt} \Rightarrow E_{th} = V_{AB} = V_A - V_B = (10 - j20) \text{ Volt}$$

$$\underline{E}_{th} = 10 - j20 = 22,36 \angle -63,43^\circ \text{ V}$$

$$\underline{Z}_{th} = ?$$

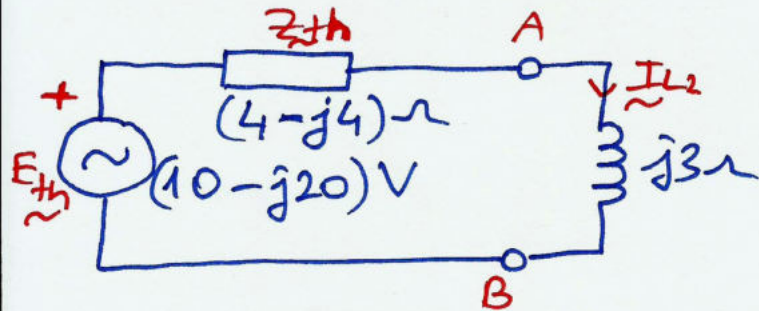
Gerilim kaynakları kısa devre ve akım kaynakları açık devre iken A-B uçları arasındaki eşdeğer empedansı bulalım:



$$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{th} = \left(\frac{(2 + j2)(-j2)}{1 + j2 - j2} \right) + (-j2) = 4 - j2 - j2$$

$$\underline{Z}_{th} = (4 - j4) \Omega$$

Thevenin eşdeğer devresinde, akımı hesaplamak için bobini A-B uçları arasına bağlayalım:



$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_{th}}{\underline{Z}_{th} + \underline{Z}_{yük}}$$

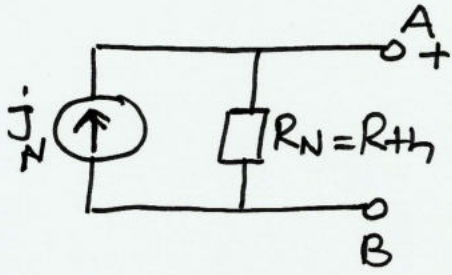
$$\underline{I}_{L2} = \frac{(10 - j20)}{4 - j4 + j3} = \frac{10 - j20}{4 - j1}$$

$$\underline{I}_{L2} = 3,529 - j4,117 = 5,423 \angle -49,4^\circ \text{ A}$$

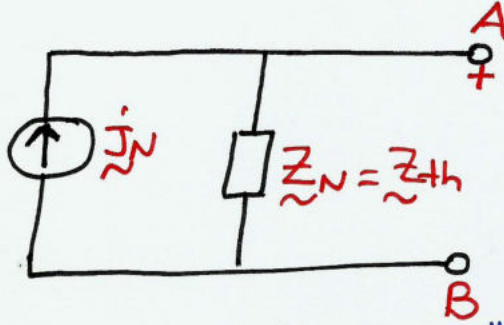
AC Devrelerde NORTON TEOREMİ

④

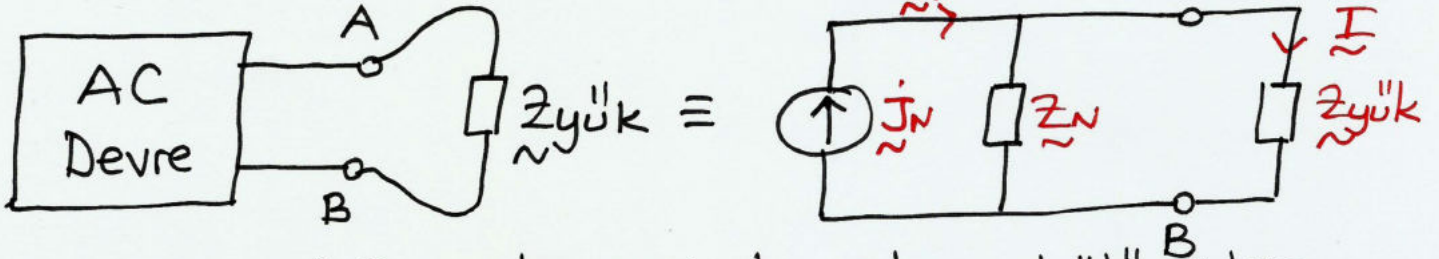
DC Devrede



AC Devre için Norton Eşdeğer Devresi



* AC devrede A-B uçları arasına yük bağlayalım:

Norton eşdeğer devresinde akım bölücüden yük akımını ($\underline{I}$) bulalım:

$$\underline{I} = \frac{\underline{Z}_N}{\underline{Z}_N + \underline{Z}_{yük}} \cdot \underline{j}_N$$

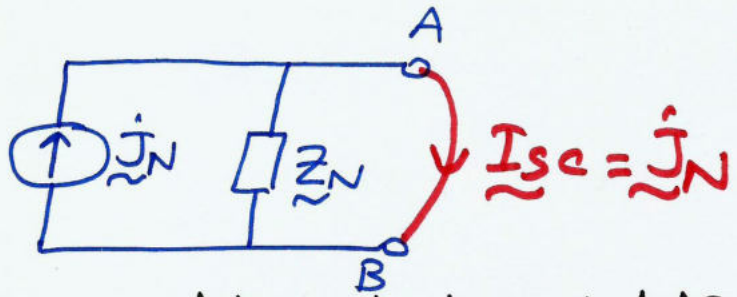
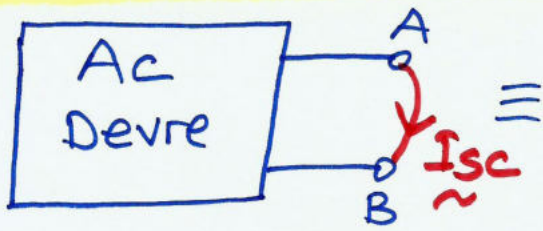
veya önce $\underline{V}_{AB}$ gerilimini bulup, sonra $\underline{I}$ 'yi bulalım:

$$\underline{V}_{AB} = \underline{Z}_{eş} \cdot \underline{j}_N = \left(\frac{\underline{Z}_N \cdot \underline{Z}_{yük}}{\underline{Z}_N + \underline{Z}_{yük}} \right) \cdot \underline{j}_N$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}_{AB}}{\underline{Z}_{yük}} = \frac{\underline{Z}_N \cdot \cancel{\underline{Z}_{yük}}}{\underline{Z}_N + \underline{Z}_{yük}} \cdot \underline{j}_N \cdot \frac{1}{\cancel{\underline{Z}_{yük}}}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{Z}_N}{\underline{Z}_N + \underline{Z}_{yük}} \cdot \underline{j}_N$$

$\tilde{I}_N$ 'in Bulunması:



(5)

A-B uçları kısa devre edilir. Herhangi bir yöntemle devre gözülür ve geçen kısa devre akımı hesaplanır. $\tilde{I}_N = I_{sc}$ olur.

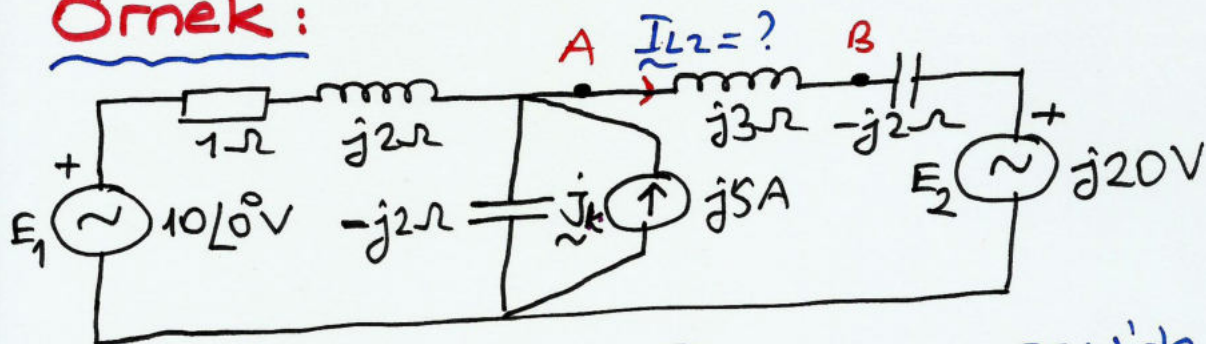
$\tilde{Z}_N$ 'in Bulunması:

$\tilde{Z}_N = \tilde{Z}_{th}$ olduğu için, $\tilde{Z}_N$, $\tilde{Z}_{th}$ gibi bulunur.

A-B uçları açık iken, devredeki gerilim kaynakları kısa devre edilir, akım kaynakları açık devre edilir ve bu durumda A-B uçları arasındaki eşdeğer empedans ($\tilde{Z}_{AB}$) bulunur.

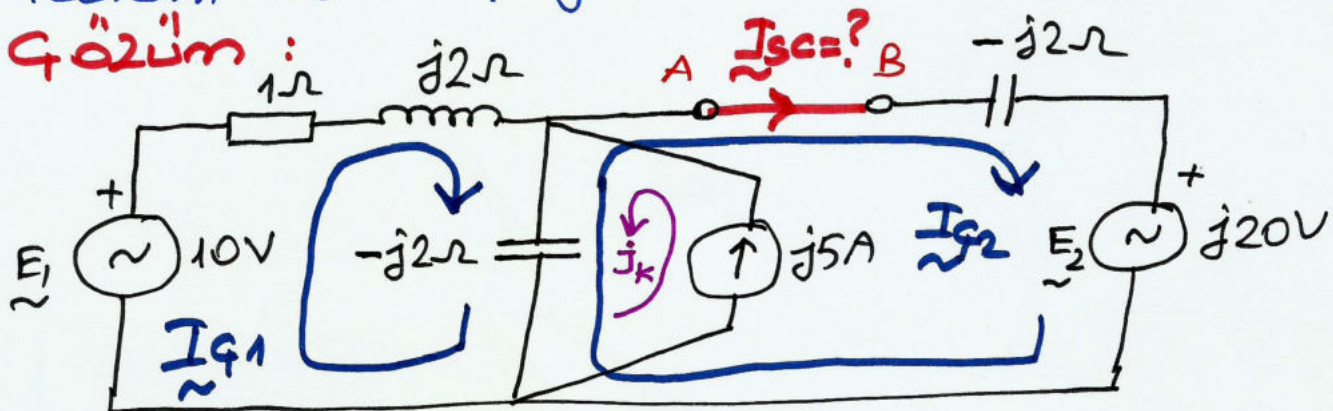
$$\tilde{Z}_N = \tilde{Z}_{th} = \tilde{Z}_{AB} \text{ olur.}$$

Örnek:



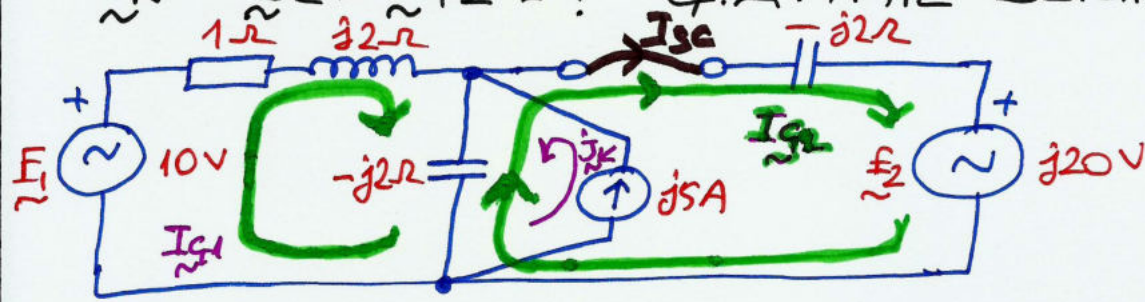
Yukarıdaki devrede $\tilde{I}_{L2}$ akımını SSH'de Norton Teoremi ile hesaplayınız

Gözüm:



$\hat{I}_N = I_{sc} = I_{q2} = ?$ G.A.Y. ile bulalım:

(6)



1. çevre için

$$(1 + j2 - j2) \cdot \underline{I}_{q1} - (-j2) \cdot \underline{I}_{q2} + (-j2) \cdot \hat{I}_k - \underline{E}_1 = 0$$

$$\underline{I}_{q1} + j2 \cdot \underline{I}_{q2} - j2 \cdot (j5) - 10 = 0$$

$$\underline{I}_{q1} + j2 \underline{I}_{q2} - j^2 \cdot 10 - 10 = 0$$

$$\underline{I}_{q1} + j2 \cdot \underline{I}_{q2} = 0 \quad (1)$$

2. çevre için

$$(-j2 - j2) \cdot \underline{I}_{q2} - (-j2) \cdot \underline{I}_{q1} - (-j2) \cdot \hat{I}_k + \underline{E}_2 = 0$$

$$+ j2 \cdot \underline{I}_{q1} - j4 \cdot \underline{I}_{q2} + j2 \cdot j5 + j20 = 0$$

$$j2 \underline{I}_{q1} - j4 \underline{I}_{q2} = 10 - j20 \quad (2)$$

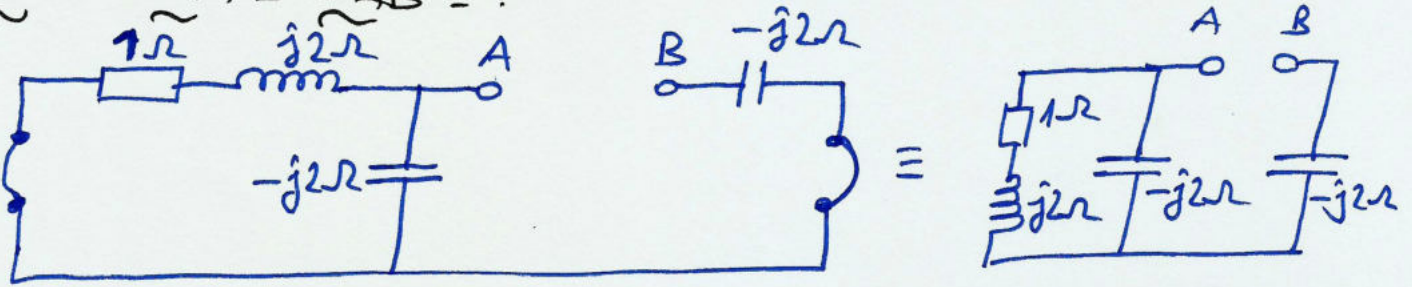
$$\begin{bmatrix} 1 & j2 \\ j2 & -j4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{q1} \\ \underline{I}_{q2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 - j20 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{I}_{sc} = \underline{I}_{q2} = ?$$

$$\underline{I}_{q2} = \underline{I}_{sc} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ j2 & (10 - j20) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & j2 \\ j2 & -j4 \end{vmatrix}} = \frac{10 - j20}{-j4 - j^2 \cdot 4} = \frac{10 - j20}{4 - j4}$$

$$\underline{I}_{sc} = \underline{I}_{q2} = 3,75 - j1,25 \Rightarrow \hat{I}_N = \underline{I}_{sc} = (3,75 - j1,25)A$$

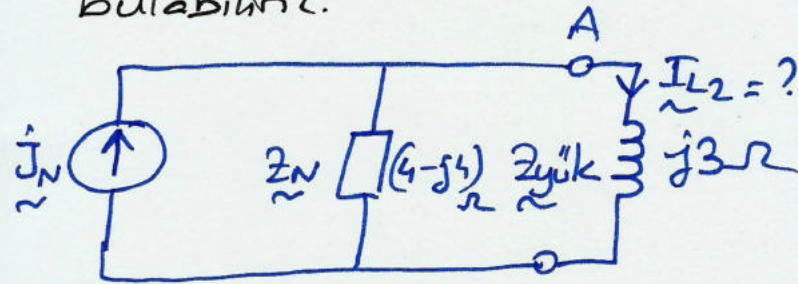
$$\hat{I}_N = 3,75 - j1,25 = 3,953 \angle -18,43^\circ A$$

$$\tilde{Z}_N = \tilde{Z}_{th} = \tilde{Z}_{AB} = ?$$



$$\tilde{Z}_N = \tilde{Z}_{AB} = \left(\frac{(1+j2) \cdot (-j2)}{1+j2-j2} \right) + (-j2) \Rightarrow \boxed{\tilde{Z}_N = (4-j4) \Omega}$$

$\hat{I}_N$ ve $\tilde{Z}_N$ bulunduğu için şimdi $\tilde{Z}_{yük} = j3 \Omega$ 'u Norton eşdeğer devresinde A-B arasına bağlayıp akımı bulabiliriz.



$$\hat{I}_N = (3,75 - j1,75) \text{ A} = 3,953 \angle -18,4^\circ$$

Akım bölücüden
$$\tilde{I}_{L2} = \frac{\tilde{Z}_N}{\tilde{Z}_N + \tilde{Z}_{yük}} \cdot \hat{I}_N$$

$$\tilde{I}_{L2} = \frac{(4-j4)}{4-j4+j3} \cdot (3,75-j1,75)$$

$$\boxed{\tilde{I}_{L2} = 3,529 - j4,117 = 5,423 \angle -49,4^\circ \text{ A}}$$

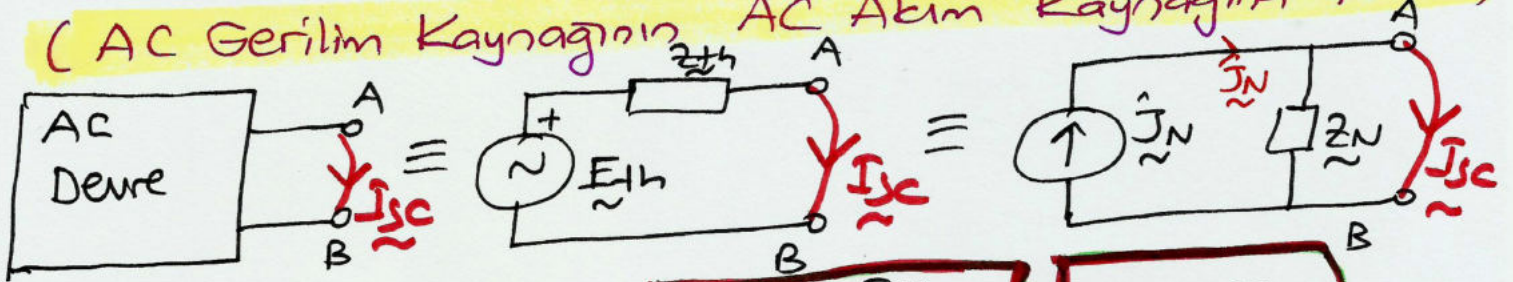
AC Devrelerde Kaynak Dönüşümleri ⑧

AC Akım Kaynağı $\leftrightarrow$ AC Gerilim Kaynağı
Dönüşümleri

(Thevenin $\leftrightarrow$ Norton Eşdeğer Devresi Dönüşümleri)

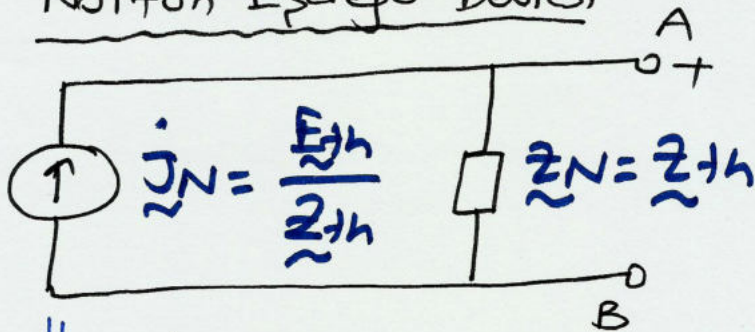
a) Thevenin Eşdeğer Devresinden Norton Eşdeğer Devresinin Elde Edilmesi

(AC Gerilim Kaynağının AC Akım Kaynağına Çevrilmesi)



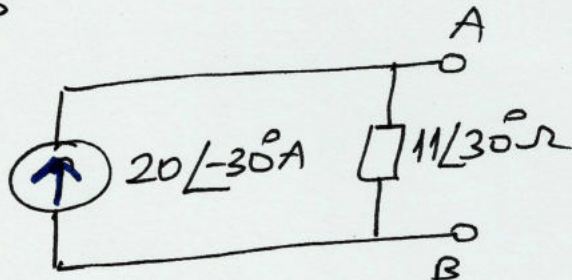
$$\hat{I}_N = I_{sc} = \frac{E_{th}}{Z_{th}} \Rightarrow \boxed{\hat{I}_N = \frac{E_{th}}{Z_{th}}} \text{ ve } \boxed{Z_N = Z_{th}}$$

Norton Eşdeğer Devresi

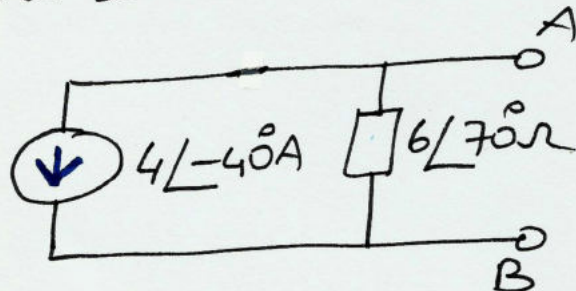


Örnek

a) $\begin{aligned} & \text{Circuit with } 220 \angle 0^\circ \text{ V source and } 11 \angle 30^\circ \Omega \text{ resistor in series.} \\ & \hat{I}_N = \frac{E_{th}}{Z_{th}} = \frac{220 \angle 0^\circ}{11 \angle 30^\circ} = 20 \angle -30^\circ \text{ A} \quad Z_N = Z_{th} = 11 \angle 30^\circ \Omega \end{aligned}$

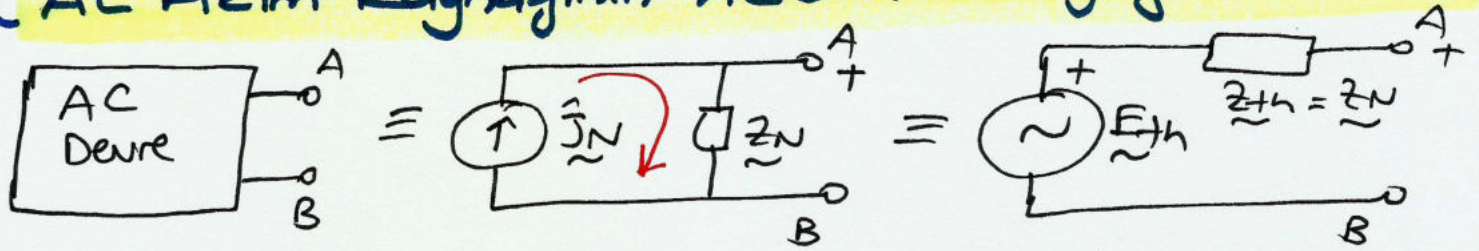


b) $\begin{aligned} & \text{Circuit with } 24 \angle 30^\circ \text{ V source and } 6 \angle 70^\circ \Omega \text{ resistor in series.} \\ & \hat{I}_N = \frac{E_{th}}{Z_{th}} = \frac{24 \angle 30^\circ}{6 \angle 70^\circ} = 4 \angle -40^\circ \text{ A} \quad Z_N = Z_{th} = 6 \angle 70^\circ \Omega \end{aligned}$



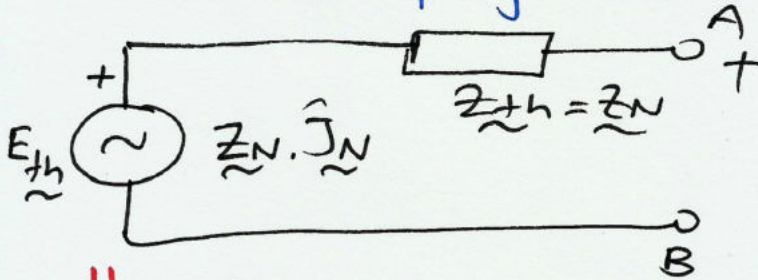
b) Norton Eşdeğer Devresinden Thevenin Eşdeğer Devresinin Elde Edilmesi

(AC Akım Kaynağının AC Gerilim Kaynağına Çevrilmesi)

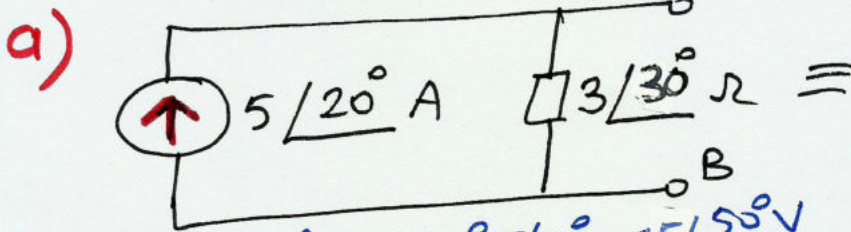
Norton eşdeğer devresinde açık devre gerilimi $\underline{V}_{oc} = \underline{V}_{AB} = ?$

$$\underline{V}_{AB} = \underline{E}_{th} = \tilde{Z}_N \cdot \hat{I}_N \Rightarrow \underline{E}_{th} = \tilde{Z}_N \cdot \hat{I}_N \text{ ve } \underline{Z}_{th} = \tilde{Z}_N$$

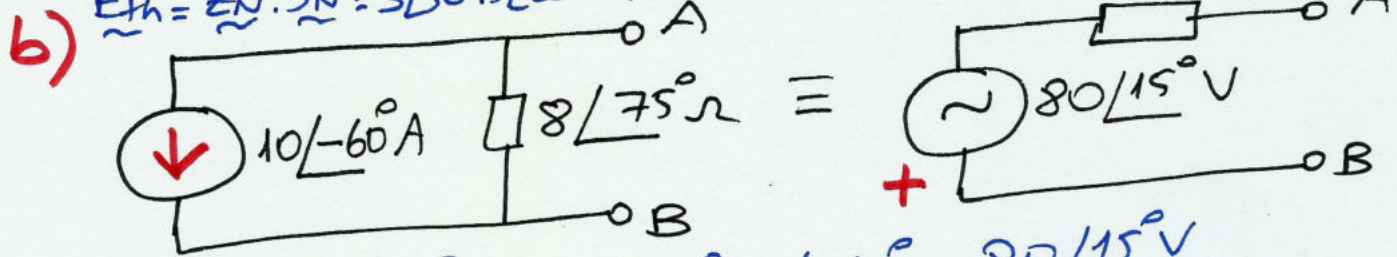
Thevenin Eşdeğer Devresi



Örnek :



$$\underline{E}_{th} = \tilde{Z}_N \cdot \hat{I}_N = 3 \angle 30^\circ \cdot 5 \angle 20^\circ = 15 \angle 50^\circ \text{ V}$$

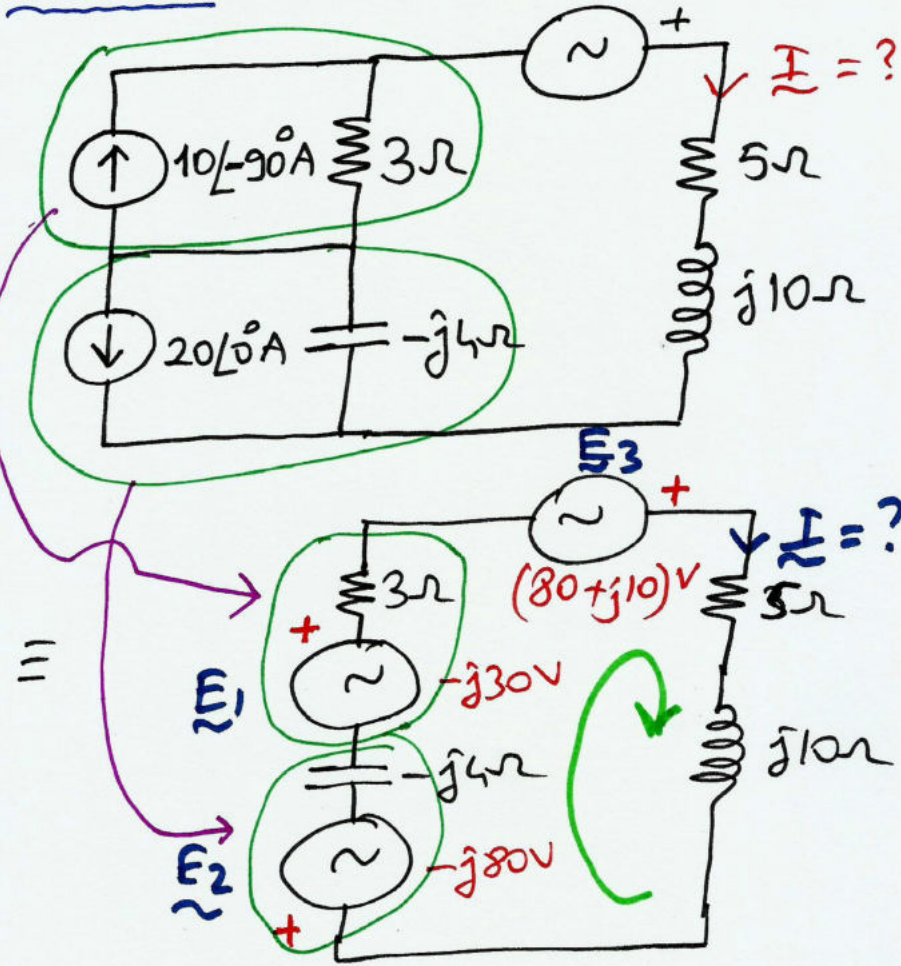


$$\underline{E}_{th} = \tilde{Z}_N \cdot \hat{I}_N = 8 \angle 75^\circ \cdot 10 \angle -60^\circ = 80 \angle 15^\circ \text{ V}$$

AC Kaynak Dönüşümleri

Örnek

$(80 + j10) \text{ V}$

Çözüm:

Akım kaynaklarını
gerilim kaynaklarına
çevirelim:

$$\underline{E}_1 = 10 \angle -90^\circ \cdot 3 = -j30 \text{ V}$$

$$\underline{E}_2 = 20 \angle 0^\circ \cdot (-j4) = -j80 \text{ V}$$

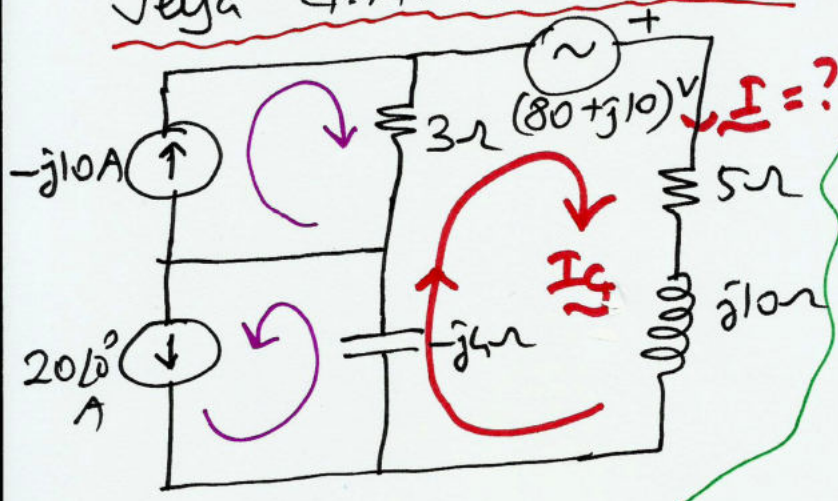
$$\underline{E}_2 - \underline{E}_1 - \underline{E}_3 + (3 - j4 + 5 + j10) \underline{I} = 0$$

$$(8 + j6) \underline{I} = -\underline{E}_2 + \underline{E}_1 + \underline{E}_3 = -(-j80) + (-j30) + 80 + j10$$

$$(8 + j6) \underline{I} = (80 + j60) \Rightarrow \underline{I} = \frac{80 + j60}{8 + j6} = 10 = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\underline{I} = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

veya G.A.Y ile çözüm:



$$(3 - j4 + 5 + j10) \underline{I}_3 - (80 + j10) - 3(-j10) + (-j4) \cdot 20 = 0$$

$$(8 + j6) \underline{I}_3 - (80 + j10) + j20 - j80 = 0$$

$$(8 + j6) \underline{I}_3 = 80 + j60$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I} = \frac{80 + j60}{8 + j6}$$

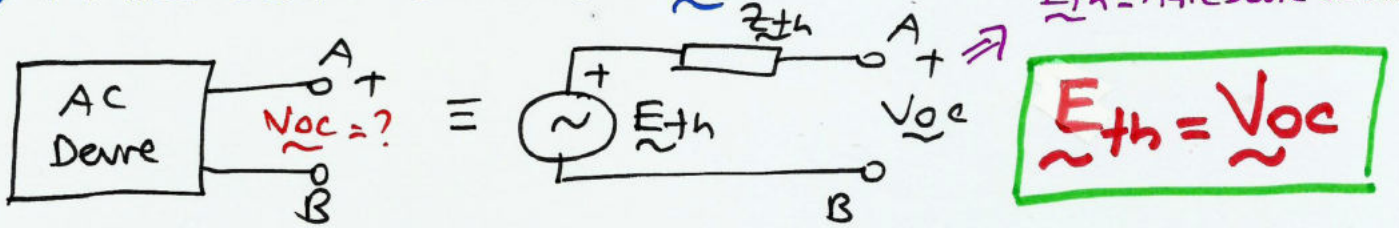
$$\underline{I} = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

AC devrelerde bağımlı kaynak olması halinde

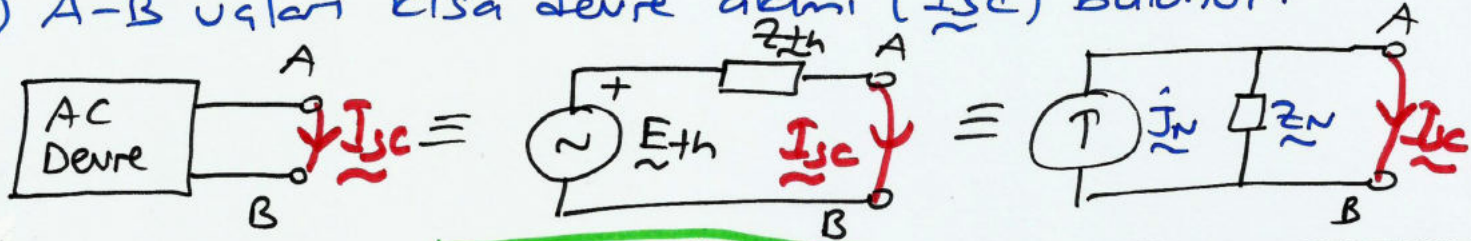
Thevenin ve Norton Teoremlerinin Uygulanması

Bağımlı kaynaklı DC devrelerde olduğu gibi önce (11) A-B uçları açık iken açık devre gerilimi (open circuit voltage) $\underline{V}_{oc}$ ve sonra A-B uçları kısa devre edilip $\underline{I}_{sc}$ kısa devre (Short Circuit) akımları bulunur.

1) Açık Devre Gerilimi $\underline{V}_{oc}$ bulunur: $\underline{E}_{th} = \text{Açık Devre Gerilimi}$



2) A-B uçları kısa devre akımı ($\underline{I}_{sc}$) bulunur:



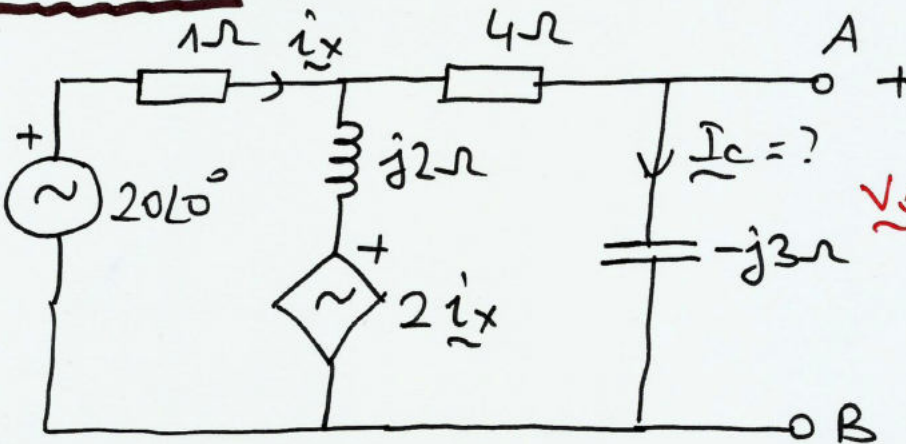
$$\underline{I}_{sc} = \frac{\underline{E}_{th}}{\underline{Z}_{th}} \Rightarrow \underline{Z}_{th} = \frac{\underline{V}_{oc}}{\underline{I}_{sc}} \Rightarrow \underline{Z}_{th} = \frac{\text{Açık Devre Gerilimi}}{\text{Kısa Devre Akımı}}$$

$$\underline{E}_{th} = \underline{V}_{oc}$$

Norton Eşdeğer Devresinde:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_{sc} \quad \text{ve} \quad \underline{Z}_N = \underline{Z}_{th} \Rightarrow \underline{Z}_N = \frac{\underline{V}_{oc}}{\underline{I}_{sc}}$$

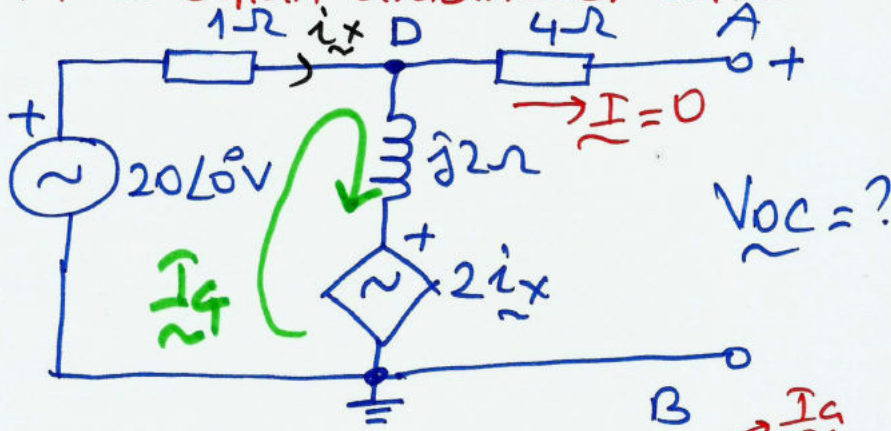
Örnek :



Devrede C uçlarındaki gerilim; Thevenin ve Norton Teoremleri ile hesaplayınız
 $\underline{V}_o = ?$
 $\underline{I}_c = ?$

Gözüm: Önce akımı Thevenin Teo. ile hesaplayarak kondensatörü devreden kaldıralım, A-B uçları açık kalsın. Devrede bağımlı kaynak olduğu için, A-B uçları arasındaki açık devre gerilimini (V_{oc}) ve kısa devre akımını (I_{sc}) hesaplayalım. (12)

A-B uçları arasındaki açık devre gerilimi: $V_{oc} = ?$



$$(1 + j2) \cdot \underline{I}_g - 20\angle 0^\circ + 2\underline{i}_x = 0 \quad (\text{Devrede } \underline{i}_x = \underline{I}_g \text{ dir})$$

$$(3 + j2) \underline{I}_g = 20 \Rightarrow \underline{I}_g = \frac{20}{3 + j2}$$

$$\underline{V}_D = \underline{V}_{AB} = \underline{V}_{oc} = j2 \cdot \underline{I}_g + 2\underline{i}_x = j2 \underline{I}_g + 2 \underline{I}_g$$

$$\underline{V}_{oc} = (2 + j2) \underline{I}_g = (2 + j2) \cdot \frac{20}{(3 + j2)} = \frac{40 + j40}{3 + j2}$$

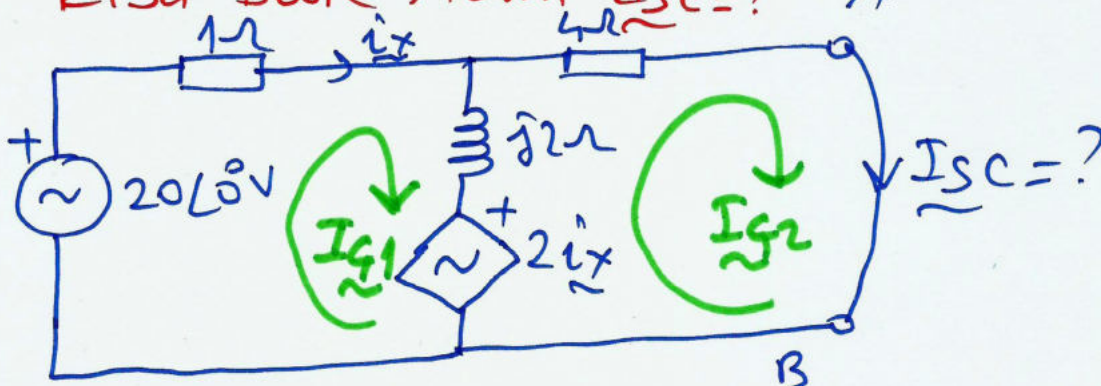
$$\underline{V}_{oc} = \underline{E}_{th} = 15,385 + j3,077 = 15,689 \angle 11,31^\circ \text{ V}$$

$$\underline{E}_{th} = 15,689 \angle 11,31^\circ \text{ V}$$

$$\underline{V}_{oc} = 15,689 \angle 11,31^\circ \text{ V}$$

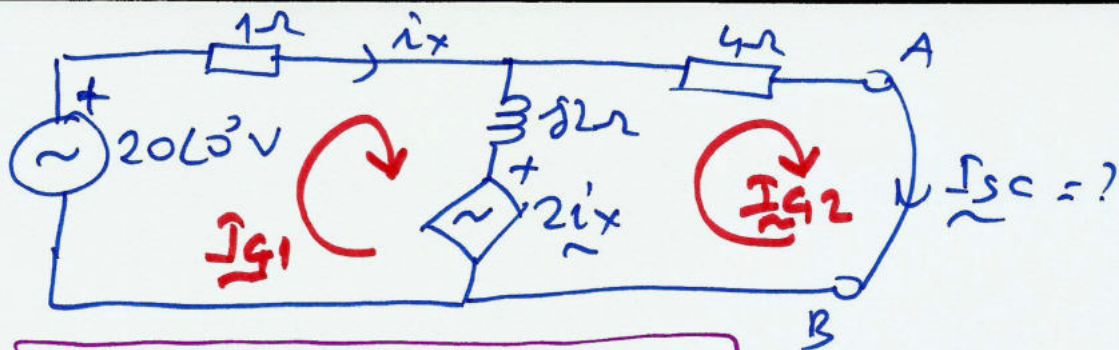
Açık Devre Gerilimi

Kısa Devre Akımı, $I_{sc} = ?$



1. Çevre için

$$(1 + j2) \underline{I}_{g1} - j2 \underline{I}_{g2} + 2\underline{i}_x - 20 = 0$$



$$(3+j2)\underline{I}_{g1} - j2\underline{I}_{g2} = 20 \quad \text{1. denklemin}$$

2. devre için

$$(4+j2)\underline{I}_{g2} - j2\underline{I}_{g1} - 2i_x = 0$$

$$(-2-j2)\underline{I}_{g1} + (4+j2)\underline{I}_{g2} = 0 \quad \text{2. denklemin}$$

$$\begin{bmatrix} (3+j2) & (-j2) \\ (-2-j2) & (4+j2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{g1} \\ \underline{I}_{g2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{I}_{sc} = \underline{I}_{g2} = ?$$

Cramer kuralı ile: $\underline{I}_{g2} = \underline{I}_{sc} = \frac{\begin{vmatrix} 3+j2 & 20 \\ -2-j2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3+j2 & -j2 \\ -2-j2 & 4+j2 \end{vmatrix}}$

$$\underline{I}_{sc} = \underline{I}_{g2} = \frac{40 + j40}{12 + j10}$$

Kısa devre akımı: $\underline{I}_{sc} = 3,621 \angle 5,19^\circ \text{ A}$

Thevenin emniyet devresi ile eşitlik

$$\underline{E}_{th} = \underline{V}_{oc} = 15,689 \angle 11,31^\circ \text{ V}$$

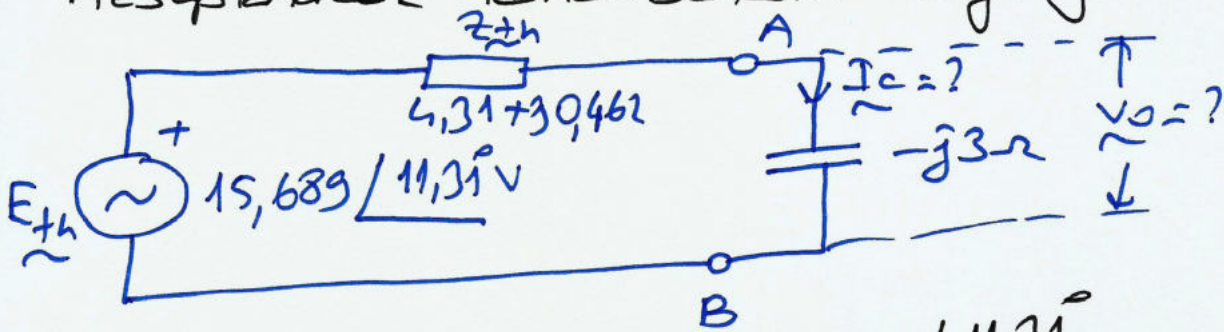
(Açık devre gerilimi)

$$\underline{Z}_{th} = \frac{\text{Açık devre gerilimi}}{\text{Kısa devre akımı}} = \frac{\underline{V}_{oc}}{\underline{I}_{sc}} = \frac{15,689 \angle 11,31^\circ}{3,621 \angle 5,19^\circ}$$

$$\underline{Z}_{th} = 4,335 \angle 6,12^\circ = (4,31 + j0,462) \Omega$$

Thevenin eşdeğer devresine akımı ve gerilimi hesaplamak kondansatörü bağlayalım:

(14)



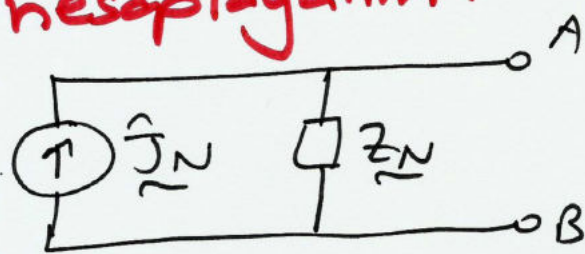
$$\underline{I}_c = \frac{\underline{E}_{th}}{\underline{Z}_{th} + \underline{Z}_c} = \frac{15,689 / 11,31^\circ}{4,31 + j0,462 - j3} = \frac{15,689 / 11,31^\circ}{5 / -30,45^\circ}$$

$$\underline{I}_c = 3,14 / 41,8^\circ \text{ A}$$

$$\underline{V}_o = \underline{V}_c = \underline{Z}_c \cdot \underline{I}_c = -j3 \cdot 3,14 / 41,8^\circ = 3 / -90^\circ \cdot 3,14 / 41,8^\circ$$

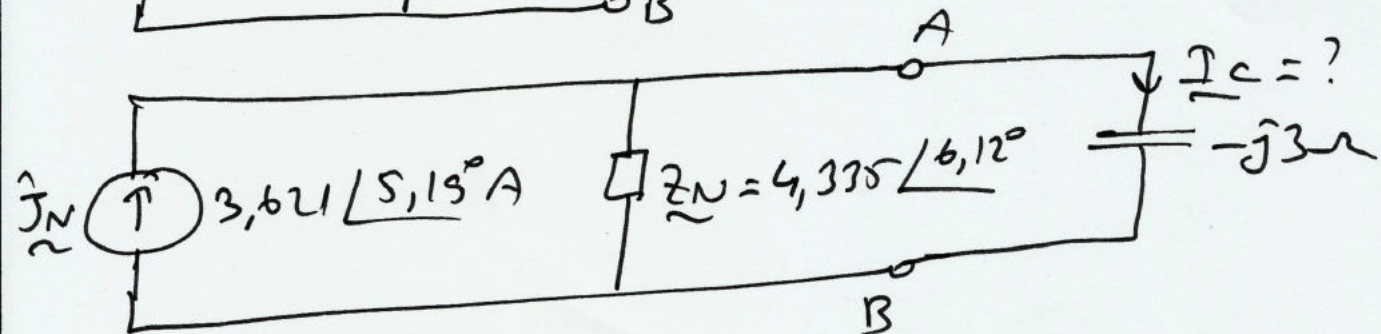
$$\underline{V}_o = 9,42 / -48,2^\circ \text{ Volt}$$

$\underline{I}_c$ akımını Norton eşdeğer devresi ile hesaplayalım:



$$\underline{Z}_N = \underline{Z}_{th} = \frac{\underline{V}_{oc}}{\underline{I}_{sc}} = 4,335 / 6,12^\circ$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_{sc} = 3,621 / 5,15^\circ \text{ A}$$

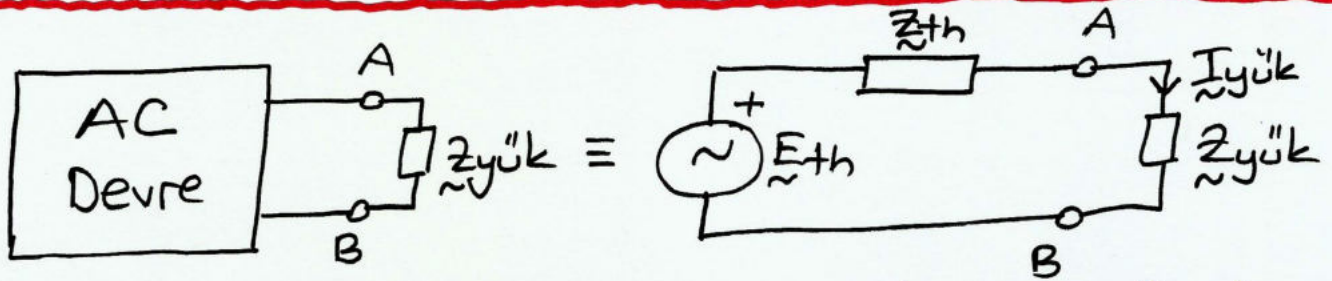


Akım bölünüşüden:

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{Z}_N}{\underline{Z}_N + \underline{Z}_c} \cdot \underline{I}_N = \frac{4,335 / 6,12^\circ}{4,335 / 6,12^\circ + (-j3)} \cdot 3,621 / 5,15^\circ$$

$$\underline{I}_c = 3,14 / 41,8^\circ \text{ A}$$

AC Devrelerde Maksimum Güç Teoremi



* Thevenin eşdeğer devresinde E_{th} 'i AC gerilim kaynağı ve Z_{th} 'i de bu gerilim kaynağının « iç empedansı » gibi düşünebiliriz.

* Devrede A-B uçları arasından « Maksimum Güç » geçebilmek yük empedansı ne olmalı?

$$I_{y\ddot{u}k} = \frac{E_{th}}{Z_{th} + Z_{y\ddot{u}k}} = \frac{E_{th}}{(R_{th} + R_{y\ddot{u}k}) + j(X_{th} + X_{y\ddot{u}k})}$$

Yük akımının efektif değeri

$$I_{y\ddot{u}k} = \frac{E_{th}}{\sqrt{(R_{th} + R_{y\ddot{u}k})^2 + (X_{th} + X_{y\ddot{u}k})^2}}$$

$$P_{y\ddot{u}k} = R_{y\ddot{u}k} \cdot I_{y\ddot{u}k}^2$$

* Devrede R_{th} ve X_{th} sabit, $R_{y\ddot{u}k}$ ve $X_{y\ddot{u}k}$ değişken

$$P_{y\ddot{u}k} = f(R_{y\ddot{u}k}, X_{y\ddot{u}k})$$

$P_{y\ddot{u}k}$ 'ü max. yapan $R_{y\ddot{u}k} = ?$, $X_{y\ddot{u}k} = ?$

$$\frac{\partial P_{y\ddot{u}k}}{\partial R_{y\ddot{u}k}} = 0 \Rightarrow \dots \text{şözümler} \dots \Rightarrow$$

$$R_{y\ddot{u}k} = R_{th}$$

$$\frac{\partial P_{y\ddot{u}k}}{\partial X_{y\ddot{u}k}} = 0 \Rightarrow \dots \text{şözümler} \dots \Rightarrow$$

$$X_{y\ddot{u}k} = -X_{th}$$

AC devrede yükün max. güç çekmesi için

16

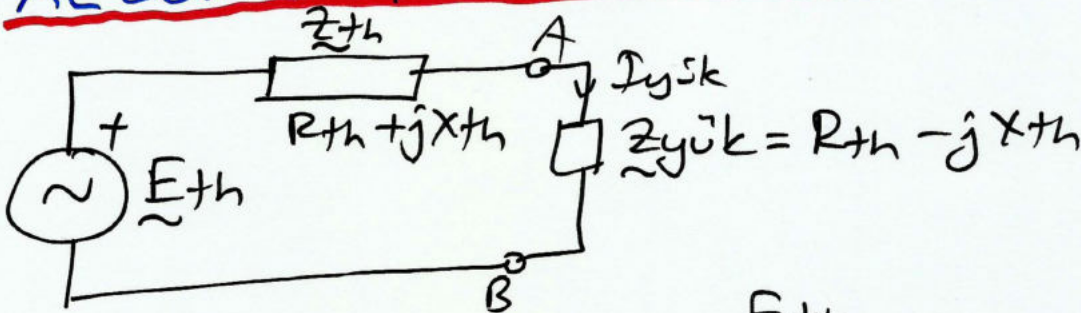
$$\left. \begin{array}{l} R_{y\ddot{u}k} = R_{th} \\ X_{y\ddot{u}k} = -X_{th} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \tilde{Z}_{y\ddot{u}k} = R_{y\ddot{u}k} + jX_{y\ddot{u}k} = R_{th} - jX_{th} \\ \tilde{Z}_{th} = R_{th} + jX_{th} \end{array}$$

$$\tilde{Z}_{y\ddot{u}k} = \tilde{Z}_{th}^*$$

Sonuç:

AC devrede yükün max. güç çekebilmesi için yük empedansı devrenin Thevenin empedansının "eşleniğine" eşit olmalı.

AC devrede çekilecek maksimum güç değeri nedir?



$$\tilde{I}_{y\ddot{u}k} = \frac{\tilde{E}_{th}}{\tilde{Z}_{th} + \tilde{Z}_{y\ddot{u}k}} = \frac{\tilde{E}_{th}}{R_{th} + jX_{th} + R_{th} - jX_{th}}$$

$$\tilde{I}_{y\ddot{u}k} = \frac{\tilde{E}_{th}}{2R_{th}} \Rightarrow P_{y\ddot{u}k} = R_{y\ddot{u}k} \cdot I_{y\ddot{u}k}^2$$

Efektif değer: $I_{y\ddot{u}k} = \frac{E_{th}}{2R_{th}}$

$$P_{y\ddot{u}k_{max}} = R_{y\ddot{u}k} \cdot I_{y\ddot{u}k}^2 = R_{th} \left(\frac{E_{th}}{2R_{th}} \right)^2 = R_{th} \cdot \frac{E_{th}^2}{4R_{th}}$$

$$P_{y\ddot{u}k_{max}} = \frac{E_{th}^2}{4R_{th}}$$

AC Devresinde Maksimum Güç Çekilmesi Halinde Verim

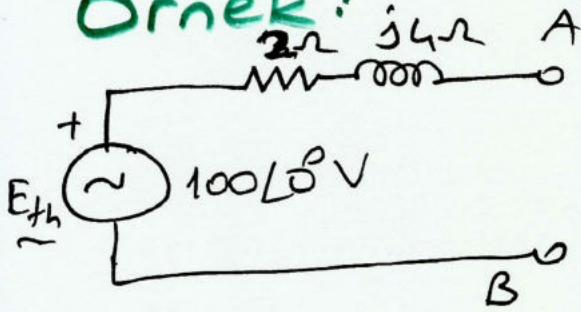
(17)

$$\text{Verim} = \frac{\text{Çıkış Gücü}}{\text{Giriş Gücü}} = \frac{P_{\text{yük}}}{P_{\text{kaynak}}} = \frac{R_{\text{yük}} \cdot I_{\text{yük}}^2}{(R_{\text{th}} + R_{\text{yük}}) \cdot I_{\text{yük}}^2}$$

$$\text{Verim} = \eta = \frac{R_{\text{yük}}}{R_{\text{th}} + R_{\text{yük}}} = \frac{R_{\text{th}}}{2R_{\text{th}}} = \frac{1}{2} \quad (\%50)$$

$$\boxed{\eta = \%50} \quad \text{Çok düşük!}$$

Örnek:



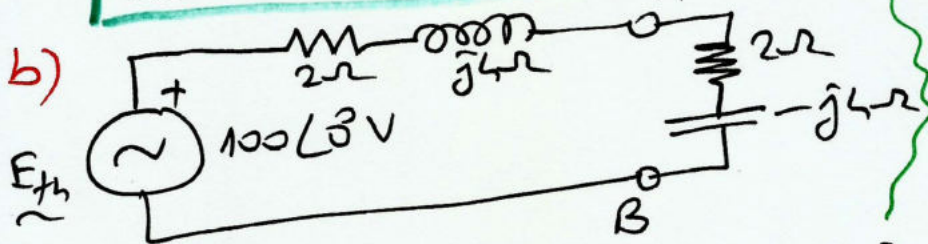
- a) A-B uçları arasında max. güç çekmek için nasıl bir yük empedansı bağlanmalıdır.
- b) Yük akımını ve yükün çekeceği max. güç değerini hesaplayınız.

Çözüm:

a) $\boxed{Z_{\text{yük}} = Z_{\text{th}}^*}$ ohmalıdır

$$Z_{\text{yük}} = Z_{\text{th}}^* = (2 + j4)^* = (2 - j4) \Omega \quad \text{ohmalıdır}$$

$$\boxed{Z_{\text{yük}} = (2 - j4) \Omega} \equiv \begin{array}{c} 2\Omega \\ -j4\Omega \end{array}$$



$$I_{\text{yük}} = \frac{E_{\text{th}}}{2R_{\text{th}}} = \frac{100}{2+2}$$

$$\boxed{I_{\text{yük}} = 25\text{A}} \quad \text{efektif deger}$$

$$P_{\text{yük}} = R_{\text{yük}} \cdot I_{\text{yük}}^2 = R_{\text{th}} \cdot I_{\text{yük}}^2 = 2 \cdot 25^2 = 1250\text{W}$$

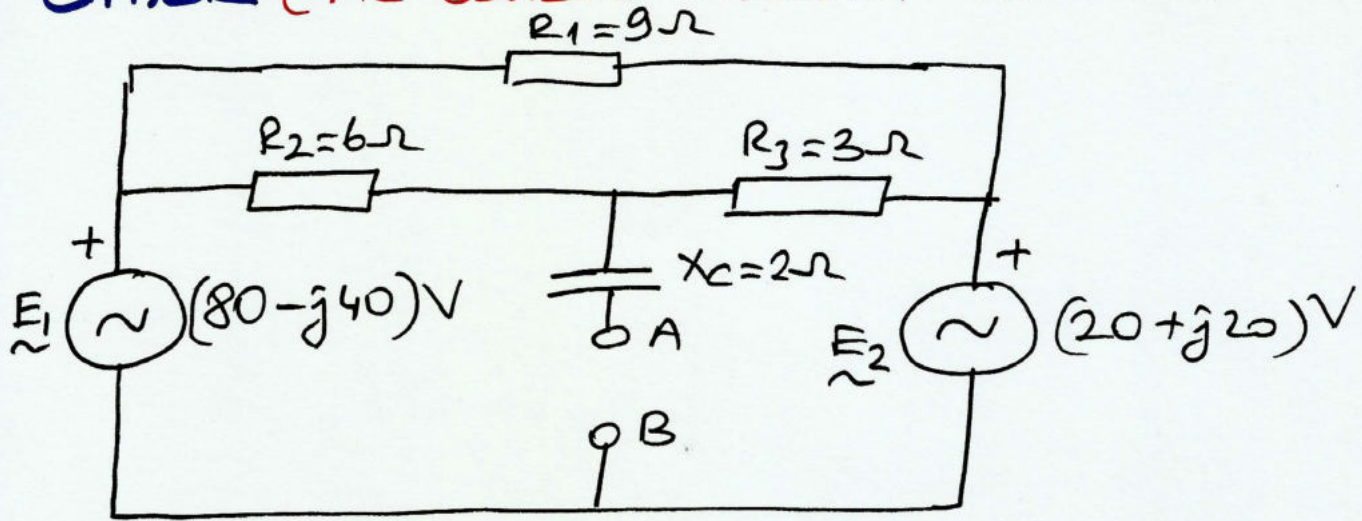
$$\boxed{P_{\text{yük}} = 1250\text{W}}$$

veya max. güç

$$P_{\text{yük}} = \frac{E_{\text{th}}^2}{4R_{\text{th}}} = \frac{100^2}{4 \times 2} = 1250\text{W}$$

Örnek (AC Devrede Thevenin Teoremi ve Max. Güç)

18



Şekildeki devrede SSH'de

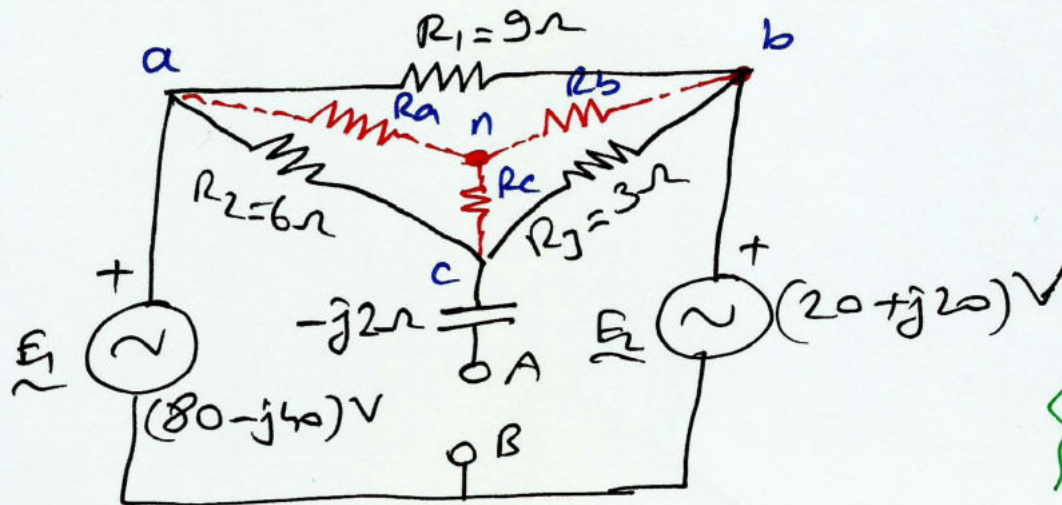
- A-B uçlarına bağlanacak yükün max. güç çekmesi için yük empedansını bulunuz.
- A-B uçları arasına bağlanacak yükün çekeceği maksimum güç değerini hesaplayınız.

Gözüm:

- Max. güç için $Z_{yük} = Z_{th}$ olması ve max güç değeri için E_{th} bilinmelidir. O halde önce bu devrenin A-B uçlarına göre Thevenin eşdeğer devresi elde edilmeli. Devreyi daha kolay çözebilmek için Δ bağlı olan $R_1 - R_2 - R_3$ dirençlerini λ 'a dönüştürelim.

$\Delta \rightarrow \lambda$ Dönüştürme

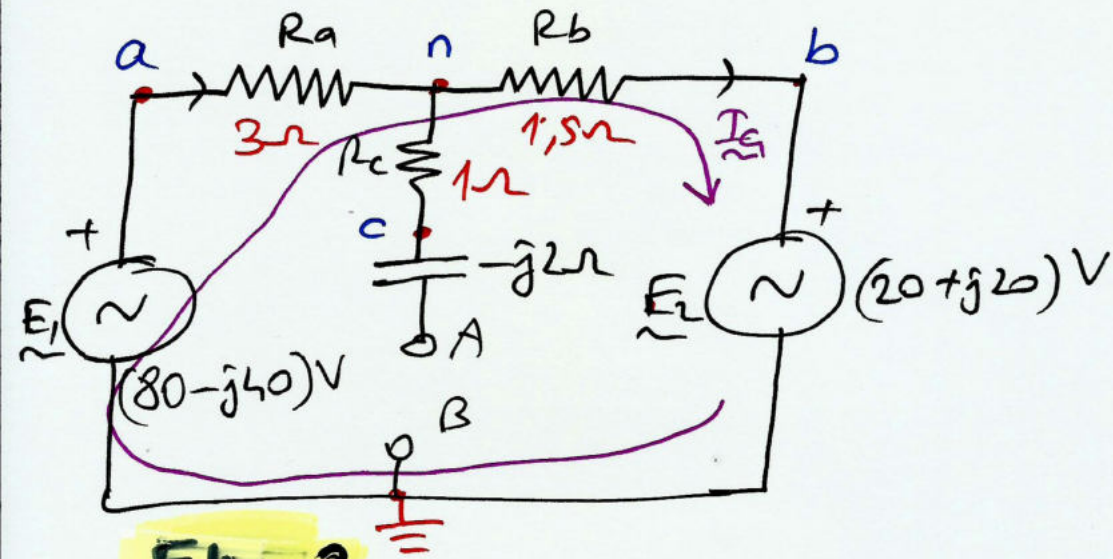
$$\sum R_D = R_1 + R_2 + R_3 = 9 + 6 + 3 = 18\Omega$$



$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_2}{\sum R_D} = \frac{6 \cdot 9}{18} = 3\Omega$$

$$R_b = \frac{9 \cdot 3}{18} = 1,5\Omega$$

$$R_c = \frac{6 \cdot 3}{18} = 1\Omega$$



$$\underline{E_{th}} = ?$$

Gere denklemini : $-\underline{E}_1 + (3 + 1,5) \cdot \underline{I}_s + \underline{E}_2 = 0$

$$4,5 \cdot \underline{I}_s = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = 80 - j40 - (20 + j20)$$

$$4,5 \underline{I}_s = (60 - j60) \Rightarrow \underline{I}_s = \frac{(60 - j60)}{4,5}$$

$$\underline{I}_s = (13,33 - j13,33) \text{ A}$$

B'yi referans alırsak, ortadaki R_c ve C üzerinden akım geçmediği için $\underline{V}_N = \underline{V}_A$ olur.

$$\underline{V}_N = \underline{V}_A = R_b \cdot \underline{I}_s + \underline{E}_2 = 1,5 \cdot (13,33 - j13,33) + 20 + j20$$

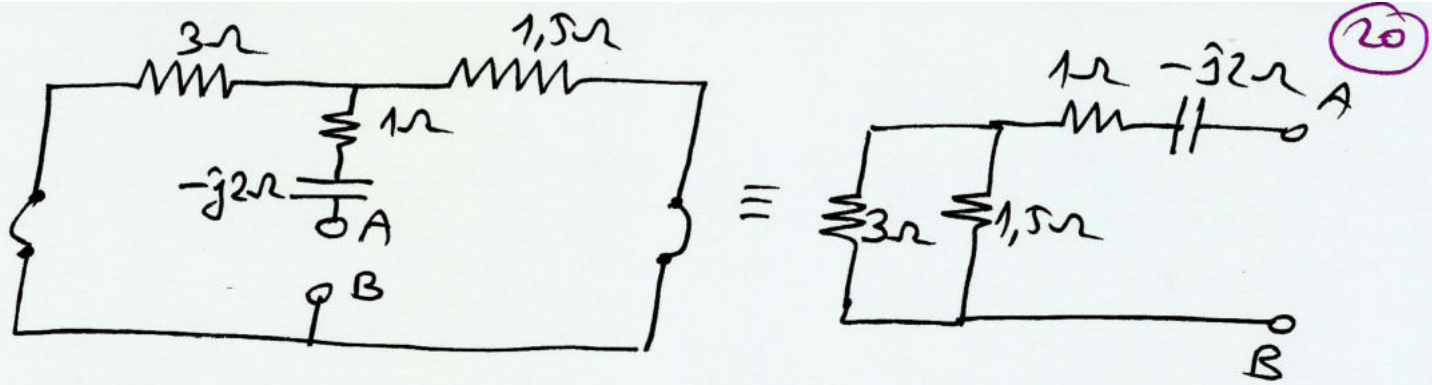
$$\underline{V}_N = \underline{V}_A = 40 \angle 0^\circ \text{ V}, \text{ B'yi referans aldık } \underline{V}_B = 0$$

$$\underline{E_{th}} = \underline{V_{AB}} = \underline{V}_A - \underline{V}_B = 40 \angle 0^\circ - 0 = 40 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\underline{E_{th}} = 40 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$\underline{Z_{th}} = ?$ $\underline{E}_1$ ve $\underline{E}_2$ kısa devre iten

$$\underline{Z_{AB}} = \underline{Z_{th}} \text{ olur}$$

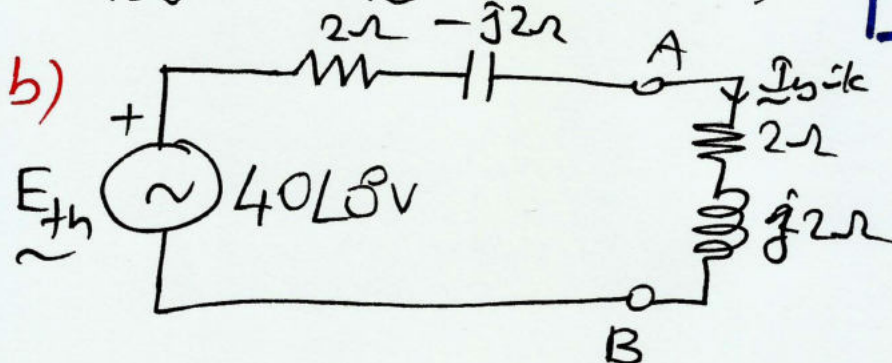


$$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{th} = \left(\frac{3 \cdot 1,5}{3 + 1,5} \right) + 1 - j2 = (2 - j2) \Omega$$

$$\underline{Z}_{th} = (2 - j2) \Omega$$

Yükün max. güç çekmesi için

$$\underline{Z}_{yük} = \underline{Z}_{th}^* = (2 - j2)^* \Rightarrow \underline{Z}_{yük} = (2 + j2) \Omega$$



$$I_{yük} = \frac{E_{th}}{2R_{th}} = \frac{40}{2 \times 2} = 10 \text{ A}$$

$$P_{yük} = R_{yük} \cdot I_{yük}^2 = 2 \cdot 10^2 \Rightarrow P_{yük} = 200 \text{ W}$$

SSH'de Süperpozisyon Teoremi

(21)

Süperpozisyon Teoreminin Farklı Frekanslı Kaynakların Bulunduğu Devrelerde Uygulanması

DC devrelerde Süperpozisyon Teoremi uygulanırken; devre her kaynak için ayrı, ayrı çözülür, her bir kaynak sebebiyle devre elemanlarından geçen kısmi akımlar hesaplanır. Bir kaynak için çözüm yapılırken, diğer tüm gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları açık devre edilir. Tüm kaynaklar için devre çözülüp, kısmi akımlar bulun-
duktan sonra, bir elemandan geçen gerçek akım, bu elemandan her bir kaynak sebebiyle geçen kısmi akımların toplamından bulunur ve toplamda kısmi akım yönlerine dikkat edileceğini görmüştük.

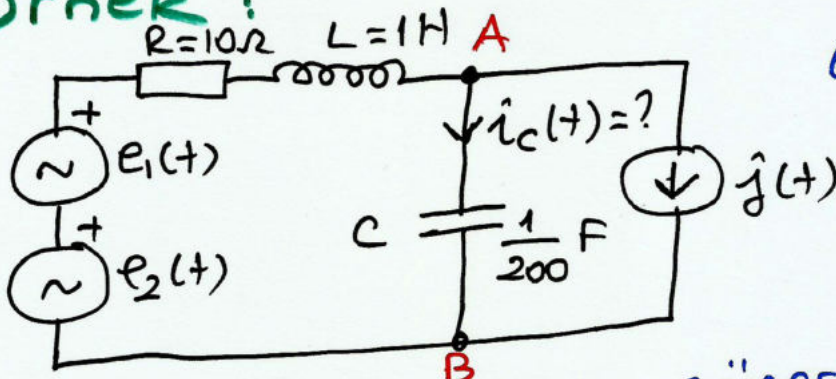
Devrede farklı frekanslı kaynaklar varsa, DC devrede olduğu gibi yine devre her kaynak için ayrı, ayrı çözülür. Bir kaynak için çözüm yapılırken, devredeki tüm L ve C elemanlarının reaktansları o kaynağın frekansına göre hesaplanır ($X_L = \omega L = 2\pi f L$ ve

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$). Bir kaynak için çözüm yapılırken diğer tüm gerilim kaynakları kısa devre ve akım kaynakları açık devre edilir. Kaynak frekansı değeriyle X_L ve X_C değerleri yeni kaynağın frekansına göre hesaplanır ve her kaynak için elemanlardan geçen kısmi akımlar SSH'de fazörler ile hesaplanır.

Kaynak frekansı farklı olduğu için bir elemanın gerçek akımını bulmak için kısmi akımlar fazör olarak toplanmaz (ω değerleri farklı) ancak kısmi akımların ani değerleri toplanabilir.

NOT: Devrede farklı frekanslı kaynaklardan farklı olarak DC kaynaklar varsa; DC akım ve gerilimlerin frekansı sıfır ($f=0$) olacağı için DC kaynaktan beslenen devrede $X_L = \omega L = 2\pi fL = 0$ olur, yani DC devrede sürekli halde endüktans (bobin) kısa devre olarak davranır. DC devrede $f=0$ olduğu için kondansatör $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{0} = \infty$ olur ve DC devrede sürekli halde kondansatör açık devre olarak davranır.

Örnek:



$$e_1(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \cos(10t) \text{ V}$$

$$e_2(t) = \sqrt{2} \cdot 20 \cdot \cos(20t + 90^\circ) \text{ V}$$

$$j(t) = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot \cos(10t - 90^\circ) \text{ A}$$

Kondansatörün akımını süperpozisyon teoremi ile hesaplayınız $i_c(t) = ?$

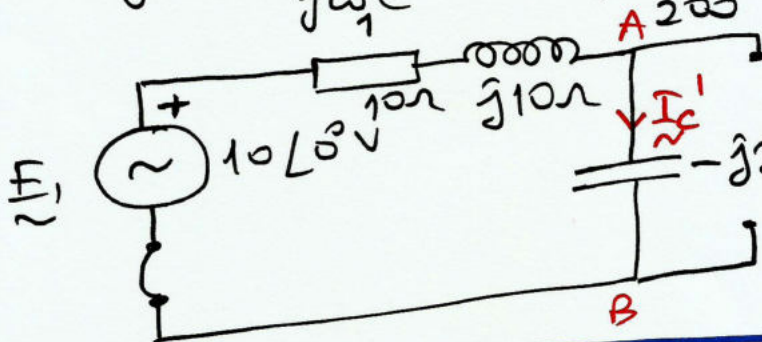
Çözüm:

i) $e_1(t)$ için çözüm ($e_2(t)$ kısa devre, $j(t)$ açık devre, $\omega_1 = 10$ radyan/s)

$$e_1(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \cos(10t) \text{ V} \Rightarrow \tilde{E}_1 = 10 \angle 0^\circ \text{ Volt}$$

$$R = 10\Omega \text{ ve } jX_L = j\omega_1 L = j \cdot 10 \cdot 1 = j10\Omega$$

$$-jX_C = \frac{1}{j\omega_1 C} = -j \cdot \frac{1}{10 \cdot \frac{1}{200}} = -j20\Omega \text{ olur.}$$



$$\tilde{I}_C' = \frac{E_1}{R + jX_L - jX_C}$$

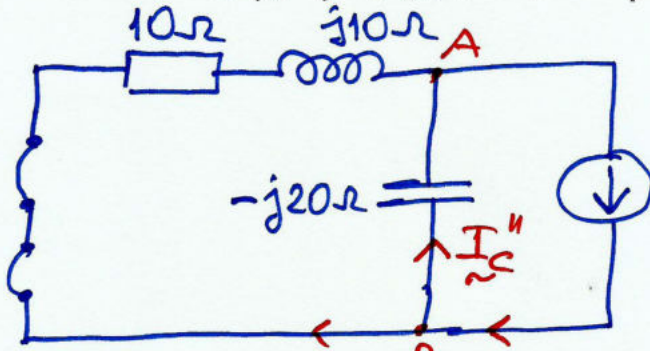
$$\tilde{I}_C' = \frac{10 \angle 0^\circ}{10 + j10 - j20}$$

$$\tilde{I}_C' = \frac{10}{10 - j10}$$

$$\tilde{I}_C' = 0,5 + j0,5 = 0,707 \angle 45^\circ \text{ A}$$

($\omega_1 = 10$ rad/s ve akım yönü $A \rightarrow B$)
 $e_1(t)$ sebebiyle akan akım $A \rightarrow B$)

ii) $\hat{j}(t)$ için çözüm ($e_1(t)$ ve $e_2(t)$ kısa devre, $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$)
 $\omega_1 = 10 \text{ radyan/s}$, $\hat{j}(t)$ ve $e_1(t)$ 'nin frekansları aynı olduğu için yukarıda $e_1(t)$ için hesapladığımız X_L ve X_C değerler.



$$\hat{j}(t) = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot \cos(10t - 90^\circ)$$

$$\hat{\tilde{j}} = 4 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$4 \angle -90^\circ = -\hat{j} 4 \text{ A}$$

(23)

Akım Bölücüden

$$\hat{\tilde{I}}_c'' = \frac{(10 + j10)}{(10 + j10 - j20)} \cdot \hat{\tilde{j}}$$

$$\hat{\tilde{I}}_c'' = \frac{(10 + j10)}{(10 - j10)} \cdot (-\hat{j} 4) \Rightarrow \hat{\tilde{I}}_c'' = 4 \angle 0^\circ \text{ A}$$

 $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ Yan: B $\rightarrow$ A $\hat{j}(t)$ sebebiyle C'den akan kısmi akım

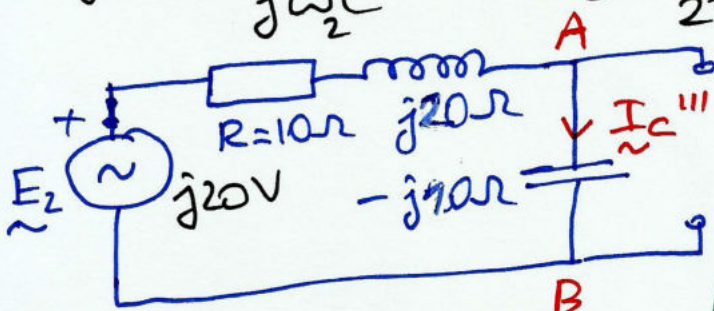
iii) $e_2(t)$ için çözüm ($e_1(t)$ kısa devre, $\hat{j}(t)$ açık devre)
 $\omega_2 = 20 \text{ radyan/s}$

$$e_2(t) = \sqrt{2} \cdot 20 \cdot \cos(20t + 90^\circ) \text{ V} \Rightarrow \hat{\tilde{E}}_2 = 20 \angle 90^\circ = \hat{j} 20 \text{ Volt}$$

Daha önce X_L ve X_C 'yi $\omega_1 = 10 \text{ radyan/s}$ için hesaplamıştık. Şimdi frekans değişti ($\omega_2 = 20 \text{ radyan/s}$) bu nedenle X_L ve X_C 'yi yeni frekansa göre hesaplayacağız:

$$jX_L = j\omega_2 L = j \cdot 20 \cdot 1 = j20 \Omega$$

$$-jX_C = \frac{1}{j\omega_2 C} = -j \cdot \frac{1}{20 \cdot \frac{1}{200}} = -j10 \Omega$$



$$\hat{\tilde{I}}_c''' = \frac{\hat{\tilde{E}}_2}{R + jX_L - jX_C}$$

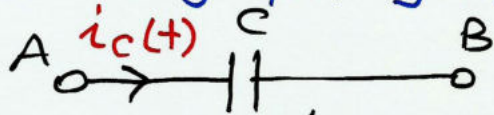
$$\hat{\tilde{I}}_c''' = \frac{j20}{10 + j20 - j10} = \frac{j20}{10 + j10}$$

$$\hat{\tilde{I}}_c''' = 1 + j = 1,414 \angle 45^\circ \text{ A}$$

C'den $e_2(t)$ sebebiyle akan kısmi akım $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$, yan: A $\rightarrow$ B

C'den geçen gerçek akım: $i_c(t) = ?$

(24)



$$\rightarrow \underline{I}_c' = 0,5 + j0,5 = 0,707 \angle 45^\circ \text{ A } (\omega_1 = 10 \text{ rad/s, yön: A} \rightarrow \text{C})$$

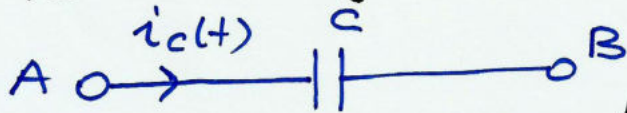
$$\leftarrow \underline{I}_c'' = 4 \angle 0^\circ = 4 \text{ A } (\omega_1 = 10 \text{ rad/s, yön: B} \rightarrow \text{A})$$

$$\rightarrow \underline{I}_c''' = 1,414 \angle 45^\circ \text{ A } (\omega_2 = 20 \text{ rad/s, yön: A} \rightarrow \text{B})$$

* $\underline{I}_c'$ ve $\underline{I}_c''$ akımlarının frekansları aynı olduğu için bu iki akımı fazör olarak toplayabiliriz:

$$\underline{I}_{c1} = \underline{I}_c'' - \underline{I}_c' = (4 + j0) - (0,5 + j0,5) = 3,5 - j0,5 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{c1} = 3,5 - j0,5 = 3,535 \angle -8,13^\circ \text{ A } (\omega_1 = 10 \text{ rad/s, yön: B} \rightarrow \text{A})$$



$$\leftarrow \underline{I}_{c1} = 3,535 \angle -8,13^\circ \text{ A } (\omega_1 = 10 \text{ rad/s, yön: B} \rightarrow \text{A})$$

$$\rightarrow \underline{I}_c''' = 1,414 \angle 45^\circ \text{ A } (\omega_2 = 20 \text{ rad/s, yön: A} \rightarrow \text{B})$$

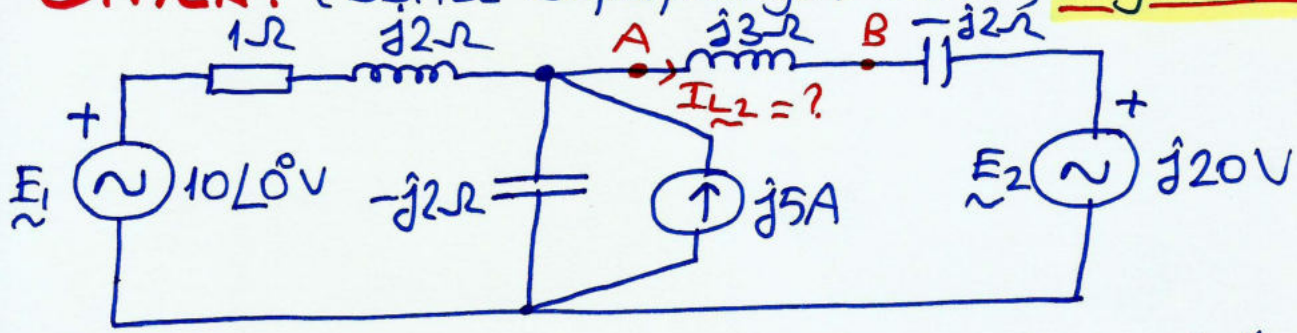
$$i_c(t) = \hat{i}_c'''(t) - \hat{i}_{c1}(t)$$

$$i_c(t) = \sqrt{2} \cdot 1,414 \cdot \cos(20t + 45^\circ) - \sqrt{2} \cdot 3,535 \cdot \cos(10t - 8,13^\circ)$$

$$i_c(t) = 2 \cdot \cos(20t + 45^\circ) - 5 \cdot \cos(10t - 8,13^\circ) \text{ A}$$

Örnek: (SSH'de Süperpozisyon Teoremi, kaynak frekansı EŞİT)

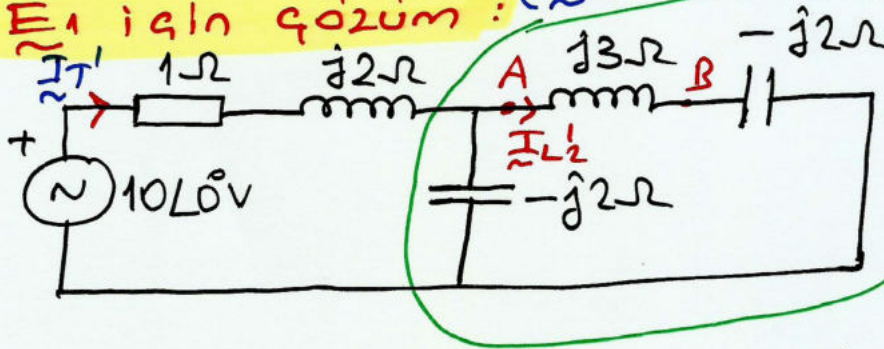
(25)



$I_{L2} = ?$ SSH'de Süperpozisyon Teoremi ile hesaplayınız

Çözüm:

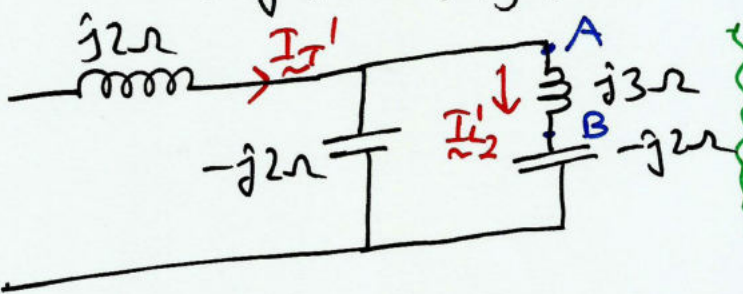
E_1 için çözüm: (E_2 kısa devre, $\hat{I}$ açık devre)



$$Z_{es1} = \frac{-j2 \cdot (j3 - j2)}{-j2 + j3 - j2} = \frac{-j2 \cdot j}{-j} \Rightarrow \boxed{Z_{es1} = j2\Omega}$$

$$Z_{top} = 1 + j2 + Z_{es1} = 1 + j2 + j2 \Rightarrow \boxed{Z_{top} = 1 + j4\Omega}$$

$$\underline{I_T'} = \frac{10\angle 0^\circ}{1 + j4} = \frac{10}{1 + j4} \Rightarrow \underline{I_T'} = 0,588 - j2,353 \text{ A}$$



Akım bölücüden:

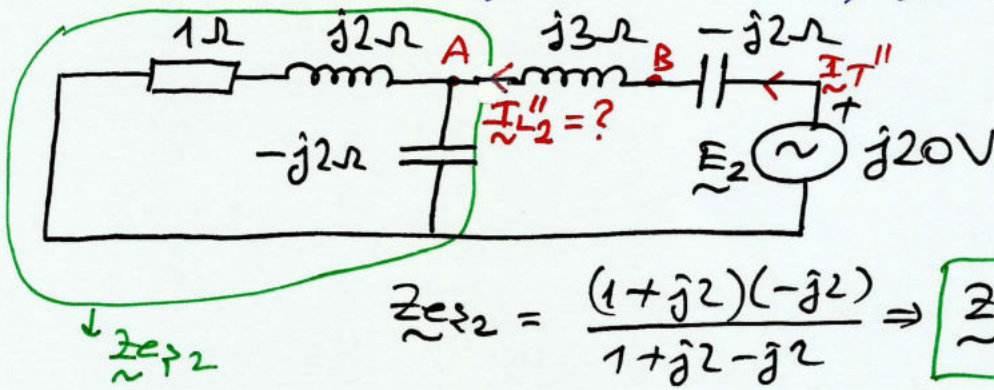
$$\underline{I_{L2}'} = \frac{-j2}{-j2 + (j3 - j2)} \cdot \underline{I_T'}$$

$$\underline{I_{L2}'} = \frac{-j2}{-j} \cdot (0,588 - j2,353) \Rightarrow \boxed{\underline{I_{L2}'} = (1,176 - j4,706) \text{ A}}$$

Ysn: A → B

$\underline{E}_2$ için çözüm: ($\underline{E}_1$ kısa devre, $\underline{I}$ açık devre)

26



$$\underline{Z}_{es2} = \frac{(1+j2)(-j2)}{1+j2-j2} \Rightarrow \underline{Z}_{es2} = (4-j2)\Omega$$

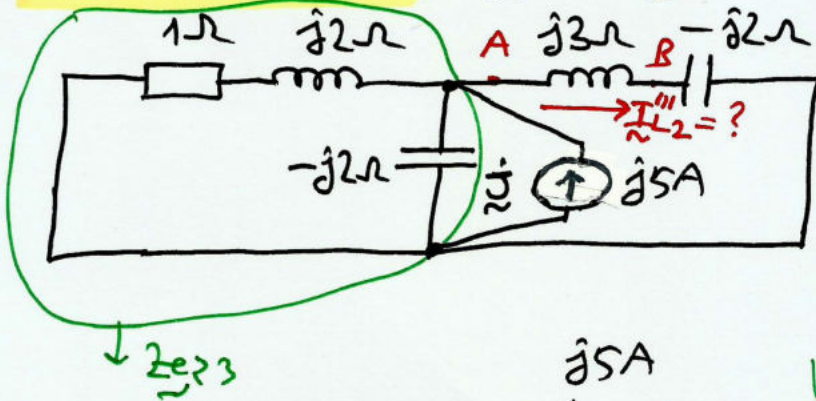
$$\underline{Z}_{Top} = \underline{Z}_{es2} + j3-j2 = 4-j2+j3-j2 \Rightarrow \underline{Z}_{Top} = (4-j)\Omega$$

$$\underline{I}_T'' = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_{Top}} = \frac{j20}{4-j} \Rightarrow \underline{I}_T'' = (-1,176 + j4,706) A$$

Yön: B → A

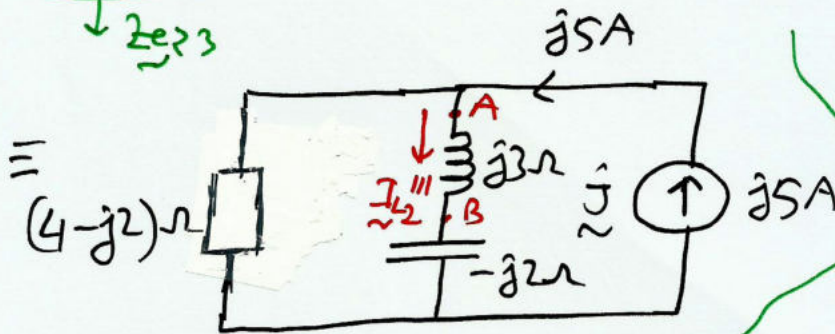
$$\underline{I}_{L2}'' = \underline{I}_T'' \Rightarrow \underline{I}_{L2}'' = (-1,176 + j4,706) A$$

Yön: B → A

 $\underline{I}$ için çözüm: ($\underline{E}_1$ ve $\underline{E}_2$ kısa devre)

$$\underline{Z}_{es3} = \frac{(1+j2)(-j2)}{1+j2-j2}$$

$$\underline{Z}_{es3} = (4-j2)\Omega$$

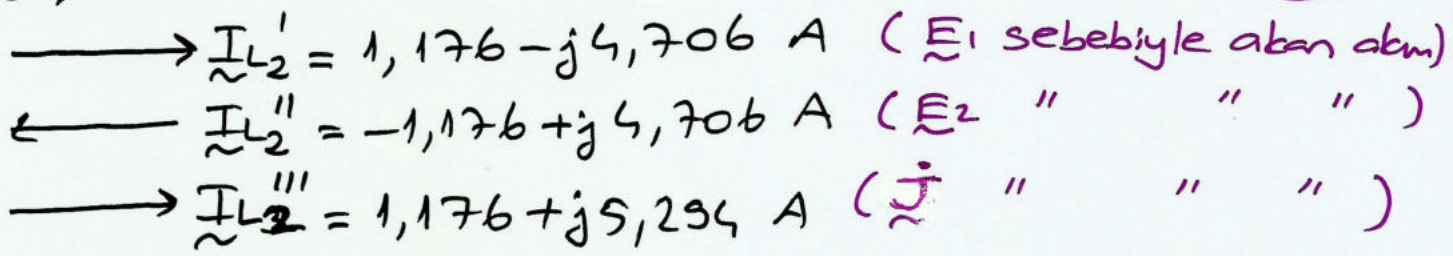


Akım bölücüden

$$\underline{I}_{L2}''' = \frac{(4-j2)}{4-j2+j3-j2} \cdot j5$$

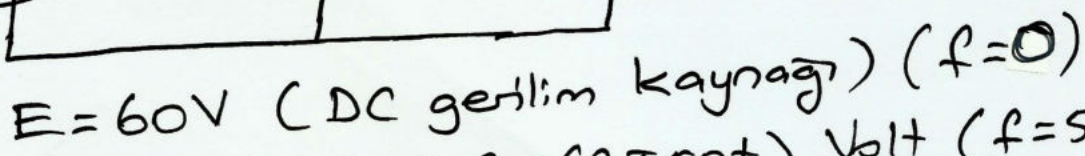
$$\underline{I}_{L2}''' = \frac{(4-j2)}{(4-j)} \cdot j5 \Rightarrow \underline{I}_{L2}''' = (1,176 + j5,294) A$$

Yön: A → B



$$\underline{\underline{I_{L2} = 3,529 - j4,117 = 5,423 \angle -49,4^\circ \text{ A}}}$$

Örnek : (Aynı devrede DC, 50 Hz ve 250 Hz frekanslı gerilim kaynakları var)



$$E = 60V \text{ (DC gerilim kaynağı)}$$

$$v_{50}(t) = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \cos(2\pi 50t) \text{ Volt (} f = 50 \text{ Hz)}$$

$$v_{250}(t) = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \cos(2\pi 250t + 2.5) \text{ Volt (} f = 250 \text{ Hz)}$$

$$v_{250}(t) = \sqrt{2} \cdot 20 \cdot \cos(2\pi 250t + 30^\circ) \text{ Volt} \quad (R = 250 \text{ Hz})$$

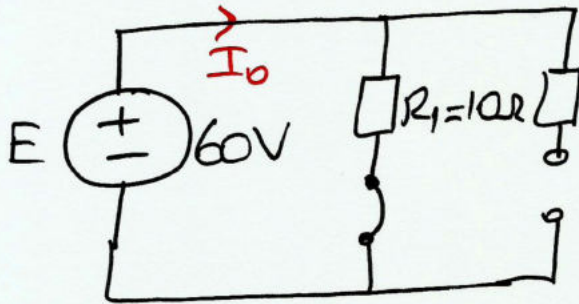
- a) $i(t) = ?$ Süperpozisyon teoremiyle hesaplayınız
- b) Yüklerin kaynaklardan geldiği toplam akımın efektif (RMS) değerini hesaplayınız

Gözüm:

a) $E = 60V$ DC gerilim kaynağı için gözüm:

DC kaynak için $f = 0 \Rightarrow X_L = \omega L = 2\pi f L = 0$ (kısadevre)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{0} = \infty \text{ (Açık devre)}$$



$E = 60V$ DC kaynak sebebiyle
geçilen toplam akım

$$I_0 = \frac{E}{R_1} = \frac{60}{10} = 6 \text{ A}$$

$$I_0 = 6 \text{ A}$$

$V_{50}(t)$ 50Hz frekanslı kaynak için gözüm

$$V_{50}(t) = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \cos(2\pi 50t) \text{ Volt} \Rightarrow \underline{V_{50} = 220 \angle 0^\circ \text{ V}}$$

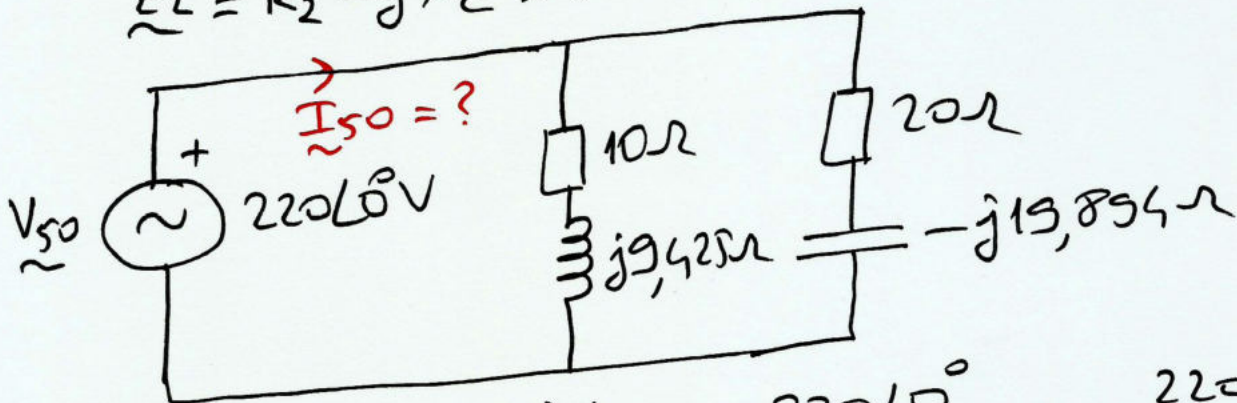
$$f = 50 \text{ Hz} \Rightarrow X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi 50 \cdot 0,03 = \underline{9,425 \Omega}$$

$$f = 50 \text{ Hz} \Rightarrow X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 160 \cdot 10^{-6}}$$

$$X_C = \underline{19,894 \Omega}$$

$$\underline{Z_1} = R_1 + jX_L = (10 + j9,425) \Omega$$

$$\underline{Z_2} = R_2 - jX_C = (20 - j19,894) \Omega$$



$$\underline{I_{50}} = \frac{\underline{V_{50}}}{\underline{Z_1}} + \frac{\underline{V_{50}}}{\underline{Z_2}} = \frac{220 \angle 0^\circ}{(10 + j9,425)} + \frac{220 \angle 0^\circ}{(20 - j19,894)}$$

$$\underline{I_{50}} = 18,033 \angle -17,7^\circ \text{ A} \quad (f = 50 \text{ Hz})$$

Doç. Dr. Recep YUMURTACI (YTÜ)

$V_{250}(t)$ 250 Hz frekanslı kaynak için çözüm:

$$V_{250}(t) = \sqrt{2} \cdot 20 \cdot \cos(2\pi 250t + 30^\circ) V \Rightarrow \boxed{V_{250} = 20 \angle 30^\circ V}$$

$$f = 250 \text{ Hz} \Rightarrow X_L = 2\pi f L = 2\pi 250 \cdot 0,03$$

(29)

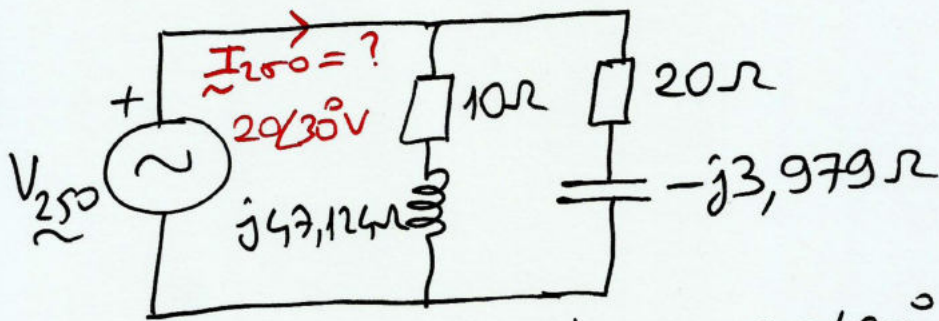
$$\underline{X_L = 47,124 \Omega}$$

$$f = 250 \text{ Hz} \Rightarrow X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi 250 \cdot 160 \cdot 10^{-6}}$$

$$X_C = 3,979 \Omega$$

$$\underline{Z_1 = R_1 + jX_L = (10 + j47,124) \Omega}$$

$$\underline{Z_2 = R_2 - jX_C = (20 - j3,979) \Omega}$$



$$\underline{I_{250}} = \frac{V_{250}}{Z_1} + \frac{V_{250}}{Z_2} = \frac{20 \angle 30^\circ}{(10 + j47,124)} + \frac{20 \angle 30^\circ}{(20 - j3,979)}$$

$$\boxed{\underline{I_{250}} = 1,07 \angle 18,42^\circ A} \quad f = 250 \text{ Hz}$$

Sonuçlar

DC akım: $I_0 = 6 A$

50 Hz frekanslı: $\underline{I_{50}} = 18,033 \angle -17,7^\circ A$

250 Hz frekanslı: $\underline{I_{250}} = 1,07 \angle 18,42^\circ A$

$$i(t) = 6 + \sqrt{2} \cdot 18,033 \cdot \cos(2\pi 50t - 17,7^\circ) + \sqrt{2} \cdot 1,07 \cdot \cos(2\pi 250t + 18,42^\circ)$$

$$\boxed{i(t) = 6 + 25,5 \cdot \cos(314t - 17,7^\circ) + 1,513 \cdot \cos(1570t + 18,42^\circ) A}$$

b) Toplam yük akımının efektif (RMS) değeri

30

$$I_0 = 6A \text{ (DC'de } I_0 = I_{\text{rms}} = 6A = \text{sabit)}$$

$$I_{50} = 18,033A \text{ (} f = 50\text{Hz) efektif değer}$$

$$I_{250} = 1,07A \text{ (} f = 250\text{Hz) efektif değer}$$

Toplam yük akımının efektif değeri

$$I_{\text{RMS}} = \sqrt{I_0^2 + I_{50}^2 + I_{250}^2}$$

$$I_{\text{RMS}} = \sqrt{6^2 + 18,033^2 + 1,07^2}$$

$$I_{\text{RMS}} = 19,035A$$