



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

DEVRE TEORİSİ

Ders Notu-3

- **Kirchhoff Yasaları**
- **Kirchhoff Yasaları ve Ohm Yasası Yardımıyla Basit DC Devrelerin Çözümü**

Doç. Dr. Recep YUMURTACI

DOĞRU AKIM DEVRELERİNİN ÇÖZÜMÜ

1

Kirchhoff Yasaları

1) Kirchhoff'un Akımlar Yasası (KAY)

(Kirchhoff's Current Law (KCL))

$$\sum_{j=1}^N I_j = 0$$

Bir düğümdeki akımların toplamı sıfırdır.

Yön kabulü:

- * Düğümde giden akımın yönü (+) $\bullet \rightarrow (+)$
- * Düğümde gelen akımın yönü (-) $\rightarrow \bullet (-)$

$$-I_1 - I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

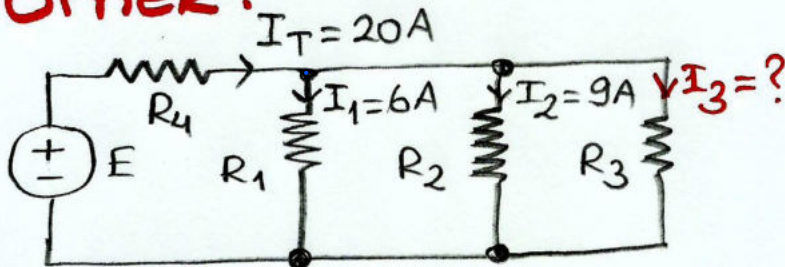
« Bir düğümdeki akımların toplamı sıfırdır »

veya işareti (-) olan akımları eşitliğin diğer tarafına yazalım:

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

« Bir düğümde gelen akımların toplamı o düğümde giden akımların toplamına eşittir. »

Örnek:



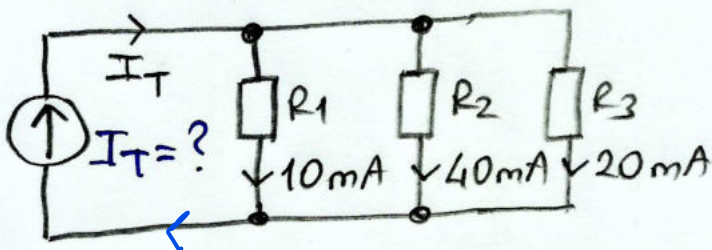
$$-I_T + I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_3 = I_T - (I_1 + I_2) = 20 - (6 + 9)$$

$$I_3 = 5A$$

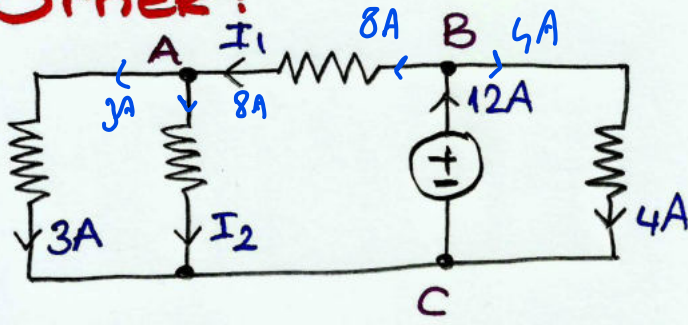
Örnek:



$$I_T = 10 + 40 + 20$$

$$I_T = 70mA$$

Örnek:

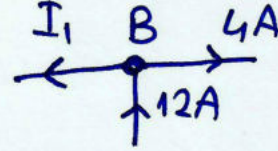


$$I_1 = ?, I_2 = ?$$

(2)

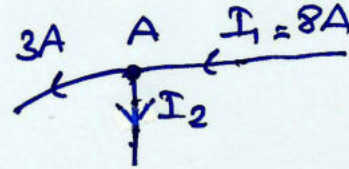
Gözüm

* B düğümü için KCL uygulanırsa



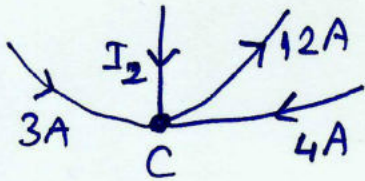
$$12 = I_1 + 4 \Rightarrow I_1 = 8A$$

* A düğümü için KCL uygulanırsa



$$8 = I_2 + 3 \Rightarrow I_2 = 5A$$

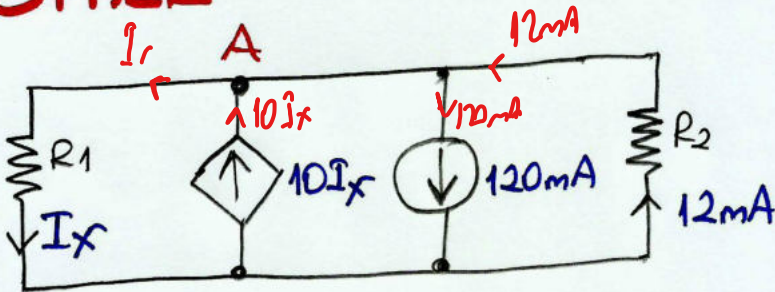
* I_2 akımı C düğümüne KCL uygulanarak da bulunabilir:



$$-3 - I_2 + 12 - 4 = 0$$

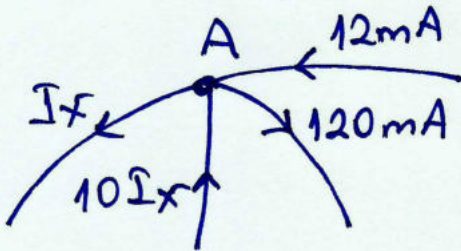
$$12 = I_2 + 7 \Rightarrow I_2 = 5A$$

Örnek



$$I_x = ?$$

A düğümü için KCL'yi uygulayalım (A için düğüm denklemini yazalım):



$$I_x - 10I_x + 120 - 12 = 0$$

$$-9I_x + 108 = 0$$

$$I_x = \frac{108}{9} \Rightarrow I_x = 12mA$$

Doç.Dr. Recep YUMURTACI - YTÜ Elektrik Müh.Bölümü

2) Kirchhoff'un Gerilimler Yasası (KGY) (3)

(Kirchhoff's Voltage Law (KVL))

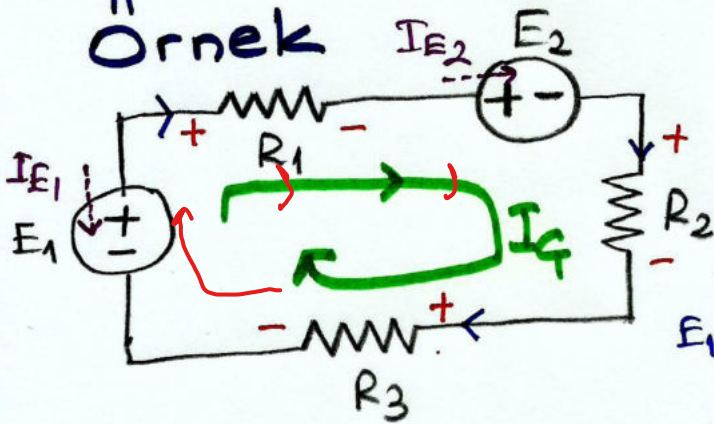
"Kapalı bir çevredeki elemanların uçlarındaki gerilimlerin toplamı sıfırdır."

$$\sum_{j=1}^N V_j = 0$$

Denklemde; N adet elemanın seri bağlanmasından oluşan bir çevrede V_j , j. eleman üzerindeki gerilim düşümünü gösterir. Kirchhoff'un

Gerilimler Yasası'nı (KVL) uygulamadan yani "Çevre Denklemi" yazmadan önce o çevre için rastgele (keyfi olarak) bir çevre yönü (çevre akımının yönü) belirlenir. Elemanın akım yönü (veya geriliminin kutupları) çevre akımı yönü ile aynı ise gerilimler toplanırken o elemanın geriliminin işareti (+), ters ise (-) alınır.

Örnek



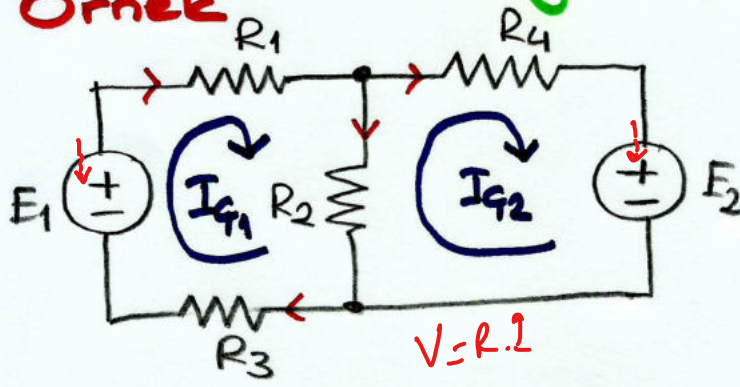
$$V_{R1} + E_2 + V_{R2} + V_{R3} - E_1 = 0$$

* E_1 'in gerilimi neden (-) alındı?
 (+) Akım yönü (+)'den (-)'ye doğru olduğu için E_1 'in akım yönü (+) kutuptan diğer doğru. I_q

Çevre akımının yönüne ters olduğu için E_1 (-) oldu.
 * E_2 'nin akım yönü, I_q ile aynı olduğu için KVL uygulanırken (çevre denklemi yazılırken) E_2 toplama işleminde (+) olarak girer.

Örnek KVL Yardımıyla Gevre Denklemlerinin Yazılması

4



Devrede KVL uygulayarak gevre denklemlerini yazılır.

* Önce dirençler için rastgele akım yönü seçilir. Sonra gevrelerin rastgele gevre yönü seçilir.

1. Gevre (I_{q1} gevre) için :

$$-E_1 + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 0$$

$$-E_1 + R_1 \cdot I_{q1} + R_2 I_{q2} + R_3 I_{q3} = 0 \quad (1)$$

2. Gevre (I_{q2} gevre) için :

$$-V_{R2} + V_{R4} + E_2 = 0$$

$$-R_2 I_{q2} + R_4 I_{q4} + E_2 = 0 \quad (2)$$

* Direnç akımlarını gevre akımlarına bağlı olarak yazalım ve (1) ve (2) eşitliklerinde yerine koyalım :

$$I_{q1} = I_{q1}, \quad I_{q2} = I_{q1} - I_{q2}, \quad I_{q3} = I_{q1}, \quad I_{q4} = I_{q2}$$

1. Gevre için (1) denkleminde :

$$-E_1 + R_1 \cdot I_{q1} + R_2 (I_{q1} - I_{q2}) + R_3 \cdot I_{q1} = 0$$

1. Gevre denklemini

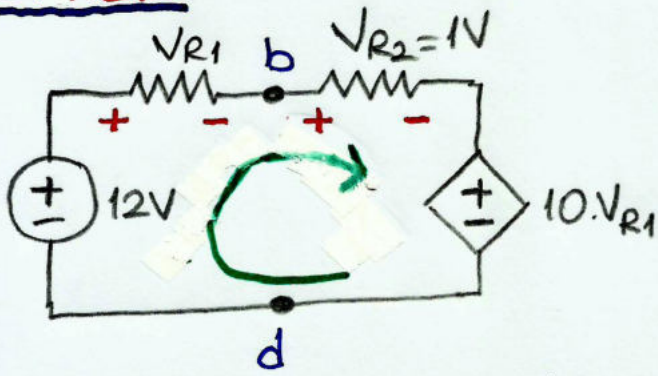
$$-E_1 + (R_1 + R_2 + R_3) I_{q1} - R_2 I_{q2} = 0$$

2. Gevre için (2) denkleminde

$$-R_2 (I_{q1} - I_{q2}) + R_4 \cdot I_{q2} + E_2 = 0$$

2. Gevre denklemini

$$-R_2 \cdot I_{q1} + (R_2 + R_4) \cdot I_{q2} + E_2 = 0$$

Örnek

$$V_{bd} = ?$$

V_{bd} 'yi bulmak için önce V_{R1} 'i bulmalıyız. Devre kapalı bir çevredir. Rastgele çevre yönü seçelim ve çevre denklemi yazalım:

$$V_{R1} + V_{R2} + 10V_{R1} - 12 = 0 \Rightarrow 11V_{R1} + V_{R2} - 12 = 0$$

$$11V_{R1} - 1 + 12 = 0 \Rightarrow (11V_{R1} = 1) \Rightarrow V_{R1} = 1V$$

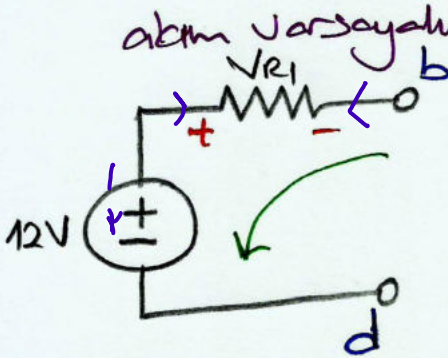
V_{bd} 'yi bulmak için d'yi referans düğüm seçelim:

$$V_d = 0 \text{ olur. } V_{bd} = V_b - V_d = V_b \text{ olur. } V_b = ?$$

Çevre akımı yönünde,

$$V_{bd} = V_b = V_{R2} + 10 \cdot V_{R1} = 1 + 10 \cdot 1 \Rightarrow V_{bd} = 11V$$

* V_{bd} 'yi sol taraftaki V_{R1} ve 12V'luk gerilim kaynağı üzerinden de hesaplayabiliriz. $b \rightarrow d$ yönünde akan bir akım varsayalım:



$$V_{bd} = V_b - V_d = V_b = -V_{R1} + 12$$

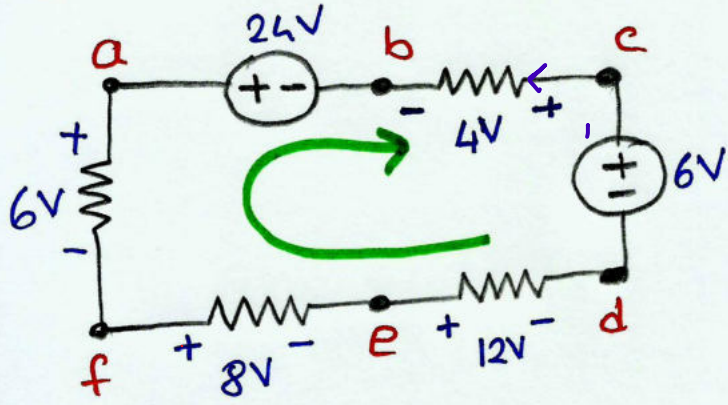
$$V_{bd} = -V_{R1} + 12 = -1 + 12$$

$$V_{bd} = 11V$$

$$V_{bd} = -V_{R1} + 12 = -1 + 12 = 11V$$

Örnek

(6)



istenenler

$V_{ad}=?$, $V_{eb}=?$, $V_{ef}=?$, $V_{ae}=?$

Çözüm:

- 1) $V_{ad}=?$ V_{ad} 'yi bulmak için $a \rightarrow d$ yönünde gerilimler toplanır. (d referans alınır)

$$V_{ad} = 24 - 4 + 6 \Rightarrow \boxed{V_{ad} = 26V}$$

- 2) $V_{eb}=?$
b referans alınır ve $e \rightarrow b$ yönünde gerilimler toplanır.

$$V_{eb} = -8 - 6 + 24 \Rightarrow \boxed{V_{eb} = 10V}$$

- * $V_{be}=?$ $V_{be} = V_b - V_e = -V_{eb} = -10V$ olur.
Gevre akımı yönünde V_{be} 'yi bulmak için $b \rightarrow e$ yönünde

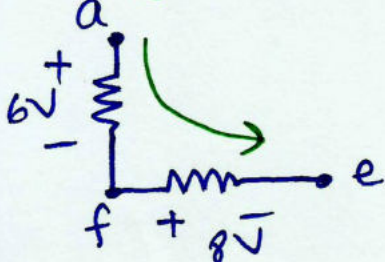
$$V_{be} = -4 + 6 - 12 = -10V \text{ olur}$$

- 3) $V_{ef}=?$
f referans alınır. $V_f = 0$ olur. $V_{ef} = V_e - V_f = -8V$

- 4) $V_{ae}=?$
Gevre akımı yönünde $a \rightarrow e$ yönünde gerilimler toplanır.

$$V_{ae} = 24 - 4 + 6 - 12 \Rightarrow \boxed{V_{ae} = 14V}$$

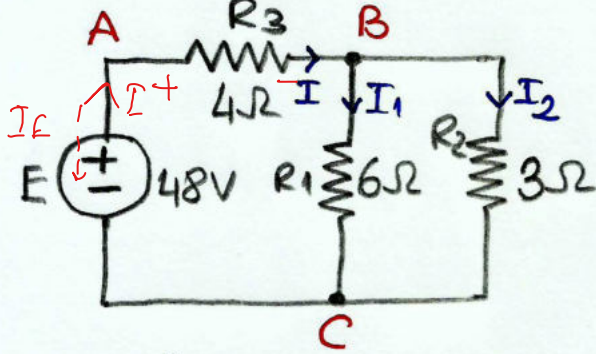
veya



$$V_{ae} = 6 + 8 = 14V \text{ olur.}$$

Tek Kaynaktan Beslenen Basit DC Devrelerin Ohm Kanunu ve Kirchhoff Kanunları Yardımıyla Çözülmesi

Örnek



a) $I = ?$, $I_1 = ?$, $I_2 = ?$

b) $P_{R1} = ?$, $P_{R2} = ?$, $P_{R3} = ?$

c) $P_E = ?$

Çözüm:

a) $I = \frac{E}{R_{top}} \Rightarrow R_{top} = ?$ $R_{top} = R_3 + \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right) = 4 + \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 6\Omega$

$R_{top} = 6\Omega \Rightarrow I = \frac{E}{R_{top}} = \frac{48}{6} \Rightarrow \boxed{I = 8A}$

$I_1 = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_{BC}}{R_1}$ ve $I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_{BC}}{R_2} \Rightarrow V_{BC} = ?$

$V_{BC} = E - R_3 \cdot I = 48 - 4 \cdot 8 = 16V$

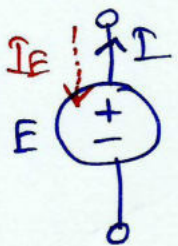
veya $V_{BC} = (R_1 // R_2) \cdot I = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} \cdot 8 = 2 \cdot 8 = 16V$

$I_1 = \frac{V_{BC}}{R_1} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} A \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{8}{3} A}$

$I_2 = \frac{V_{BC}}{R_2} = \frac{16}{3} \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{16}{3} A}$

b) $P_{R1} = R_1 \cdot I_1^2 = 6 \left(\frac{8}{3} \right)^2 \Rightarrow \boxed{P_{R1} = 42,67W}$
 $P_{R2} = R_2 \cdot I_2^2 = 3 \left(\frac{16}{3} \right)^2 \Rightarrow \boxed{P_{R2} = 85,33W}$ } $P_{R3} = R_3 \cdot I^2 = 4 \cdot 8^2$
 $\boxed{P_{R3} = 256W}$

c) $P_E = E \cdot I_E$



$I_E = -I = -8A$

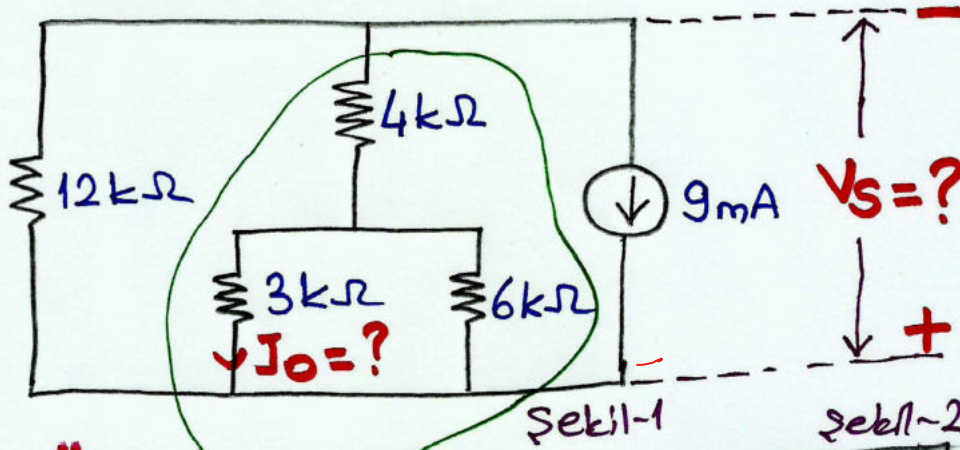
$P_E = E \cdot I_E = 48 \cdot (-8) = -384W \Rightarrow \boxed{P_E = -384W}$

Kontrol : $\sum P = 0$

$P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_E = 42,67 + 85,33 + 256 - 384 = 0$

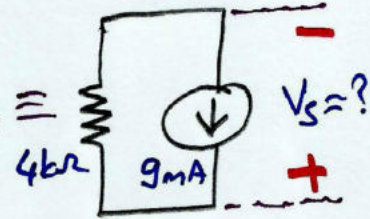
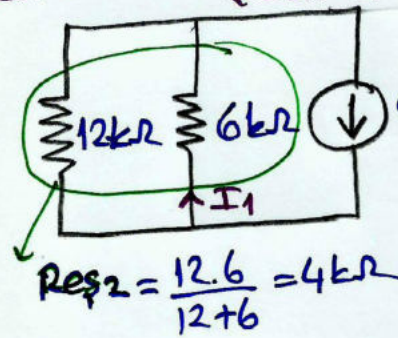
Örnek

8



Çözüm:

$$R_{eş1} = \left(\frac{3 \cdot 6}{3+6} \right) + 4 = 6 \text{ k}\Omega$$

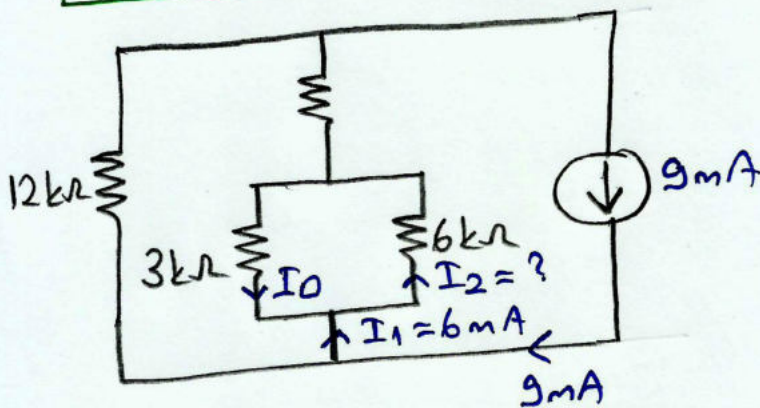


$$V_s = 4 \text{ k}\Omega \cdot 9 \text{ mA} = 36 \text{ V}$$

$$V_s = 36 \text{ V}$$

$I_1 = ?$ Şekil-2'de akım bölücüden $I_1 = (9 \text{ mA}) \left(\frac{12 \text{ k}\Omega}{12 \text{ k}\Omega + 6 \text{ k}\Omega} \right) = 6 \text{ mA}$

$I_1 = 6 \text{ mA}$ bulunur.



$$I_2 = ?$$

Akım bölücüden $I_2 = 6 \cdot \left(\frac{3}{3+6} \right)$

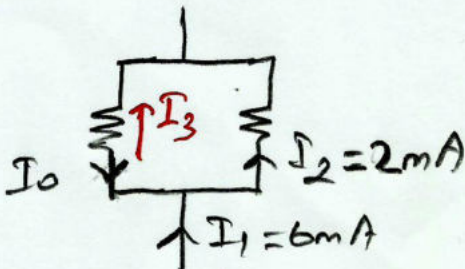
$$I_2 = 2 \text{ mA}$$

KCL'den $I_1 + I_0 - I_2 = 0$

$$I_0 = I_2 - I_1 = 2 - 6$$

$$I_0 = -4 \text{ mA}$$

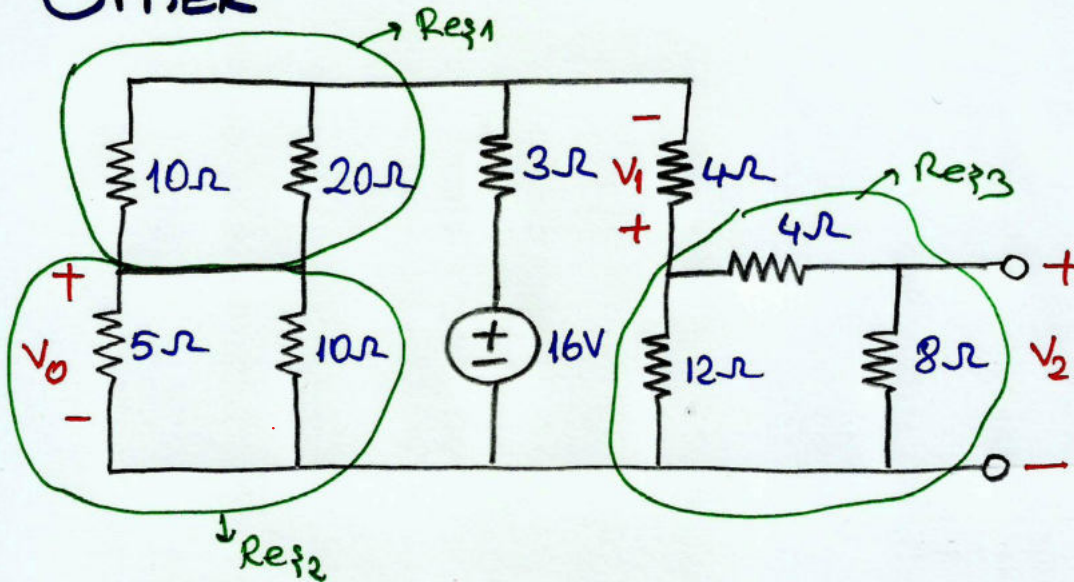
Veya I_1 bulunduktan sonra,



$$I_3 = I_1 - I_2 = 6 - 2 = 4 \text{ mA}$$

$$I_0 = -I_3 = -4 \text{ mA} \text{ bulunur.}$$

Örnek

istenenler

$V_0 = ?$

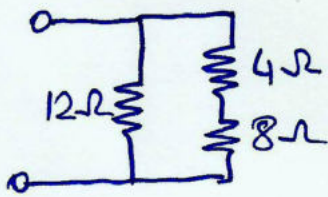
$V_1 = ?$

$V_2 = ?$

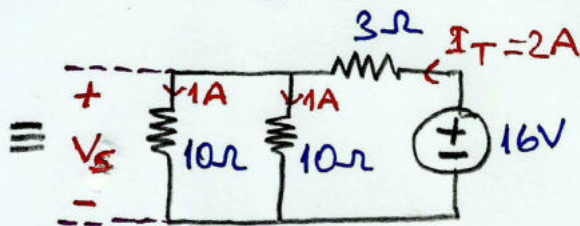
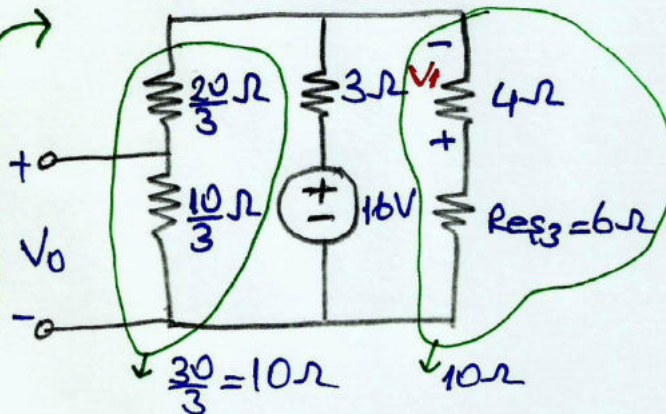
Çözüm :

$$R_{eq1} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = \frac{200}{30} = \frac{20}{3} \Omega \quad \text{ve} \quad R_{eq2} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \Omega$$

$R_{eq3} = ?$



$$R_{eq3} = \frac{12 \cdot 12}{12 + 12} = 6 \Omega$$

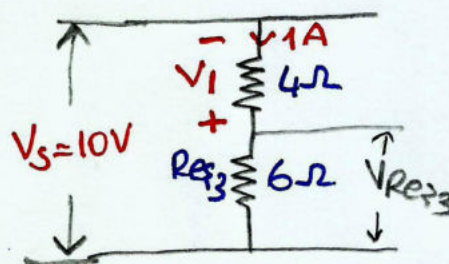
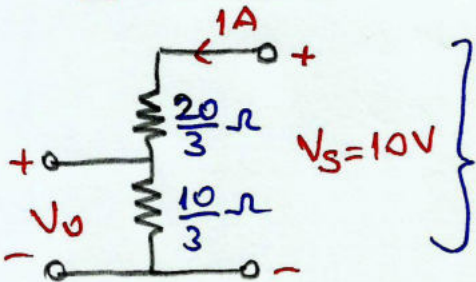


$$R_T = 3 + \frac{10}{2} = 8 \Omega$$

$$I_T = \frac{16}{8} = 2A$$

$$V_S = 10 \cdot 1 = 10V$$

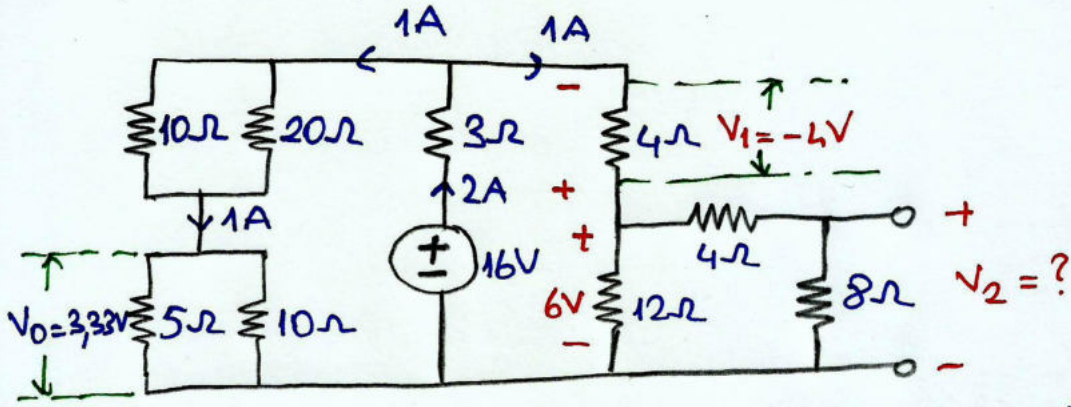
$$V_0 = \frac{10}{3} \cdot 1 = \frac{10}{3} V \Rightarrow V_0 = 3,333V$$



$$V_1 = 4 \cdot (-1) = -4V$$

$$V_1 = -4V$$

$$V_{Req3} = 6 \cdot 1 = 6V$$

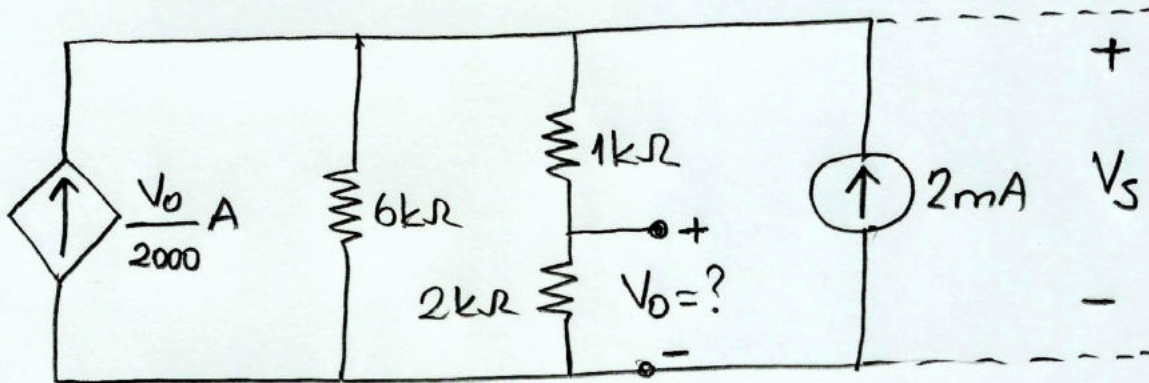


$V_2 = ?$ (4Ω 'luk ve 8Ω 'luk dirençler seri bağlidir ve uçlarındaki toplam gerilim (12Ω 'luk direncin gerilimi) $6V$ 'dır
 V_2 'yi gerilim bölücüden bulalım:

$$V_2 = 6 \cdot \left(\frac{8}{4+8} \right) \Rightarrow \boxed{V_2 = 4V}$$

Sonuçlar: $V_0 = 3,333V$ $V_1 = -4V$ ve $V_2 = 4V$

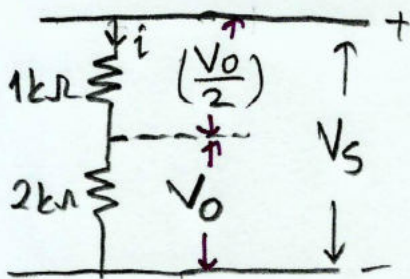
Örnek



İstenen: $V_0 = ?$

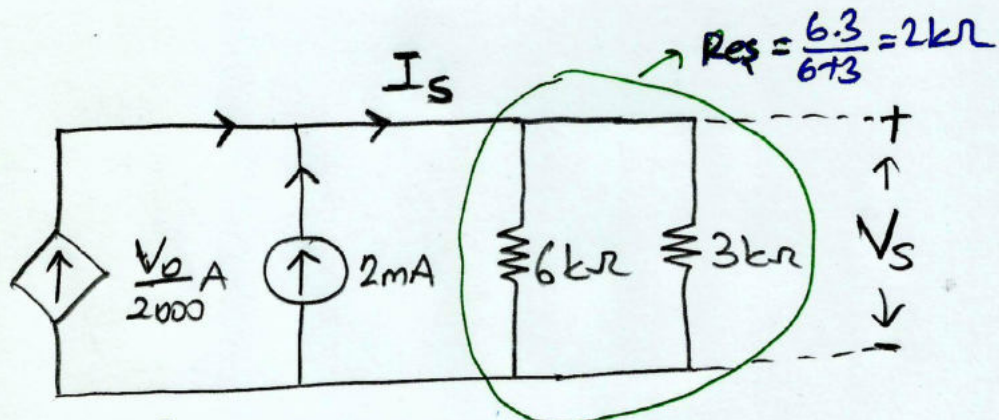
Gözüm

$V_S = ?$



$$V_S = V_0 + \frac{V_0}{2}$$

$$\boxed{V_S = \frac{3}{2} V_0}$$

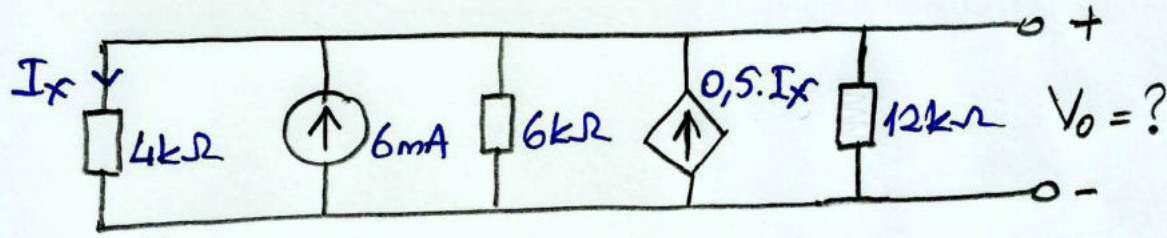
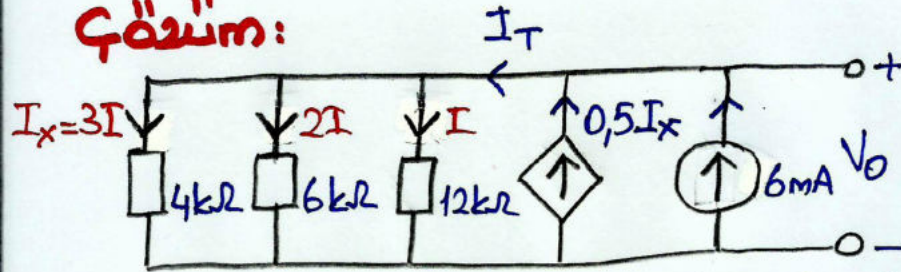


$I_S = ?$

$$I_S = \frac{V_0}{2 \cdot 10^3} \cdot 10^3 \text{ mA} + 2 \text{ mA} \Rightarrow I_S = \left(\frac{V_0}{2} + 2 \right) \text{ mA}$$

$$V_S = R_{eq} \cdot I_S = (2 \text{ k}\Omega) \cdot \left(\frac{V_0}{2} + 2 \right) \text{ mA} = (V_0 + 4) \text{ Volt}$$

$$V_S = \frac{3}{2} V_0 = V_0 + 4 \Rightarrow \frac{3}{2} V_0 - V_0 = 4 \Rightarrow \boxed{V_0 = 8V}$$

Örnek**Çözüm:**

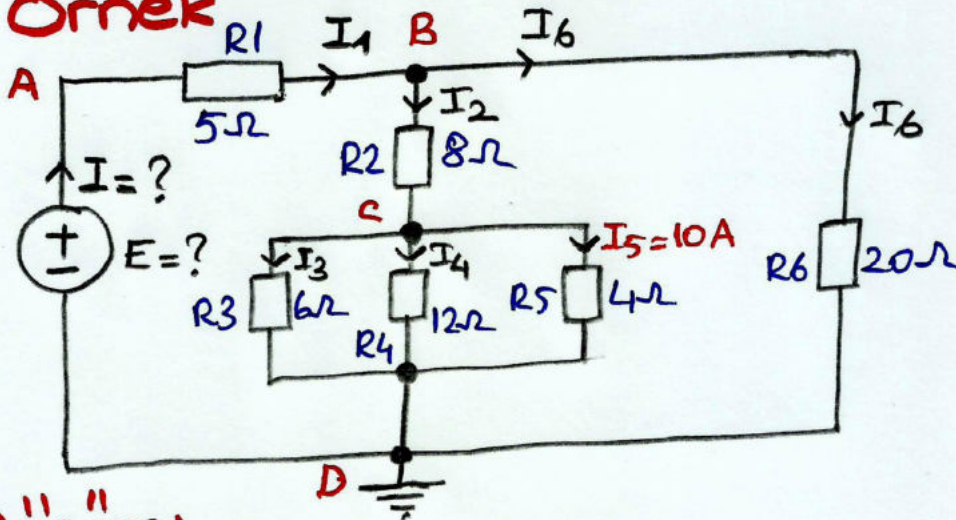
KCL'yi uygulayalım (Tüm akımlar mA'dır.)

$$6 + 0,5I_x = I + 2I + 3I$$

$$6 + 0,5I_x = 6I \text{ ve } I_x = 3I$$

$$6 + 0,5 \cdot 3I = 6I \Rightarrow 6 = 4,5 \cdot I \Rightarrow I = \frac{6}{4,5} \text{ mA}$$

$$V_0 = (12k\Omega)(I) = 12 \cdot \frac{6}{4,5} \Rightarrow V_0 = 16V$$

Örnek

$I_5 = 10A$ olduğuna göre

a) Kaynaktan çıkan toplam akım $I = ?$

b) Kaynak gerilimi $E = ?$

Çözüm:

a) $I_5 = 10A \Rightarrow V_5 = V_{CD} = R_5 \cdot I_5 = 4 \cdot 10 = 40V$

$$V_{CD} = V_3 = V_4 = V_5 = 40V$$

$$I_3 = \frac{V_{CD}}{R_3} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}A, \quad I_4 = \frac{V_{CD}}{R_4} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}A, \quad I_5 = 10A$$

$$I_2 = I_3 + I_4 + I_5 = \frac{20}{3} + \frac{10}{3} + 10 = \frac{30}{3} + 10 \Rightarrow I_2 = 20A$$

$$V_{BD} = V_6 = R_2 I_2 + V_{CD} = 8 \cdot 20 + 40 \Rightarrow V_{BD} = V_6 = 200V$$

$$I_6 = ?$$

$$V_6 = V_{BD} = 200 \text{ V} \Rightarrow I_6 = \frac{V_6}{R_6} = \frac{200}{20} \Rightarrow I_6 = 10 \text{ A}$$

12

$$I_1 = I_2 + I_6 = 20 + 10 \Rightarrow I_1 = 30 \text{ A}$$

$$\text{Toplam akım: } I = I_1 = 30 \text{ A} \Rightarrow I = 30 \text{ A}$$

b) Kaynak gerilimi $E = ?$

$$E = V_1 + V_{BD}$$

$$E = R_1 \cdot I_1 + V_{BD} = 5 \cdot 30 + 200$$

$$E = 350 \text{ V}$$