

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

DEVRE TEORİSİ

Ders Notu

ÜÇ FAZLI SİSTEMLER

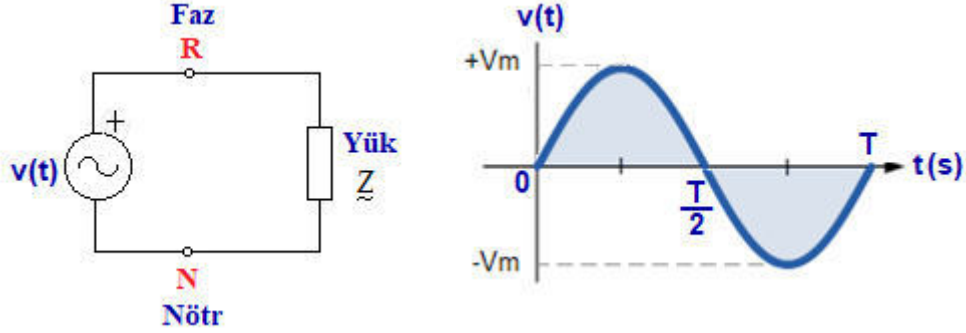
Doç. Dr. Recep YUMURTACI

ÜÇ FAZLI SİSTEMLER

(Trifaze Sistemler)

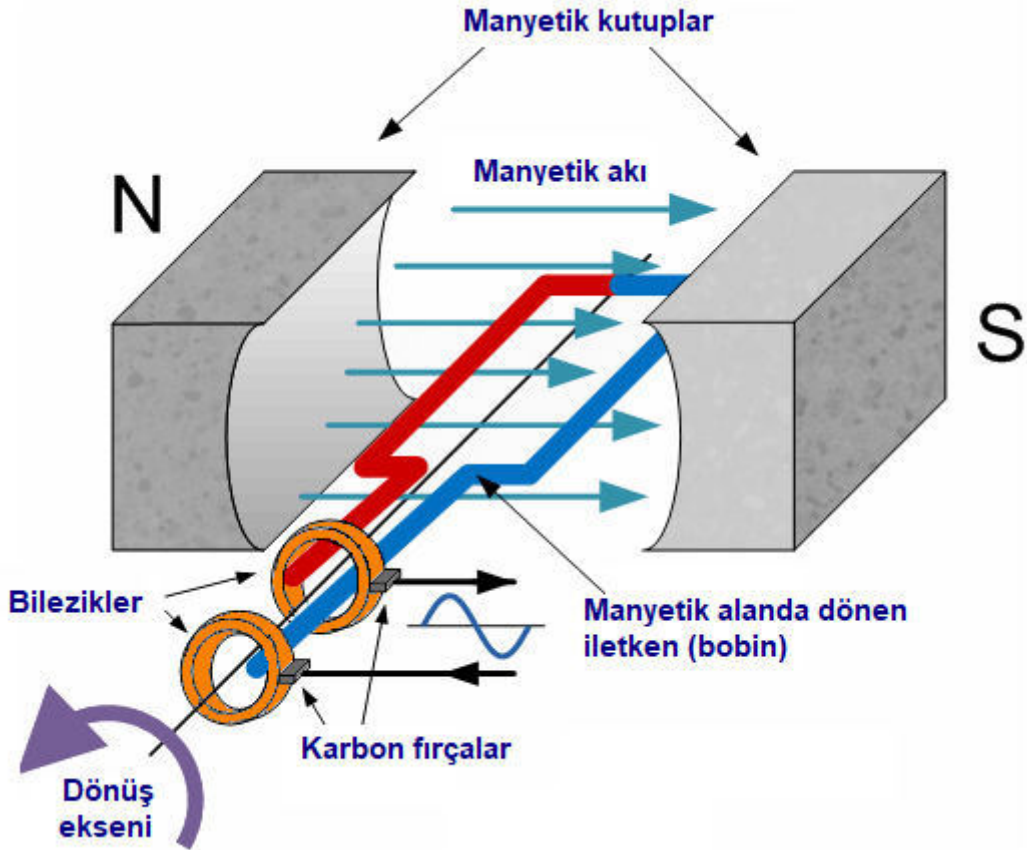
Konuya üç fazlı sistemden önce bir fazlı sistemi, bir fazlı sistemde gerilimin elde edilmesini inceleyerek başlayalım. (Aşağıdaki şekillerin açıklaması derste yapılacaktır.)

Bir Fazlı Sistem (Monofaze Sistem)

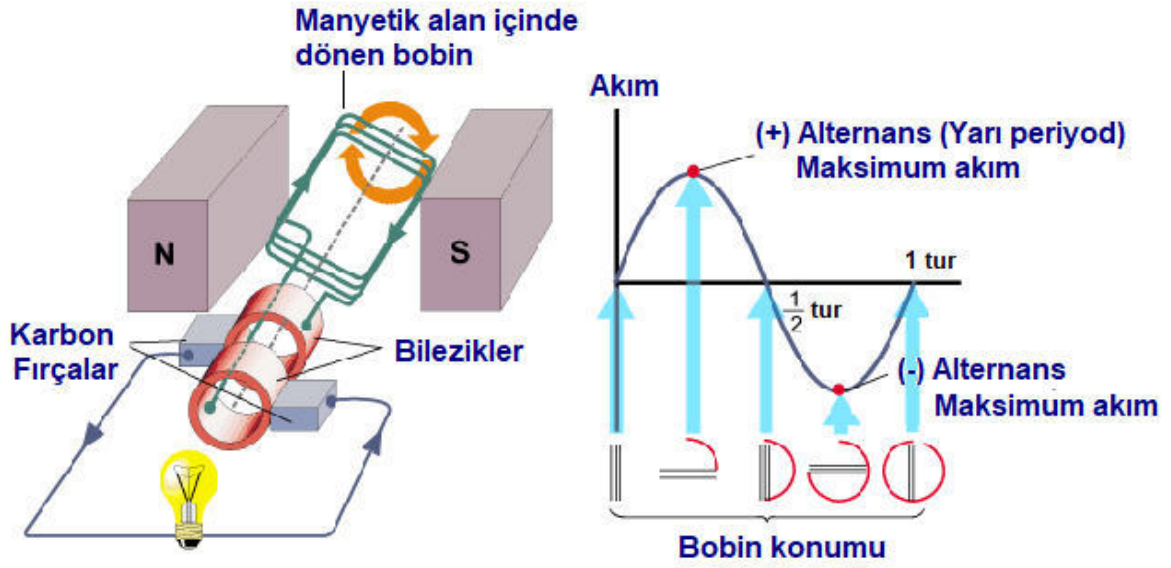


En basit bir fazlı sistem bir AC gerilim kaynağı ve bu kaynak uçlarına bağlı bir yükten meydana gelir.

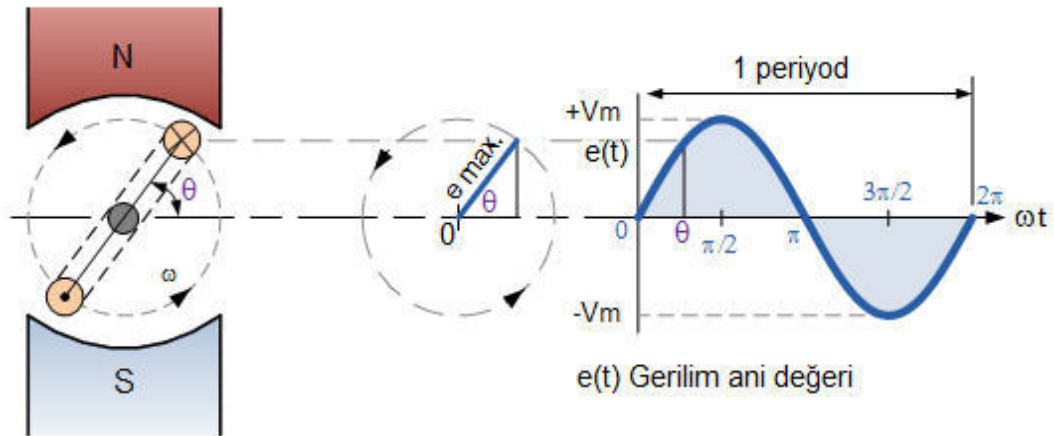
Bir fazlı gerilim nasıl elde edilir? (Bir fazlı generatör)



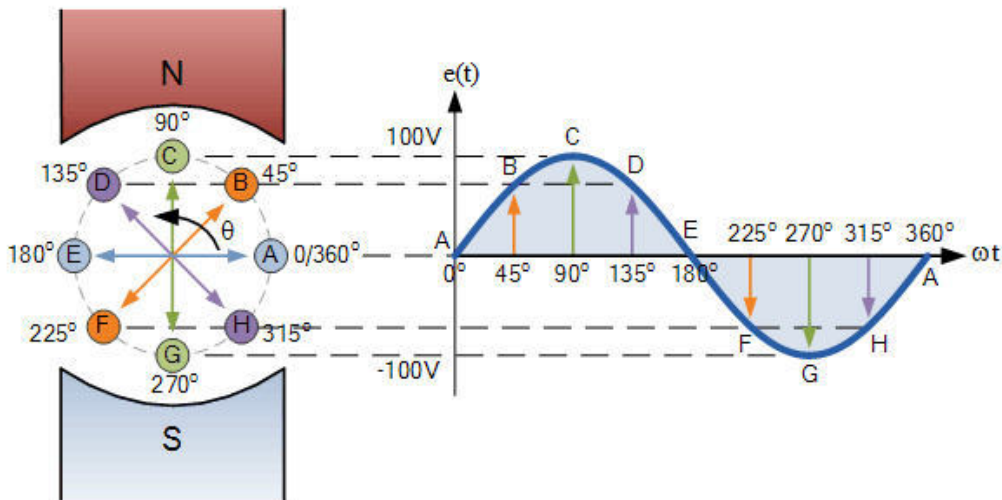
Şekil 1- Bir fazlı AC gerilimin elde edilmesi (Bir fazlı generatör)



Şekil 2- Bir fazlı AC gerilimin elde edilmesi (Bir fazlı generatör)



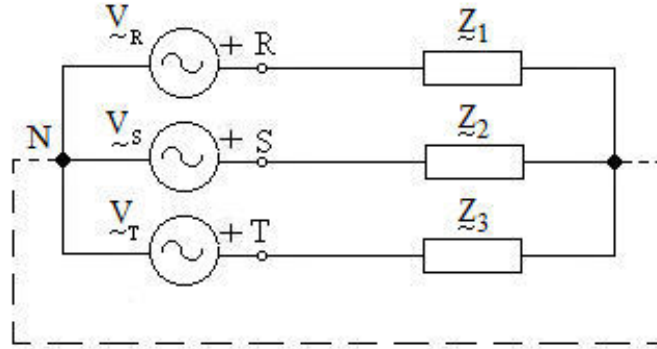
Şekil 3- Bir fazlı AC gerilimin ani değeri



Şekil 4- Bir fazlı generatörde bobinin konumuna göre AC gerilimin ani değeri

Üç Fazlı Sistem (Trifaze Sistem)

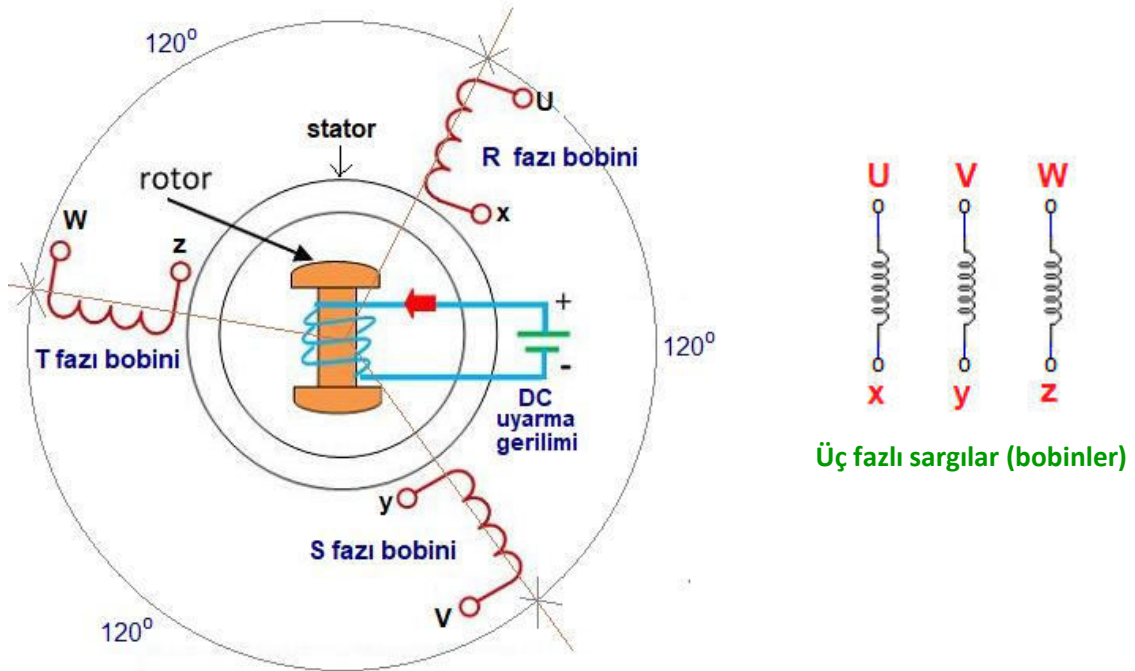
Aşağıda Şekil 5’de görüldüğü gibi en basit üç fazlı sistem yıldız veya üçgen bağlı üç adet gerilim kaynağı ile bu kaynakların beslediği yıldız veya üçgen bağlı üç adet yükten meydana gelir. Gerilim kaynaklarının gerilimlerinin efektif değerleri eşit ve aralarından 120’şer derece faz farkı vardır.



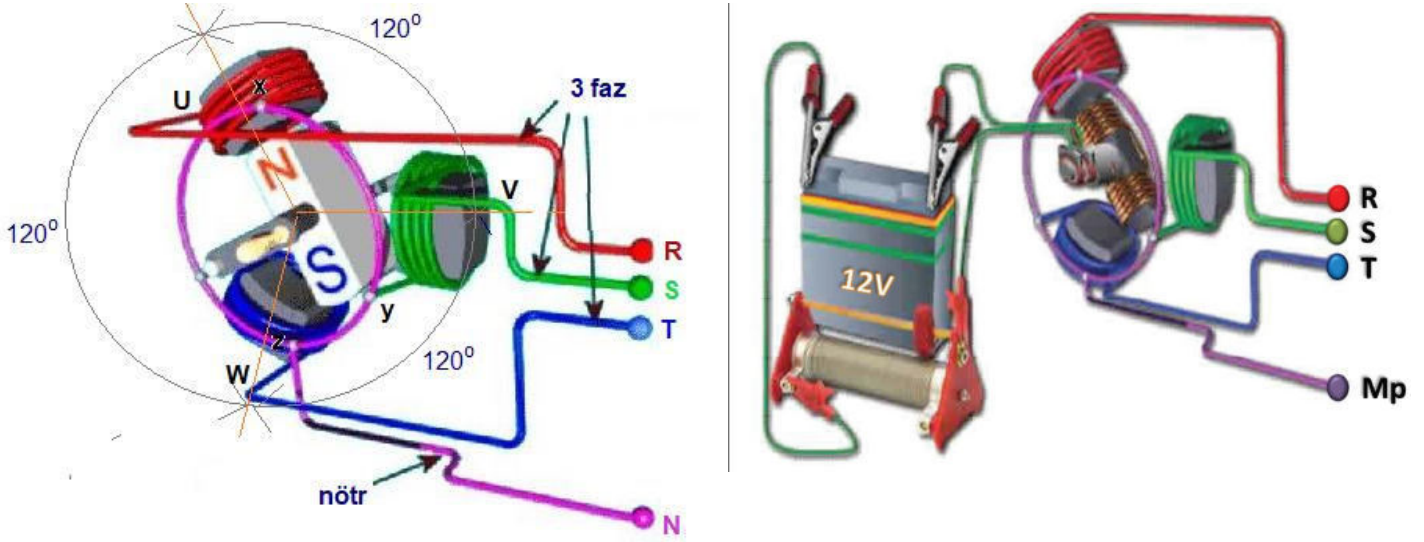
Şekil 5- Üç fazlı sistem

Üç fazlı gerilim nasıl elde edilir? (Üç fazlı generatör)

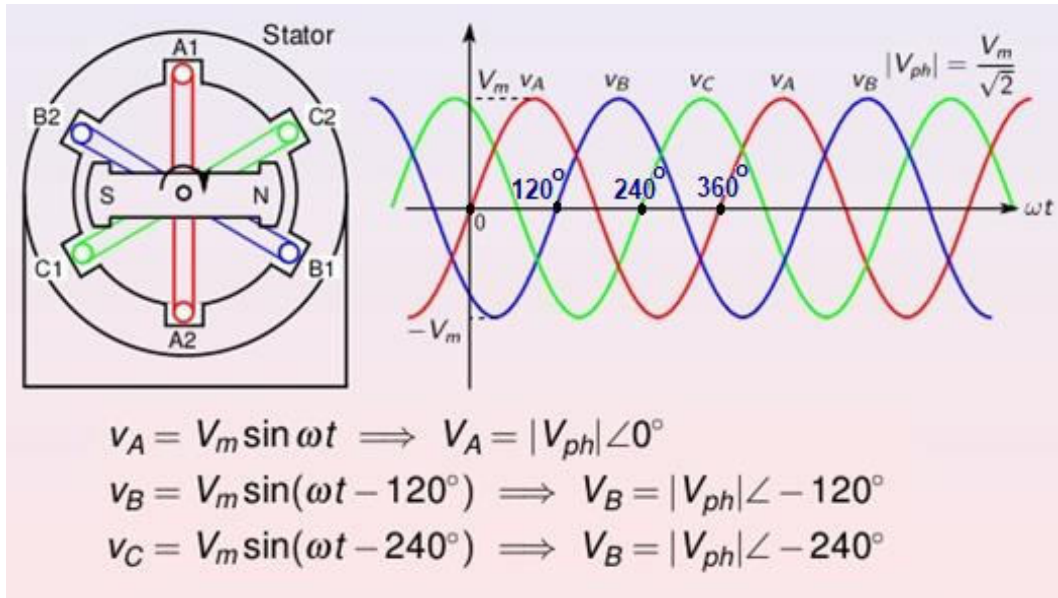
Üç fazlı gerilim elde etmek için bir mıknatısın veya elektro mıknatısın oluşturduğu manyetik alan içinde üç adet özdeş bobin 120’şer derece aralıklarla yerleştirilir. Mıknatıs döndüğü zaman, ω açısal hızıyla dönen bir manyetik alan oluşur ve üç adet özdeş bobinde gerilimlerinin efektif değerleri eşit olan fakat aralarında 120’şer derece faz farkı olan üç fazlı gerilimler elde edilir.



Şekil 5a- Üç fazlı gerilim elde edilmesi (3 fazlı generatör)

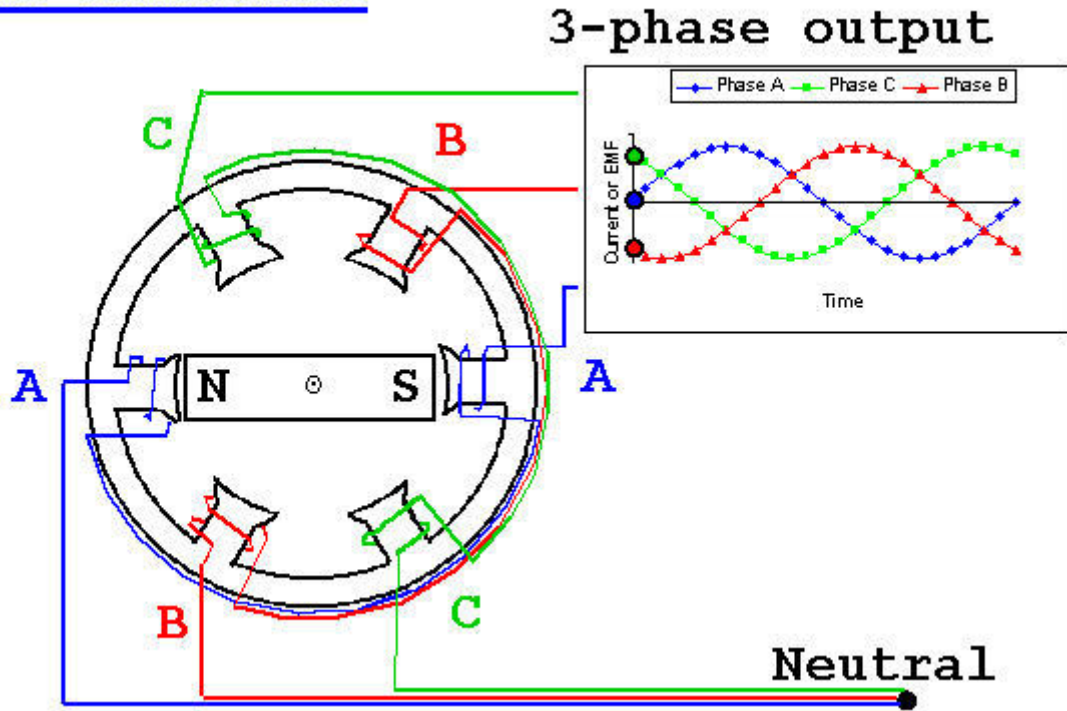


Şekil 6- Üç fazlı gerilim elde edilmesi (3 fazlı generatör)

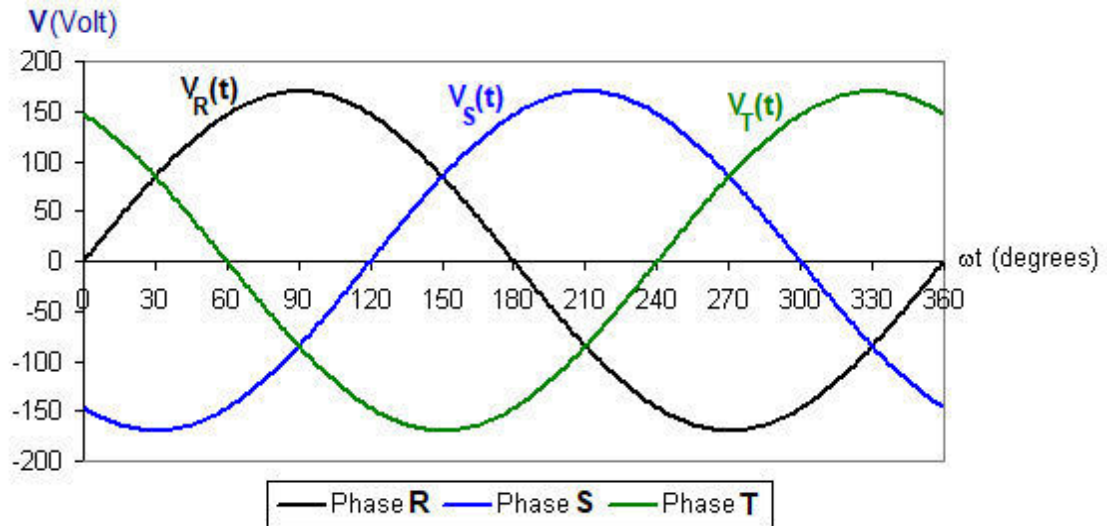


Şekil 7- Üç fazlı gerilimlerin değişimi ve faz gerilimlerinin fazörleri

The Generator



Şekil 8- Üç fazlı generatörde bobinlerin iki seri parçalı olması



Şekil 9- Üç fazlı gerilimler

Üç Fazlı Jeneratör Resimleri

a) **Alçak Gerilim seviyesinde** (Küçük atölyeler için $U=380\text{ V}$ çıkış gerilimli)



70 kVA dizel jeneratör



24 kVA dizel jeneratör

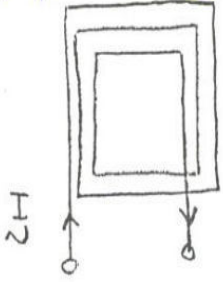
b) **Orta Gerilim seviyesinde** (Hidro Elektrik Santrallerinde (HES) $U=10\text{ kV}$, $U=15\text{ kV}$ çıkış gerilimli, senkron jeneratör gücü 10 MVA, 50 MVA vb.)



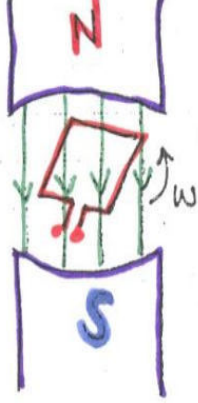


= 3 FAZLI SİSTEMLER =

Bir fazlı AC gerilimin elde edilmesi



Bobin

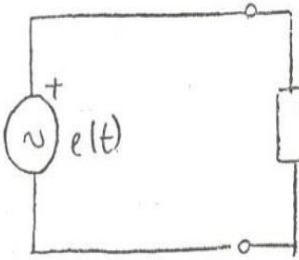
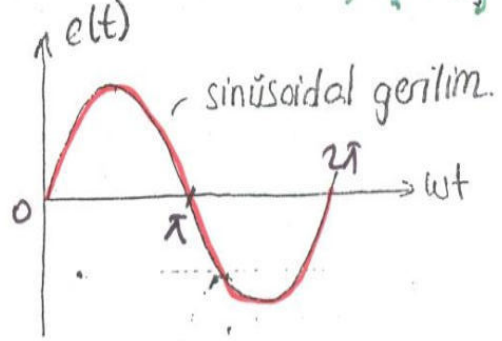


iletken çerçeve
(bobin)

Bobinde endüklenen gerilim

$$e(t) = E_m \sin \omega t = \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin \omega t$$

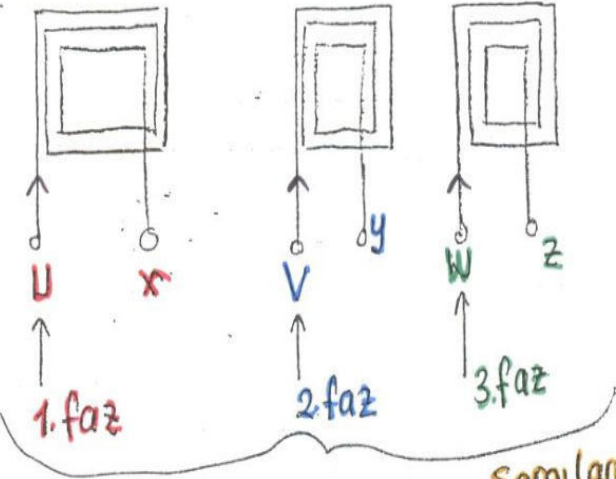
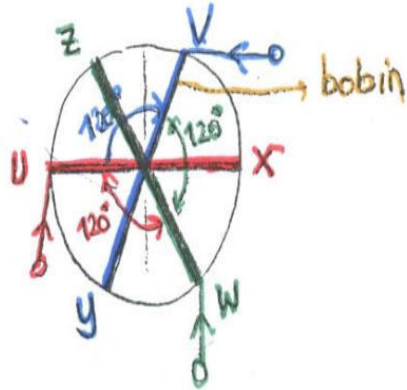
E, efektif değer



1 fazlı alternatif akım devresi

3 fazlı gerilim elde etmek için 120° aralıklarla yerleştirilmiş 3 adet bobin kullanılır.

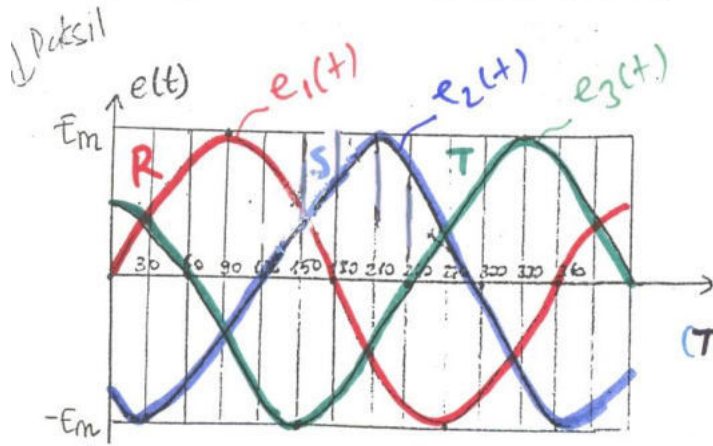
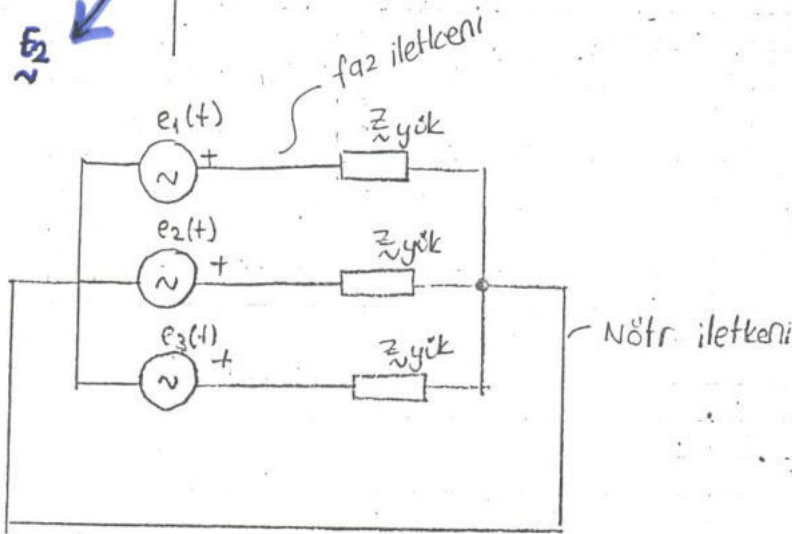
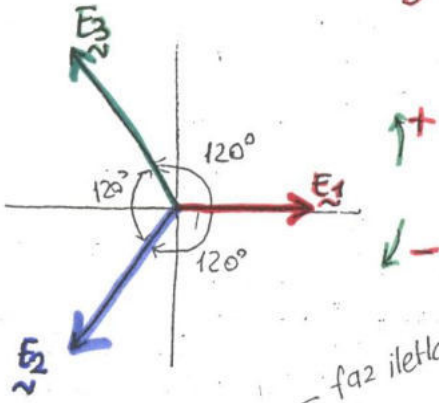
3 adet özdeş bobin



Sargıların giriş uçları

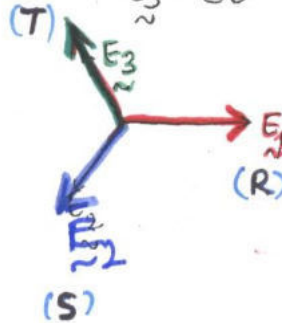
Bobinler 120° aralıklarla yerleştirilince elde edilen gerilimler arasında da 120° faz farkı vardır.

1. bobin gerilimi : $e_1(t) = E_m \cdot \sin \omega t$ $\xrightarrow{\text{Fazör dönüşümü}}$ $E_1 = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$ R. fazı gerilimi
2. " " : $e_2(t) = E_m \cdot \sin (\omega t - 120^\circ)$ $\rightarrow$ $E_2 = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \angle -120^\circ$ S. fazı gerilimi
3. " " : $e_3(t) = E_m \cdot \sin (\omega t + 120^\circ)$ $\rightarrow$ $E_3 = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \angle 120^\circ$ T. fazı gerilimi



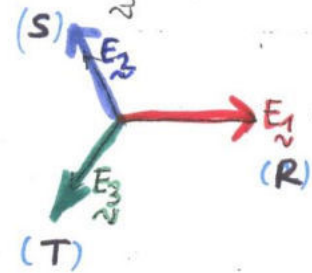
Doğru sistem

$$\begin{aligned} E_1 &= E e^{j0^\circ} \\ E_2 &= E e^{-j120^\circ} \\ E_3 &= E e^{j120^\circ} \end{aligned}$$



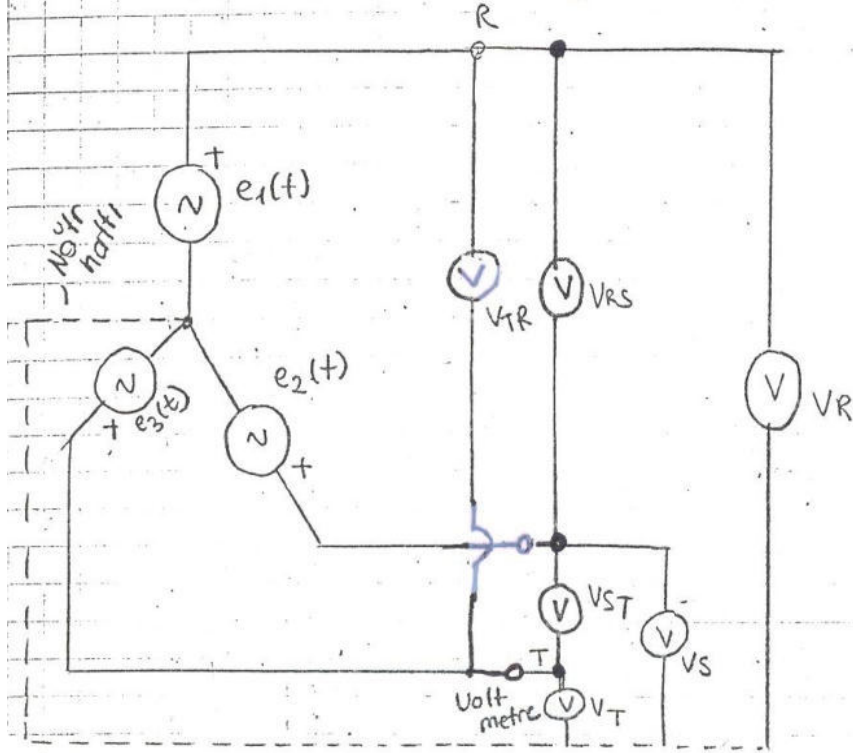
Ters sistem

$$\begin{aligned} E_1 &= E e^{j0^\circ} \\ E_2 &= E e^{j120^\circ} \\ E_3 &= E e^{-j120^\circ} \end{aligned}$$



Doğru sistemde faz sırası : R $\rightarrow$ S $\rightarrow$ T
Ters " " " : R $\rightarrow$ T $\rightarrow$ S

Kaynakların Yıldız Bağlanması



$\left. \begin{matrix} \tilde{V}_R \\ \tilde{V}_S \\ \tilde{V}_T \end{matrix} \right\}$ Faz-nötr gerilimleri

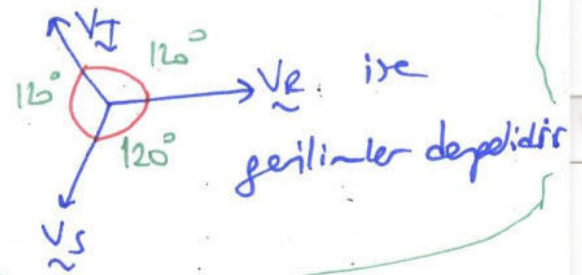
$\left. \begin{matrix} \tilde{V}_{RS} \\ \tilde{V}_{ST} \\ \tilde{V}_{TR} \end{matrix} \right\}$ Fazlar arası gerilimler

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}_R &= \tilde{E}_1 = E \angle 0^\circ = E e^{j0^\circ} \\
 \tilde{V}_S &= \tilde{E}_2 = E \angle -120^\circ = E e^{-j120^\circ} \\
 \tilde{V}_T &= \tilde{E}_3 = E \angle 120^\circ = E e^{j120^\circ}
 \end{aligned}$$

3 fazlı sistemde faz-nötr gerilimleri

NOT: Faz nötr gerilimlerinin efektif değerleri eşit ve faz gerilimleri aralarında 120° faz farkı varsa 3 faz gerilimleri **DENGELİDİR** denir. Yani,

$$|\tilde{V}_R| = |\tilde{V}_S| = |\tilde{V}_T| = E \text{ ve}$$



a operatörü

$$a = 1 \angle 120^\circ \text{ veya } a = 1 e^{j120^\circ}$$

$$j = 1 \angle 90^\circ = 1 e^{j\pi/2}$$

$$-j = 1 \angle -90^\circ = 1 e^{-j\pi/2}$$

$$a = 1 e^{j120^\circ} = 1 \cdot (\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ)$$

$$a = 1 e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = 1 e^{j240^\circ} = 1 \cdot (\cos 240^\circ + j \sin 240^\circ)$$

$$a^2 = 1 e^{j240^\circ} = 1 e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = 1 e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = \bar{a}$$

$$a^3 = (e^{j120^\circ})^3 = e^{j360^\circ} = 1 \cdot (\cos 360 + j \sin 360) = 1$$

$$a^3 = 1$$

$$a^{3+P} = a^3 \cdot a^P \Rightarrow \boxed{a^{3+P} = a^P}$$

$$1 + a + a^2 = ?$$

$$1 + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

$$\boxed{1 + a + a^2 = 0} \text{ Çok önemli}$$

$$\underline{V}_R = E e^{j0^\circ} = E$$

$$\underline{V}_S = E e^{-j120^\circ} = a^2 E$$

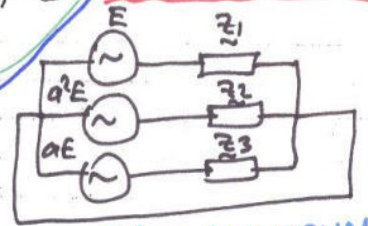
$$\underline{V}_T = E e^{j120^\circ} = a E$$

$$\underline{V}_R + \underline{V}_S + \underline{V}_T = E + a^2 E + a E = E (1 + a^2 + a) = 0$$

$$\underline{V}_R + \underline{V}_S + \underline{V}_T = 0$$

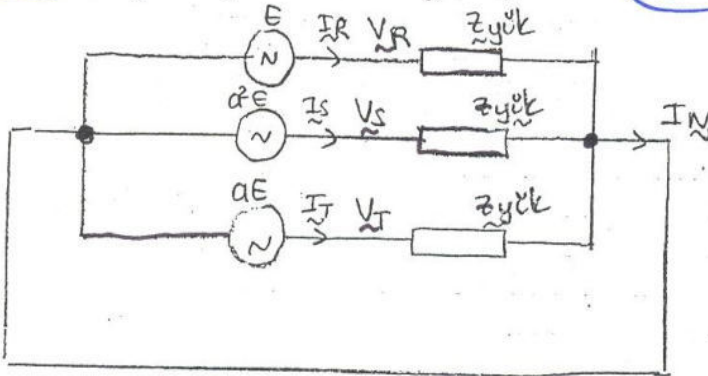
Dengeli sistemde

DENGELİ YÜKLER



$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_{yük}$ ise yükler DENGELİDİR

Örnek Dengeli gerilimler, dengeli yük.



$$\underline{I}_R = \frac{\underline{V}_R}{Z_{yük}} = \frac{E}{Z_{yük}}$$

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{V}_S}{Z_{yük}} = \frac{a^2 E}{Z_{yük}}$$

$$\underline{I}_T = \frac{\underline{V}_T}{Z_{yük}} = \frac{a E}{Z_{yük}}$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T$$

$$\underline{I}_N = \frac{E}{Z_{yük}} + \frac{a^2 E}{Z_{yük}} + \frac{a E}{Z_{yük}}$$

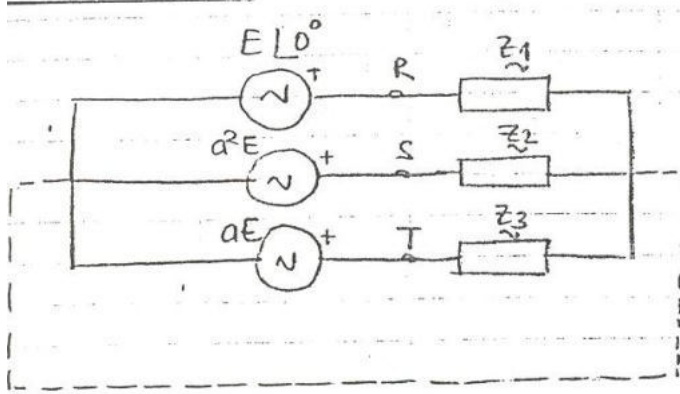
$$\underline{I}_N = \frac{E}{Z_{yük}} (1 + a^2 + a)$$

$$\boxed{\underline{I}_N = 0}$$

DENGELİ SİSTEMDE

NÖTR HATTINDAN AKIM AKMAZ

DENGELİ SİSTEMDE NÖTR KABLOSU KULLANILMAYABİLİR.



Dengeli Sistem

$$a = 1 \angle 120^\circ$$

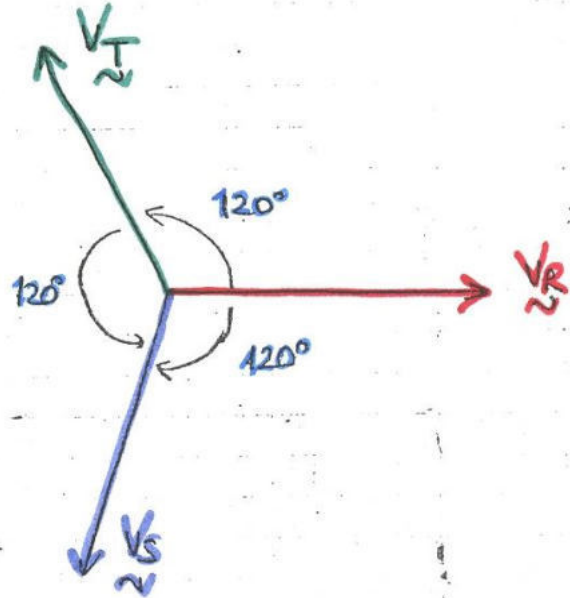
$$\underline{V_R} = E \angle 0^\circ$$

$$\underline{V_S} = a^2 E \angle -120^\circ$$

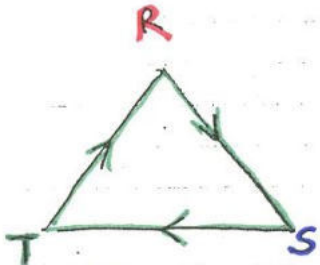
$$\underline{V_T} = a E \angle 120^\circ$$

Gerilimler dengeli

$$\underline{Z_1} = \underline{Z_2} = \underline{Z_3} \quad \text{Empedanslar eşit (dengeli)}$$



Fazlararası Gerilimler



Faz sırası
(R-S-T)

$$\left. \begin{array}{l} \underline{V_{RS}} \\ \underline{V_{ST}} \\ \underline{V_{TR}} \end{array} \right\} \text{Fazlararası gerilimler}$$

$$\underline{V_{RS}} = \underline{V_R} - \underline{V_S} = E - a^2 E = (1 - a^2) E$$

$$\underline{V_{RS}} = \left(1 - \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) E = \left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) E$$

$$\underline{V_{RS}} = E \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} \angle \arctan\left(\frac{\sqrt{3}/2}{3/2} \right)$$

$$\underline{V_{RS}} = \sqrt{3} \cdot E e^{j30^\circ}$$

Faz-nötr gerilimi

Fazlararası gerilim

$$\underline{\underline{V_R}} = E \angle 0^\circ \rightarrow \underline{\underline{V_{RS}}} = \sqrt{3} \cdot E \angle 30^\circ$$

efektif değeri

efektif değeri

* Fazlar arası gerilim^r, faz-nötr geriliminin $\sqrt{3}$ katıdır.

* Fazlar // gerilimin faz açısı, faz-nötr geriliminin faz açısından 30° ileridedir.

$$\underline{\underline{V_{ST}}} = \underline{\underline{V_S}} - \underline{\underline{V_T}} = a^2 E - a E = (a^2 - a) E$$

$$\underline{\underline{V_{ST}}} = \sqrt{3} \cdot E \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{\underline{V_{TR}}} = \underline{\underline{V_T}} - \underline{\underline{V_R}} = a E - E = (a - 1) E$$

$$\underline{\underline{V_{TR}}} = \sqrt{3} \cdot E \cdot e^{j150^\circ}$$

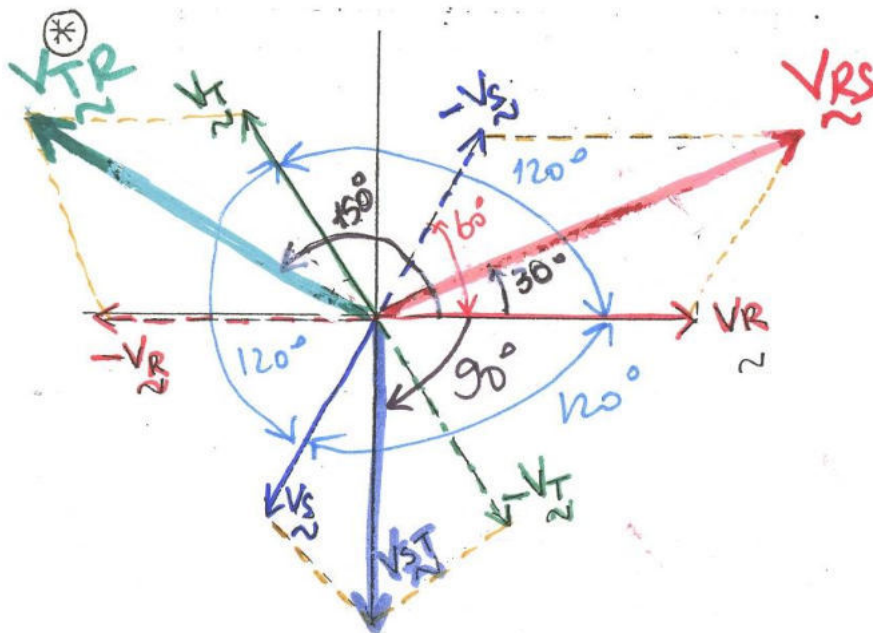
= Fazların gerilimlerinin geometrik olarak elde edilmesi =

Faz-nötr gerilimleri

$$\underline{\underline{V_R}} = E \angle 0^\circ$$

$$\underline{\underline{V_S}} = a^2 E = E \angle -120^\circ$$

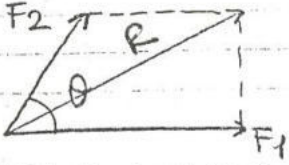
$$\underline{\underline{V_T}} = a E = E \angle 120^\circ$$



$$\underline{\underline{V_{RS}}} = \underline{\underline{V_R}} + (-\underline{\underline{V_S}})$$

$$|V_{RS}| = ?$$

Kosinüs teoreminden

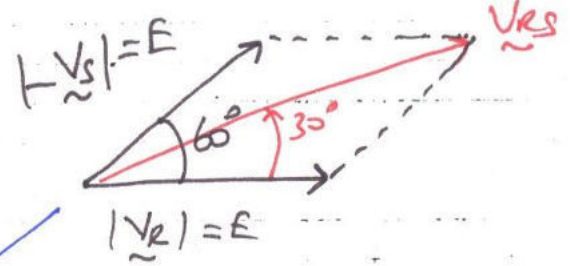


$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \theta$$

$$|V_{RS}|^2 = E^2 + E^2 + 2E \cdot E \cos 60^\circ$$

$$|V_{RS}|^2 = 2E^2 + 2E^2 \cdot \frac{1}{2} = 3E^2$$

$$|V_{RS}| = \sqrt{3} \cdot E$$



$$- \underline{V_{RS} = \sqrt{3} \cdot E \mid 30^\circ}$$

$$- \underline{V_{ST} = V_S - V_T = \sqrt{3} \cdot E \mid -90^\circ}$$

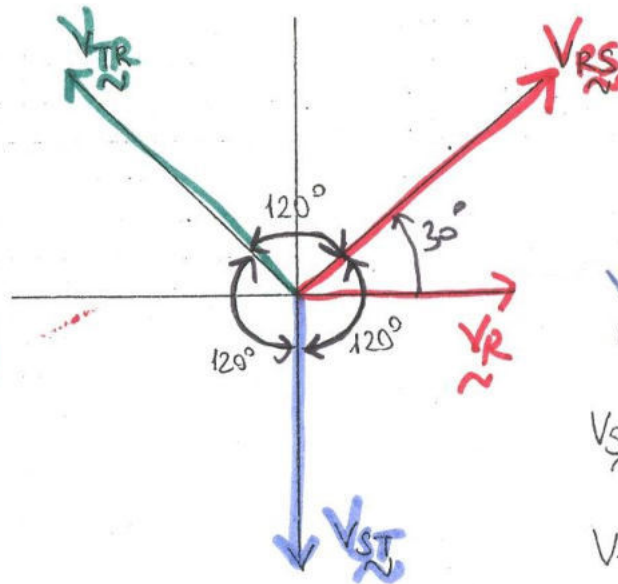
$$- \underline{V_{TR} = V_T - V_R = \sqrt{3} E \mid 150^\circ}$$

Sonuçlar

$$V_{RS} = \sqrt{3} E \mid 30^\circ$$

$$V_{ST} = \sqrt{3} E \mid -90^\circ$$

$$V_{TR} = \sqrt{3} E \mid 150^\circ$$



$$\underline{V_R = E \mid 0^\circ}$$

$$V_{ST} = a^2 V_{RS}$$

$$V_{TR} = a \cdot V_{RS}$$

⊙ Faz-nötr gerilimleri dengeli ise fazlar arası gerilimler dengelidir.

Sonuç

R_o

S_o

T_o

N_o

V : Faz-nötr geriliminin efektif değeri }
 U : Fazlar arası " " " }

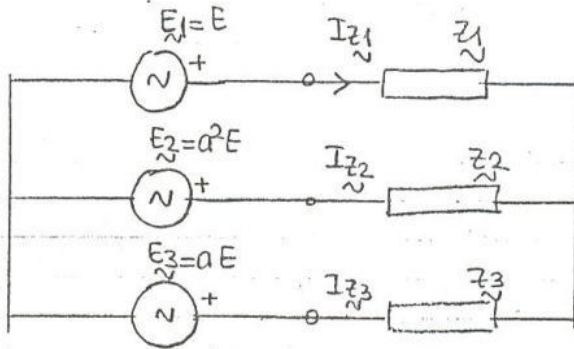
$$U = \sqrt{3} \cdot V$$

$$V = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

Faz-nötr geriliminin efektif değeri

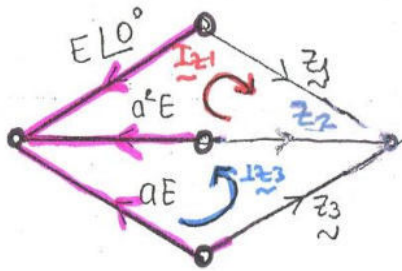
Faz-Faz geriliminin efektif değeri

Örnek



$$I_{Z1}, I_{Z2}, I_{Z3} = ?$$

Yükler dengeli



KAY ile çözüm.

$$\begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2) & Z_2 \\ Z_2 & (Z_2 + Z_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Z1} \\ I_{Z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ a^2 E \\ a E \end{bmatrix}$$

... I_{Z1} ve I_{Z3} bulunur.

Eğer $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$ ise sistem dengelidir.

$$* I_{Z1} = \frac{V_R}{Z} = \frac{E}{Z}, \quad I_{Z2} = \frac{V_S}{Z} = \frac{a^2 E}{Z} = a^2 I_{Z1}$$

$$I_{Z3} = \frac{V_T}{Z} = \frac{a E}{Z} = a \cdot I_{Z1}$$

$$\underline{I_{z1}} = \frac{\underline{E}}{\underline{z_1}}$$

$$\underline{I_{z2}} = a^2 \underline{I_{z1}}$$

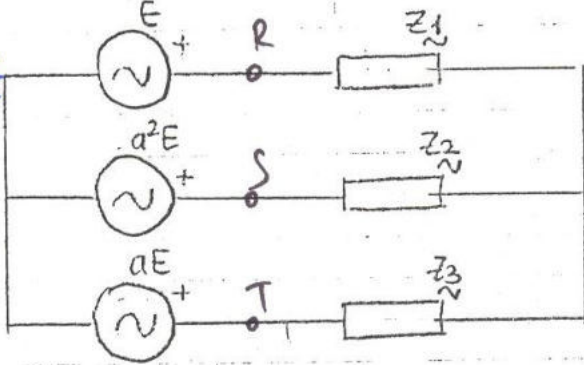
$$\underline{I_{z3}} = a \underline{I_{z1}}$$

3 fazlı sistemde

Gerilimler ve yük empedansları dengeli ise akımlar da dengelidir.

~ DENGESİZ SİSTEM ~

Örnek



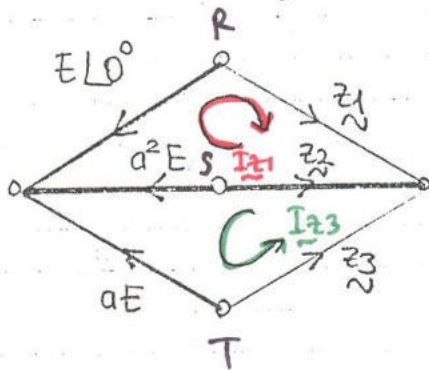
$$E = 120V$$

$$\underline{z_1} = 5 e^{j45^\circ} \Omega$$

$$\underline{z_2} = 6 e^{j30^\circ} \Omega$$

$$\underline{z_3} = 6 e^{j0^\circ} \Omega$$

Empedansların; gerilim ve akımlarını bulunuz



KAY ile çözüm

$$\begin{bmatrix} \underline{z_1} + \underline{z_2} & \underline{z_2} \\ \underline{z_2} & \underline{z_2} + \underline{z_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I_{z1}} \\ \underline{I_{z3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - a^2) E \\ (a - a^2) E \end{bmatrix}$$

$$\underline{z_1} = 5 \angle 45^\circ = 5 \cdot (\cos 45^\circ + j \sin 45^\circ) = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot (1 + j) \Omega$$

$$\underline{z_2} = 3 \cdot (\sqrt{3} + j) \Omega$$

$$\underline{z_3} = 6 \Omega$$

$$\underline{V}_{RS} = (1 - a^2) E = \sqrt{3} \cdot E \cdot e^{j30^\circ}$$

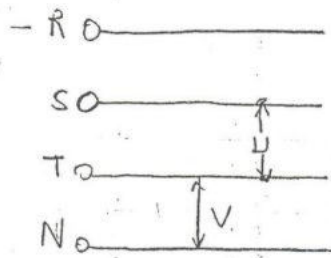
İşlemleri kolaylaştırmak için e^{j0° alınıyor (şart değil) $\Rightarrow \underline{V}_{RS} = \sqrt{3} E e^{j30^\circ}$

... .. ara işlemlerden sonra,

$$\underline{I}_{Z1} = 26,5 e^{j117^\circ}$$

$$\underline{I}_{Z2} = -\underline{I}_{Z1} - \underline{I}_{Z3} = 15,45 e^{-j25^\circ}$$

$$\underline{I}_{Z3} = 23,2 e^{j261^\circ} \text{ bulunur.}$$

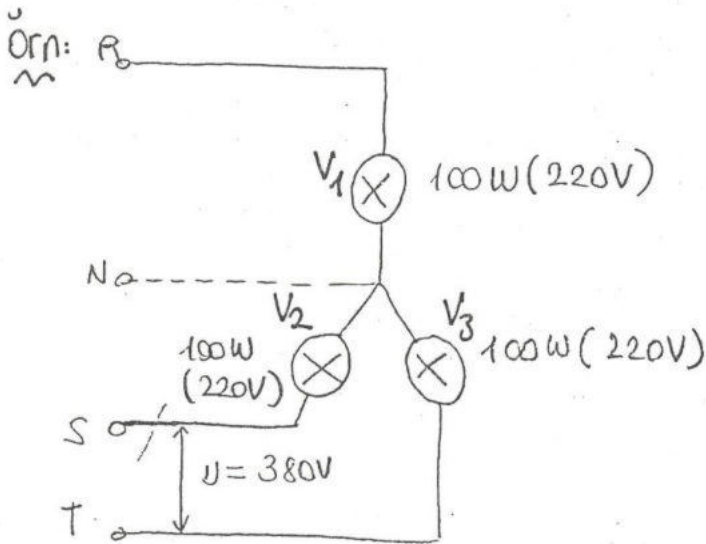


Türkiyede alçak ger. şebekesinde;

$U = 380V$ (Fazlar arası gerilim)

$$V = \frac{U}{\sqrt{3}} = 220V \text{ (Faz-nötr gerilimi)}$$

NOT: Dengeli yüklerde nötr hattından akım geçmez, nötr hattı kullanılmayabilir (Özellikle 3 fazlı motorlar için) Ancak yükler aydınlatma yükleri ise (lambalar) genellikle 3 fazlı yük dengesizdir. Dengeli bile olsa nötr hattı kullanılır.



Nötr hattı yok.

Sistem dengede

$$V_1 = V_2 = V_3 = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220V$$

ARIZA

S fazı iletkeni koptu

$V_2 = 0$ kalırmaz

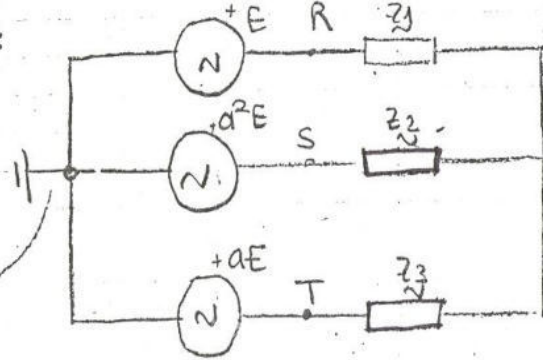
$$V_1 + V_3 = |V_{TR}| = 380V$$

$$V_1 = V_3 = \frac{380}{2} = 190V \text{ (Göç azalır)}$$

• Yeterli aydınlatma olmaz.

3 fazlı aydınlatma sistemlerinde en uygun seçim, mutlaka nötr hattı çekmektir.
(Nötr hattı çekmek.) Nötr hattı varsa 5 fazı kesilse bile $V_1 = 220V$,
 $V_2 = 220V$ dur. Normal aydınlatma yapılır.

Örnek:

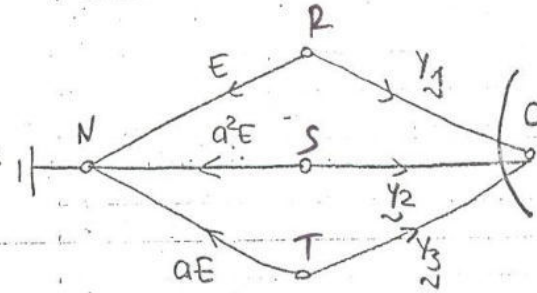


Düğüyle $V_0 = ?$ bulunuz.

$$\left. \begin{array}{l} \underline{V_R} = E \angle 0^\circ \\ \underline{V_S} = a^2 E \\ \underline{V_T} = a E \end{array} \right\} \text{Bilinir } \underline{V_0} = ? \text{ Bilinmiyor.}$$

ref. alınarak

Devrenin grafi:



$$\left. \begin{array}{l} \underline{Y_1} = \frac{1}{\underline{Z_1}} \\ \underline{Y_2} = \frac{1}{\underline{Z_2}} \\ \underline{Y_3} = \frac{1}{\underline{Z_3}} \end{array} \right\}$$

$$(\underline{Y_1} + \underline{Y_2} + \underline{Y_3}) \cdot \underline{V_0} = \begin{bmatrix} \underline{Y_1} & \underline{Y_2} & \underline{Y_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ aE \\ a^2E \end{bmatrix}$$

$$\underline{V_0} = \frac{\underline{Y_1} E + \underline{Y_2} aE + \underline{Y_3} a^2E}{\underline{Y_1} + \underline{Y_2} + \underline{Y_3}}$$

⊗ Yüklere dengeli ise ($\underline{Y_1} \neq \underline{Y_2} \neq \underline{Y_3}$)
 $V_0 \neq 0$

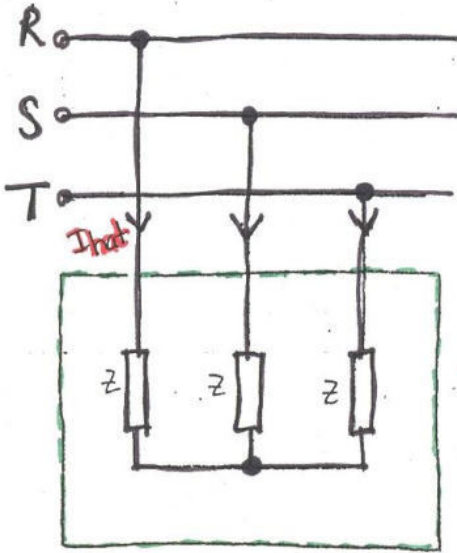
⊗ Yüklere dengeli ise

$$\underline{Y_1} = \underline{Y_2} = \underline{Y_3} = \underline{Y} \text{ olsun.}$$

$$\underline{V_0} = \frac{\underline{Y} \cdot E (1 + a + a^2)}{3 \underline{Y}} = 0$$

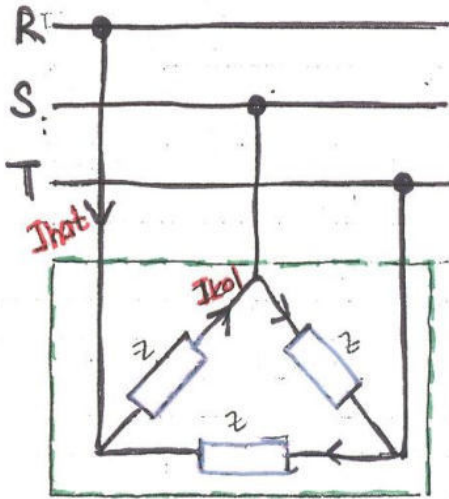
• Sonuç: Dengeli sistemde (gerilimler dengeli, yükler dengeli) yüklerin yıldız noktasının gerilimi sıfırdır, yıldız noktası nötr noktası gibidir.

Hat Akımı, Kol Akımı Tanımı



3 fazlı
λ bağlı yük

Hat Akımı: Üç fazlı bir yükün sebekenin fazlarından geçtiği akıma denir.



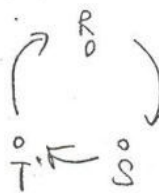
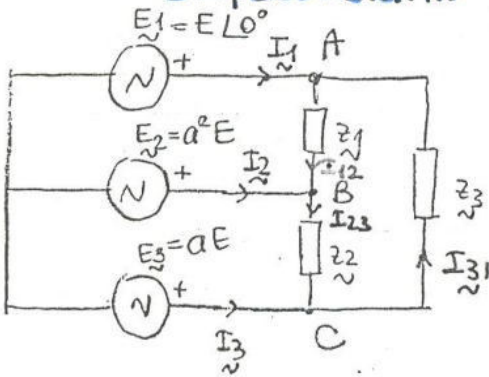
3 fazlı
Δ bağlı yük

Kol Akımı: Üçgen bağlı empedansların her birinden geçen akıma kol akımı denir.

λ bağlı yük: $\rightarrow I_{hat\lambda} = I_{kol\lambda}$

Δ bağlı yük $\rightarrow I_{hat\Delta} \neq I_{kol\Delta}$

= Empedansların Δ (üçgen) bağlanması =



$V_{RS} \rightarrow I_{12}$
 $V_{ST} \rightarrow I_{23}$
 $V_{TR} \rightarrow I_{31}$

$I_{\sim 1}, I_{\sim 2}, I_{\sim 3}$: Hat akımları

I_{12}, I_{23}, I_{31} : Kol akımları (sargı akımları)

Faz - nötr gerilimleri

$$\underline{\underline{V_R}} = E \angle 0^\circ$$

$$\underline{\underline{V_S}} = a^2 \underline{\underline{V_R}}$$

$$\underline{\underline{V_T}} = a \cdot \underline{\underline{V_R}}$$

Fazlar arası gerilimler

$$\underline{\underline{V_{RS}}} = \sqrt{3} E \angle 30^\circ$$

$$\underline{\underline{V_{ST}}} = a^2 \underline{\underline{V_{RS}}}$$

$$\underline{\underline{V_{TR}}} = a \cdot \underline{\underline{V_{RS}}}$$

$\underline{\underline{z_1}}$ 'in akımı $\underline{\underline{I_{12}}} = \frac{\underline{\underline{V_{RS}}}}{\underline{\underline{z_1}}}$

$\underline{\underline{z_3}}$ 'ün akımı $\underline{\underline{I_{31}}} = \frac{\underline{\underline{V_{TR}}}}{\underline{\underline{z_3}}}$

$\underline{\underline{z_2}}$ nin akımı $\underline{\underline{I_{23}}} = \frac{\underline{\underline{V_{ST}}}}{\underline{\underline{z_2}}}$

Sistem dengeli ise;

$$\underline{\underline{z_1}} = \underline{\underline{z_2}} = \underline{\underline{z_3}} = \underline{\underline{z}} \text{ ise } z = z \angle \varphi$$

$$\hookrightarrow \underline{\underline{I_{12}}} = \frac{\underline{\underline{V_{RS}}}}{\underline{\underline{z}}} = \frac{\underline{\underline{V_{RS}}}}{z \angle \varphi} = \frac{\underline{\underline{V_{RS}}}}{z} \angle -\varphi \quad \times$$

$$\underline{\underline{I_{23}}} = \frac{\underline{\underline{V_{ST}}}}{\underline{\underline{z}}} = \frac{a^2 \underline{\underline{V_{RS}}}}{z \angle \varphi} = a^2 \frac{\underline{\underline{V_{RS}}}}{z} \angle -\varphi$$
$$= a^2 \cdot \underline{\underline{I_{12}}} \quad \times$$

$$\underline{\underline{I_{31}}} = \frac{\underline{\underline{V_{TR}}}}{\underline{\underline{z}}} = \frac{a \cdot \underline{\underline{V_{RS}}}}{z \angle \varphi} = a \cdot \frac{\underline{\underline{V_{RS}}}}{z} \angle -\varphi$$
$$= a \underline{\underline{I_{12}}} \quad \times$$

! Sonuç

$$\underline{\underline{I_{12}}} = \frac{\underline{\underline{V_{RS}}}}{z} \angle -\varphi$$

$$\underline{\underline{I_{23}}} = a^2 \underline{\underline{I_{12}}}$$

$$\underline{\underline{I_{31}}} = a \cdot \underline{\underline{I_{12}}}$$

= A düğümü için

$$\underline{\underline{I_1}} = \underline{\underline{I_{12}}} - \underline{\underline{I_{31}}} = \underline{\underline{I_{12}}} - a \underline{\underline{I_{12}}} = (1-a) \underline{\underline{I_{12}}}$$

$$\underline{\underline{I_1}} = \left[1 - \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] \cdot \underline{\underline{I_{12}}} = \sqrt{3} \cdot \underline{\underline{I_{12}}} e^{-j30^\circ}$$

$$\boxed{\underline{\underline{I_1}} = \sqrt{3} \underline{\underline{I_{12}}} e^{-j30^\circ}}$$

A bağlı yükün hat akımının ef. değeri kol akımının ef. değerin $\sqrt{3}$ katıdır ve hat akımının açısı

kol akımının açısından 30° geridir.

= B düğümü için.

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} = (a^2 - 1) \cdot \underline{I}_{12}$$

$$\boxed{\underline{I}_2 = a^2 \cdot \underline{I}_1}$$

= C düğümü için.

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{12} = (a^2 - a) \underline{I}_{12}$$

$$\boxed{\underline{I}_3 = a \cdot \underline{I}_1}$$

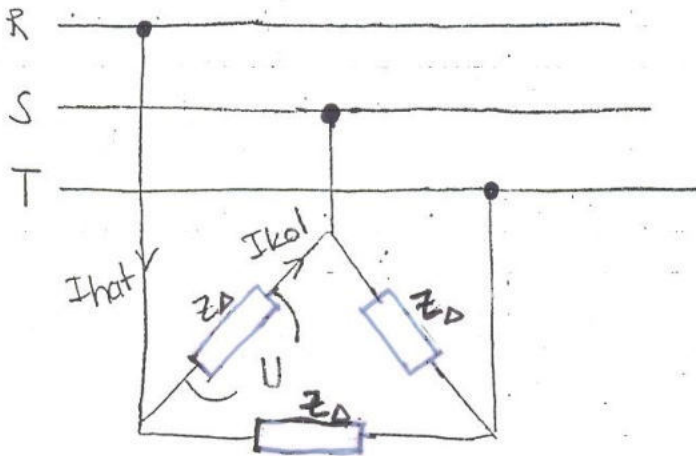
SONUÇ:

Δ bağlı yükse

$$\boxed{I_{\text{hat}\Delta} = \sqrt{3} \cdot I_{\text{kol}\Delta}}$$

Pratik ispat (Dengeli sistemde)

Δ bağlı yük



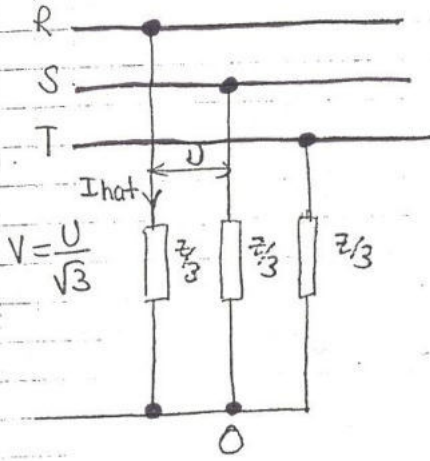
Δ bağlı empedansa uygulanan gerilim: U (Fazlararası gerilim)

$$\boxed{U = \sqrt{3} \cdot V} \quad \text{Faz nötr gerilimi}$$

$$I_{\text{kd}} = \frac{V_Z}{Z_{\Delta}}$$

$$I_{\text{kol}} = \frac{U}{Z_{\Delta}}$$

Δ bağlı empedansların isin
 $\Delta \rightarrow \lambda$ dönüşümü yapalım



$$Z_{\lambda} = \frac{Z_{\Delta} \cdot Z_{\Delta}}{3 Z_{\Delta}} = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$

$$Z_{\lambda} = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$

$$I_{hat} = \frac{V}{Z_{\lambda}} = \frac{V}{Z_{\Delta}/3} = 3 \frac{V}{Z_{\Delta}} = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3} V}{Z_{\Delta}} \right) = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{U}{Z_{\Delta}} \right) = \sqrt{3} \cdot I_{kol}$$

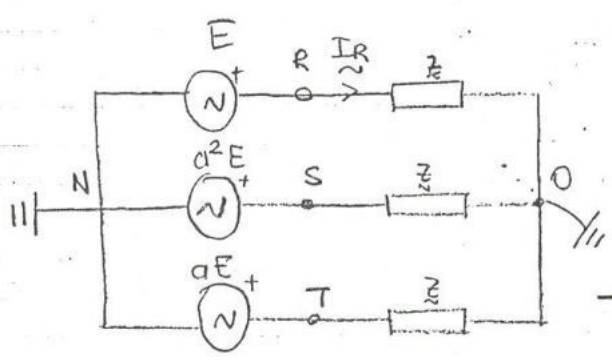
Δ bağlı yükte:

$$I_{hat} = \sqrt{3} \cdot I_{kol}$$

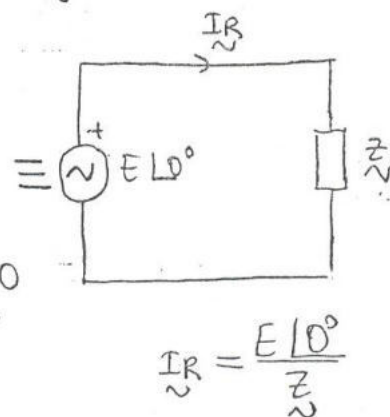
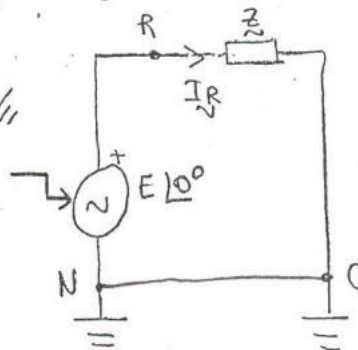
Dengeli (simetrik) durumda 3 fazlı sistemin

1 fazlı eşdeğeri

Üç fazlı dengeli sistemde hat akımlarının efektif değerleri birbirine eşittir ve akımlar arasında 120° faz farkı vardır. Gerilimler de aynı durumdadır. O halde 3-fazlı sistemi incelemek yerine bunun 1 fazlı eşdeğerini inceleyip 1 fazın akım ve gerilimlerini bulabiliriz. Diğer iki fazın akım ve gerilimlerini 120° kaydırarak bulabiliriz.



$V_N = 0$ (Referans)
Dengeli sistemde $V_0 = 0$



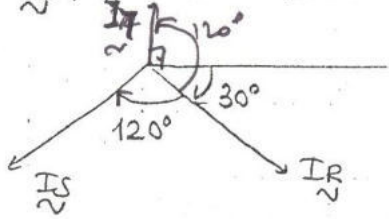
I_R bulunduktan sonra

$$I_S = a^2 I_R = 1 \angle -120^\circ \cdot I_R$$

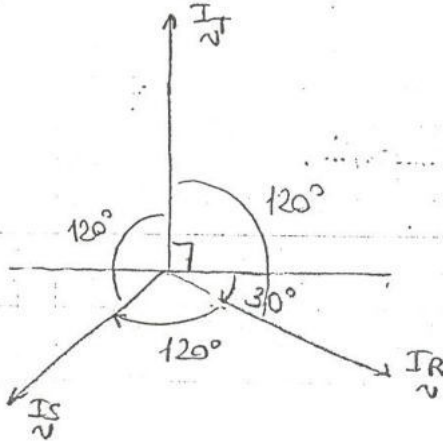
$$I_T = a I_R = 1 \angle 120^\circ I_R \text{ olarak kolayca bulunur.}$$

Örn: $I_R = 100 \angle -30^\circ$ olsun

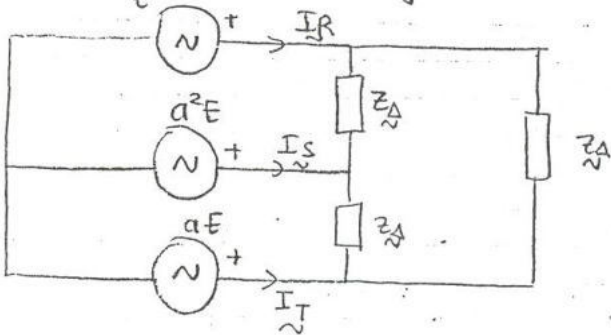
$$I_S = 1 \angle -120^\circ \cdot 100 \angle -30^\circ = 100 \angle -150^\circ$$



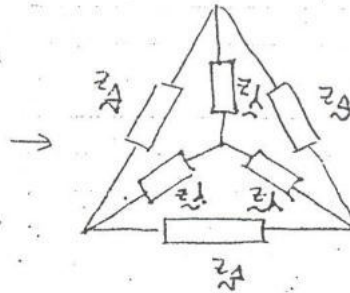
$$I_T = a \cdot I_R = 1 \angle 120^\circ \cdot 100 \angle -30^\circ = 100 \angle 90^\circ$$



Yükler Δ bağlı ise bir faz eş değer devresi



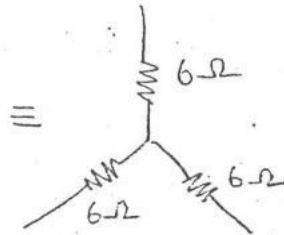
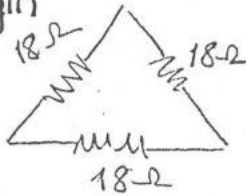
Δ bağlı yük λ a dönüştürülür.



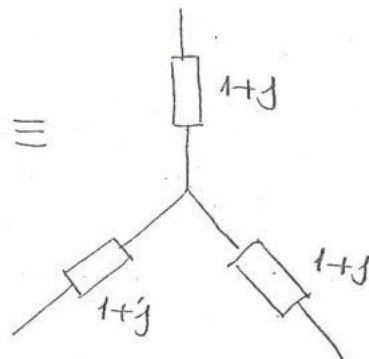
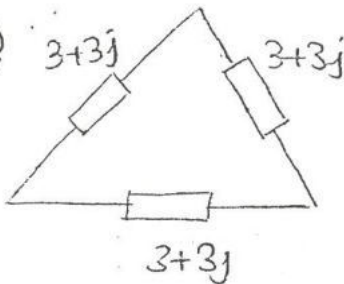
$$Z_\lambda = \frac{Z_A \cdot Z_B}{3 Z_C} = \frac{Z_A}{3}$$

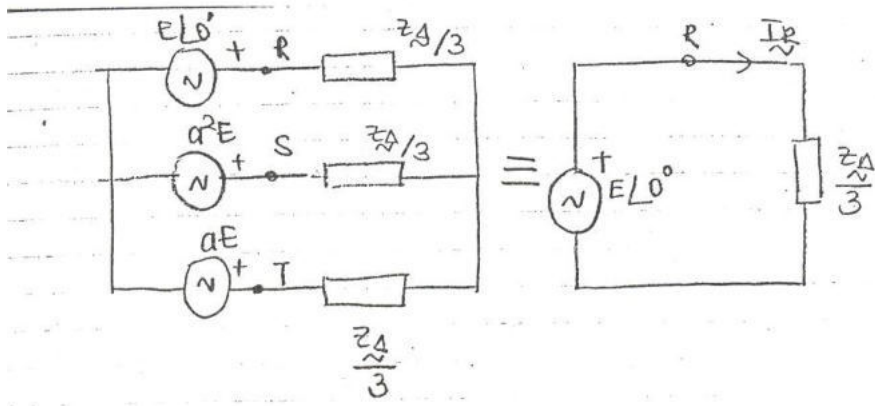
Örneğin

①



②





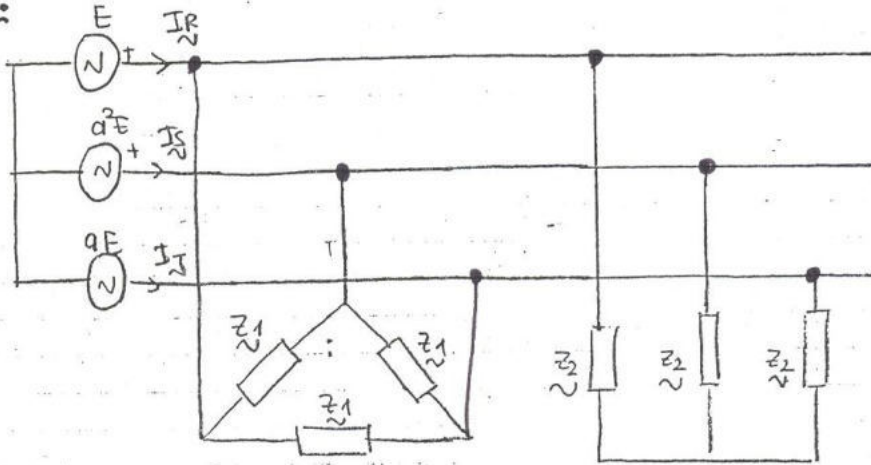
$$\underline{I}_R = \frac{V_R}{Z_1} = \frac{E\angle 0^\circ}{\frac{Z_{\Delta}}{3}}$$

$$\underline{I}_R = 3 \cdot \frac{E}{Z_{\Delta}}$$

$$\underline{I}_S = a^2 \underline{I}_R$$

$$\underline{I}_T = a \underline{I}_R$$

Örnek:



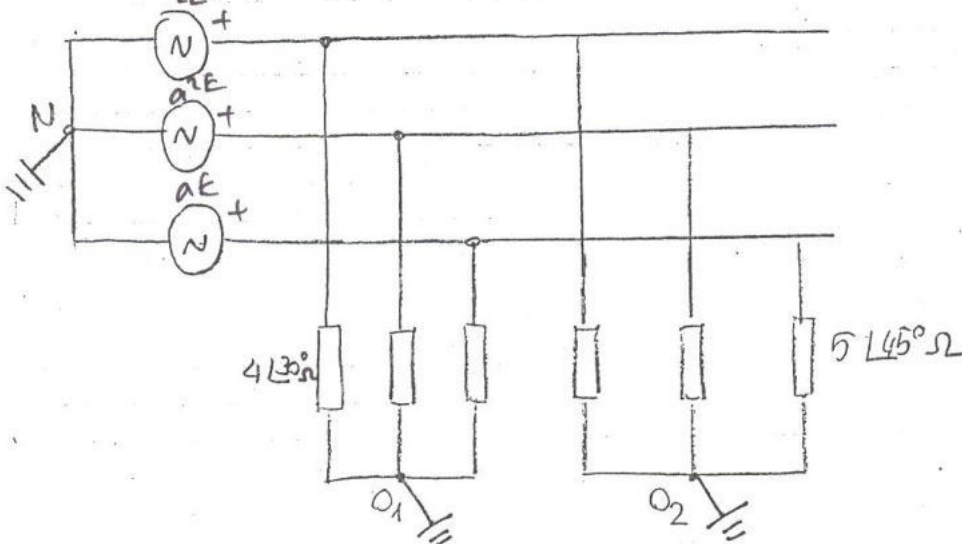
$$Z_1 = 12 \cdot e^{j30^\circ} \Omega$$

$$Z_2 = 5 \cdot e^{j45^\circ} \Omega$$

Fazlararası gerilim
380V. Hat akımlarını
bulunuz.

Üçgen bağlı empedansı λ 'a dönüştürelim.

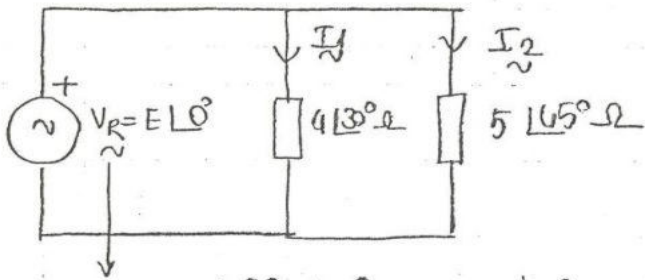
$$Z_{1\Delta} = 12 \angle 30^\circ \Omega \Rightarrow Z_{1\lambda} = \frac{Z_{1\Delta}}{3} = 4 \angle 30^\circ \Omega$$



Sistem dengeli olduğu için

$$\underline{V}_N = \underline{V}_{O1} = \underline{V}_{O2} = 0$$

* 1 faz eşdeğeri



$$V_R = \frac{380}{\sqrt{3}} L0^\circ = 220 L0^\circ \text{ Volt}$$

$$I_1 = \frac{V_R}{Z_1}$$

$$I_1 = \frac{220 L0^\circ}{4 L30^\circ} = 55 L-30^\circ \text{ A}, I_2 = \frac{220 L0^\circ}{5 L45^\circ} = 44 L-45^\circ \text{ A}$$

$$I_R = I_1 + I_2 = \dots =$$

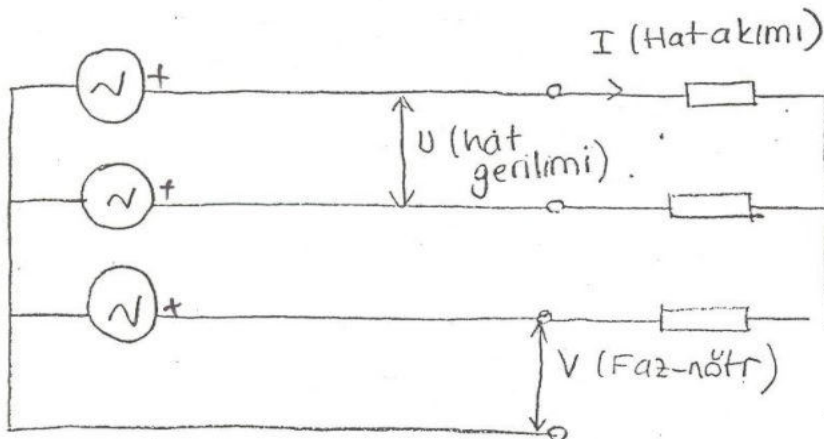
$$I_R = 98,23 L-37^\circ \text{ A}$$

$$I_S = a^2 I_R = 1 L-120^\circ \cdot 98,23 L-37^\circ$$

$$I_S = 98,23 L-157^\circ \text{ A}$$

$$I_T = 0, I_R = 1 L120^\circ \cdot 98,23 L-37^\circ$$

$$I_T = 98,23 L83^\circ \text{ A}$$



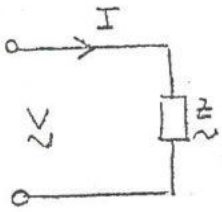
U : Hat gerilimi (V_H)

I : Hat akımı (I_H)

U hat gerilimi (V_H)

3 FAZLI SİSTEMDE GÜÇ

1 fazlı sistemde:



$$\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{Z} = Z \angle \varphi \text{ ise}$$

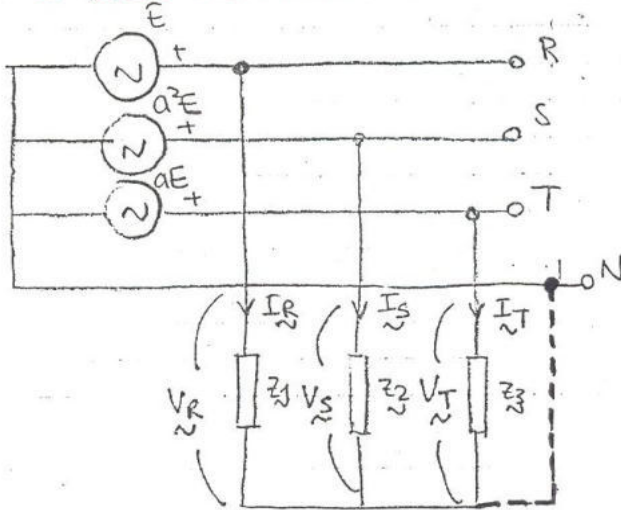
$$\underline{V} = V \angle 0^\circ$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} = \frac{V \angle 0^\circ}{Z \angle \varphi} = \left(\frac{V}{Z}\right) \angle -\varphi = I \angle -\varphi$$

$$\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^* = V I \angle +\varphi = V I \cos \varphi + j V I \sin \varphi = P + jQ$$

~ 3 fazlı sistemde ~



Dengeli ve dengesiz sistemde

Kompleks güç (Her zaman geçerli)

$$\underline{S} = \underline{V}_R \cdot \underline{I}_R^* + \underline{V}_S \cdot \underline{I}_S^* + \underline{V}_T \cdot \underline{I}_T^*$$

Dengeli sistemde

$$\left. \begin{array}{l} \underline{V}_R = V_R \angle 0^\circ \\ \underline{V}_S = a^2 \underline{V}_R \\ \underline{V}_T = a \underline{V}_R \end{array} \right\} \begin{array}{l} \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z} = Z \angle \varphi \text{ olsun} \\ \underline{I}_R = \frac{\underline{V}_R}{\underline{Z}} = \frac{V_R \angle 0^\circ}{Z \angle \varphi} = I_R \angle -\varphi \end{array}$$

$$\underline{I}_R = I_R \angle -\varphi$$

$$\underline{I}_S = a^2 \underline{I}_R$$

$$\underline{I}_T = a \underline{I}_R$$

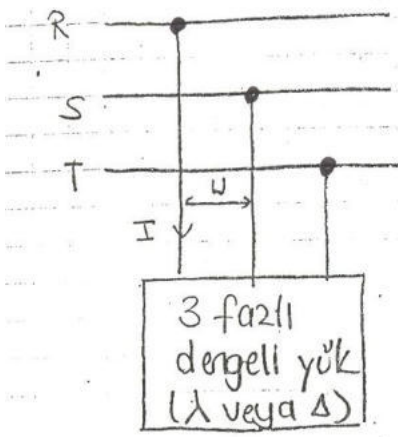
$$\underline{S} = \underline{V}_R \cdot \underline{I}_R^* + \underline{V}_S \cdot \underline{I}_S^* + \underline{V}_T \cdot \underline{I}_T^*$$

$$a = 1 \angle 120^\circ \Rightarrow \bar{a} = 1 \angle -120^\circ = a^2 \Rightarrow \boxed{\bar{a^2} = a} \quad \boxed{\bar{a} = a^2}$$

$$\underline{S} = \underline{V}_R \cdot \underline{I}_R^* + a^2 \underline{V}_R \cdot a^2 \underline{I}_R^* + a \underline{V}_R \cdot a \underline{I}_R^*$$

$$\underline{S} = \underline{V}_R \cdot \underline{I}_R^* + a^2 \underline{V}_R \cdot \underbrace{a^2}_{\bar{a}} \underline{I}_R^* + a \cdot \underline{V}_R \cdot \underbrace{a}_{a^2} \underline{I}_R^*$$

$$\underline{S} = \underline{V}_R \cdot \underline{I}_R^* + \underbrace{a^3}_{1} \underline{V}_R \cdot \underline{I}_R^* + \underbrace{a^3}_{1} \underline{V}_R \cdot \underline{I}_R^*$$

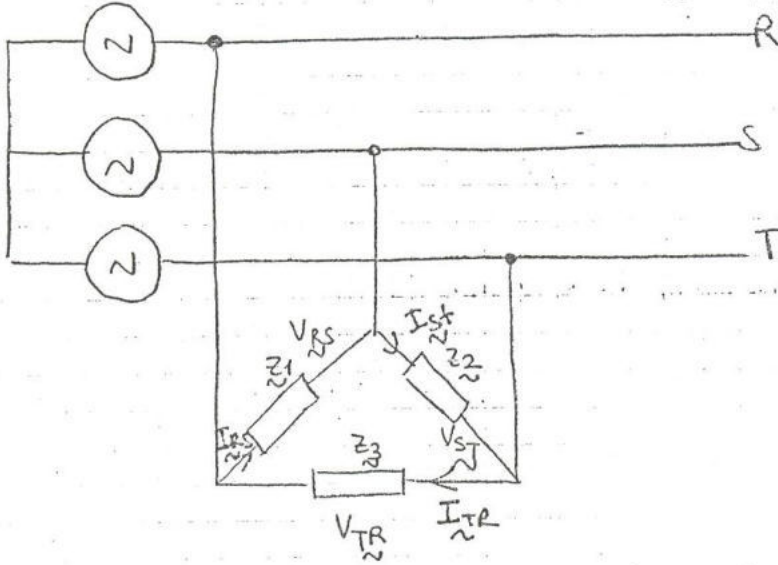


$$S = 3VI \text{ veya } S = \sqrt{3} U \cdot I$$

$$P = 3VI \cos \varphi \text{ veya } P = \sqrt{3} UI \cos \varphi$$

$$Q = 3VI \sin \varphi \text{ veya } Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi$$

3 fazlı üçgen bağlı dengesiz yük



Δ bağlı yük için genel formül:

$$S = V_{RS} \cdot \bar{I}_{RS} + V_{ST} \cdot \bar{I}_{ST} + V_{TR} \cdot \bar{I}_{TR}$$

Dengeli ve DENGESİZ YÜK için

Yük dengeli ise;

$$V_{RS} = V_{ST} = V_{TR} = U \text{ ise}$$

$$I_{RS} = I_{ST} = I_{TR} = I_{kol} \text{ ise}$$

$$S = 3 \cdot U \cdot I_{kol} \rightarrow I_{hat} / \sqrt{3}$$

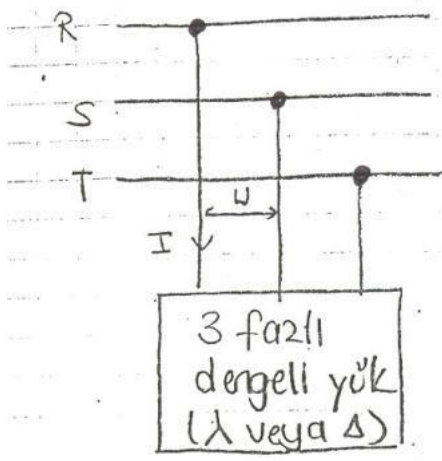
$$S = 3 U \frac{I_{hat}}{\sqrt{3}}$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$$

Dengeli sistemde

Fazlar arası gerilimi

hat akımı

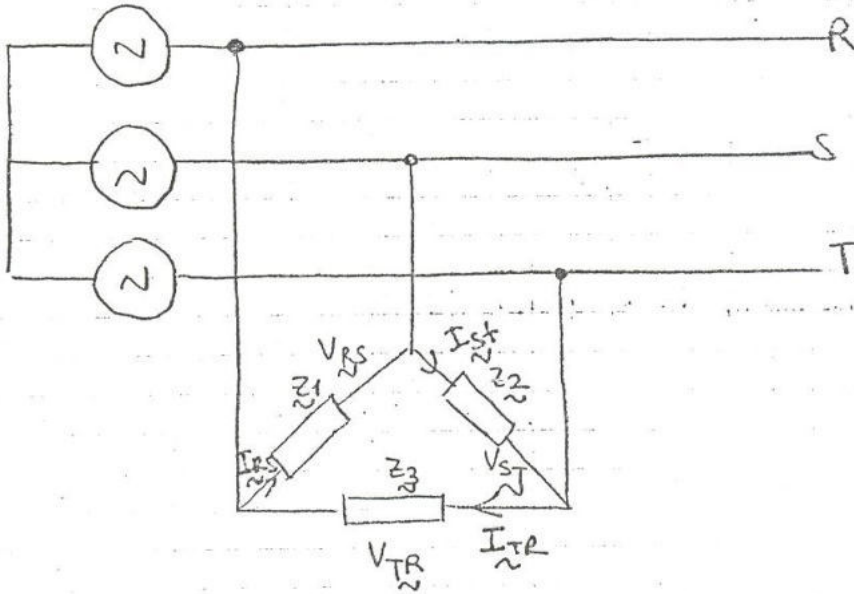


$$S = 3VI \text{ veya } \boxed{S = \sqrt{3} U \cdot I}$$

$$P = 3 \cdot VI \cos \varphi \text{ veya } \boxed{P = \sqrt{3} UI \cos \varphi}$$

$$Q = 3VI \sin \varphi \text{ veya } \boxed{Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi}$$

3 fazlı üçgen bağlı dengesiz yük



Δ bağlı yük için genel formül:

$$\underline{S} = \underline{V}_{RS} \cdot \underline{I}_{RS} + \underline{V}_{ST} \cdot \underline{I}_{ST} + \underline{V}_{TR} \cdot \underline{I}_{TR}$$

Dengeli ve DENGESİZ YÜK için

Yük dengeli ise;

$$V_{RS} = V_{ST} = V_{TR} = U \text{ ise}$$

$$I_{RS} = I_{ST} = I_{TR} = I_{kol} \text{ ise}$$

$$S = 3 \cdot U \cdot I_{kol} \rightarrow \frac{I_{hat}}{\sqrt{3}}$$

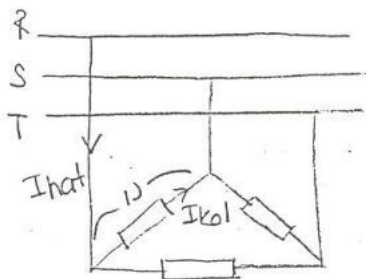
$$S = 3 U \frac{I_{hat}}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I}$$

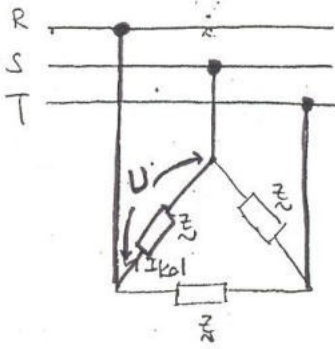
Dengeli sistemde

Fazlararası gerilimi

hat akımı



Üçgen Bağlı yük

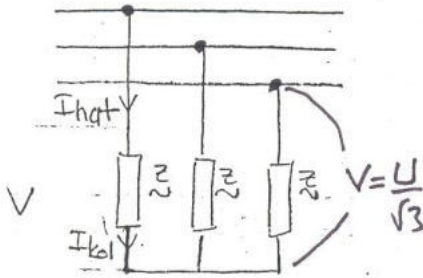


Δ bağlı yükle

Bir empedansa uygulanan gerilim: U (Fazlarası gerilim)

Bir empedanstan geçen akım: $I_{kol} = \frac{I_{hat}}{\sqrt{3}}$

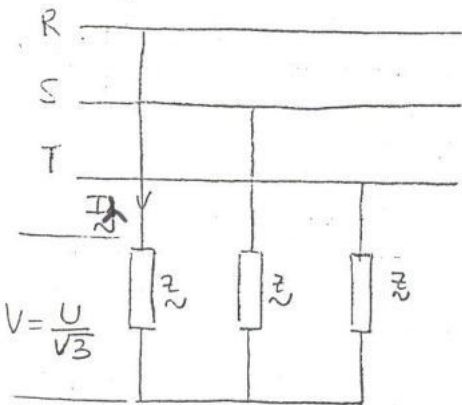
λ Bağlı Yük



$I_{kol} = I_{hat}$

Bir empedansa uygulanan gerilim: $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$

Yıldız Bağlı Empedansların Δ bağlanması



Empedanslar λ bağlı iken

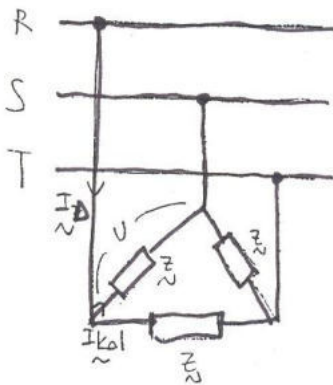
$$S_{\lambda} = \sqrt{3} U I_{\lambda}$$

$$P_{\lambda} = \sqrt{3} U I_{\lambda} \cos \varphi$$

$$Q_{\lambda} = \sqrt{3} U I_{\lambda} \sin \varphi$$

$$Z_{\Delta} = Z \sqrt{3}$$

Aynı empedansları söküp Δ olarak bağlayalım.



Kol akımı $I_{kol} = \frac{U}{Z}$

$$I_{hat} = \sqrt{3} \cdot I_{kol} = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{Z} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{V}{Z} = I_{\Delta} \text{ diyelim}$$

$$I_{\Delta} = 3 \cdot \left(\frac{V}{Z} \right) \rightarrow I_{\lambda} (\lambda \text{ bağlı durumdaki akım})$$

$$I_{\Delta} = 3 \cdot I_{\lambda}$$

$$I_{\Delta} = 3 I_{\lambda}$$

SONUÇ: Yıldız bağlı empedansları söküp Δ olarak bağlarsak Wagen bağlı empedansların hat akımı λ bağlı empedansların hat akımının 3 katı olur, çekilen güçlerde 3 katına çıkar.

$$S_{\lambda} = \sqrt{3} U I_{\lambda}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{3} U I_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot U \cdot 3 I_{\lambda} \quad S_{\Delta} = 3 \cdot \sqrt{3} U \cdot I_{\lambda} = 3 S_{\lambda}$$

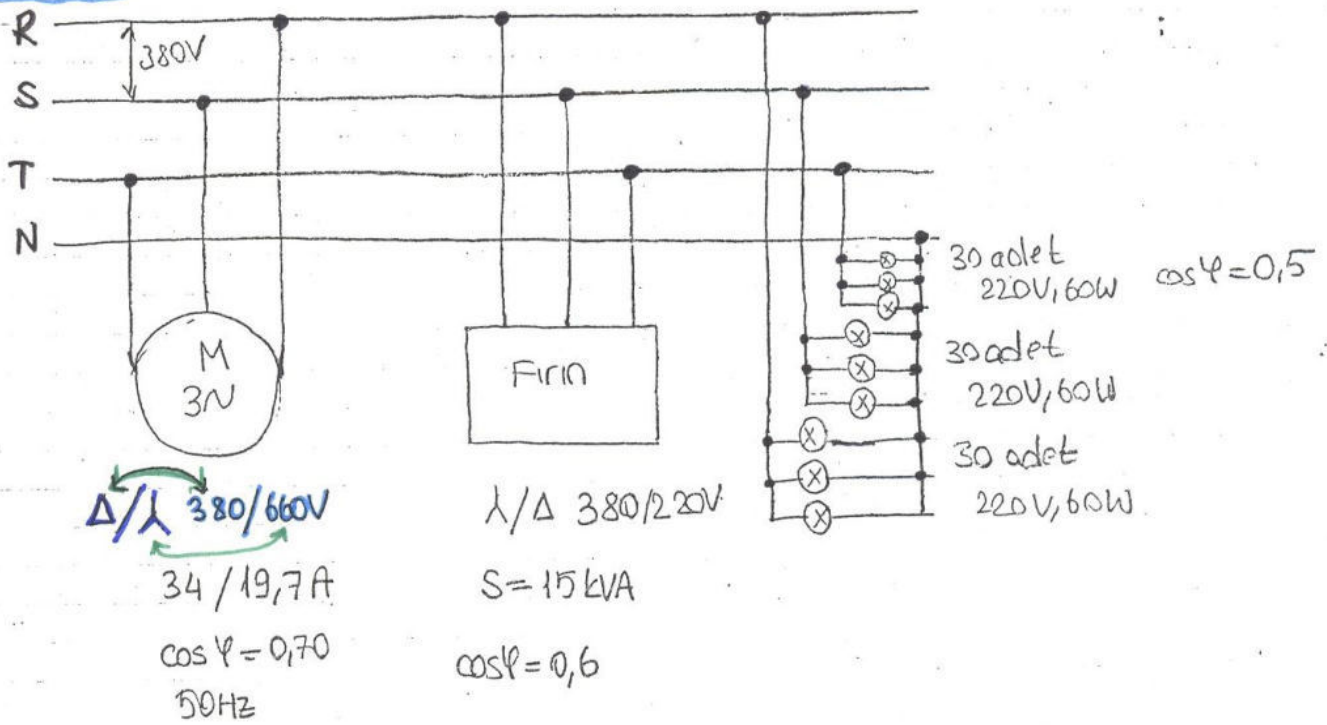
I_{Δ} : Δ bağlı yükün hat akımı
 I_{λ} : λ " " " "

$$S_{\Delta} = 3 S_{\lambda}$$

$$P_{\Delta} = 3 P_{\lambda}$$

$$Q_{\Delta} = 3 Q_{\lambda}$$

Örnek:

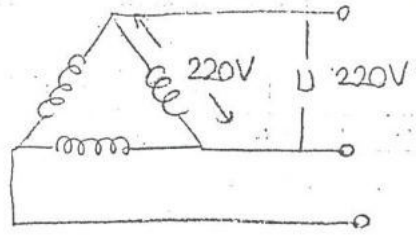
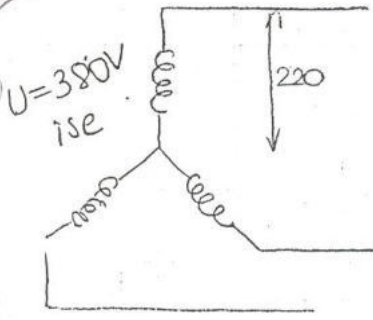


Bir atölyede şekildeki 3 fazlı yükler bulunmaktadır. Bu yükler bir adet 3 fazlı asenkron motor, bir adet 3 fazlı indüksiyon fırını ve fazlara dengeli olarak dağıtılmış 90 adet floresan lambadır. Her bir lamba 220V gerilim altında 50 Hz frekansta 60 watt güç çekiyor. Her bir lambanın güç katsayısı ($\cos \varphi = 0,5$ 'tir.)

Yükler dengeli, gerilimler dengelidir.

Ek Bilgi

λ / Δ 380/220V



Motorun plakasında

λ / Δ 380/220V

yanıyorsa, bunun anlamı, fazlararası gerilim 380V olan şifelerde bu motor Δ bağlanır, fazlararası gerilim

220V (1 gerilim vb) olan şifelerde ise bu motor Δ bağlanır.

İstenenler

- 1) Atölyenin çektiği aktif, reaktif ve görünen güçleri, hat akımlarını ve güç katsayısını hesaplayınız.
- 2) Atölye bir ödeme döneminde nominal yükü ile (toplam yük) 30 saat çalıştığı takdirde çektiği aktif ve reaktif enerjiyi hesaplanıyız.
- 3) $\cos \varphi = 0,89$ yükseltmek için atölye girişine bağlanacak;
a) $C_{\Delta} = ?$ (Üçgen bağlı kondansatör bataryası ^{kapasitesi} veya
b) $C_{\lambda} = ?$ (Yıldız " " " ")

Gözüm

• 1. yük (3~ Motor)

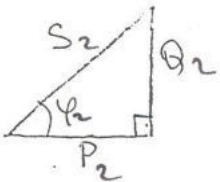
$$P_1 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 34 \cdot 0,7 = 15646,12 \text{ W}$$

$$Q_1 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 34 \cdot \sqrt{1-0,7^2} = 15962,23 \text{ VAR}$$

• 2. yük (Fırın)

λ bağlı, $S_2 = 15000 \text{ VA}$

$$\cos \varphi = 0,6$$



$$P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 15000 \cdot 0,6 = 9000 \text{ W}$$

$$\tan \varphi_2 = \frac{Q_2}{P_2} \Rightarrow Q_2 = P_2 \cdot \tan \varphi_2$$

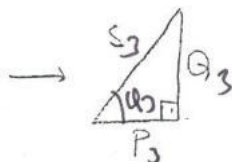
$$\text{veya } Q_2 = S_2 \cdot \sin \varphi_2 = \dots = 12000 \text{ VAR}$$

• 3. yük (Lambalar)

$$P_3 = 9060 = 5400 \text{ W}$$

$$Q_3 = ?$$

$$\cos \varphi_3 = 0,5$$



$$Q_3 = P_3 \cdot \tan \varphi_3$$

$$\cos \varphi_3 = 0,5 \text{ ise } \varphi_3 = \cos^{-1}(0,5)$$

$$Q_3 = 5400 \cdot \tan \varphi_3 = 9353 \text{ VAR}$$

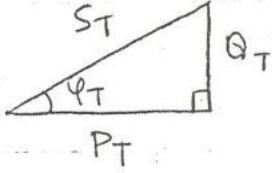
214

Atölye girişinden çekilen toplam güç

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 15646 + 9000 + 5400 = 30046 \text{ W}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 15962 + 12000 + 9353$$

$$Q_T = 37315 \text{ VAR}$$



$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

$$S_T = \sqrt{30046^2 + 37315^2}$$

$$S_T = 47908 \text{ VA}$$

$$\cos \varphi_T = \frac{P_T}{S_T} = 0,63$$

$$S_T = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_T \Rightarrow I_T = \frac{S_T}{\sqrt{3} U} = \frac{47908}{\sqrt{3} \cdot 380} = 73 \text{ A}$$

$$V_R = V_R \angle 0^\circ$$

$$\cos \varphi_T = 0,63 \rightarrow \varphi_T = \dots$$

$$I_R = 73 \angle -\varphi \rightarrow \text{Yük endüktif}$$

$$I_S = a^2 I_R = 1 \angle -120^\circ \cdot 73 \angle -\varphi = \dots$$

$$I_T = a I_R = 1 \angle 120^\circ \cdot 73 \angle -\varphi = \dots$$

$$\textcircled{2} P_T = 30046 \text{ W} = 30,046 \text{ kW}$$

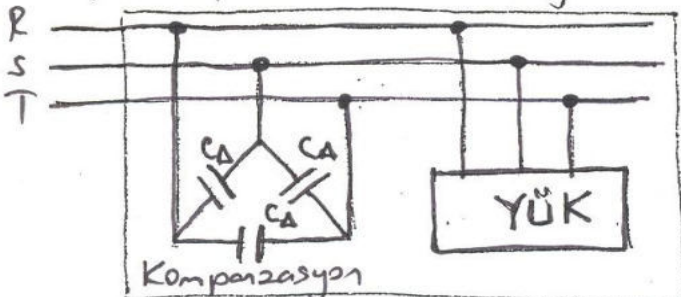
$$Q_T = 37315 \text{ VAR} = 37,315 \text{ kVAR} \quad \text{--- sent}$$

$$\text{Aktif enerji } E_P = P_T \cdot t = 30,046 \cdot 300 = 9014 \text{ kWh}$$

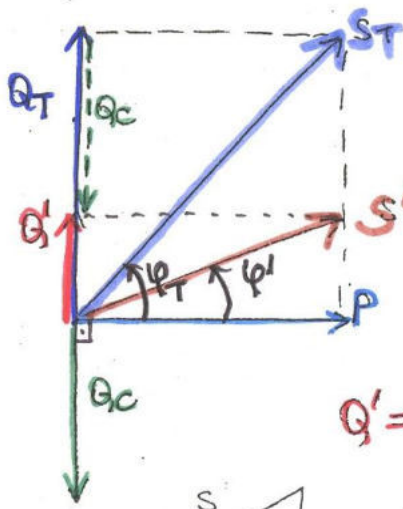
$$\text{Reaktif enerji } E_Q = Q_T \cdot t = 37,315 \cdot 300 = 11195 \text{ kVARh}$$

$\textcircled{3}$ Kompanzasyon yapılarak $\cos \varphi = 0,89$ çıkarılacak

a) kondansatörler Δ bağlanırsa



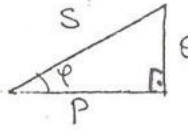
Atölye



Q_T = Yüklün çektiği reaktif güç

Q' = kompanzasyondan sonra alıcının şebekeden çektiği reaktif güç

$$Q' = Q_T - Q_C \Rightarrow Q_C = Q_T - Q'$$



$$Q = P \cdot \tan \varphi$$

$$Q_T = P \cdot \tan \varphi_T$$

$$Q' = P \cdot \tan \varphi'$$

$$Q_C = Q_T - Q'$$

$$Q_C = P \cdot (\tan \varphi_T - \tan \varphi')$$

$$Q_C = P_T (\tan \varphi_T - \tan \varphi')$$

$$\cos \varphi_T = 0,63 \Rightarrow \varphi_T = 50,95^\circ$$

$$\cos \varphi' = 0,89 \Rightarrow \varphi' = 27,13^\circ$$

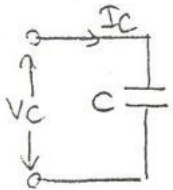
$$Q_C = 300,6 (\tan 50,95^\circ - \tan 27,15^\circ)$$

$$Q_C = 21663 \text{ VAR (3 fazlı kond. gücü)}$$

$$1 \text{ kondansatöre düşen güç } Q_{C1} = \frac{Q_C}{3} = \frac{21663}{3}$$

$$Q_{C1} = 7221 \text{ VAR}$$

$$Q_{C1} = ? \quad Q_{C1} = V_C \cdot I_C = V_C \cdot \frac{V_C}{X_C} = V_C \cdot \frac{V_C}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C V_C^2$$

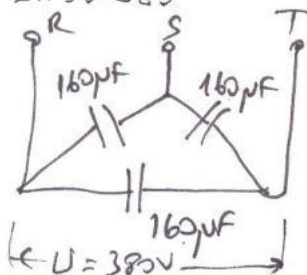


$$Q_{C1} = \omega C V_C^2$$

Δ bağlı kondansatörlerin $V_C = U$ (Fazlararası gerilim)

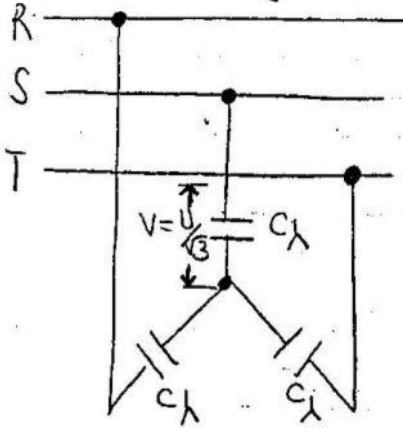
$$Q_{C1} = \omega C_{\Delta} U^2 = 7221 \text{ VAR}$$

$$C_{\Delta} = \frac{Q_{C1}}{\omega U^2} = \frac{7221}{2\pi 50 380^2} = 160 \cdot 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow C_{\Delta} = 160 \mu\text{F}$$



216

b) Kondansatörler Δ bağlı olursa



Q_c değişmez

$$Q_c = 21663 \text{ VAR}$$

$$Q_{c1} = \frac{Q_c}{3} = 7221 \text{ VAR}$$

$$V_c = V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$$

$$Q_{c1} = \omega \cdot C_{\Delta} \cdot V^2$$

$$C_{\Delta} = \frac{Q_{c1}}{\omega V^2} = \frac{7221}{2\pi \cdot 50 \cdot 220^2} \approx 480 \mu\text{F} \quad \boxed{C_{\Delta} = 480 \mu\text{F}}$$

⊗ Δ bağlı kondansatörlerin eşdeğeri

$$X_{c\Delta} = \frac{X_{c\Delta}}{3} \quad \left(C = \epsilon \cdot \frac{S}{d} \right)$$

$$X_{c\Delta} = 3X_{c\lambda}$$

$$\frac{1}{\omega C_{\Delta}} = \frac{3}{\omega C_{\lambda}}$$

$$3\omega C_{\Delta} = \omega C_{\lambda}$$

$$\boxed{C_{\lambda} = 3C_{\Delta}} \rightarrow \boxed{C_{\Delta} = \frac{C_{\lambda}}{3}}$$

⚠ ⚠ $C_{\Delta} = \frac{C_{\lambda}}{3}$ alarak gerilimde kond. üçgen bağlanması tercih edilir, daha az malzeme kullanılır. Dezavantaj kondansatörün 380 V ile çalışmasıdır. Orta gerilim ve yüksek gerilimde ise yalıtım (izolasyon) masrafları önemlidir. Kond. ler yıldız bağlanır ise $\frac{U}{\sqrt{3}}$ gerilimi ile çalışır. Δ bağlanır ise U gerilimi ile çalışır. Bu nedende orta gerilim ve yüksek gerilimde λ bağlama tercih edilir.

A.G $\rightarrow \Delta$ bağlı kondensatör tercih edilir $\left[C_{\Delta} = \frac{C_{\lambda}}{3} \right]$

O.G ve Y.G $\rightarrow \lambda$ " " " "

Doç.Dr. Recep YUMURTACI - YTÜ Elektrik Müh. Bölümü

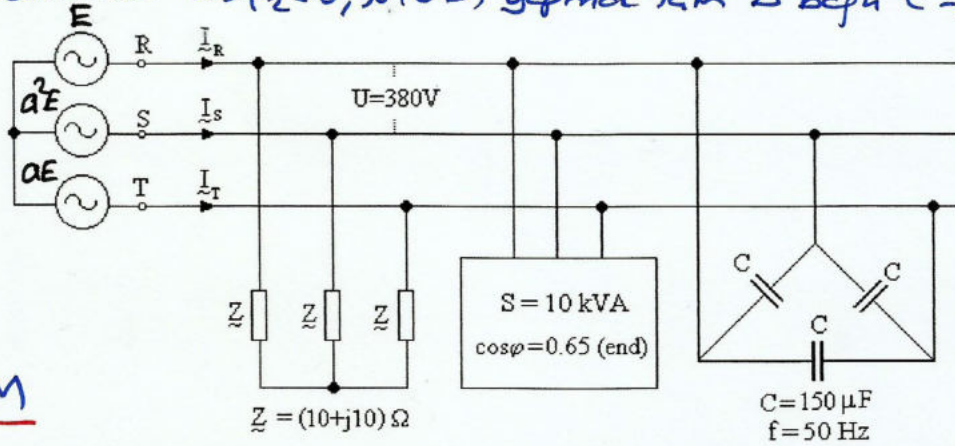
Reaktif güç kompenzasyonunun anlamlılığı için ÖRNEK

ÜÇ FAZLI SİSTEM İLE İLGİLİ ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1

SORU 1- Aşağıdaki şekildeki üç fazlı dengeli sistemde fazlar arası gerilim 380 Volt, frekans 50 Hz'dir. Buna göre,

- Üç fazlı kaynaktan çekilen toplam aktif gücü, toplam reaktif gücü, toplam görünür gücü ve toplam güç faktörünü hesaplayınız.
- Üç fazlı kaynaktan çekilen I_R , I_S ve I_T hat akımlarını (kutupsal biçimde fazör olarak) hesaplayınız.
- Toplam yüke ait güç faktörünü 0.98 (end.) yapmak için üç fazlı kaynak uçlarına yıldız bağlı olarak nasıl bir eleman bağlarsınız ve eleman değeri ne olmalıdır?
- Diğer yükler aynı kalmak şartıyla şekildeki üçgen bağlı 150 μF 'lık kondansatörlerin sökülerek yıldız bağlanması halinde üç fazlı kaynaktan çekilen toplam aktif, reaktif ve görünür güç ve güç faktörü değerlerini bulunuz. *Bu durumda $\cos \varphi_2 = 0,98$ (end.) yapmak için Δ bağlı $C = ?$, $\varphi_c = ?$*



ÇÖZÜM

a) 1. Yük

$$Z = 10 + j10 = 10\sqrt{2} \angle 45^\circ \Omega$$

$$Z = 10\sqrt{2} \Omega$$

$$V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V}{Z} = \frac{220}{10\sqrt{2}} = 11\sqrt{2} \text{ A}$$

$$P_1 = 3 \cdot R \cdot I_1^2 = 3 \cdot 10 \cdot (11\sqrt{2})^2$$

$$P_1 = 7260 \text{ W}$$

$$Q_1 = 3 \times I_1^2 = 3 \cdot 10 \cdot (11\sqrt{2})^2$$

$$Q_1 = 7260 \text{ VAR (end)}$$

Not: 1. yükün P ve Q güçleri kompleks güçten de bulunabilir.

$$V = 220 \angle 0^\circ \text{ Volt}$$

$$I_1 = \frac{V}{Z} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10\sqrt{2} \angle 45^\circ}$$

$$I_1 = 11\sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$S_1 = 3 \cdot V \cdot I_1^* = 3 \cdot 220 \angle 0^\circ \cdot (11\sqrt{2} \angle -45^\circ)^*$$

$$S_1 = 10267 \angle +45^\circ \text{ VA} = P_1 + jQ_1$$

$$S_1 = 10267 (\cos 45^\circ + j \sin 45^\circ)$$

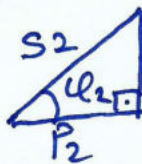
$$S_1 = P_1 + jQ_1 = (7260 + j7260) \text{ VA}$$

$$P_1 = 7260 \text{ W}$$

$$Q_1 = 7260 \text{ VAR (end)}$$

2. yük

$$S_2 = 10 \text{ kVA (end)}$$



$$\cos \varphi_2 = 0,65 \Rightarrow \varphi_2 = 49,46^\circ$$

$$P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 10 \cdot 10^3 \cdot 0,65$$

$$P_2 = 6500 \text{ W}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \varphi_2 = 10 \cdot 10^3 \cdot \sin 49,46^\circ$$

$$Q_2 = 7600 \text{ VAR (end)}$$

3. Δ bağlı kondansatörler

$\vec{V}_c$ $\vec{I}_c$ $\angle \phi_c = 90^\circ$ $P_3 = 0$ ($\phi_c = -90^\circ$ ve $P = VI \cos \phi = 0$) (2)
 $Q_3 = 3 \cdot \frac{V_c^2}{X_c} = 3 \cdot \frac{U^2}{\frac{1}{\omega C}} \Rightarrow Q_3 = 3U^2 \omega C$
 $\phi_c = \phi_v - \phi_{I_c} = 0 - 90^\circ = -90^\circ$
 $Q_3 = 3 \cdot 380^2 \cdot 2\pi 50 \cdot 150 \cdot 10^{-6}$
 $Q_3 = 20414 \text{ VAR (Cap.)}$

Toplam Güçler

$P_{\text{top}} = P_1 + P_2 + P_3 = 7260 + 6500 + 0 \Rightarrow P_{\text{top}} = 13760 \text{ W}$

$Q_{\text{top}} = Q_1 + Q_2 - Q_3 = 7260 + 7600 - 20414 = -5554 \text{ VAR}$

 $\downarrow$ end $\downarrow$ end $\downarrow$ Cap

$Q_{\text{top}} = 5554 \text{ VAR (Cap.)}$

Güç Üçgeni



pozitif olduğu için $Q(-)$

$S_{\text{top}} = \sqrt{P_{\text{top}}^2 + Q_{\text{top}}^2} = \sqrt{13760^2 + (-5554)^2} \Rightarrow S_{\text{top}} = 14839 \text{ VA}$

$\cos \phi_T = \frac{P_{\text{top}}}{S_{\text{top}}} = \frac{13760}{14839} \Rightarrow \cos \phi_{\text{top}} = 0,927 \text{ (Cap.)}$

$\cos \phi_{\text{top}} = 0,927 \text{ (Cap)} \Rightarrow \phi_{\text{top}} = -22,03^\circ$ (Cap. olduğu için güç üsgeri acı)

Kompleks güç: $\underline{S}_{\text{top}} = S_{\text{top}} \angle \phi_{\text{top}} = 14839 \angle -22,03^\circ$

veya

$\underline{S}_{\text{top}} = P_{\text{top}} + jQ_{\text{top}} = 13760 - j5554 = \underbrace{14839}_{S_{\text{top}}} \angle \underbrace{-22,03^\circ}_{\phi_{\text{top}}} \text{ VA}$

b) Hat akımları $\underline{I}_R = ?$, $\underline{I}_S = ?$, $\underline{I}_T = ?$

$\underline{S}_{\text{top}} = 3 \cdot \underline{V}_R \cdot \underline{I}_R^* \Rightarrow \underline{I}_R^* = \frac{\underline{S}_{\text{top}}}{3 \cdot \underline{V}_R} \Rightarrow \underline{I}_R = \left(\frac{\underline{S}_{\text{top}}}{3 \cdot \underline{V}_R} \right)^*$

$\underline{I}_R = \left(\frac{14839 \angle -22,03^\circ}{3 \cdot 220 \angle 0^\circ} \right)^* \Rightarrow \underline{I}_R = 22,48 \angle 22,03^\circ \text{ A}$

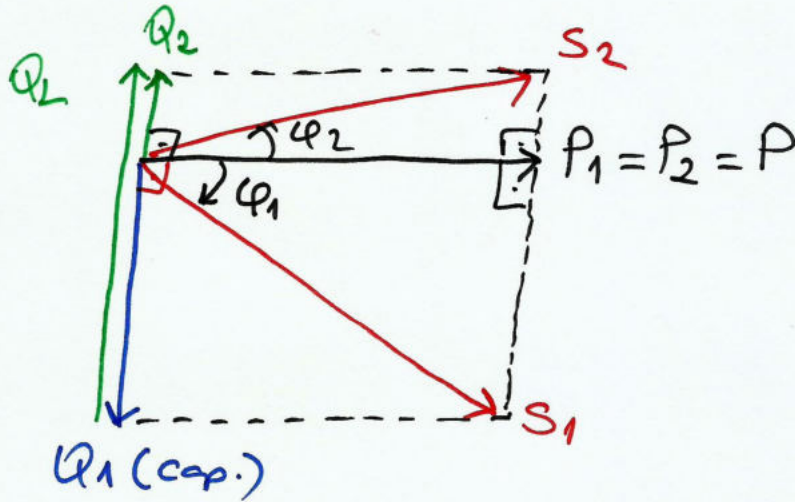
$\underline{I}_S = a^2 \underline{I}_R = (1 \angle -120^\circ) \cdot 22,48 \angle 22,03^\circ \Rightarrow \underline{I}_S = 22,48 \angle -97,97^\circ \text{ A}$

$\underline{I}_T = a \cdot \underline{I}_R = (1 \angle 120^\circ) \cdot 22,48 \angle 22,03^\circ \Rightarrow \underline{I}_T = 22,48 \angle 142,03^\circ \text{ A}$

c) Reaktif güç kompanzasyonu hesabı

Gekilen toplam reaktif güç kapasitif ($Q_{top} = -5554 \text{ VAR}$)
Kapasitif yükünacak uçlara endüktans (bobin) bağlarsa kompanzasyonu yapılabilir. (Eğer yük endüktif çıkarsa o zaman kompanzasyonu işin uçlarına kondansatör bağlanacaktı)

$\cos \phi_1 = \cos \phi_{top} = 0,927 \text{ (cap)} \rightarrow \cos \phi_2 = 0,98 \text{ (end)}$
yapılması isteniyor. Güç üçgenlerini çizelim.



$$Q_L = |Q_1| + |Q_2| = ?$$

$$\tan \phi_1 = \frac{Q_1}{P} \Rightarrow Q_1 = P \cdot \tan \phi_1$$

$$\tan \phi_2 = \frac{Q_2}{P} \Rightarrow Q_2 = P \cdot \tan \phi_2$$

$$Q_L = P \cdot (\tan \phi_1 + \tan \phi_2)$$

$\cos \phi_1 \text{ (cap.)}$ değerinin
 $\cos \phi_2 \text{ (end)}$ 'e yükseltmesi için

$$\cos \phi_1 = 0,927 \Rightarrow \phi_1 = 22,03^\circ$$

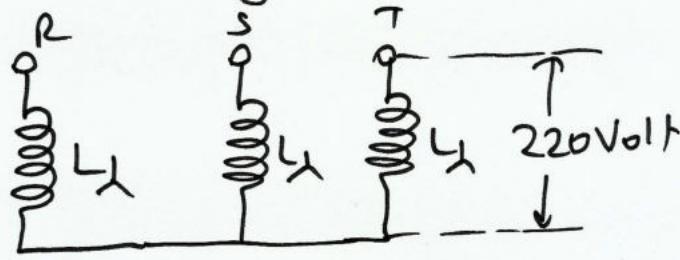
$$\cos \phi_2 = 0,98 \Rightarrow \phi_2 = 11,48^\circ$$

$P = P_{top} = 13760 \text{ W}$ ise gerekli olan reaktifler (bobin)

$$Q_L = 13760 (\tan 22,03^\circ + \tan 11,48^\circ)$$

$$Q_L = 8362 \text{ VAR}$$

Kompensasyon için kullanılacak bobinler λ başlı ile



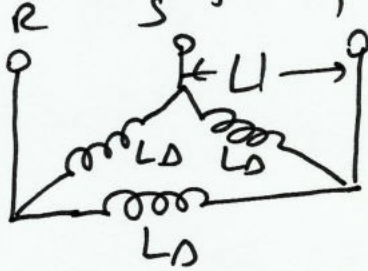
$$Q_L = 3 \cdot \frac{V^2}{X_{L\lambda}} = \frac{3 \cdot V^2}{\omega L_{\lambda}} \quad (4)$$

$$L_{\lambda} = \frac{3V^2}{Q_L \cdot \omega} = \frac{3 \cdot 220^2}{8362 \cdot 2\pi \cdot 50}$$

$$L_{\lambda} = 5,53 \cdot 10^{-3} \text{ H} \Rightarrow \boxed{L_{\lambda} = 55,3 \text{ mH}}$$

NOT : $Q_L = 8362 \text{ VAR}$ toplam güç olan 3 adet bobin

Δ başlı olsaydı $L_{\Delta} = ?$

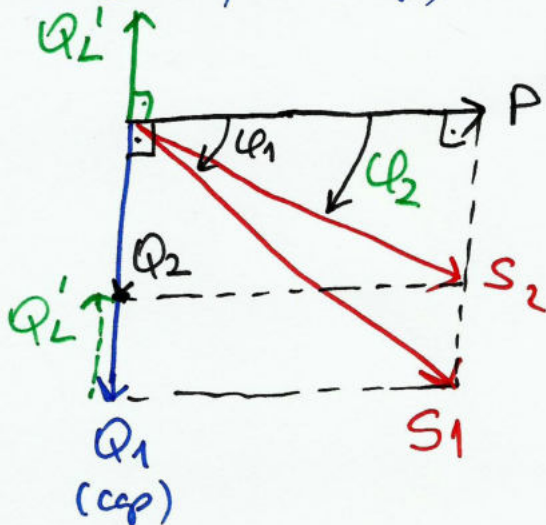


$$Q_L = 3 \cdot \frac{U^2}{X_{L\Delta}} = \frac{3 \cdot U^2}{\omega L_{\Delta}} \Rightarrow \boxed{L_{\Delta} = \frac{3 \cdot U^2}{Q_L \cdot \omega}}$$

$$L_{\Delta} = \frac{3 \cdot 380^2}{8362 \cdot 2\pi \cdot 50} \Rightarrow \boxed{L_{\Delta} = 165 \text{ mH}}$$

NOT : Bu örnekte toplam yüke ait güç faktörü $\cos \phi_1 = 0,927 (\text{cap})$ iken bu değerin $\cos \phi_2 = 0,98 (\text{ind})$ 'e yükseltmesi istendi. $\boxed{Q_L = P(\tan \phi_1 + \tan \phi_2)}$ oldu.

Eğer kapasitif yükün güç faktörü yine kapasitif olarak 0,98 isteneydi yani $\cos \phi_1 = 0,927 (\text{cap}) \rightarrow \cos \phi_2 = 0,98 (\text{cap})$ isteneydi $Q_L' = ?$



$$Q_L' = Q_1 - Q_2$$

$$\boxed{Q_L' = P(\tan \phi_1 - \tan \phi_2)} \text{ olurdu.}$$

$$Q_L' = 13760 (\tan 23,03^\circ - \tan 11,48^\circ)$$

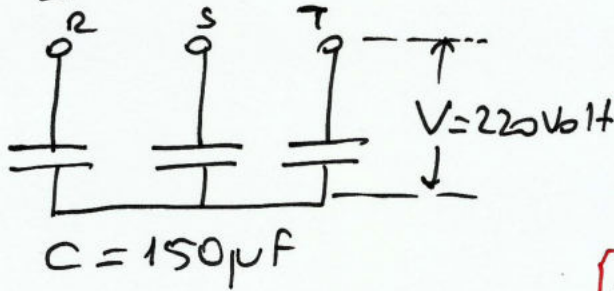
$$Q_L' = 2773 \text{ VAR olurdu.}$$

- d) Diğer yükler aynı kalacak sadece Δ bağlı ⑤
 $C = 150 \mu F$ 'lık kondensatörler Δ bağlanırsa
 toplam güçler ve güç faktörü değeri hesaplamak
 ayrıca $\cos \phi = 0,98$ (end) olması için bağlanacak
 $C = ?$ $Q_c = ?$

Bu durumda 1. ve 2. yükler aynı,

$$P_1 = 7260 \text{ W ve } Q_1 = 7260 \text{ VAR (end)}$$

$$P_2 = 6500 \text{ W ve } Q_2 = 7600 \text{ VAR (end)}$$



$$Q_3 = 3 \cdot \frac{V^2}{X_c} = \frac{3 \cdot V^2}{\frac{1}{\omega C}} = 3V^2 \omega C$$

$$Q_3 = 3 \cdot 220^2 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 150 \cdot 10^{-6}$$

$$Q_3 = 6842 \text{ VAR (cap)}$$

$$P_3 = 0 \text{ (kondansatör)}$$

Toplam güçler

$$P_{\text{top}} = P_1 + P_2 + P_3 = 7260 + 6500 + 0 = 13760 \text{ W (değişmez)}$$

$$Q_{\text{top}} = Q_1 + Q_2 - Q_3 = 7260 + 7600 - 6842$$

$$Q_{\text{top}} = 8018 \text{ VAR (end)}$$

$$S_{\text{top}} = P_{\text{top}} + jQ_{\text{top}} = 13760 + j8018 = 15925 \angle 30,23^\circ \text{ VA}$$

$$S_{\text{top}} = S_{\text{top}} \angle \phi_{\text{top}} = 15925 \angle 30,23^\circ \text{ VA} \Rightarrow S_{\text{top}} = 15925 \text{ VA}$$

$$\phi_{\text{top}} = 30,23^\circ$$

$$\cos \phi_{\text{top}} = \cos 30,23^\circ \Rightarrow \cos \phi_{\text{top}} = 0,864 \text{ (end)}$$

Bu durumda toplam reaktif güç endüktif sıktır.
 Bu yükü kompanse etmek için kondansatör kullanılarak

$$Q_c = Q_1 - Q_2 = P \cdot \tan \phi_1 - P \cdot \tan \phi_2$$

$$Q_c = P \cdot (\tan \phi_1 - \tan \phi_2)$$

$$\cos \phi_1 = \cos \phi_{\text{top}} = 0,864 \Rightarrow \phi_1 = 30,23^\circ$$

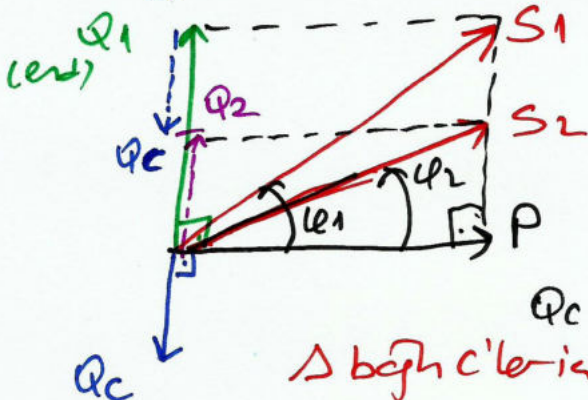
$$\cos \phi_2 = 0,98 \Rightarrow \phi_2 = 11,48^\circ$$

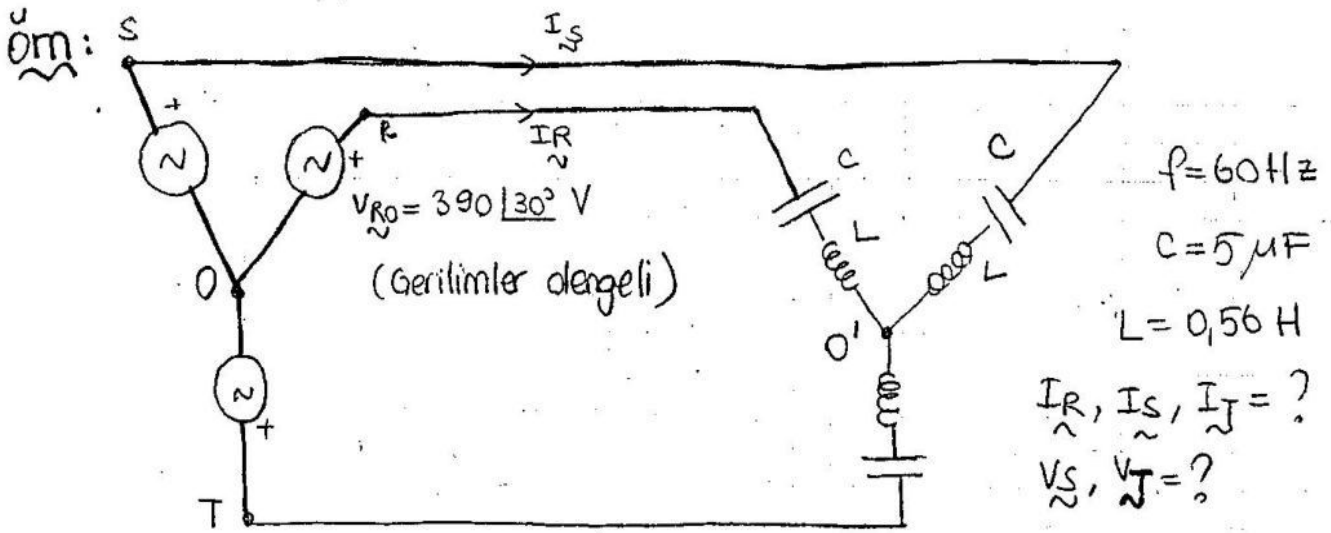
$$P = P_{\text{top}} = 13760 \text{ W}$$

$$Q_c = 13760 (\tan 30,23^\circ - \tan 11,48^\circ) \Rightarrow Q_c = 5224 \text{ VAR}$$

$$\Delta \text{ bağlı } C' \text{ ler için: } Q_c = 3U^2 \omega C \Rightarrow C = \frac{Q_c}{3U^2 \omega} = \frac{5224}{3 \cdot 220^2 \cdot 2\pi \cdot 50}$$

$$C = 38,4 \mu F$$

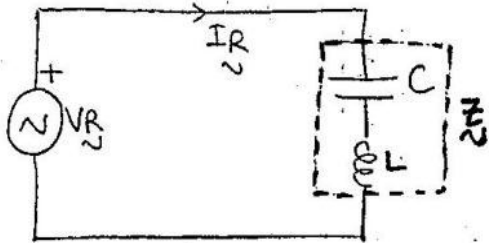




Sistem dengeli 0 düğümü ref. alınırsa

$$V_0' = 0$$

Bir faz eşdeğer dâre;



Yük empedansı

$$Z_L = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_L = j(2\pi \cdot 60 \cdot 0,56) - j\left(\frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}\right)$$

$$Z_L = -j319,4 \Omega = 319,4 \angle -90^\circ \Omega$$

$-j$ ohmı bu empedansın kapasitif karakterli olduğunu gösterir.

$$V_{R0} = 390 \angle 30^\circ \text{ Volt}$$

$$I_R = \frac{V_{R0}}{Z_L} = \frac{390 \angle 30^\circ}{319,4 \angle -90^\circ} = 1,22 \angle 120^\circ \text{ A}$$

$$V_R = 390 \angle 30^\circ \text{ V}$$

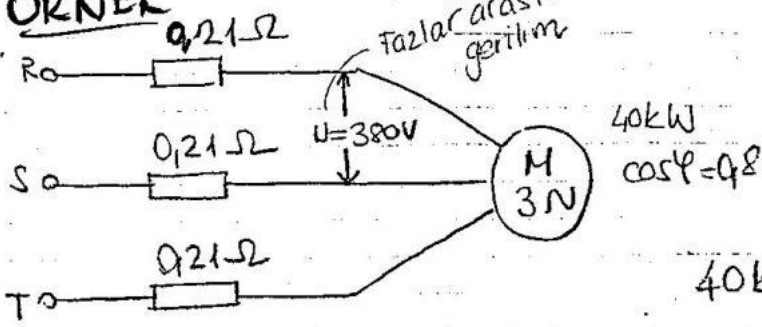
$$V_S = a^2 V_R = 1 \angle -120^\circ \cdot 390 \angle 30^\circ \Rightarrow V_S = 390 \angle -90^\circ \text{ V}$$

$$V_J = a V_R = 1 \angle 120^\circ \cdot 390 \angle 30^\circ \Rightarrow V_J = 390 \angle 150^\circ \text{ V}$$

$$I_S = \frac{V_S}{Z_L} = \frac{390 \angle -90^\circ}{319,4 \angle -90^\circ} = 1,22 \angle 0^\circ \text{ A} \quad \#$$

$$I_J = \frac{V_J}{Z_L} = \frac{390 \angle 150^\circ}{319,4 \angle -90^\circ} = 1,22 \angle 240^\circ = 1,22 \angle -120^\circ \text{ A} \quad \#$$

ÖRNEK



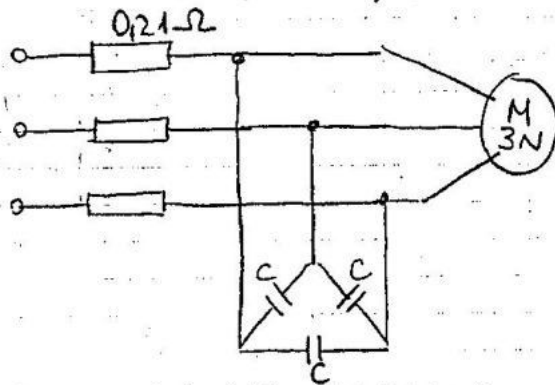
Sekildeki 3-fazlı motorun
güç katsayısı $\cos \varphi = 0,8$ (end.)
sebekeden çektiği aktif güç
40 kW, fazlar arası gerilim 380 V.

olduğuna göre;

a) motorun şebekeden çektiği akımı

Bu motoru temsil edebilecek λ bağlı empedansı hesaplayınız.

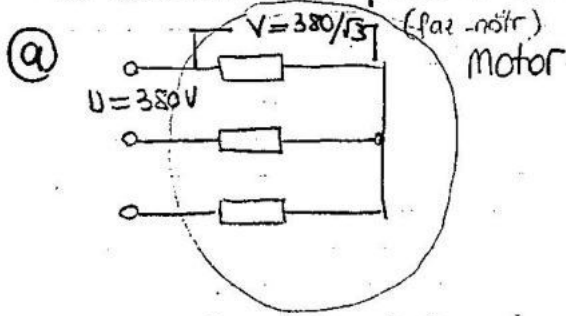
b) Güç carpanını 1 yapmak üzere ($\cos \varphi = 1$) motor uçlarına kondansatör



bağlanıyor. $C = ?$

(Her durumda motor uçlarındaki gerilim
 $U = 380$ V sabittir)

c) Güç carpanı düzeltilmeden önce ve düzeltildikten sonra hatla meydana gelen kayıp gücü bulunuz. Motor 10 saat çalıştığına göre hat direninde kaybolan aktif enerjiyi hesaplayınız.



$$P = \sqrt{3} U I \cos \varphi$$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{40 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,8} = 75,8 \text{ A}$$

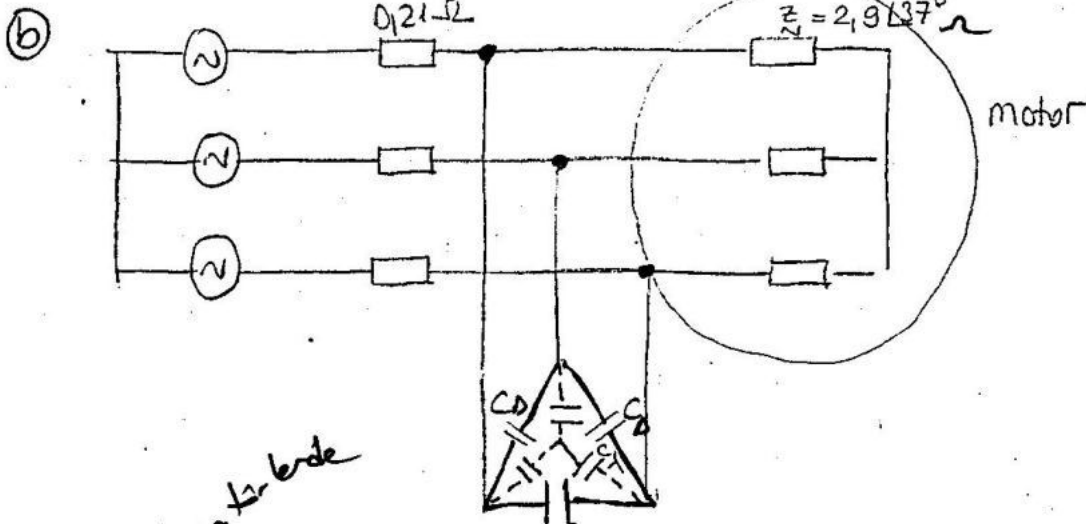
$$|Z| = \frac{V}{I} = \frac{220}{75,8} = 2,9 \Omega$$

$$\cos \varphi = 0,8 \Rightarrow \varphi = 37^\circ \text{ (end.)}$$

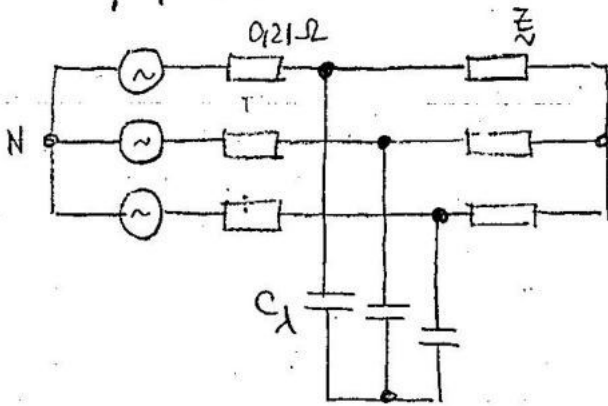
$$Z = |Z| \angle \varphi = 2,9 \angle 37^\circ \Omega$$

$$Z = 2,9 \angle 37^\circ = 2,9 (\cos 37^\circ + j \sin 37^\circ) = R + j \omega L = (2,316 + j1,745) \Omega$$

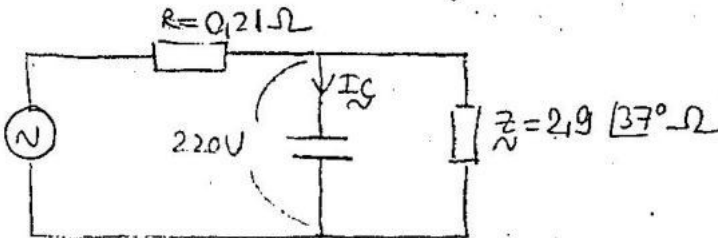
$$R = 2,316 \Omega \quad \omega L = X_L = 1,745 \Omega$$



- Kondansatörlerde $\Delta \rightarrow Y$ dönüşümü yapalım

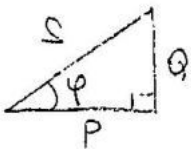


- Sistemin 1 faz eşdeğer dev.



$$Q_C = ?$$

1. yol güçlerden hesaplanıyor



$$\cos \varphi_1 = 0.8$$

$$\cos \varphi_2 = 1 \quad (\text{Tam kompanzasyon})$$

$$Q_C = P \cdot (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

$$Q_C = P \tan \varphi_1 = 40 \cdot 10^3 \cdot \tan 37^\circ$$

$$Q_C = 30 \text{ kVar} \quad (3 \text{ fazlı güç})$$

220

$$Q_{C1} = Q_2 = Q_3 = \frac{Q_C}{3}$$

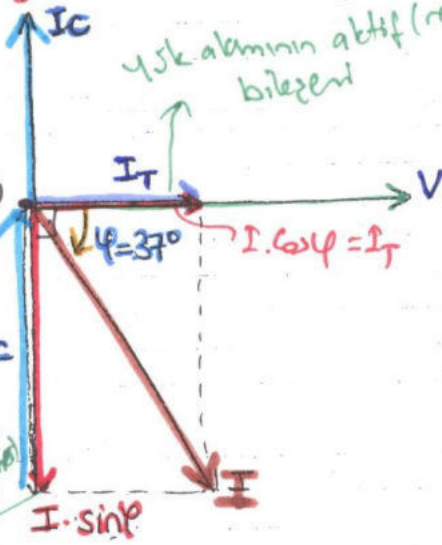
$$Q_{C1} = \frac{30}{3} = 10 \text{ kVAR (1. kond. gücü)}$$

$$Q_{C1} = \omega C V_C^2$$

→ Δ bağlı ise $V_C = U$

$$Q_{C1} = \omega \cdot C_{\Delta} \cdot U^2 \Rightarrow C_{\Delta} = \frac{10 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 50 \cdot 380^2} \approx 220 \mu F$$

2.yol (Akımdan hesaplanıyor)



Tam komp. ($\cos \phi_2 = 1$) için.

$$I_C = I \sin \phi_1 \text{ olmalı}$$

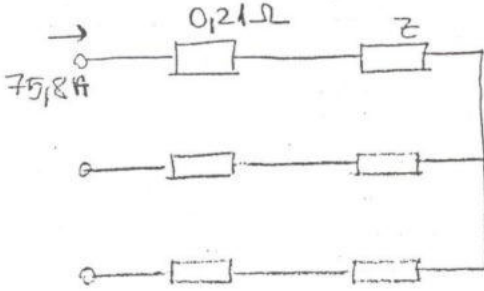
$$I \sin \phi = 75,8 \cdot \sin 37^\circ = \omega C_{\Delta} V$$

$$C_{\Delta} = \frac{75,8 \sin 37^\circ}{2\pi \cdot 50 \cdot 220} = 660 \mu F$$

• kond. Δ bağlı olacak.

$$C_{\Delta} = \frac{C_A}{3} = \frac{660 \mu F}{3} = 220 \mu F$$

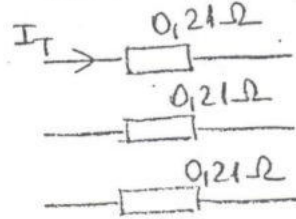
c) Kondansatör yokken



$$P_K = 3 R I^2 \text{ (hat dir. güç kaybı)}$$

$$= 3 \cdot 0,21 \cdot 75,8^2 = 3620 \text{ W}$$

kond. varken.



$$I = I_T = I \cdot \cos \phi_1 = 75,8 \cdot \cos 37^\circ = 60,4 \text{ A}$$

$$P_K' = 3 R I_T^2$$

$$P_K' = 3 \cdot 0,21 \cdot 60,4^2 = 2298 \text{ W}$$

• Hattaki kayıp enerjideki kazanç

$$\text{kayıptaki azalma: } 3620 - 2298 = 1322 \text{ W}$$

$$E_p = P \cdot t = \underbrace{1,322 \text{ kW}}_{P(\text{kW})} \times \underbrace{10}_{\text{Saat (h)}} = 13,22 \text{ kWh kazanç}$$