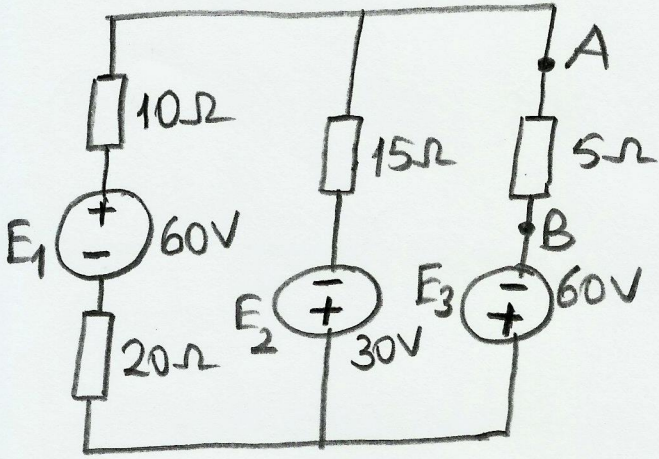


Thevenin ve Maksimum Güç Teoremi - ÖRNEK

(Doç.Dr. Recep YUMURTACI - Y.T.Ü. Elektrik Müh.Bölümü)

Örnek

1



a) Şekildeki devrede 5Ω'lık direncin akımını ve geçtiği gücü Thevenin Teoremi ile hesaplayınız

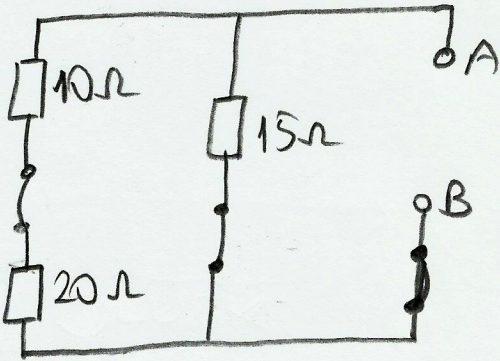
b) A-B uçları arasından maksimum güç geçmek için 5Ω'lık direncin yerine bağlanması gereken direncin değerini hesaplayınız.

ve geçilecek maksimum güç değerini hesaplayınız.

Gözüm

a) Akımı hesaplanacak 5Ω'lık direnç devreden sıkartılır, A-B uçları açık iken R_{th} ve E_{th} hesaplanır.

$R_{th} = ?$



$$R_{th} = R_{AB} = \frac{(10+20) \cdot 15}{(10+20) + 15}$$

$$R_{th} = 10\Omega$$

$$E_{th} = ?$$

$$V_{AB} = E_{th} \text{ olur, } V_{AB} = ?$$

$V_{AB} = V_A - V_B$ değerini kolay bulmak için C düğümünü referans noktası alalım

$$V_C = 0$$

Gevre denklemi

$$(10+15+20)I_4 - E_2 - E_1 = 0$$

$$45I_4 = E_1 + E_2 = 60 + 30 = 90$$

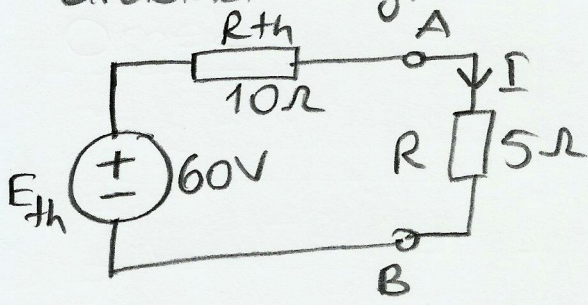
$$I_4 = 2A$$

$$V_{AC} = V_A = 15 \cdot I_4 - E_2 = 15 \cdot 2 - 30 = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

$$V_B = -E_3 = -60V \Rightarrow E_{th} = V_{AB} = V_A - V_B = 0 - (-60)$$

$$E_{th} = 60V$$

$R_{th}=10\Omega$ ve $E_{th}=V_{AB}=60V$ bulundu. Akımı hesaplamak 5 Ω 'lık direnç Thevenin eşdeğer devresinde A-B uçları arasına bağlanır.



$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R} = \frac{60}{10 + 5} = 4A$$

$$P = RI^2 = 5 \cdot 4^2 \Rightarrow P = 80W$$

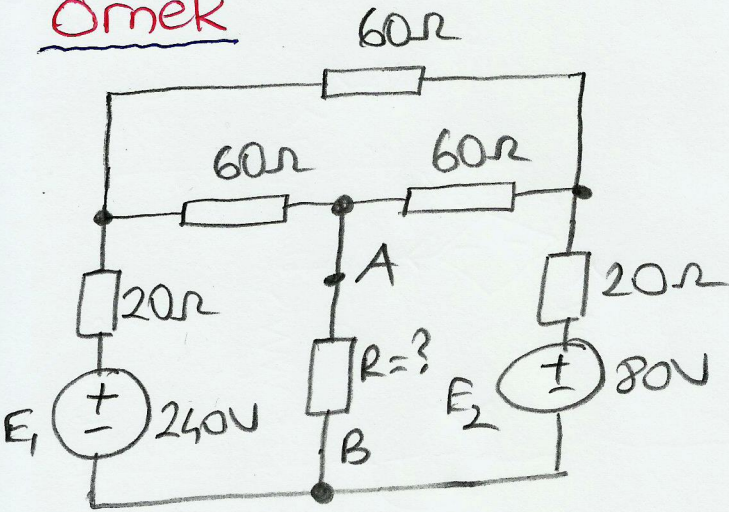
2

b) A-B uçları arasındaki yükün maksimum güç geçmesi için $R = R_{th} = 10\Omega$ olmalıdır.

$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R} = \frac{E_{th}}{2R_{th}} = \frac{60}{2 \cdot 10} = 3A \Rightarrow P_{yük_{max}} = R_{th} \cdot I^2$$

$$P_{yük_{max}} = 10 \cdot 3^2 \Rightarrow P_{yük_{max}} = 90W$$

Örnek

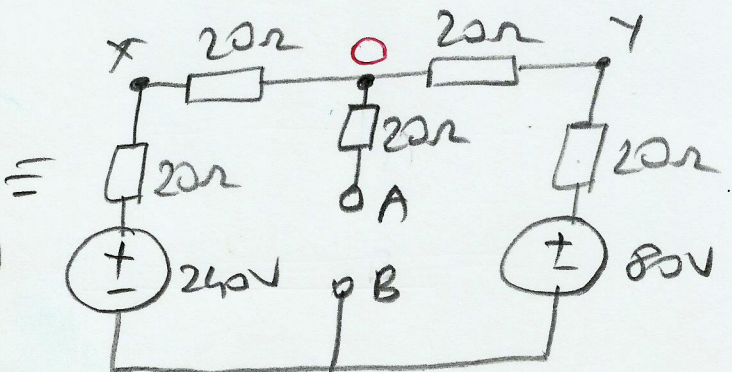
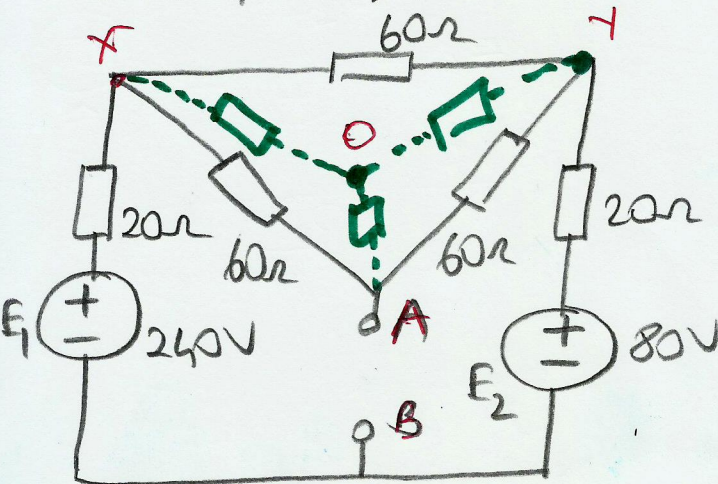


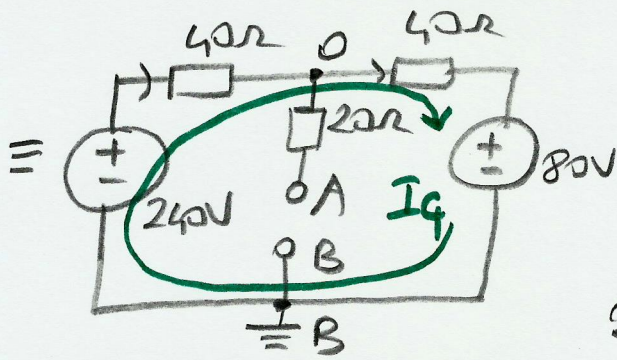
Şekildeki devrede, A-B uçları arasından maksimum güç geçmek için R direncinin değerini ve R direncinin geçeceği maksimum güç değerini hesaplayınız.

Gözüm

Yük direnci $R = R_{th}$ olmalı. R_{th} ve E_{th} değerlerini daha kolay hesaplamak için Δ bağlı olan 60 Ω 'luk dirençleri Δ la çevirelim.

$$R_{\Delta} = \frac{R_{\Delta}}{3} = \frac{60}{3} = 20\Omega$$





$$-240 + 40I_q + 40I_q + 80 = 0$$

$$80I_q = 160 \Rightarrow I_q = 2A$$

B düğümünü referans alalım

$$V_B = 0 \text{ olur.}$$

20Ω'lık dirençten akım geçmediği için

referans düğümüne (B) göre $V_O = V_A$ olur $V_O = ?$

$$\text{Sağ tarafta O-B arasında } V_{OB} = V_O = 40I_q + 80$$

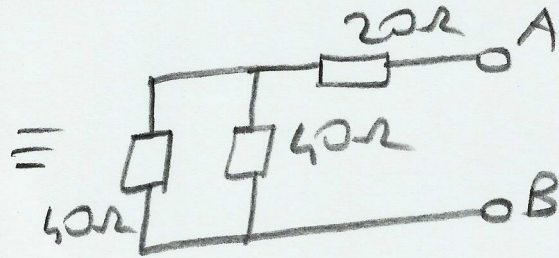
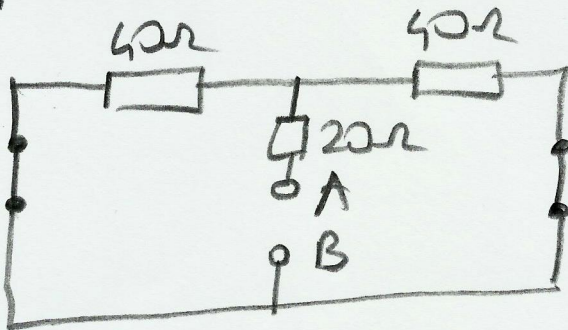
$$V_O = V_A = 40 \cdot 2 + 80 \Rightarrow V_A = 160V \text{ olur.}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = 160 - 0 = 160V \Rightarrow E_{th} = V_{AB} = 160V$$

$$E_{th} = 160V$$

$$R_{th} = ?$$

E_1 ve E_2 kısa devre iken $R_{AB} = R_{th}$ olur.



$$R_{AB} = \left(\frac{40 \cdot 40}{40 + 40} \right) + 20 \Rightarrow$$

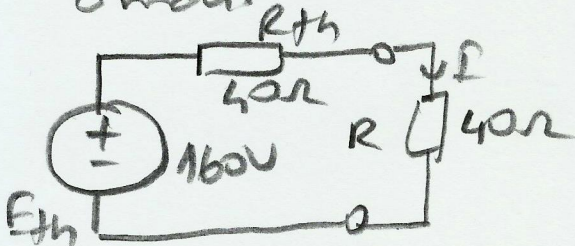
$$R_{AB} = 40\Omega$$

$$R_{th} = R_{AB} = 40\Omega \Rightarrow$$

$$R_{th} = 40\Omega$$

Max. güç almak için yük direnci $R = R_{th} = 40\Omega$

oldu.



$$I = \frac{E_{th}}{2R_{th}} = \frac{160}{80} = 2A$$

$$P_{y\ddot{u}k_{max}} = R_{th} \cdot I^2 = 40 \cdot 2^2$$

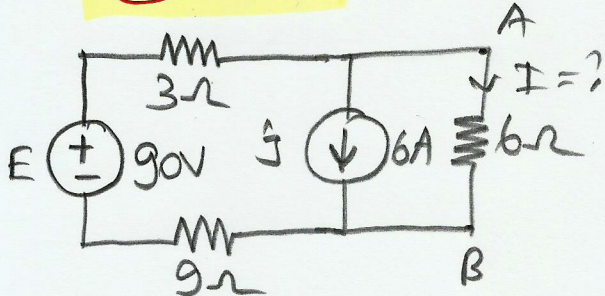
$$P_{y\ddot{u}k_{max}} = 160W$$

Süperpozisyon (Toplamsallık) Teoremi (DC Devrelerde Uygulanması)

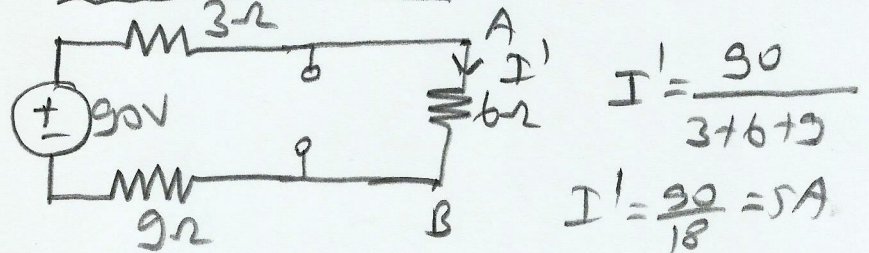
4

Bir elektrik devresinde birden fazla kaynak (gerilim kaynağı ve/veya akım kaynağı) olduğu zaman devredeki herhangi bir elemanın akımı (veya gerilimi) her bir kaynağın bu eleman üzerinden geçirdiği kısmi akımların ayrı ayrı hesaplanıp bunların toplanması ile bulunabilir. Bir kaynağın devredeki elemanlardan geçirdiği kısmi akımlar hesaplanırken devrede sadece o kaynak birakılır, diğer tüm gerilim kaynakları kısa devre, diğer tüm akım kaynakları açık devre edilir. ^(Varsa kaynakların iç dirençleri devrede birakılır) Bir elemanın gerçek akımı, tüm kaynakların bu elemandan geçirdiği tüm kısmi akımların toplamı ile bulunur. Kısmi akımlar toplanırken bunların yönleri de dikkate alınır. Aynı şekilde, bir elemanın gerçek gerilimi, tüm kaynaklar sebebiyle bu eleman üzerinde oluşan kısmi gerilimlerin toplanması ile bulunur. Kısmi gerilimler toplanırken bunların kutupları (+, -) dikkate alınır.

Örnek



i) E için kısım (I açık devre)

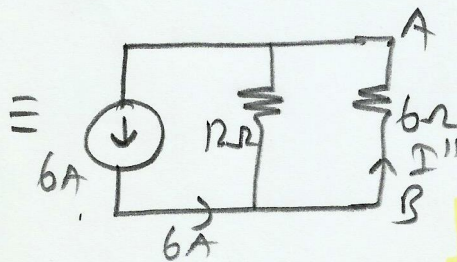
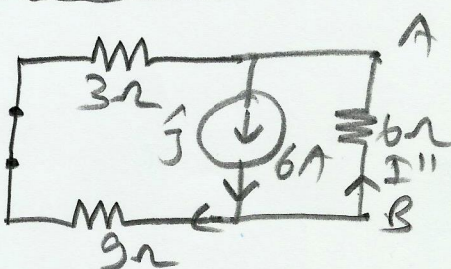


$$I' = \frac{90}{3+6+9}$$

$$I' = \frac{90}{18} = 5A$$

Yön: A → B

ii) I için kısım (E, kısa devre)



Akım bölünüşü

$$I'' = \frac{12}{12+6} \cdot 6 = 4A$$

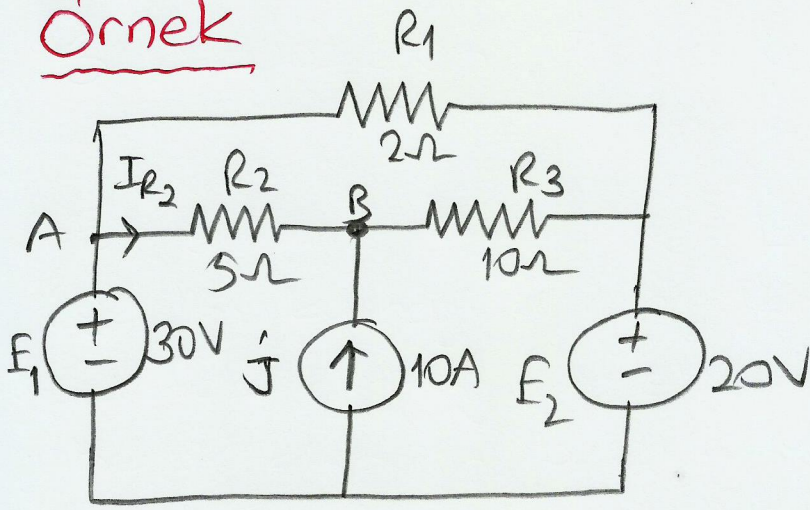
Yön: B → A

$$I = I' - I'' = 5 - 4 = 1A$$

Yön: A → B

Örnek

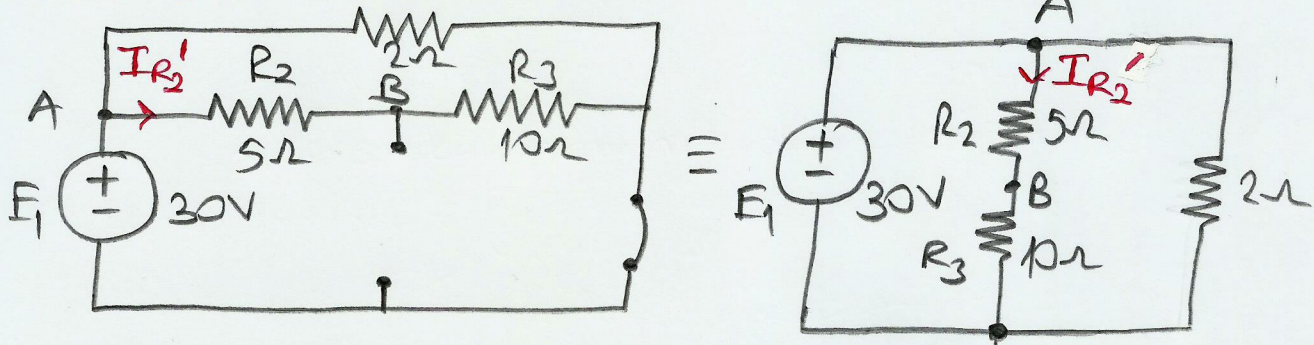
5



Şekildeki devrede
R2 direncinin akımını
Süperpozisyon Teoremi
ile hesaplayınız
 $I_{R2} = ?$

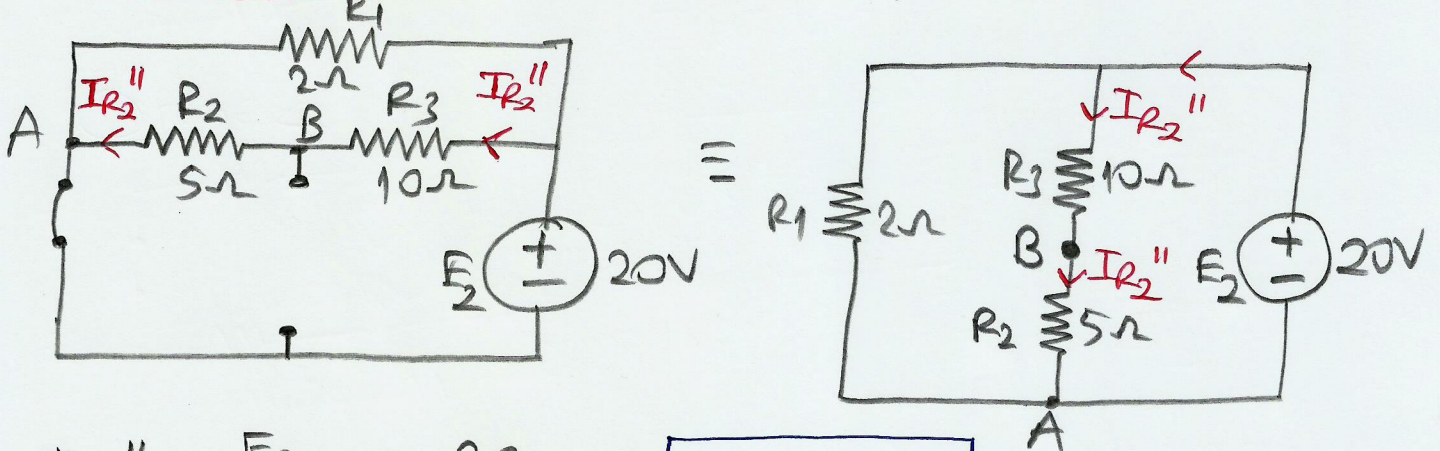
Gözüm

E1 için gözüm (E2 kısa devre, J açık devre)



$$I_{R2}' = \frac{E}{R_2 + R_3} = \frac{30}{5 + 10} \Rightarrow \boxed{I_{R2}' = 2A} \quad (\text{Yön: } A \rightarrow B)$$

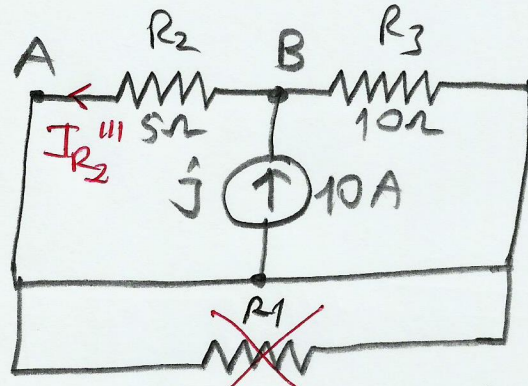
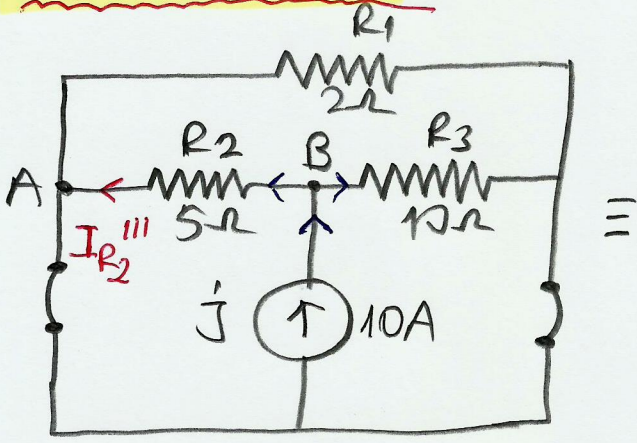
E2 için gözüm (E1 kısa devre, J açık devre)



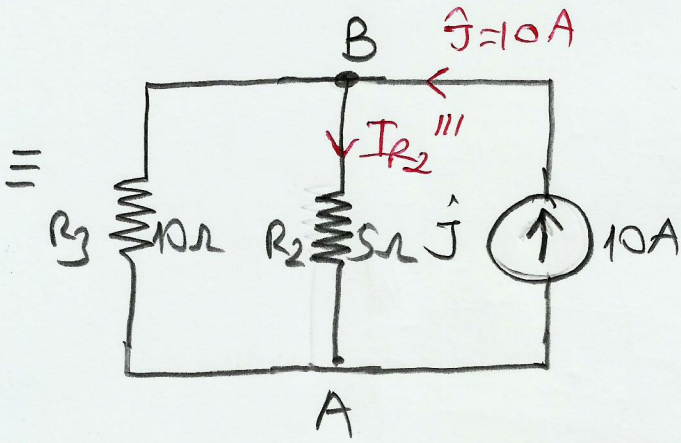
$$I_{R2}'' = \frac{E_2}{R_2 + R_3} = \frac{20}{5 + 10} \Rightarrow \boxed{I_{R2}'' = \frac{4}{3}A} \quad (\text{Yön: } (B \rightarrow A))$$

J için çözüm (E_1 kısa devre, E_2 kısa devre)

6



R_1 kısa devre olur! Etkili yok!

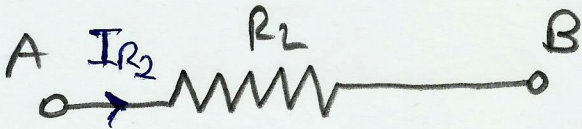


Akım bölücüden

$$I_{R_2}''' = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot \hat{J} = \frac{10}{5 + 10} \cdot 10 = \frac{100}{15}$$

$$I_{R_2}''' = \frac{20}{3} A \quad (\text{Yön: } B \rightarrow A)$$

Sonuçlar (R_2 'nin gerçek akımı, I_{R_2}' , I_{R_2}'' ve I_{R_2}''' kısmi akımlarının toplamıyla bulunur.)



$\longrightarrow I_{R_2}' = 2A$ (E_1 sebebiyle akan akım, yönü $A \rightarrow B$)

$\longleftarrow I_{R_2}'' = \frac{4}{3}A$ (E_2 " " " , yönü $B \rightarrow A$)

$\longleftarrow I_{R_2}''' = \frac{20}{3}A$ ($\hat{J}$ " " " , yönü $B \rightarrow A$)

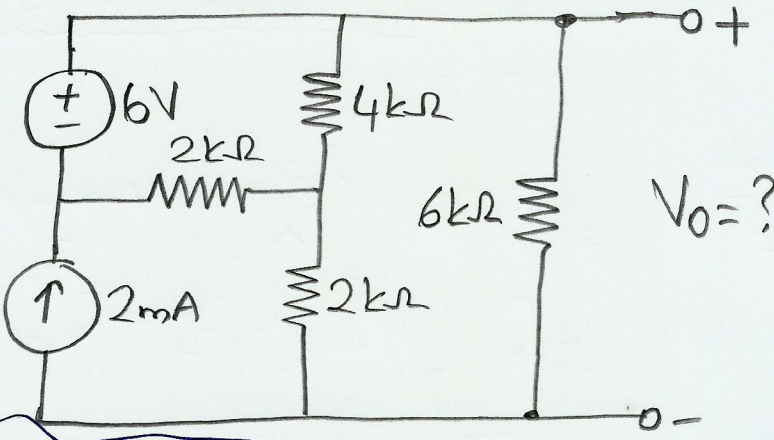
Akım yönlerine göre : $I_{R_2} = I_{R_2}' - I_{R_2}'' - I_{R_2}'''$

$$I_{R_2} = 2 - \frac{4}{3} - \frac{20}{3} = 2 - \frac{24}{3} = -6A \Rightarrow \boxed{I_{R_2} = -6A}$$

* Akımın $(-6A)$ olması gerçek akım yönünün $B \rightarrow A$ yönünde olduğunu gösterir.

Örnek

7

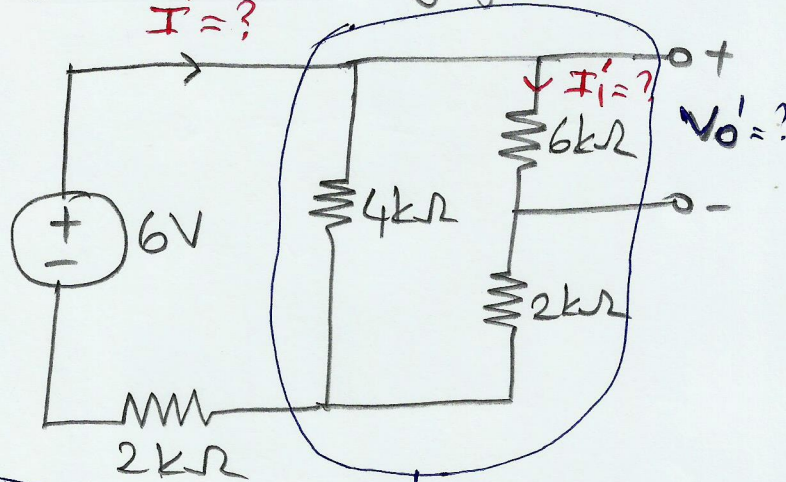
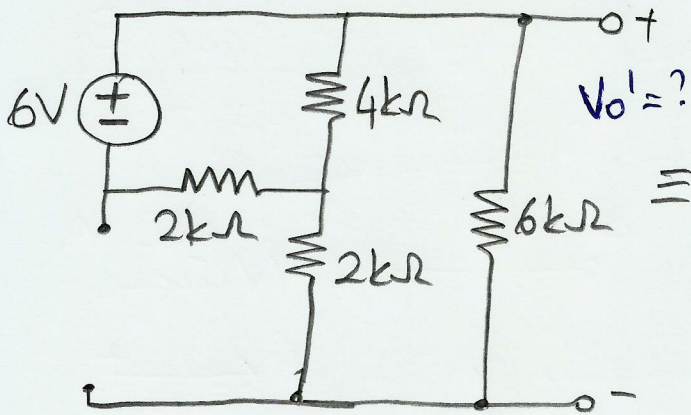


V_0 gerilimini Süperpozisyon Teoremi ile hesaplayınız.

NOT: Direncin gerilimi $V = R \cdot I$ 'dir. Eğer direnç değerleri $k\Omega$ olarak verilirse, gerilim Volt alınırsa akım direkt olarak mA olur. $I = \frac{V}{R} = \frac{\text{Volt}}{k\Omega} = \text{mA} \Rightarrow (I = \frac{V}{10^3\Omega} = 10^{-3}A = \text{mA})$

Çözüm

6V'lık kaynak için çözüm (2mA'lık akım kaynağı çıkık dire) $I' = ?$

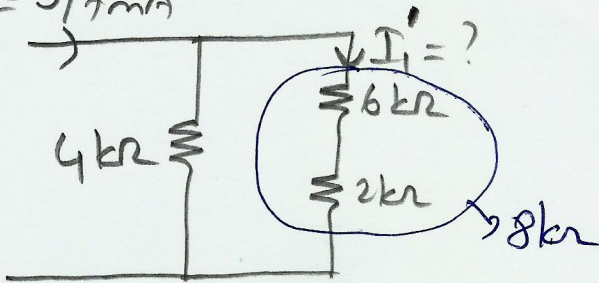


6V'lık kaynak uçlarındaki toplam direnç

$$R_T = 2k\Omega + R_{eq} = (2 + \frac{8}{3})k\Omega = \frac{14}{3}k\Omega$$

$$I' = \frac{E}{R_T} = \frac{6V}{\frac{14}{3}k\Omega} = \frac{18}{14}mA = \frac{9}{7}mA \Rightarrow \boxed{I' = \frac{9}{7}mA}$$

$$I' = 9/7mA$$



I_1 akım bölünebilir bulunur.

$$I_1 = \frac{4}{4+8} \cdot I' = \frac{4}{12} \cdot \frac{9}{7} = \frac{3}{7}mA$$

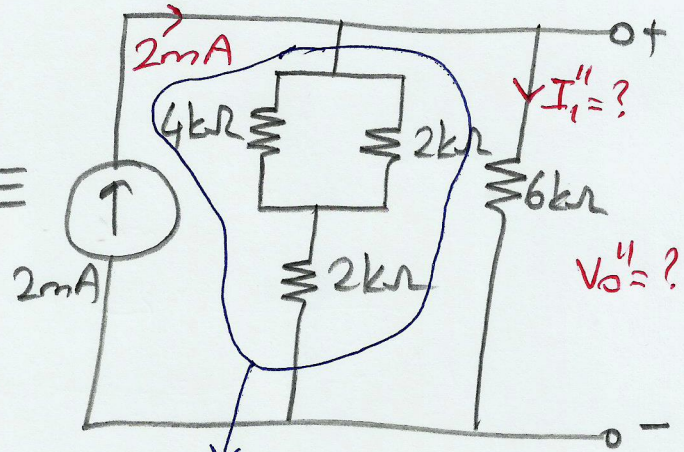
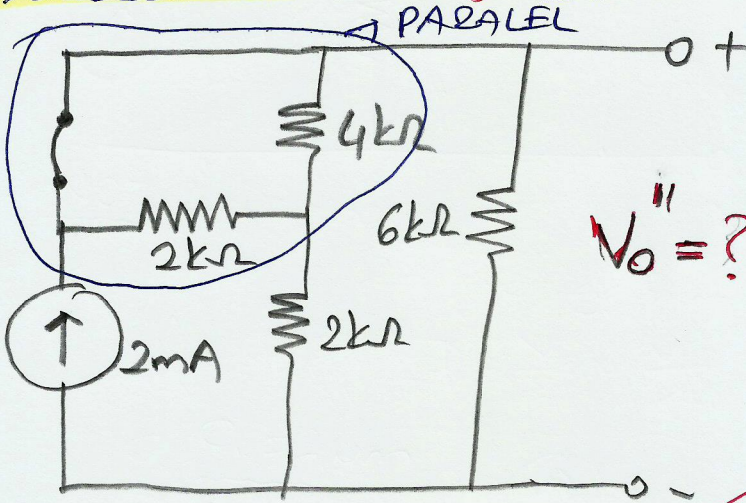
$$\boxed{I_1 = \frac{3}{7}mA}$$

$$V_0' = 6 \text{ k}\Omega \cdot I_1' \Rightarrow V_0' = 6 \cdot \left(\frac{3}{7}\right) \Rightarrow V_0' = \frac{18}{7} \text{ V}$$

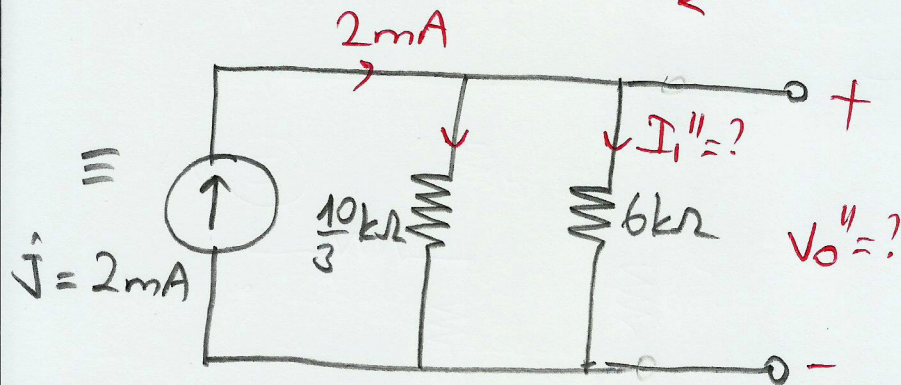
Volt mA kΩ mA

2mA'lık Akım Kaynağı ile Gözlem

(6V'lık gerilim kaynağı kısa devre)



$$R_{eq1} = \frac{4 \cdot 2}{4+2} + 2 = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \text{ k}\Omega$$



Akım bölücüden $I_1'' = \frac{\left(\frac{10}{3}\right)}{\frac{10}{3} + 6} \cdot \hat{I} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{28}{3}} \cdot 2 = \frac{20}{28} = \frac{5}{7} \text{ mA}$

$$I_1'' = \frac{5}{7} \text{ mA}$$

$$V_0'' = 6 \cdot \frac{5}{7} \Rightarrow V_0'' = \frac{30}{7} \text{ V}$$

V kΩ mA

$$V_0'' = \frac{30}{7} \text{ V}$$

Sonuç

$$V_0 = V_0' + V_0'' = \frac{18}{7} + \frac{30}{7} \Rightarrow V_0 = \frac{48}{7} \text{ V}$$

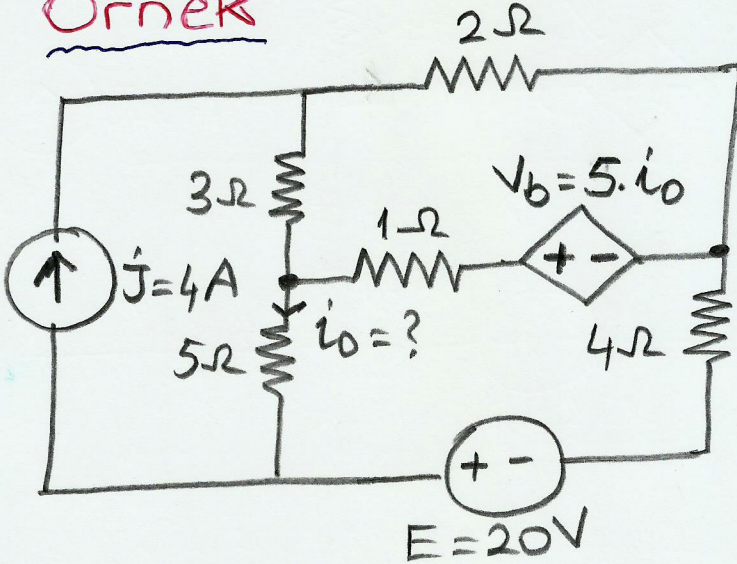
$$V_0 = \frac{48}{7} \text{ V}$$

Bağımlı Kaynaklı DC Devrelerde Süperpozisyon Teoremi

9

Bağımlı kaynaklı devrede süperpozisyon teoremi uygulanırken, bir bağımsız kaynak için devre gözülüp kısmi akımlar hesaplanırken devredeki bağımlı kaynaklar devrede bırakılır, diğer tüm bağımsız gerilim kaynakları kısa devre edilir, diğer tüm bağımlı akım kaynakları açık devre edilir, varsa kaynağın iç dirençleri devrede bırakılır.

Örnek

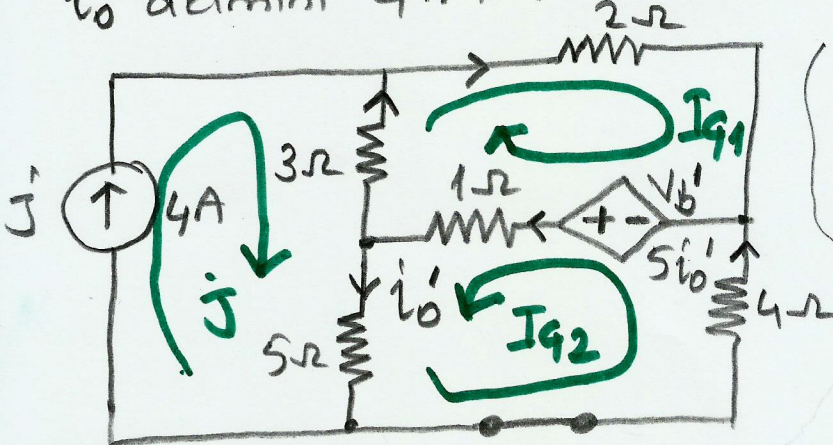


i_o akımını süperpozisyon teoremi ile hesaplayınız

Gözüm:

$J=4A$ 'lık kaynak için gözüm ($E=20V$ 'luk gerilim kaynağı kısa devre, V_b devrede)

i_o akımını G.A.Y. ile bulalım



I_{q1} çevresi için

$$2I_{q1} + 1 \cdot (I_{q1} + I_{q2}) + 3 \cdot (I_{q1} - J) - V_{b'} = 0$$

$$V_{b'} = 5i_o' = 5(I_{q2} + J)$$

$$(2+1+3)I_{q1} + 1 \cdot I_{q2} - 3J - 5(I_{q2} + J) = 0$$

$$6I_{q1} - 4I_{q2} - 8J = 0 \Rightarrow 6I_{q1} - 4I_{q2} = 32 \quad \text{1. denklemin}$$

I_{G2} çevresi için

10

$$4I_{G2} - V_b' + 1 \cdot (I_{G1} + I_{G2}) + 5\hat{i}_0' = 0$$

$$5I_{G2} + I_{G1} - 5\hat{i}_0' + 5\hat{i}_0' = 0 \Rightarrow 5I_{G2} + I_{G1} = 0$$

$$\boxed{I_{G1} = -5I_{G2}} \text{ 2. denklemdir}$$

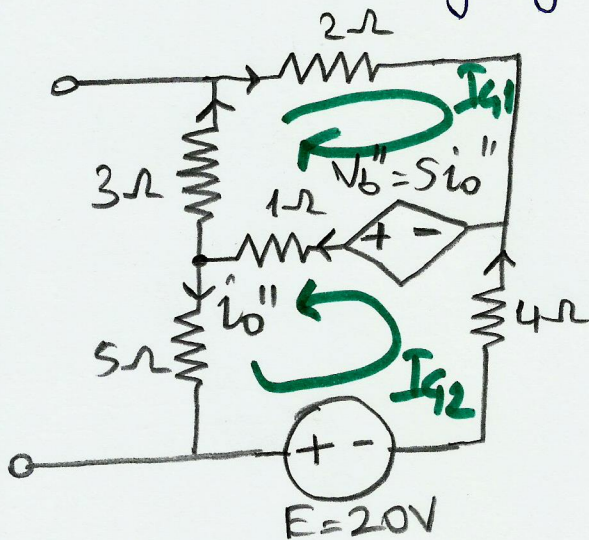
$$6I_{G1} - 4I_{G2} = 32 \Rightarrow 6 \cdot (-5I_{G2}) - 4I_{G2} = 32$$

$$I_{G2} = -\frac{32}{34} \Rightarrow I_{G2} = -\frac{16}{17} \text{ A}$$

$$\hat{i}_0' = \hat{I} + I_{G2} = 4 - \frac{16}{17} \Rightarrow \boxed{\hat{i}_0' = \frac{52}{17} \text{ A}}$$

$E = 20\text{V}$ 'luk kaynak için çözüm

($\hat{I} = 4\text{A}$ 'lık akım kaynağı asık devre ve V_b devrede)



I_{G1} çevresi için

$$(2+3+1)I_{G1} + 1 \cdot I_{G2} - V_b'' = 0$$

$$6I_{G1} + I_{G2} - 5\hat{i}_0'' = 0 \text{ ve } \hat{i}_0'' = I_{G2}$$

$$6I_{G1} + I_{G2} - 5I_{G2} = 0$$

$$6I_{G1} = 4I_{G2} \Rightarrow \boxed{I_{G1} = \frac{2}{3} I_{G2}} \text{ 1. denklemdir}$$

I_{G2} çevresi için

$$(4+1+5)I_{G2} + 1 \cdot I_{G1} - V_b'' + 20 = 0$$

$$10I_{G2} + I_{G1} - 5\hat{i}_0'' + 20 = 0 \Rightarrow 10I_{G2} + I_{G1} - 5I_{G2} + 20 = 0$$

$$I_{G1} + 5I_{G2} = -20 \Rightarrow \frac{2}{3}I_{G2} + 5I_{G2} = -20 \Rightarrow \frac{17}{3}I_{G2} = -20$$

$$I_{G2} = -\frac{60}{17} \text{ A ve } \hat{i}_0'' = I_{G2} \Rightarrow \boxed{\hat{i}_0'' = -\frac{60}{17} \text{ A}}$$

$$\hat{i}_0 = \hat{i}_0' + \hat{i}_0'' = \frac{52}{17} - \frac{60}{17} \Rightarrow$$

$$\boxed{\hat{i}_0 = -\frac{8}{17} \text{ A}}$$