Draw the shear and moment diagrams for the beam shown in Fig. 7–12*a*.

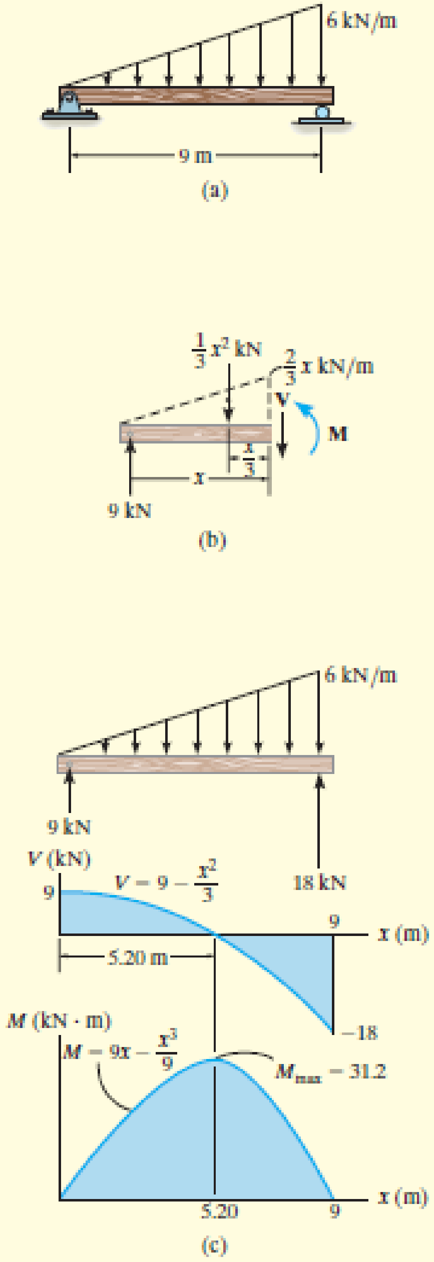


Fig. 7–12

SOLUTION

Support Reactions. The support reactions are shown on the beam's free-body diagram, Fig. 7–12*c*.

Shear and Moment Functions. A free-body diagram for a left segment of the beam having a length x is shown in Fig. 7–12*b*. Due to proportional triangles, the distributed loading acting at the end of this segment has an intensity of $w/x = 6/9$ or $w = (2/3)x$. It is replaced by a resultant force *after* the segment is isolated as a free-body diagram. The *magnitude* of the resultant force is equal to $\frac{1}{2}(x)\left(\frac{2}{3}x\right) = \frac{1}{3}x^2$. This force *acts through the centroid* of the distributed loading area, a distance $\frac{1}{3}x$ from the right end. Applying the two equations of equilibrium yields

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 9 - \frac{1}{3}x^2 - V = 0$$

$$V = \left(9 - \frac{x^2}{3}\right) \text{ kN} \qquad (1)$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M = 0; \qquad M + \frac{1}{3}x^2\left(\frac{x}{3}\right) - 9x = 0$$

$$M = \left(9x - \frac{x^3}{9}\right) \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad (2)$$

Shear and Moment Diagrams. The shear and moment diagrams shown in Fig. 7–12*c* are obtained by plotting Eqs. 1 and 2.

The point of *zero shear* can be found using Eq. 1:

$$V = 9 - \frac{x^2}{3} = 0$$

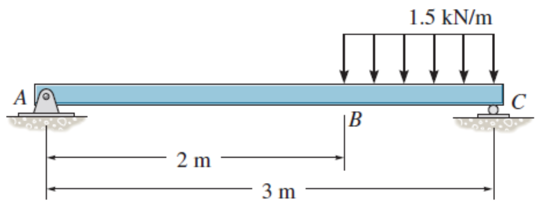
$$x = 5.20 \text{ m}$$

NOTE: It will be shown in Sec. 7.3 that this value of x happens to represent the point on the beam where the *maximum moment* occurs. Using Eq. 2, we have

$$M_{max} = \left(9(5.20) - \frac{(5.20)^3}{9}\right) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$= 31.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Draw the shear and moment diagrams for the beam.



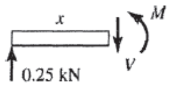
SOLUTION

Support Reactions:

$\zeta + \Sigma M_A = 0;$ $C_y(3) - 1.5(2.5) = 0$ $C_y = 1.25\text{ kN}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $A_y - 1.5 + 1.25 = 0$ $A_y = 0.250\text{ kN}$

Shear and Moment Functions: For $\mathbf{0 \le x < 2\text{ m}}$ [FBD (a)],

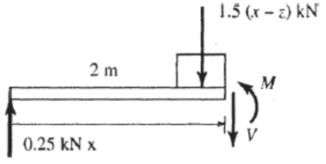


(a)

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $0.250 - V = 0$ $V = 0.250\text{ kN}$ **Ans.**

$\zeta + \Sigma M = 0;$ $M - 0.250x = 0$ $M = (0.250x)\text{ kN}\cdot\text{m}$ **Ans.**

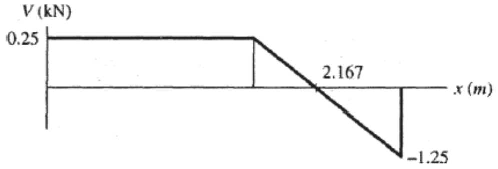
For $\mathbf{2\text{ m} < x \le 3\text{ m}}$ [FBD (b)],



(b)

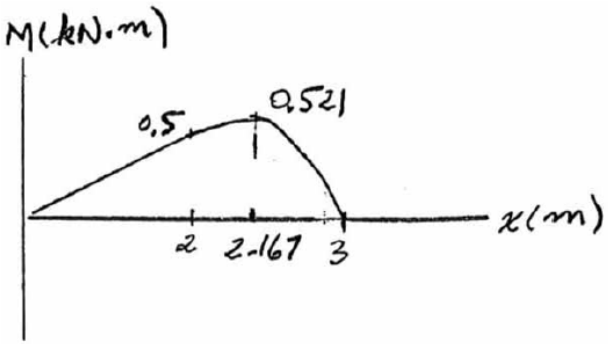
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $0.25 - 1.5(x - 2) - V = 0$

$V = \{3.25 - 1.50x\}\text{ kN}$ **Ans.**



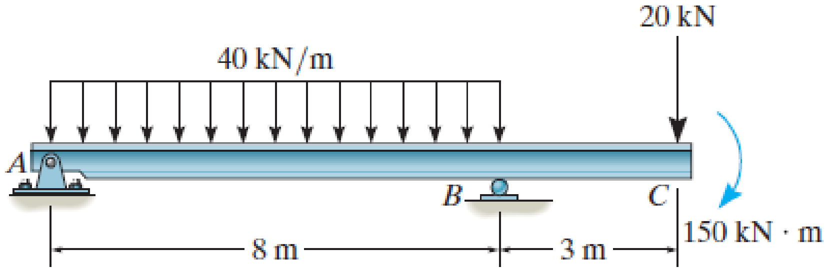
$\zeta + \Sigma M = 0;$ $0.25x - 1.5(x - 2)\left(\dfrac{x - 2}{2}\right) - M = 0$

$M = \{-0.750x^2 + 3.25x - 3.00\}\text{ kN}\cdot\text{m}$ **Ans.**



7–53.

Draw the shear and moment diagrams for the beam.



SOLUTION

$0 \leq x < 8$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 133.75 - 40x - V = 0$

$V = 133.75 - 40x$ **Ans.**

$\circlearrowleft + \Sigma M = 0; \quad M + 40x\left(\frac{x}{2}\right) - 133.75x = 0$

$M = 133.75x - 20x^2$ **Ans.**

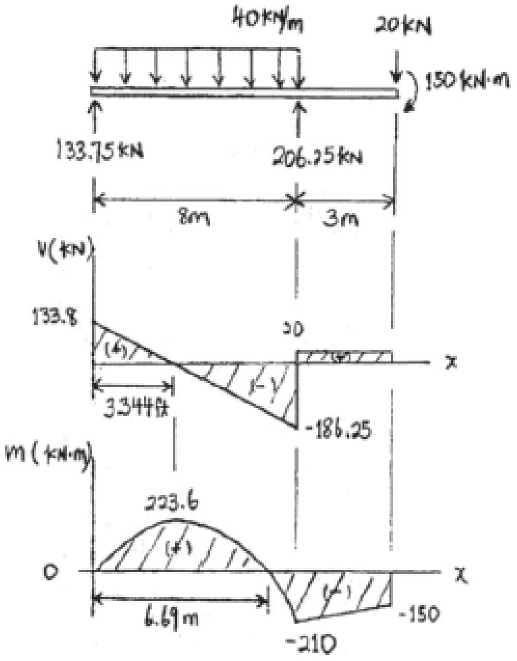
$8 < x \leq 11$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V - 20 = 0$

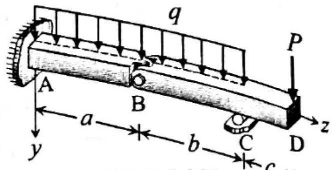
$V = 20$ **Ans.**

$\circlearrowright + \Sigma M = 0; \quad M + 20(11 - x) + 150 = 0$

$M = 20x - 370$ **Ans.**

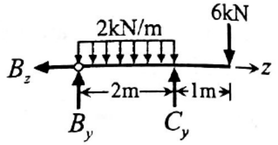


PROBLEM 2-22 Şekil (2-P22) deki ABCD çubuğunun kesit tesir diyagramlarını çiziniz. B noktası ara mafsal olup, yükler $q = 2\,\text{kN/m}$, $P = 6\,\text{kN}$, açıklıklar $a = 3\,\text{m}$, $b = 2\,\text{m}$ ve $c = 1\,\text{m}$ dir.



Şekil (2-P22)

ÇÖZÜM: Kirişte hesaplanması gereken mesnet tepkileri A_z, A_y, M_x ve C_y dir. Bunlar üç denge denklemi ile B mafsalında yazılacak $M_B = 0$ koşulundan çözülür. Sistemi B mafsalından ikiye ayıralım ve mesnet tepkilerini hesaplayalım. Şekil (P22.a) da BCD parçası üstünde denge denklemleri yazılırsa,



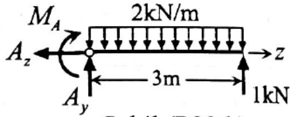
Şekil (P22.a)

$\xrightarrow{+}$ $\Sigma F_z = 0;$ ➡ $B_z = 0$

$\circlearrowleft +$ $\Sigma M_B = 0;$ $2C_y - (2\times 2)1 - 6\times 3 = 0$ ➡ $C_y = 11\,\text{kN}\uparrow$

$\downarrow +$ $\Sigma F_y = 0;$ $-B_y - 11 + 6 + 2\times 2 = 0$ ➡ $B_y = 1\,\text{kN}\uparrow$

AB parçasının Şekil (P22.b) deki SCD da denge denklemleri yazılırsa,



Şekil (P22.b)

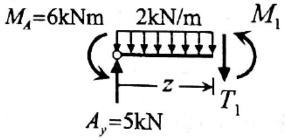
$\xrightarrow{+}$ $\Sigma F_z = 0;$ ➡ $A_z = 0$

$\circlearrowright +$ $\Sigma M_A = M_A;$ $M_A + (2\times 3)1.5 - 1\times 3 = 0$ ➡ $M_A = 6\,\text{kNm}\circlearrowleft$

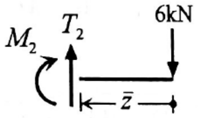
$+\uparrow$ $\Sigma F_y = 0;$ $A_y + 1 - 2\times 3 = 0$ ➡ $A_y = 5\,\text{kN}\uparrow$

olur. Süreksizlikler nedeniyle kesit tesirleri çubuk üstünde AC ve CD diye iki bölgede hesaplanacaktır.

AC parçası: $0 \le z \le 5\,\text{m}$ aralığında içinde çubuk kesilirse, SCD Şekil (P22.c) de görüldüğü gibi çizilir. Kesim yapılan yerde moment denge denklemi ve çubuk parçasında düşey denge yazılırsa,



Şekil (P22.c)



Şekil (P22.d)

$$\left.\begin{aligned} T_I &= 5 - 2z\,, \\ M_I &= -6 + 5z - z^2 \end{aligned}\right\}\,,\quad (0 \le z \le 5\,\text{m}) \qquad (\text{P}_{22}.1)$$

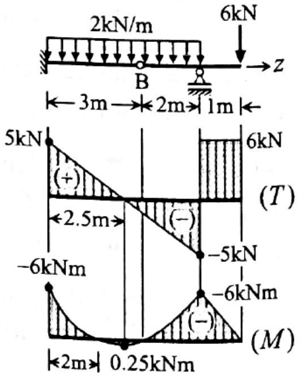
olur. Kesme kuvvetinin sıfır olduğu yerde eğilme momentinin eğimi sıfırdır. Bu nokta, $T_I(z) = 0$ dan,

$$T_I = 5 - 2z = 0 \quad ➡ \quad z = 2.5\,\text{m}$$

dır. Bu noktada eğilme momentinin değeri,

$$M_I\big|_{z=2.5} = 0.25\,\text{kNm}$$

olur. Eğilme momentinin sıfır olduğu yerleri bulmak için ($\text{P}_{22}.1$) de $M_I(z) = 0$ yazılırsa,



Şekil (P22.e)

$$M_I = -6 + 5z - z^2 = 0 \quad ➡ \quad z_1 = 2\,\text{m}\,,\quad z_2 = 3\,\text{m}$$

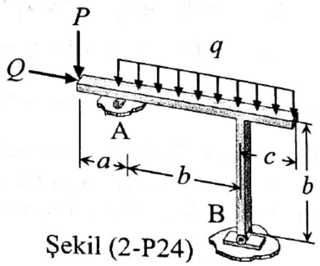
bulunur. Şekil (P22.e) de görüldüğü gibi B mafsalı $z_2 = 3\,\text{m}$ dedir.

DC parçası: Kirişin sağ ucundan başlayarak $0 \le \bar{z} \le 1\,\text{m}$ aralığında kesim yapılırsa, çubuk parçasının SCD Şekil (P22.d) de görüldüğü gibi çizilir. Bunun üstünde denge denklemleri yazılırsa,

$$T_{II} = 6\,\text{kN}\,,\quad M_I = -6\bar{z}\,,\qquad (0 \le \bar{z} \le 1\,\text{m}) \qquad (\text{P}_{22}.2)$$

bulunur. Kesit tesirleri Şekil (P22.e) de görüldüğü gibi çizilir.

PROBLEM 2-24 Yükleme durumu Şekil (2-P24) de görülmekte olan çerçevede kesit tesir diyagramlarını çiziniz. Tekil yükler $P=20\,\text{kN}$, $Q=16\,\text{kN}$, $q=12\,\text{kN/m}$ ve boyutlar $a=2\,\text{m}$, $b=4\,\text{m}$, $c=3\,\text{m}$ dir. B noktası sabit mafsal, A noktası kayıcı mafsaldır.



Şekil (2-P24)

ÇÖZÜM: Çerçevede denge denklemlerini yazarak mesnet tepkileri hesaplanırsa:

$$A_y = 24.5\,\text{kN}\uparrow,\quad B_y = 79.5\,\text{kN}\uparrow,\quad B_x = 16\,\text{kN}\leftarrow$$

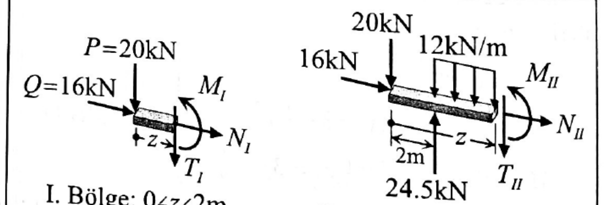
elde edilir. Kesit tesirlerini bulmak için çubuk dört bölgede ele alınacak.

I. Bölge: Şekil (P24.a) dan,

$$\left.\begin{aligned} N_I &= -16\,\text{kN} \\ T_I &= -20\,\text{kN} \\ M_I &= -20z \end{aligned}\right\},\quad (0 \le z \le 2\,\text{m})$$

II. Bölge: Şekil (P24.b) den,

$$\left.\begin{aligned} N_{II} &= -16\,\text{kN} \\ T_{II} &= -28.5-12z \\ M_{II} &= -73+28.5z-6z^2 \end{aligned}\right\},\ (2\,\text{m} \le z \le 6\,\text{m})$$



I. Bölge: $0 \le z \le 2$m
Şekil (P24.a)

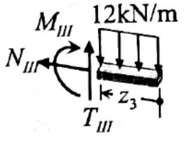
II. Bölge: $2\text{m} \le z \le 6$m
Şekil (P24.b)

olur. Kesme kuvvetinin sıfır olduğu noktanın koordinatı ile bu noktada durağanlaşan moment değeri,

$$28.5-12z=0 \;\Rightarrow\; z=2.375\,\text{m} \;\Rightarrow\; M_{max} = M_2\big|_{z=2.375} \cong -39.2\,\text{kNm}$$

III. Bölge: Şekil (P24.c) de görüldüğü gibi $0 \le z_3 \le 3\,\text{m}$ aralığında,

$$N_{III}=0\ ,\quad T_{III}=12z_3\ ,\quad M_{III}=-6z_3^2$$

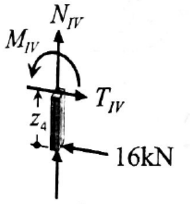


III. Bölge: $0 \le z_3 \le 3$m
Şekil (P24.c)

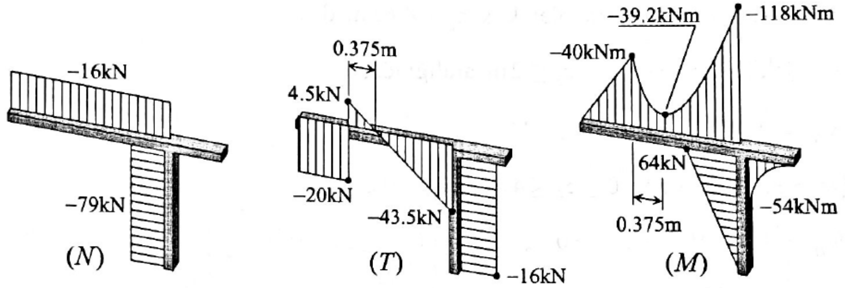
IV. Bölge: Şekil (P24.d) de görüldüğü gibi $0 \le z_4 \le 3\,\text{m}$ aralığında,

$$N_{IV}=-79.5\,\text{kN}\ ,\quad T_{IV}=-16\,\text{kN}\ ,\quad M_{IV}=16z_4$$

olur. Kesit tesir diyagramları Şekil (P24.e) de görüldüğü gibi çizilir.

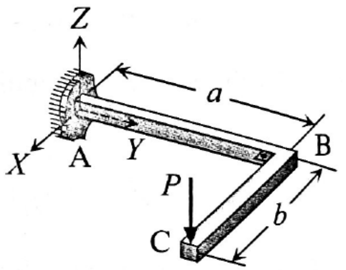


IV. Bölge: $0 \le z_4 \le 4$m
Şekil (P24.d)



Şekil (P24.e)

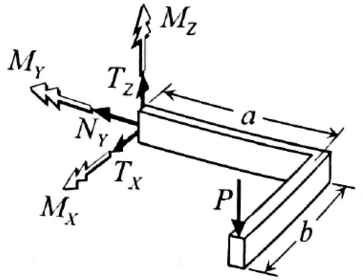
PROBLEM 2-33 Şekil (2-P33) de iki tane doğru eksenli çubuğun oluşturduğu ∟ biçımli çubuk A ucundan ankastre mesnetli olup, serbest ucundan düzlemine dik doğrultuda etki eden düşey $\mathbf{P}=-P\mathbf{K}$ kuvvetinin etkisindedir. Burada $\mathbf{K}$, pozitif Z ekseni yönünde birim vektördür. AB kolunun boyu a, BC kolunun boyu b olup $AB \perp BC$ dir. Çubukta kesit tesir diyagramlarını çiziniz.



Şekil (2-P33)

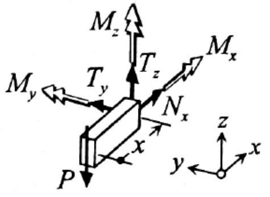
ÇÖZÜM: Çubuğu AB ve BC diye iki parçaya ayıralım ve sonra mesnet tepkilerini hesaplayalım. Bunun için Şekil (P33.a) daki SCD da global (X,Y,Z) takımında denge denklemleri yazılırsa,

$$
\begin{array}{llll}
\Sigma F_X = 0; \Rightarrow T_X = 0 & , & \Sigma M_X = 0; \Rightarrow M_X = Pa \\
\Sigma F_Y = 0; \Rightarrow N_Y = 0 & , & \Sigma M_Y = 0; \Rightarrow M_Y = Pb \\
\Sigma F_Z = 0; \Rightarrow T_Z = P\uparrow & , & \Sigma M_Z = 0; \Rightarrow M_Z = 0
\end{array}
$$



olur. BC parçası üstünde bir kesim yapılırsa, Şekil (P33.b) deki SCD elde edilir. Burada eleman üstüne yerleştirilecek yerel takım (x,y,z) üstünde denge denklemleri yazılırsa, kesit tesirleri,

$$
\begin{array}{llll}
\Sigma F_x = 0; \Rightarrow N_x = 0 & , & \Sigma M_x = 0; \Rightarrow M_x = 0 & \\
\Sigma F_y = 0; \Rightarrow T_y = 0 & , & \Sigma M_y = 0; \Rightarrow M_y = Px & , \quad (0 \le x \le b) \\
\Sigma F_z = 0; \Rightarrow T_z = P & , & \Sigma M_z = 0; \Rightarrow M_z = 0 &
\end{array}
$$

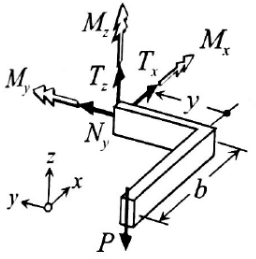


Şekil (P33.b)

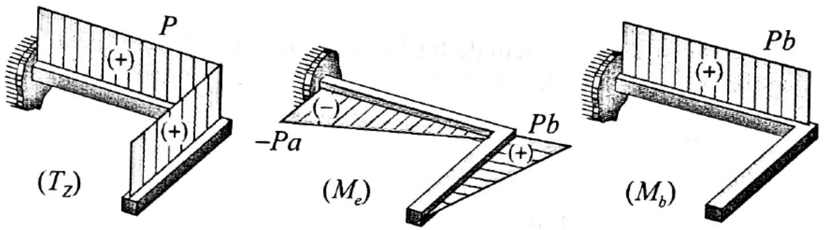
bulunur. AB parçası üstünde bir kesim yapılırsa Şekil (P33.c) deki SCD elde edilir. Burada eleman üstüne yerleştirilecek yerel takım (x,y,z) kullanılarak, denge denklemleri yazılırsa, kesit tesirleri,

$$
\begin{array}{llll}
\Sigma F_x = 0; \Rightarrow T_x = 0 & , & \Sigma M_x = 0; \Rightarrow M_x = -Py & , \quad (0 \le y \le a) \\
\Sigma F_y = 0; \Rightarrow N_y = 0 & , & \Sigma M_y = 0; \Rightarrow M_y = Pb & \\
\Sigma F_z = 0; \Rightarrow T_z = P & , & \Sigma M_z = 0; \Rightarrow M_z = 0 &
\end{array}
$$

olur ve kesit tesir diyagramları Şekil (P33.d) deki gibi çizilir.



Şekil (P33.c)



Şekil (P33.d)