



MÜHENDİSLİK SİSTEMLERİNİN OPTİMİZASYONU

Dr. Müh. Mustafa Kemal SEVİNDİR

Yıldız Teknik Üniversitesi Mak. Müh. Böl.

Web: www.yildiz.edu.tr e-mail: sevindir@yildiz.edu.tr



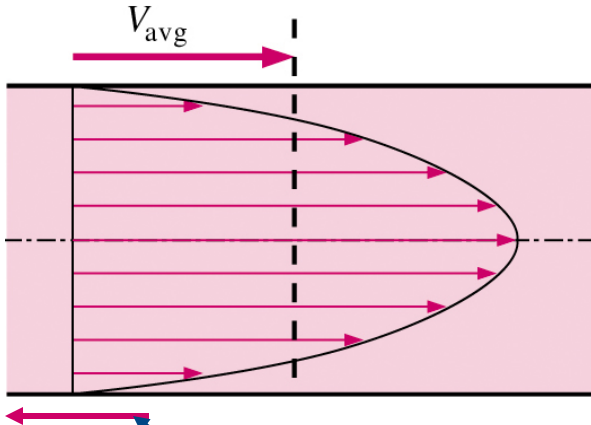
Borularda Akış

Amaçlar

1. Borulardaki laminar ve türbülanslı akış ile tam gelişmiş akış analizini daha iyi anlayabilmek.
2. Boru şebekelerindeki akışla ilgili sürekli ve yerel kayıpları hesaplayabilmeli ve pompalama gücü gereksinimlerini belirlemek.
3. Değişik hız ve debi ölçüm tekniklerini anlayabilmeli, avantaj ve dezavantajlarını öğrenebilmelisiniz.

Borulardaki ortalama hız

- Hatırlatma - kaymama şartı, 'dan dolayı bir boru çeperinde veya kanal akışında hız sıfırdır
- Biz genelde bir en-kesitteki ortalama hız olarak tanımlanan V_{ort} ile işlemlerimizi yaparız.
- Hatırlanacağı gibi kaymama şartı boru çeperleri boyunca kayma gerilmesine ve sürtünmeye sebep olur.



Akıştaki çeperin sürtünme gücü



Sıkıştırılamaz akış ve sabit çaplı borular için

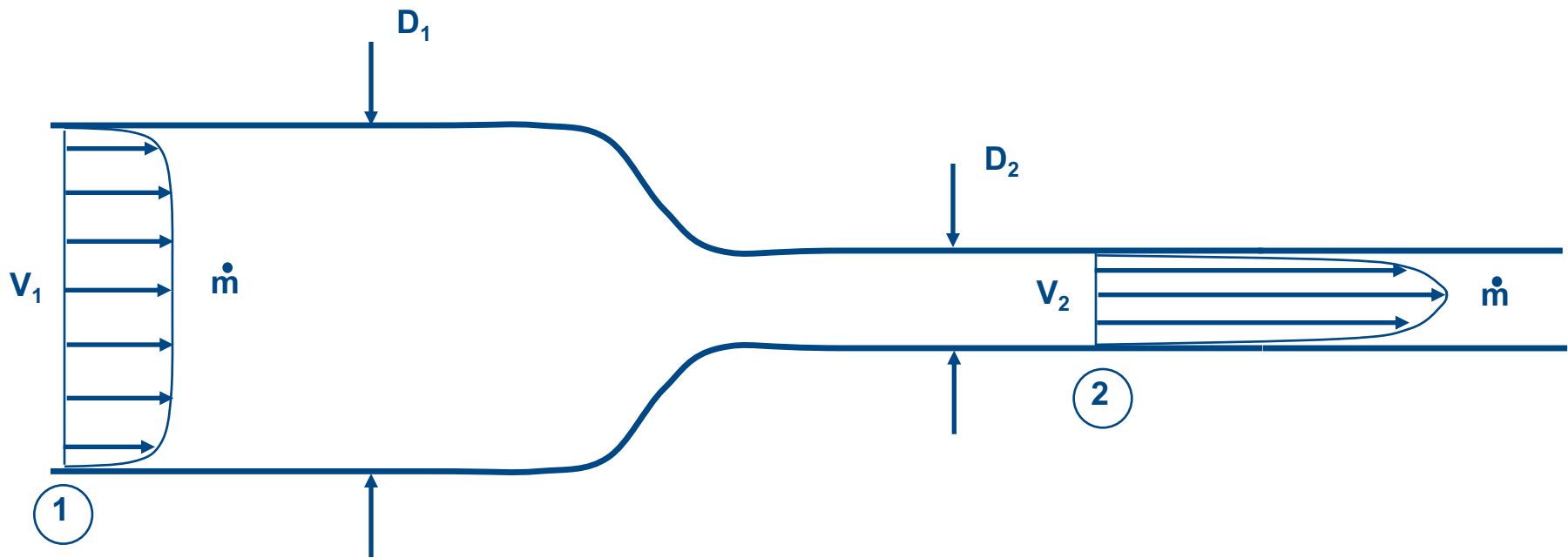
- Hız profili değişse bile, boruda V_{ort} aynı kalır.
 - Neden kütle korunur?

$$\dot{m} = \rho V_{avg} A = \text{constant}$$

aynı aynı aynı



Değişken boyutlu borular için, kütlenin korunumundan dolayı *m aynı kalır* fakat $V_1 \neq V_2$ 'dir.





Laminer

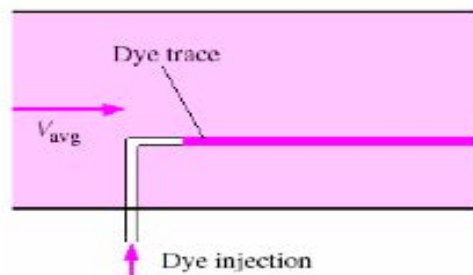
Laminar Flow

Can be steady or unsteady.

(Steady means that the flow field at any instant in time is the same as at any other instant in time.)

Can be one-, two-, or three-dimensional.

Has regular, *predictable* behavior



Analytical solutions are possible (see Chapter 9).

Occurs at *low* Reynolds numbers.

Turbulent Flow

Is always *unsteady*.

Why? There are always random, swirling motions (vortices or eddies) in a turbulent flow.

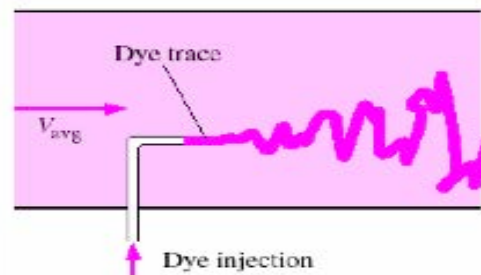
Note: However, a turbulent flow can be steady *in the mean*. We call this a *stationary turbulent flow*.

Is always *three-dimensional*.

Why? Again because of the random swirling eddies, which are in all directions.

Note: However, a turbulent flow can be 1-D or 2-D *in the mean*.

Has irregular or *chaotic* behavior (cannot predict exactly – there is some randomness associated with any turbulent flow).

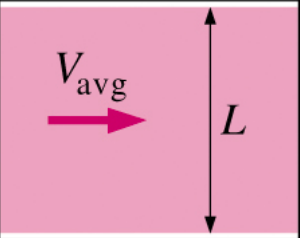


No analytical solutions exist! (It is too complicated, again because of the 3-D, unsteady, chaotic swirling eddies.)

Occurs at *high* Reynolds numbers.

Laminer ve Türbülanslı Akışlar

Reynold sayısının tanımlaması


$$\begin{aligned} Re &= \frac{\text{Inertial forces}}{\text{Viscous forces}} \\ &= \frac{\rho V_{\text{avg}}^2 L^2}{\mu V_{\text{avg}} L} \\ &= \frac{\rho V_{\text{avg}} L}{\mu} \\ &= \frac{V_{\text{avg}} L}{\nu} \end{aligned}$$

Bir boru çevresindeki akış için kritik Reynolds sayısı (Re_{kr})

$Re < 2300 \Rightarrow$ laminer akış

$2300 \leq Re \leq 4000 \Rightarrow$ geçiş akışı

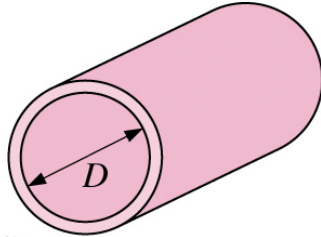
$Re > 4000 \Rightarrow$ türbülanslı akış

Not: Bu değerler yaklaşıktır.

Verilen bir uygulama için, Re_{kr} şunlara bağlıdır

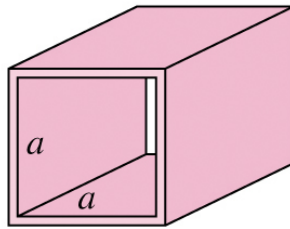
- Boru pürüzlülüğü
- Titreşimler
- Akıştaki çalkantılar ile tanımlanan akıştaki düzensizlik derecesine bağlıdır.

Circular tube:



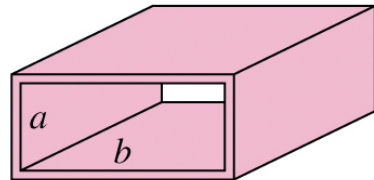
$$D_h = \frac{4(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$$

Square duct:



$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$

Rectangular duct:



$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

Dairesel olmayan borular için, hidrolik çap tanımlanır.

$$D_h = 4A_c/P$$

A_c = borunun en-kesit alanı

P = ıslak çevre

Örnek: açık kanal

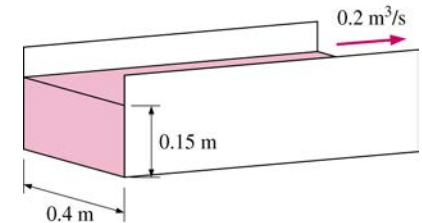
$$A_c = 0.15 * 0.4 = 0.06\text{m}^2$$

$$P = 0.15 + 0.15 + 0.5 = 0.8\text{m}$$

Boru çeperi boyunca sürtünmeye katkısı olmadığı için, serbest yüzey hesaplanmaz !

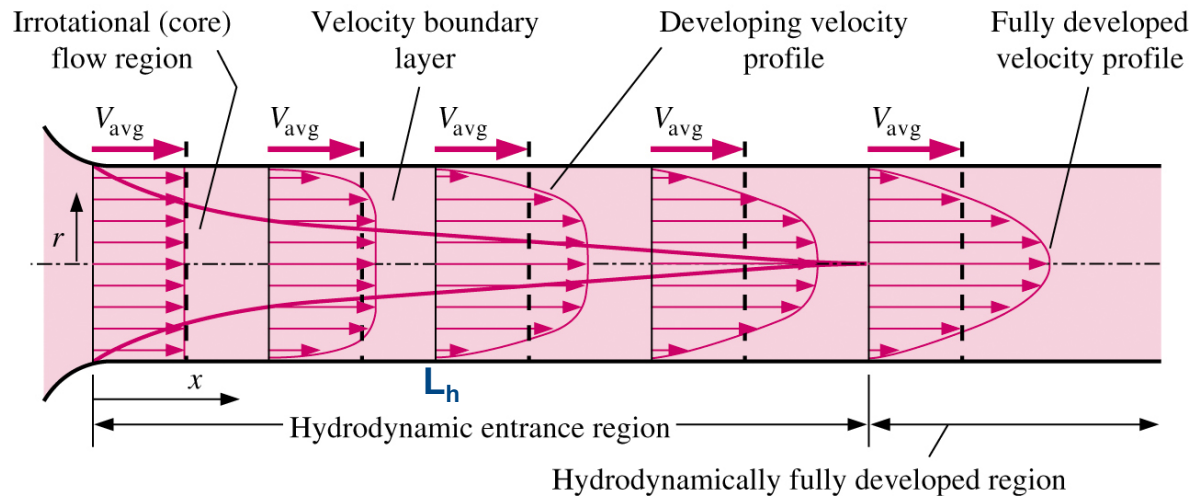
$$D_h = 4A_c/P = 4*0,06/0,8 = 0,3 \text{ m}$$

Bu ne anlama geliyor? Bu kanal akışı bir boru etrafındaki çapa eşittir, 0,3m (yaklaşık olarak).



Giriş Bölgesi

Boru etrafındaki çapın D olduğu düşünülündüğünde, akış laminar veya türbülanslı olabilir. Her iki durumda, akıntı yönündeki profil gelişimleri birkaç çap için *giriş uzunluğu* L_h olarak adlandırılır. L_h/D , Re 'ın bir fonksiyonudur.



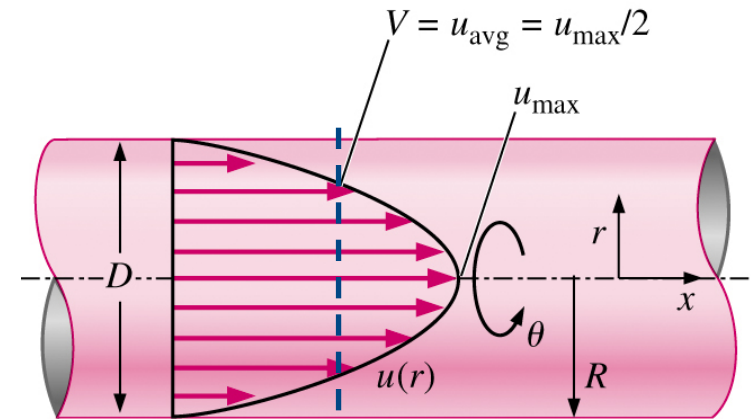
Tam Gelişmiş Boru Akışı

Laminer ve Türbülanslı akışın karşılaştırılması

Laminer ve türbülanslı tam gelişmiş boru akışlarında bazı önemli farklılıklar vardır

Laminer

- Tam olarak çözülebilir
- Sürekli akış
- Hız profili paraboliktir
- Boru yüzey pürüzlülüğü önemsizdir

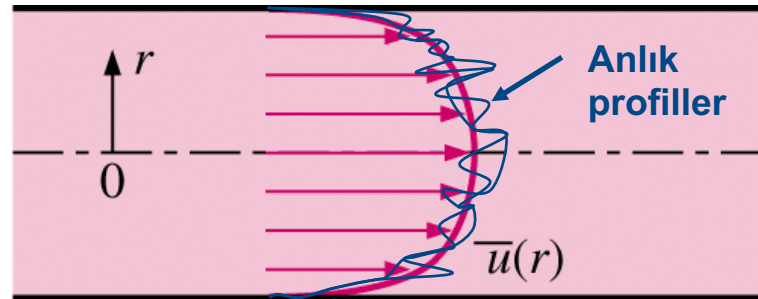


Şöyle sonuçlanır $V_{ort} = 1/2U_{max}$ ve $u(r) = 2V_{avg}(1 - r^2/R^2)$

Tam Gelişmiş Boru Akışı

Türbülans

- Tam olarak *çözülemez* (çok karışıktır)
- Daimi olmayan akıştır (3 boyutlu girdaplar), fakat anlamsal olarak daimidir
- Tam bir hız profili (şapkaya benzer bir profil, çeperlerde çok keskin eğimli)
- Boru pürüzlülüğü çok önemlidir



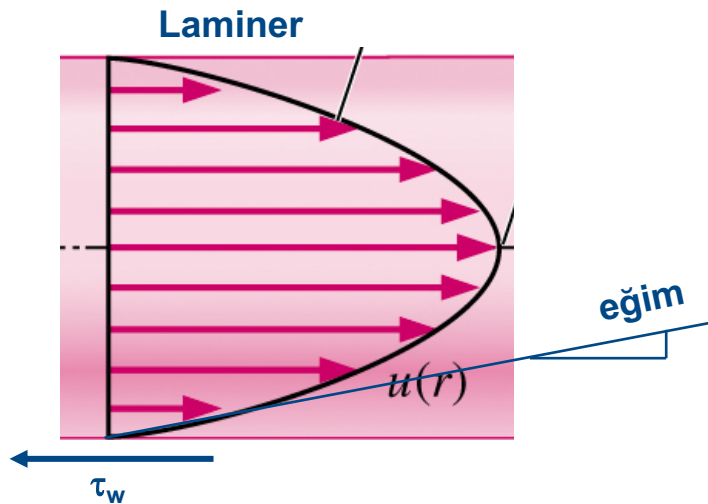
- V_{ort} U_{mak} 'ın %85'i (biraz Re 'a bağlıdır)
- Analitik sonuç yok, fakat yaklaşık hız profili şeklinde bazı yarı deneysel açıklamalar var.
 - Logaritmik yasa
 - Güç yasası

Tam Gelişmiş Boru Akışı / Çeper - kayma Gerilmesi

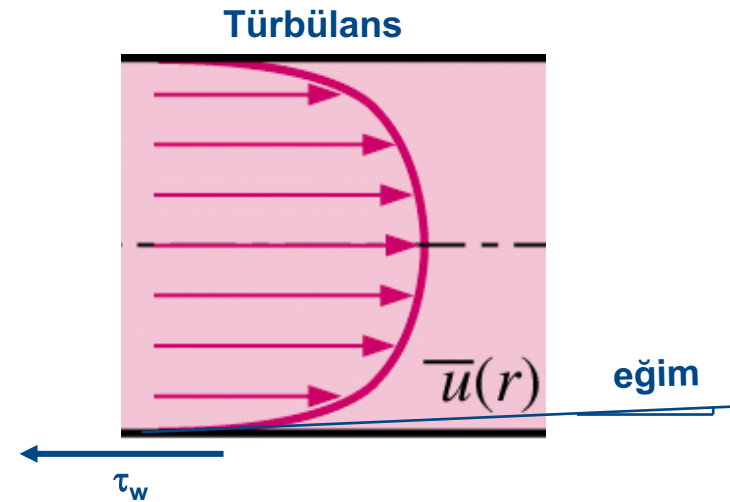
Hatırlayınız, basit kayma akışları için $u=u(y)$,
 $\tau = \mu du/dy$ olduğunu biliyoruz

Tam gelişmiş boru akışlarında,

$$\tau = \mu du/dr \text{ olur.}$$



τ_w = akışta meydana gelen
çeperdeki kayma gerilmesi

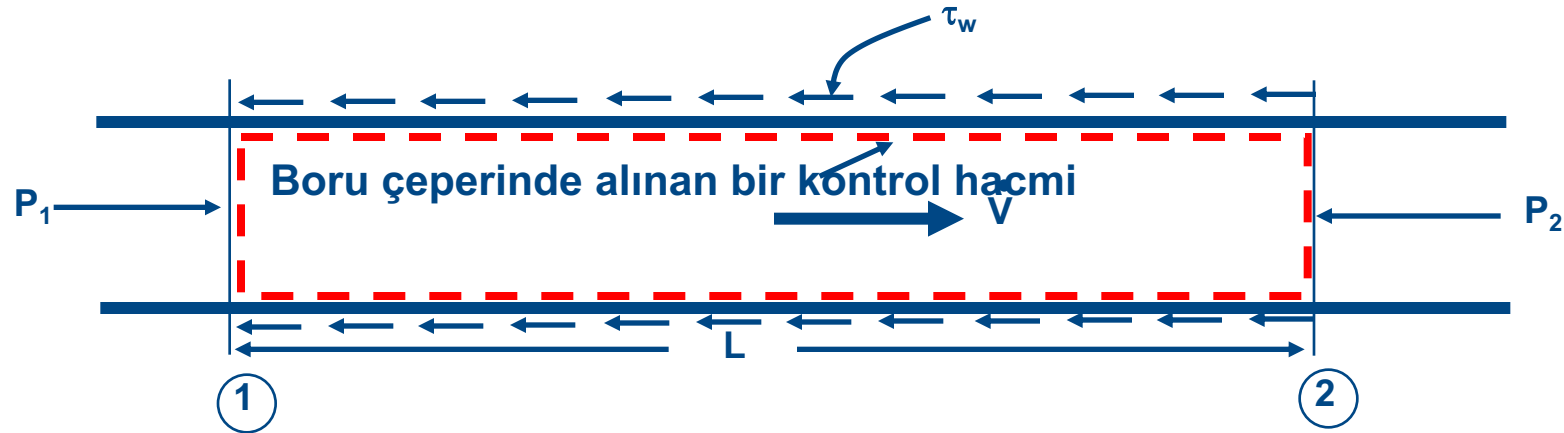


$$\tau_{w,turb} > \tau_{w,lam}$$

Tam Gelişmiş Boru Akışı / Basınç Düşüşü

Bir borudaki basınç düşüşü ve çeperdeki kayma gerilmesi arasında direk bağlantı vardır.

Yatay bir boru düşünün, tam gelişmiş ve sıkıştırılamaz bir akış var



Bu kontrol hacmine kütlenin, momentumun ve enerjinin korunumunu uygulayalım (harika bir problem!)



Kütlenin Korunumu

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

$$\rho \dot{V}_1 = \rho \dot{V}_2 \rightarrow \dot{V} = \text{const}$$

$$V_1 \frac{\pi D^2}{4} = V_2 \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow V_1 = V_2$$

$$\sum F_x = \cancel{\sum F_{x,grav}} + \sum F_{x,press} + \sum F_{x,visc} + \cancel{\sum F_{x,other}} = \sum_{out} \beta \dot{m} V - \sum_{in} \beta \dot{m} V$$

X-momentumun Korunumu

$$P_1 \frac{\pi D^2}{4} - P_2 \frac{\pi D^2}{4} - \tau_w \pi D L = \underbrace{\cancel{\beta_2 \dot{m} V_2} - \cancel{\beta_1 \dot{m} V_1}}_{\beta_1 = \beta_2 \text{ ve } V_1 = V_2 \text{ old. terimler silinir}}$$



Bu nedenle, x-momentumu indirgenir

$$(P_1 - P_2) \frac{\pi D^2}{4} = \tau_w \pi D L \quad \text{veya} \quad P_1 - P_2 = 4\tau_w \frac{L}{D}$$

Enerji denklemi (genel biçimi)

$$\frac{P_1}{\rho g} + \cancel{\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g}} + \cancel{z_1} + \cancel{h_{pump,u}} = \frac{P_2}{\rho g} + \cancel{\alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}} + \cancel{z_2} + \cancel{h_{turbine,e}} + h_L$$

iptal (yatay boru)

$V_1 = V_2$, ve $\alpha_1 = \alpha_2$ old. hız terimleri iptal (şekil değişimi yok)

$$P_1 - P_2 = \rho g h_L$$

h_L = tersinmezlik kaybı & borudaki basınç düşüşü olarak hissedilir



Tam Gelişmiş Boru Akışı / Sürtünme Faktörü

Kontrol hacminin momentum
analizinden

$$P_1 - P_2 = 4\tau_w \frac{L}{D}$$

Kontrol hacminin enerji
analizinden

$$P_1 - P_2 = \rho g h_L$$

Bu iki denklemin eşitliğiyle

$$4\tau_w \frac{L}{D} = \rho g h_L$$

$$h_L = \frac{4\tau_w}{\rho g} \frac{L}{D}$$

Tahmin edilen baştaki kayıp için, τ_w 'yı hesaplayabilmeliyiz. Nasıl?

- Laminar akış: tam çözüm
- Türbülanslı akış: deneysel veriye bağlı (deneyler)
- Her iki durumda da, boyut analizlerinden yararlanabiliriz!



$\tau_w = \text{fonks.}(\rho, V, \mu, D, \varepsilon)$

$\varepsilon = \text{boru pürüzlülüğü}$

Π -analizleri verir

$$\Pi_1 = f$$

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2}$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$\Pi_2 = Re$$

$$\Pi_3 = \frac{\epsilon}{D}$$

$$\epsilon/D = \text{roughness factor}$$

$$\Pi_1 = \text{func}(\Pi_2, \Pi_3)$$

$$f = \text{func}(Re, \epsilon/D)$$



Şimdi h_L denklemine geri dönelim ve τ_w 'da f 'i yerine koyalım.

$$h_L = \frac{4\tau_w}{\rho g} \frac{L}{D} \quad f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2} \rightarrow \tau_w = f \rho V^2 / 8$$

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$f = \text{func}(Re, \epsilon/D)$$

Fakat laminar akış için, büyük olmadıkça pürüzlülük akışı etkilemez.

Şimdi bizim problemimiz Darcy sürtünme faktörünü f 'i *çözebilmek için indirgeme yapmaktır.*

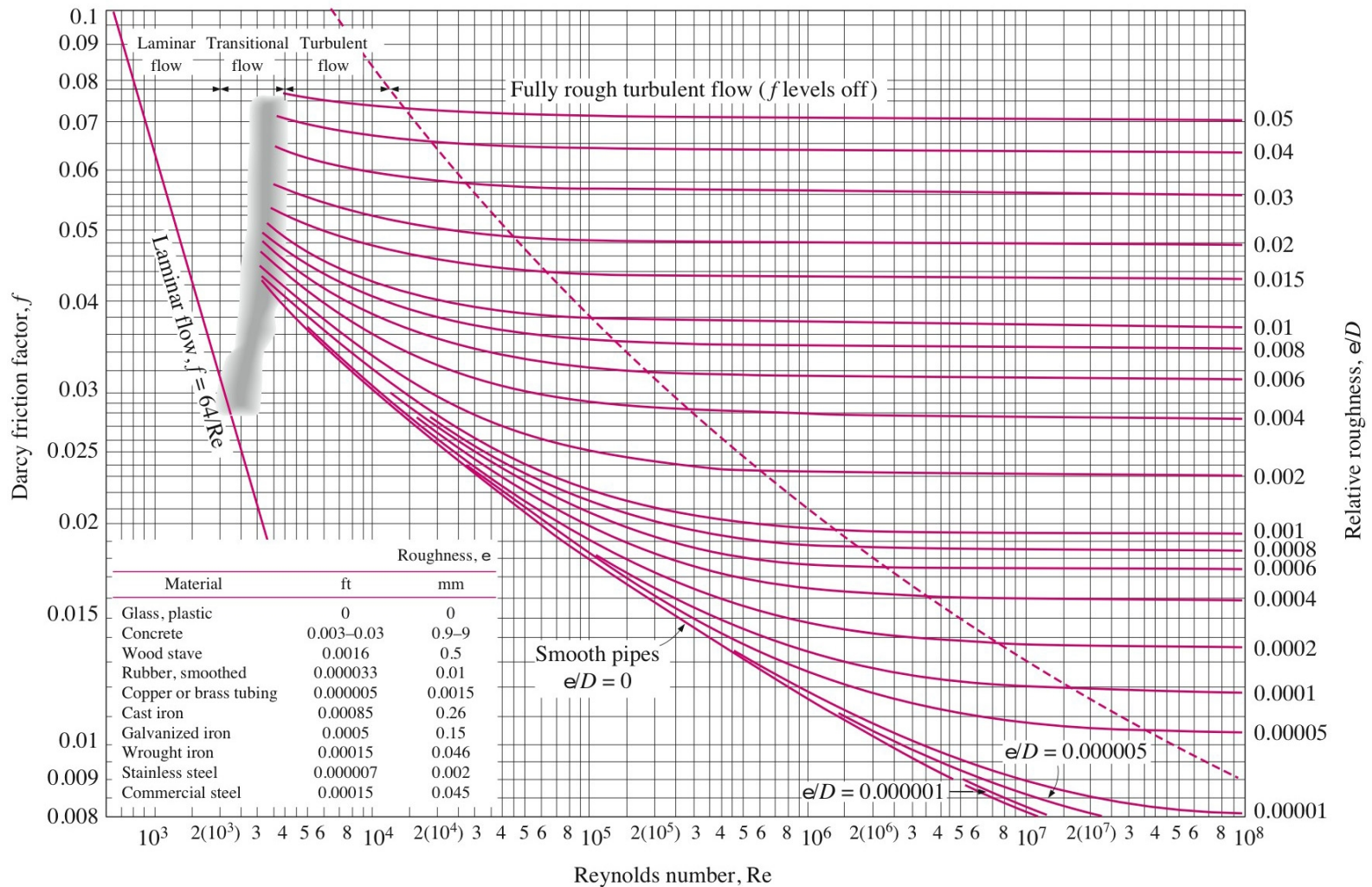
■ Hatırlatma

■ Bundan dolayı

- Laminar akış: $f = 64/Re$ (tam)
- Turbülanslı akış: Diyagramı veya deneysel denklemleri kullanabilirsin (Moody diyagramı, f 'in çizimi vs. Re ve ϵ/D)



The Moody Chart





Moody diyagramı dairesel borular için geliştirilmiştir, fakat hidrolik çap olarak dairesel olmayan borular için de kullanılabilir.

Colebrook denklemi hesaplamalar için uygun olan bir veriyi sunar (ör., EES'yi kullanarak)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

EES'de temel olarak bulunan algoritmayı çözerek f için bulunan kesin denklem

Hem Moody diyagramı hem de Colebrook denklemi $\pm 15\%$ 'e kadar doğrudur; pürüzlülüğünden, deneysel hatadan v.s.'den dolayı.



Akış Tipleri Problemleri

Boru tiplerinin analiz ve dizaynında , 3 tip problem tipine rastlanır.

1. Verilen L , D , V (veya akış oranı) için Δp (veya h_L) hesaplanması
Moody diyagramı ve Colebrook denklemi kullanılarak doğrudan çözülebilir
2. Verilen L , D , Δp için V 'nin hesaplanması
3. Verilen L , Δp , V (or flow rate) için D 'nin hesaplanması

- 2 ve 3. problemler yaygın mühendislik dizaynı problemleridir, ör., pompalama maliyetleri ve yapımını minimize etmek için boru çapı seçimi
- Bununla birlikte, Reynolds sayısında hem V hem de D için iterative yaklaşım.



Akış Tipleri Problemleri

İterasyonu sınırlamak için açık bağıntılar geliştirildi. Çabukluk için, doğrudan hesaplama için kullanışlılar fakat ek 2% hatası vardır.

$$h_L = 1.07 \frac{\dot{V}^2 L}{g D^5} \left\{ \ln \left[\frac{\epsilon}{3.7 D} + 4.62 \left(\frac{\nu D}{\dot{V}} \right)^{0.9} \right] \right\}^{-2} \quad \begin{array}{l} 10^{-6} < \epsilon/D < 10^{-2} \\ 3000 < Re < 3 \times 10^8 \end{array}$$

$$\dot{V} = -0.965 \left(\frac{g D^5 h_L}{L} \right)^{0.5} \ln \left[\frac{\epsilon}{3.7 D} + \left(\frac{3.17 \nu^2 L}{g D^3 h_L} \right)^{0.5} \right] \quad Re > 2000$$

$$D = 0.66 \left[\epsilon^{1.25} \left(\frac{L \dot{V}^2}{g h_L} \right)^{4.75} + \nu \dot{V}^{9.4} \left(\frac{L}{g h_L} \right)^{5.2} \right]^{0.04} \quad \begin{array}{l} 10^{-6} < \epsilon/D < 10^{-2} \\ 5000 < Re < 3 \times 10^8 \end{array}$$



Yerel Kayıplar

Borulama sistemleri fittingleri, valfleri, vanaları, dönüşleri, dirsekleri, girişleri, çıkışları, genişlemeleri ve daralmaları içerir.

Bu elemanlar akışkanın düzgün akışını kesintiye uğratır ve akışı ayırdıkları ve akışın karışmasına sebep oldukları için ilave kayıplara neden olurlar.

Bu elemanlarla ilgili yerel kayıplar için bir bağıntı geliştirdik.

$$h_L = K_L \frac{V^2}{2g}$$

- K_L kayıp katsayısıdır.
- Her bir eleman için farklıdır.
- Re 'ın bağımsız olduğu varsayılır.
- Üreticiler veya genelleştirilmiş tablolardan sağlanır.



Yerel Kayıplar

Sistemdeki toplam kayıplar, sürekli kayıplardan (boru bölümlerinde) ve yerel kayıplardan (elemanlarda) oluşur.

$$h_L = h_{L,major} + h_{L,minor}$$
$$h_L = \underbrace{\sum_i f_i \frac{L_i}{D_i} \frac{V_i^2}{2g}}_{\substack{\text{i boru} \\ \text{bölümlerinde}}} + \underbrace{\sum_j K_{L,j} \frac{V_j^2}{2g}}_{\substack{\text{J} \\ \text{elemanlarda}}}$$

Eğer borulama sistemi sabit çaplı ise,

$$h_L = \left(f \frac{L}{D} + \sum K_L \right) \frac{V^2}{2g}$$

Minor Losses

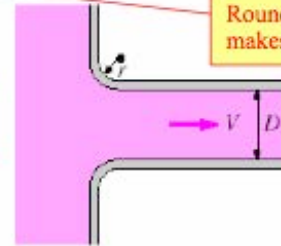
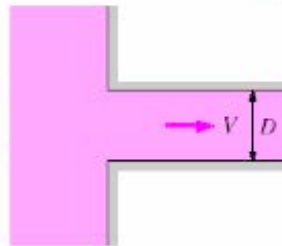
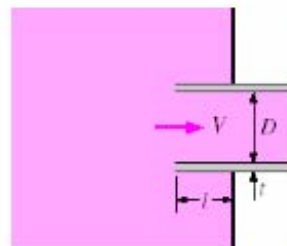
Here are some sample loss coefficients for various minor loss components. More values are listed in Table 8-4, page 350 of the Çengel-Cimbala textbook:

Pipe Inlet

Reentrant: $K_L = 0.80$
($t \ll D$ and $l \approx 0.1D$)

Sharp-edged: $K_L = 0.50$

Well-rounded ($r/D > 0.2$): $K_L = 0.03$
Slightly rounded ($r/D = 0.1$): $K_L = 0.12$
(see Fig. 8-36)



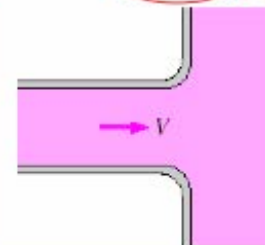
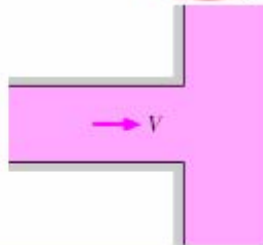
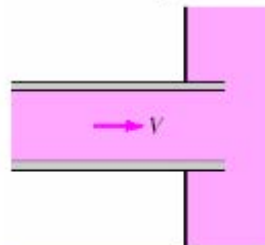
Rounding of an inlet makes a big difference.

Pipe Exit

Reentrant: $K_L = \alpha$

Sharp-edged: $K_L = \alpha$

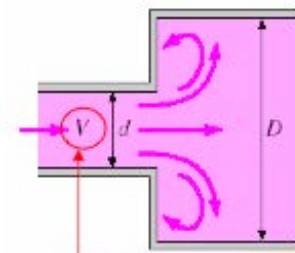
Rounded: $K_L = \alpha$



Rounding of an outlet makes no difference.

Sudden Expansion and Contraction (based on the velocity in the smaller diameter pipe)

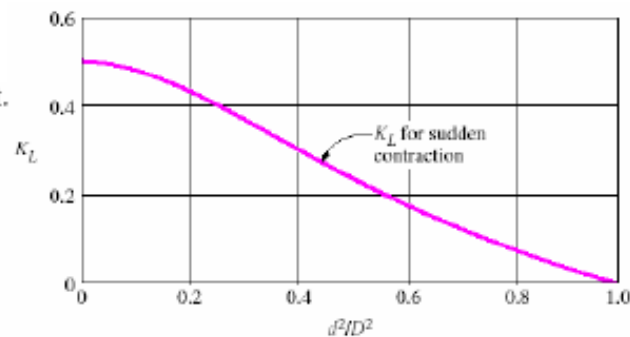
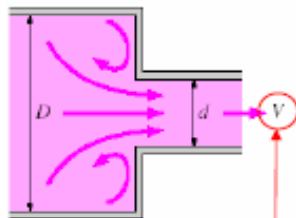
Sudden expansion: $K_L = \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2$



Note that the *larger velocity* (the velocity associated with the *smaller pipe section*) is used by convention in the equation for minor head loss, i.e.,

$$h_{L, \text{minor}} = K_L \frac{V^2}{2g}$$

Sudden contraction: See chart.



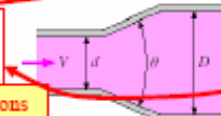
Note: These are backwards. The K_L values listed for Expansion should be those for Contraction, and vice-versa.

Note again that the *larger velocity* (the velocity associated with the *smaller pipe section*) is used by convention in the equation for minor head loss, i.e., $h_{L, \text{minor}} = K_L \frac{V^2}{2g}$.

Gradual Expansion and Contraction (based on the velocity in the smaller-diameter pipe)

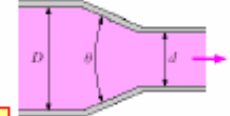
Expansion:

$K_L = 0.02$ for $\theta = 20^\circ$
 $K_L = 0.04$ for $\theta = 45^\circ$
 $K_L = 0.07$ for $\theta = 60^\circ$



These are for contractions

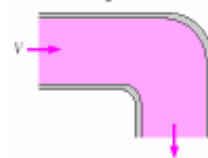
Contraction (for $\theta = 20^\circ$):
 $K_L = 0.30$ for $d/D = 0.2$
 $K_L = 0.25$ for $d/D = 0.4$
 $K_L = 0.15$ for $d/D = 0.6$
 $K_L = 0.10$ for $d/D = 0.8$



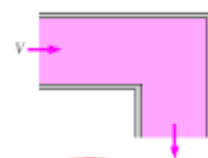
These are for expansions

Bends and Branches

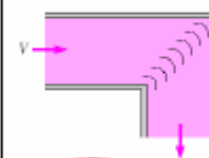
90° smooth bend:
 Flanged: $K_L = 0.3$
 Threaded: $K_L = 0.9$



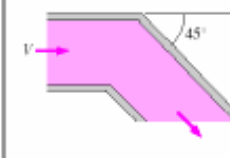
90° miter bend (without vanes): $K_L = 1.1$



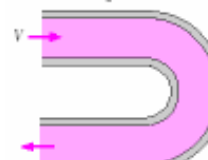
90° miter bend (with vanes): $K_L = 0.2$



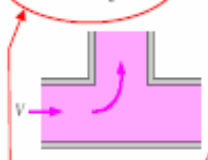
45° threaded elbow:
 $K_L = 0.4$



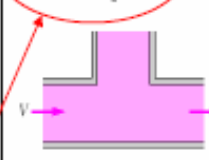
180° return bend:
 Flanged: $K_L = 0.2$
 Threaded: $K_L = 1.5$



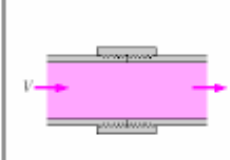
Tee (branch flow):
 Flanged: $K_L = 1.0$
 Threaded: $K_L = 2.0$



Tee (line flow):
 Flanged: $K_L = 0.2$
 Threaded: $K_L = 0.9$



Threaded union:
 $K_L = 0.08$



For tees, there are two values of K_L , one for *branch flow* and one for *line flow*.

Boru Şebekeleri ve Pompa Seçimi

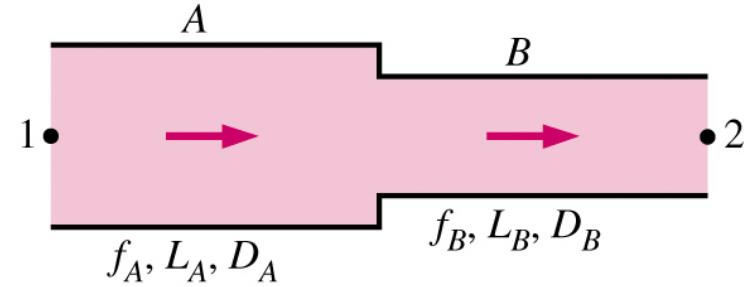
2 tane genel tip bağlantı vardır

■ Seri Bağlama

- Hacimsel akış oranı sabittir
- Toplam kayıp tüm bölümlerin toplamıdır

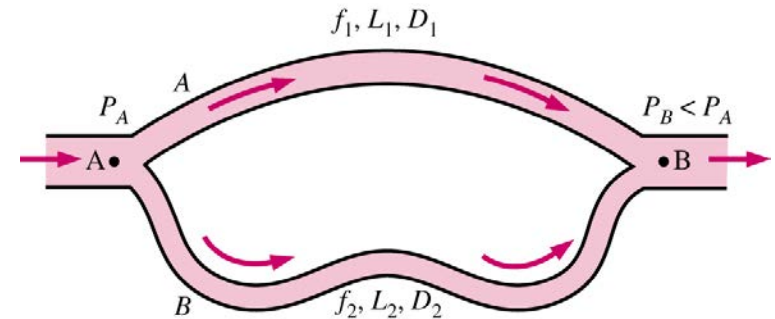
■ Paralel Bağlama

- Hacimsel akış oranı elemanların toplamıdır
- Basınç kayıpları her yerde aynıdır.



$$\dot{V}_A = \dot{V}_B$$

$$h_{L, 1-2} = h_{L, A} + h_{L, B}$$



$$h_{L, 1} = h_{L, 2}$$

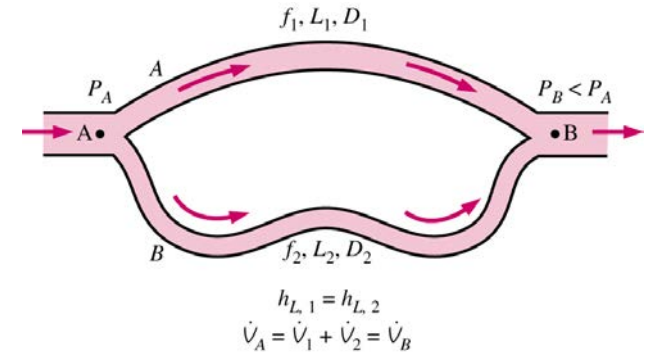
$$\dot{V}_A = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \dot{V}_B$$

Paralel borular için, A ve B noktası arasındaki KH performansları analizleri

$$V_A = V_B$$

$$\frac{P_A}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_B^2}{2g} + z_B + h_L$$

$$h_L = \frac{\Delta P}{\rho g}$$



Bütün bölümler için Δp aynı olduğundan, sürekli kayıplar aynıdır

$$h_{L,1} = h_{L,2} \longrightarrow f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g}$$



Birbirine paralel iki borudaki ortalama hız ve debi oranları ise,

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{f_2}{f_1} \frac{L_2}{L_1} \frac{D_1}{D_2} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2} \left(\frac{f_2}{f_1} \frac{L_2}{L_1} \frac{D_1}{D_2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Gerçek boru sistemleri doğrusal olmayan denklemlerle çözülür. EES ile çözmek çok kolaydır!

Not: elektriksel devreli benzerlik açıktır

- Akış oranı (VA) : akım (I)
- Basınç değişimi (Δp) : elektriksel potansiyel (V)
- Sürekli kayıp (h_L): direnç (R), bununla beraber h_L doğrusal değil



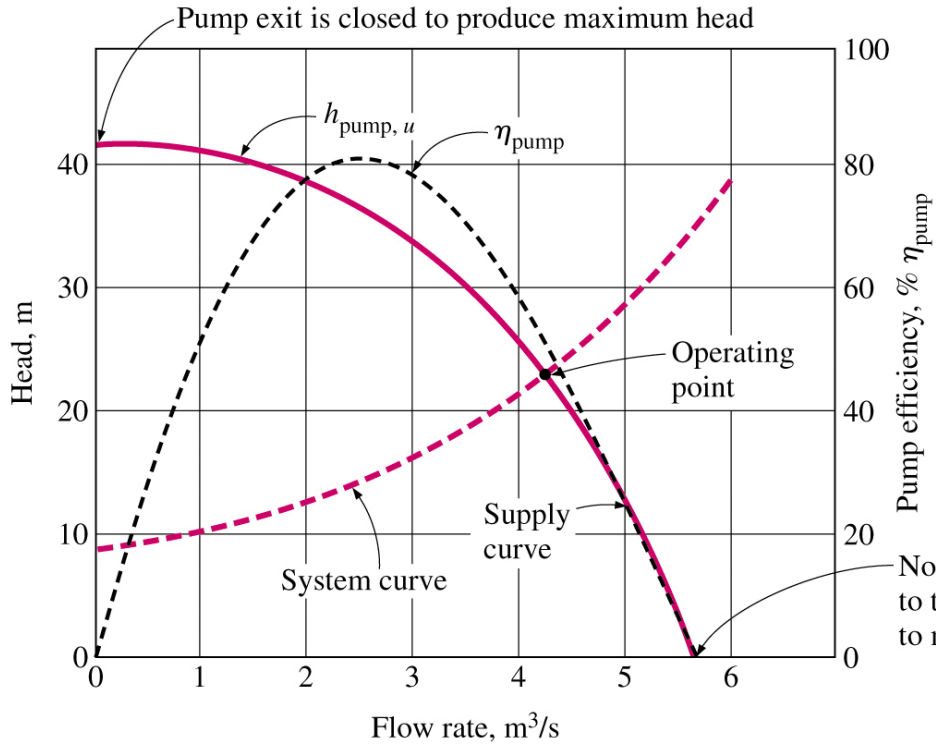
Bir borulama sistemi pompa ve/veya türbin içerdiği zaman, enerji denkleminde pompa ve türbin olmalı.

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \boxed{h_{pump,u}} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \boxed{h_{turbine,e}} + h_L$$

Pompanın kullanılışı ($h_{pump,u}$) veya çıkarılışı türbinle ($h_{turbine,e}$), hacimsel akış oranlarının fonksiyonlarıdır, sabit değildir.

Dengeli bir sistemin işletildiği yerde pompadaki kayıplar baştaki kayıba eşittir.

Pompa Eğrileri



$h_{\text{pump},u}$ için eğri: üretici tarafından deneysel olarak belirlenir. EES kullanıldığında, $h_{\text{pump},u}$ için fonksiyonel bağıntıları belirlemek kolaydır.

Sistemin eğrisi akışkanlar mekaniği dersinin denklemlerinin analiziyle belirlenir.

İşletme noktası sistem eğrisi ile karakteristik eğrinin kesişme noktasıdır.

Eğer mak. verim işletme noktasından çoksa, pompa uygulaması yanlıştır.