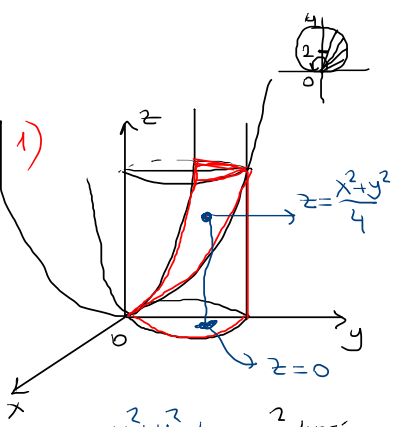




|                                                                                 |                                                                                     |      |            |   |                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------|------------|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | Yıldız Teknik Üniversitesi FEF Matematik Bölümü<br>MAT1072 Matematik 2 Final Sınavı |      |            | A | YÖK'ün 2547 sayılı Kanunu Öğrenci Disiplin Yönetmeliği'nin 9. Maddesi olan "Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek" fiilini işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar. |
|                                                                                 |                                                                                     |      |            |   |                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                                 | İsim-Soyisim                                                                        |      | Grup No    |   |                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                                 | Öğrenci No                                                                          |      | Sınav Yeri |   |                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                                 | Bölüm                                                                               |      | İmza       |   |                                                                                                                                                                                                                 |
| Tarih                                                                           | 06.06.2022                                                                          | Süre | 110 dk     |   |                                                                                                                                                                                                                 |

1)  $x^2 + y^2 = 4y$  silindiri,  $4z = x^2 + y^2$  paraboloidi ve  $z = 0$  düzlemi arasında kalan cismin hacmini veren iki katlı kutupsal integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int_0^\pi \int_0^{4\sin\theta} \frac{r^3}{4} dr d\theta$  B)  $\int_0^\pi \int_0^{4\sin\theta} r^3 dr d\theta$  C)  $\int_0^\pi \int_0^{4\cos\theta} \frac{r^2}{4} dr d\theta$  D)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\sin\theta} \frac{r^2}{4} dr d\theta$  E)  $\int_0^\pi \int_0^4 \frac{r^3}{4} dr d\theta$

$$x^2 + y^2 = 4y \quad 4z = x^2 + y^2$$

$$x^2 + (y-2)^2 = 4$$

2) A(-1,2,1) ve B(2,3,-1) noktalarından geçen doğrunun  $x-3y-2z-3=0$  düzlemini kestiği nokta aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1,4,-7) B) (-11,-2,-4) C) (5,4,-3) D) (0,1,-3) E) (8,5,-5)

3)  $x = 4 - y^2$  ve  $x = y^2 - 4$  eğrileri ile sınırlı düzlem bölgesinin alanını veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int_{-2}^2 \int_{4-y^2}^{y^2-4} dx dy$  B)  $\int_{-2}^2 \int_{4-y^2}^{y^2-4} dy dx$  C)  $\int_{-2}^4 \int_{4-y^2}^{y^2-4} dy dx$  D)  $\int_{-2}^2 \int_{y^2-4}^{4-y^2} dy dx$  E)  $\int_{-2}^2 \int_{y^2-4}^{4-y^2} dx dy$

$$A = \iint_D dA = \int_{-2}^2 \int_{y^2-4}^{4-y^2} dx dy$$

2)  $\vec{r} = \vec{r}_0 + t\vec{u}$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + t\vec{u}$$

$$x = x_0 + tu_1 = -1 + 3t$$

$$y = y_0 + tu_2 = 2 + t$$

$$z = z_0 + tu_3 = 1 - 2t$$

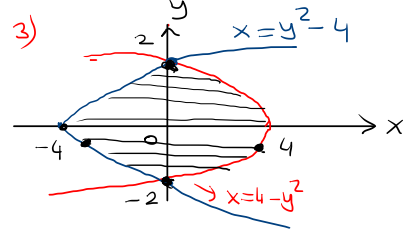
$$-1 + 3t - 3(2 + t) - 2(1 - 2t) - 3 = 0$$

$$3x - 3y + 4t - 12 = 0 \Rightarrow t = 3$$

$$x = -1 + 3t \Rightarrow x = 8$$

$$y = 2 + t \Rightarrow y = 5$$

$$z = 1 - 2t \Rightarrow z = -5$$



4)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n}}{3^{2n} (2n)!} = 1 - \frac{\pi^2}{3 \cdot 2!} + \frac{\pi^4}{3^3 \cdot 4!} - \dots$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

$\forall x \in \mathbb{R}$  için yakınsak old.

$$\cos \frac{\pi}{3} = 1 - \frac{\pi^2}{3 \cdot 2!} + \frac{\pi^4}{3^3 \cdot 4!} - \dots$$

$$= \frac{1}{2} //$$

4)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n}}{3^{2n} (2n)!} = ?$

- A) 0 B) 1 C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  E)  $\frac{1}{2}$

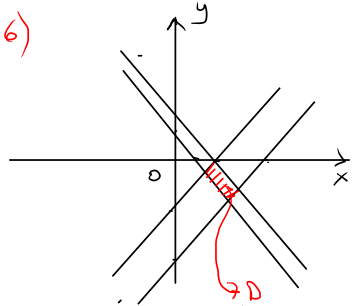
5)  $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sin(xy)$  fonksiyonunun  $(x,y) = (0,1)$  noktasındaki  $df$  toplam diferansiyelinin değerini  $dx = 0,3$ ,  $dy = 0,1$  için hesapladığımızda aşağıdaki sonuçlardan hangisine ulaşırız?

- A) 0,5 B) 0,4 C) 0,2 D) 0,1 E) 0,3

5)  $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy = \left[ \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y \cos(xy) \right] dx + \left[ \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + x \cos(xy) \right] dy$

$$df|_{(0,1)} = dx + dy$$

$$\left. \begin{matrix} dx = 0,3 \\ dy = 0,1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow df = 0,4$$



6) D bölgesi:  $x-y=2$ ,  $x-y=4$ ,  $x+y=1$  ve  $x+y=2$  doğruları ile sınırlı bölge olsun.  $\iint_D (x^2-y^2) dx dy$  integralinin sınırlarını  $u=x-y$ ,  $v=x+y$  değişken dönüşümlerini kullanarak yazdığımızda elde edeceğimiz integral aşağıdakilerden hangisidir?

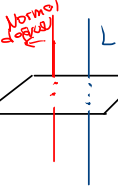
- A)  $\int_1^2 \int_2^4 \frac{uv}{2} du dv$  B)  $\int_2^4 \int_1^2 uv du dv$  C)  $\int_1^2 \int_2^4 uv du dv$  D)  $\int_2^4 \int_1^2 \frac{uv}{2} du dv$  E)  $\int_2^4 \int_1^2 u^2 v^2 du dv$

$$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) = u \cdot v$$

$$J = \frac{D(x,y)}{D(u,v)} = \frac{1}{\frac{D(u,v)}{D(x,y)}} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{1}{2}$$

7) Aşağıdakilerden hangisi  $x^2+2y^2+z^2=4$  yüzeyinin  $(1,1,1)$  noktasındaki normal doğrusuna paralel olan ve  $(1,2,3)$  noktasından geçen doğrunun bir parametrik denklemdir?

- A)  $x=2+t$   $y=2+2t$   $z=2+3t$  B)  $x=1+2t$   $y=2+2t$   $z=3+2t$  C)  $x=2+t$   $y=4+2t$   $z=2+3t$   
D)  $x=1+2t$   $y=2+4t$   $z=3+2t$  E)  $x=1+t$   $y=2+t$   $z=3+t$



$$\iint_D (x^2-y^2) dx dy = \iint_D \frac{u \cdot v}{2} du dv$$

$$= \int_1^2 \int_2^4 \frac{u \cdot v}{2} du dv$$

7)  $x^2+2y^2+z^2=4$

$$\nabla f; 2x\vec{i} + 4y\vec{j} + 2z\vec{k}$$

$$\nabla f(1,1,1) = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \rightarrow L' \text{ nin doğrultması olur.}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + t \nabla f(1,1,1)$$

$$x = 1 + 2t$$

$$y = 2 + 4t$$

$$z = 3 + 2t$$

8)  $f(x,y) = e^{2x-y} + \ln(1+x^2+3y^2)$  fonksiyonunun  $P(0,0)$  noktasındaki  $L(x,y)$  lineerleştirilmesi aşağıdaki şıklardan hangisinde verilmiştir?

- A)  $1+2x-y$  B)  $x+y$  C)  $x+1$  D)  $2+x+y$  E)  $1+xy$

$$L(x,y) = 1 + 2 \cdot (x-0) + (-1) \cdot (y-0)$$

$$= 1 + 2x - y$$

9) Her  $n \in \mathbb{Z}^+$  için  $a_n > 0$ ,  $b_n > 0$  olmak üzere  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$  ise I.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  ve II.  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  serileri ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

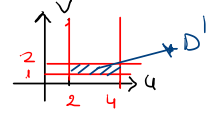
- A) İkisi de ıraksaktır B) İkisi de yakınsaktır C) I ıraksak, II yakınsaktır D) I yakınsak, II ıraksaktır E) Hiçbiri

10)

|          | A          | C          | B             |
|----------|------------|------------|---------------|
| $(x,y)$  | $f_x(x,y)$ | $f_y(x,y)$ | $f_{xy}(x,y)$ |
| $(0,0)$  | 0          | 0          | -6            |
| $(2,-2)$ | 0          | 0          | 18            |

$f(x,y)$  fonksiyonu her mertebeden kısmi türevlere sahip bir fonksiyon olmak üzere; yukarıdaki tabloda  $f$  in bazı kısmi türevlerinin  $(0,0)$  ve  $(2,-2)$  noktalarında aldığı değerler verilmiştir. Buna göre bu noktalar ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $(0,0)$  eyer noktası;  $(2,-2)$  yerel maksimum noktası  
B)  $(0,0)$  eyer noktası;  $(2,-2)$  yerel minimum noktası  
C)  $(0,0)$  yerel minimum noktası;  $(2,-2)$  yerel maksimum noktası  
D)  $(0,0)$  yerel maksimum noktası;  $(2,-2)$  yerel minimum noktası  
E)  $(0,0)$  yerel maksimum noktası;  $(2,-2)$  eyer noktası



$$x-y=4$$

$$D: x-y=2 \rightarrow D': u=2$$

$$D: x-y=4 \rightarrow D': u=4$$

$$x+y=v$$

$$D: x+y=1 \rightarrow D': v=1$$

$$D: x+y=2 \rightarrow D': v=2$$

8)

$$L(x,y) = f(a,b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a,b)(x-a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a,b)(y-b)$$

$$f(0,0) = 1 + \ln 1 = 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2e^{2x-y} + \frac{2x}{1+x^2+3y^2} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(0,0)} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -e^{2x-y} + \frac{6y}{1+x^2+3y^2} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{(0,0)} = -1$$

9)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$$

d'Alembert Oran Testine göre  $2 > 1$  olduğundan ıraksak.  
n. terim testine göre  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \neq 0$  olduğundan ıraksaktır

10)

$$B^2 - AC \Big|_{(0,0)} = 36 - 6 \cdot (-6) = 72 > 0 \text{ Eyer.}$$

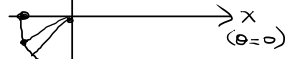
$$B^2 - AC \Big|_{(2,-2)} = 36 - 6 \cdot 18 = -72 < 0 \text{ max, min var}$$

$$A > 0 \text{ olduğundan min.}$$

12) D:  $-1 \leq x \leq 0$

$-\sqrt{1-x^2} \leq y \leq 0$

$y(\theta = \pi/2)$



$x = r \cos \theta$

$y = r \sin \theta$

$J = r$

11) Köşeleri  $(0,0), (0,1), (2,0)$  ve  $(2,1)$  noktalarında bulunan dikdörtgenel bir bölgede  $f(x,y) = xy + 2x$  fonksiyonunun ortalama değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 2 C)  $\frac{5}{2}$  D)  $\frac{7}{2}$  E)  $\frac{9}{2}$

12) Aşağıdaki integrallerden hangisi  $\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 (x^2 + y^2) dy dx$  integralinin kutupsal koordinatlarda yazılmış halidir?

- A)  $\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \int_0^1 r^3 dr d\theta$  B)  $\int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 r^3 dr d\theta$  C)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \int_0^1 r^3 dr d\theta$  D)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \int_0^1 r^3 dr d\theta$  E)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 r^3 dr d\theta$

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 (x^2 + y^2) dy dx$$

$$\int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 r^2 \cdot r dr d\theta$$

$f(0,b,1) = a + b - 1 = 0$

$a + b = 1$

$b = -1$

$a + d = 2 - 2 = 0$

13)  $ae^{xz} + x^2y + yz = 1$  yüzeyinin  $P(0,b,1)$  noktasındaki teğet düzlemi  $2x + y + cz = d$  ise  $a + d = ?$

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

$\nabla f = a\vec{i} + \vec{j} + b\vec{k}$

$PP' = x\vec{i} + (y-b)\vec{j} + (z-1)\vec{k}$

$\left. \begin{aligned} ax + (y-b) + b(z-1) &= 0 \\ ax + y + bz - 2b &= 0 \\ 2x + y + cz - d &= 0 \Rightarrow a=2, b=c \end{aligned} \right\}$

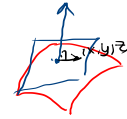
14)  $f(x,y,z)$  fonksiyonunun bir  $P$  noktasındaki en hızlı artışının gerçekleştiği yön  $(\vec{i} - \vec{j} - \vec{k})$  ve bu yöndeki türevinin değeri  $2\sqrt{3}$  ise  $f_x$  kısmi türevinin  $P$  noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\sqrt{3}$  B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$\nabla f = |\nabla f| = 2\sqrt{3}$

$$\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2} = 2\sqrt{3}$$

13)  $ae^{xz} + x^2y + yz = 1$   $P(0,b,1)$



$f(x,y,z) = ae^{xz} + x^2y + yz - 1 = 0$

$\frac{\partial f}{\partial x} = az e^{xz} + 2xy \Rightarrow a + 0$

$\frac{\partial f}{\partial y} = x^2 + z \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = 1$

$\frac{\partial f}{\partial z} = xae^{xz} + y \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial z} = b$

$\nabla f = n\vec{i} - n\vec{j} - n\vec{k}$

$$|\nabla f| = \sqrt{n^2 + n^2 + n^2}$$

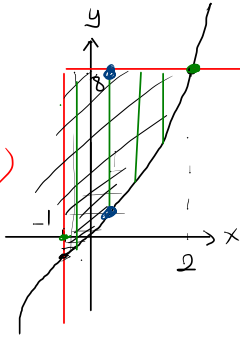
$= n\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \underline{\underline{n=2}}$

15) D bölgesi:  $y = x^3$  eğrisi ile  $y = 8$  ve  $x = -1$  doğruları ile sınırlı bölge olmak üzere, D bölgesinin alanını veren iki katlı integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int_{-1}^2 \int_{x^3}^{-1} dy dx$  B)  $\int_{-1}^2 \int_{-8}^{x^3} dy dx$  C)  $\int_{-1}^2 \int_{\sqrt[3]{y}}^8 dy dx$  D)  $\int_{-1}^2 \int_{x^3}^8 dy dx$  E)  $\int_{-1}^2 \int_{x^3}^0 dy dx$

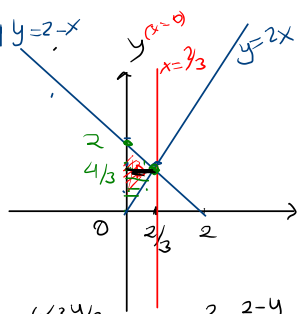
$A = \int_{-1}^2 \int_{x^3}^8 dy dx$

15)



$$1 \Rightarrow 0 < x \leq \frac{2}{3}$$

$$2x \leq y \leq 2-x$$



$$\int_0^{4/3} \int_{2x}^{2-x} f(x,y) dx dy + \int_{4/3}^2 \int_{2-x}^{2x} f(x,y) dx dy$$

16)  $g$  türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,  $g'(4)=2$  olsun ve  $z$ ;  $x$  ve  $y$  nin bir fonksiyonu olarak  $g(xz)=\frac{xy}{z}$  denklemleri ile kapalı olarak tanımlansın. Bu durumda  $\frac{\partial z}{\partial x}$  kısmi türevinin  $(x,y,z)=(2,2,2)$  noktasındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B)  $-\frac{7}{5}$  C)  $-\frac{1}{7}$  D)  $-\frac{2}{7}$  E)  $-\frac{3}{5}$

17)  $\int_0^{\frac{2}{3}} \int_{2x}^{2-x} f(x,y) dy dx$  integralini integrasyon sırasını değiştirerek yeniden yazdığımızda elde edilen yeni integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int_0^{\frac{2}{3}} \int_0^{\frac{y}{2}} f(x,y) dx dy + \int_{\frac{2}{3}}^2 \int_{\frac{y}{2}}^{2-y} f(x,y) dx dy$  B)  $\int_{2x}^{\frac{2}{3}} \int_0^{\frac{y}{2}} f(x,y) dx dy$  C)  $\int_0^{\frac{4}{3}} \int_0^{\frac{y}{2}} f(x,y) dx dy + \int_{\frac{4}{3}}^2 \int_{\frac{y}{2}}^{2-y} f(x,y) dx dy$  D)  $\int_0^{\frac{2}{3}} \int_0^{\frac{y}{2}} f(x,y) dx dy + \int_{\frac{2}{3}}^2 \int_0^{2-y} f(x,y) dx dy$  E)  $\int_0^{\frac{4}{3}} \int_0^{\frac{y}{2}} f(x,y) dx dy + \int_{\frac{4}{3}}^2 \int_0^{2-y} f(x,y) dx dy$

$$\begin{aligned} 16) \quad g(xz) &= \frac{xy}{z} \\ x \text{ e göre } + \text{ göre } z. \\ [z + xz'_x] \cdot g'(xz) &= \frac{y \cdot z - \frac{\partial z}{\partial x} xy}{z^2} \\ (2 + 2 \frac{\partial z}{\partial x}) \cdot g'(4) &= \frac{4 - 4 \frac{\partial z}{\partial x}}{4} \\ 4 + 4 \frac{\partial z}{\partial x} &= 4 - 4 \frac{\partial z}{\partial x} \\ 16 + 16 \frac{\partial z}{\partial x} &= 4 - 4 \frac{\partial z}{\partial x} \\ 20 \frac{\partial z}{\partial x} &= -12 \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{12}{20} = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

18)  $f(x,y) = (y-2)x^2 - y^2$  fonksiyonunun kaç tane kritik noktası vardır?

- A) 6 B) 5 C) 3 D) 4 E) 2

$$\begin{aligned} 18) \quad f(x,y) &= (y-2)x^2 - y^2 \\ \frac{\partial f}{\partial x} &= 2(y-2)x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y-2=0 \Rightarrow y=2 \\ x=0 \end{cases} \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= x^2 - 2y = 0 \Rightarrow x^2 - 2y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x^2 - 4 = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases} \\ &\Rightarrow (2,2), (-2,2), (0,0) \end{aligned}$$

$$19) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sin(x^2y)}{x^3y + 2x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \lim_{y \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2y)}{x^3y + 2x^2} \right] \quad \text{A) 0 B) 1 C) } \frac{1}{3} \text{ D) } \frac{1}{4} \text{ E) } \frac{2}{3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2}{2x^3 + 2x^2} \quad \text{A) } \frac{16}{23} \text{ B) } \frac{10}{23} \text{ C) } \frac{13}{12} \text{ D) } \frac{17}{12} \text{ E) 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2}{2x^2(x+1)} = 1$$

20)  $f(x,y) = \sin(xy - y^3x) + \ln\left(\frac{1}{x+y}\right)$  fonksiyonu için  $\frac{f_y(1,1)}{f_{yy}(1,1)}$  değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y} &= (x - 3y^2x) \cdot \cos(xy - y^3x) + \frac{-\frac{1}{(x+y)^2}}{\frac{1}{x+y}} \\ &= (x - 3y^2x) \cos(xy - y^3x) - \frac{1}{x+y} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{(1,1)} = -2 \cos 0 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}} = \frac{-5/2}{123/4} = \frac{10}{23}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= -6yx \cdot \cos(xy - y^3x) - (x - 3y^2x)^2 \cdot \sin(xy - y^3x) + \frac{1}{(x+y)^2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{(1,1)} &= -6 - (-2)^2 \cdot 0 + \frac{1}{4} = -\frac{23}{4} \end{aligned}$$