

$$4) \frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$$

$$= \frac{y^2}{x^2} + 2 \frac{y}{x} = f\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\frac{y}{x} = u \Rightarrow y = ux \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} \cdot x + u$$

$$\frac{du}{dx} \cdot x + u = u^2 + 2u$$

$$\frac{du}{dx} \cdot x = u^2 + u$$

$$\int \frac{du}{u^2 + u} = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow \int \frac{du}{u(1+u)} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\frac{1}{u(1+u)} = \frac{A}{u} + \frac{B}{1+u} \Rightarrow \int \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{1+u} \right) du = \int \frac{dx}{x}$$

$$A = 1$$

$$B = -1$$

$$\ln|u| - \ln|1+u| = \ln|x| + \ln c$$

$$\frac{u}{1+u} = cx$$

$$\frac{y}{x} \cdot \frac{1}{1+\frac{y}{x}} = cx \Rightarrow \frac{y}{x+y} = cx$$

- 1) Genel çözümü $y = Ax + A^3$ olan diferansiyel denklemin mertebesi aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 0

$$y' = A \Rightarrow y = xy' + y^3$$

- 2) $y = e^x (A \cos x + B \sin x)$ denklemleri ile verilen eğri ailesinin diferansiyel denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $y'' = 2y' - 2y$
b) $y'' = 2y' - y$
c) $y'' = 2y' + y$
d) $y'' = 2y' - 3y$
e) Hiçbiri

$$y = e^x (A \cos x + B \sin x)$$

$$y' = e^x (A \cos x + B \sin x) + e^x (-A \sin x + B \cos x)$$

$$= e^x [(A+B) \cos x + (B-A) \sin x]$$

$$y'' = e^x [(A+B) \cos x + (B-A) \sin x] + e^x [-(A+B) \sin x + (B-A) \cos x]$$

$$= e^x [2B \cos x - 2A \sin x]$$

- 3) $x\sqrt{1+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} = c$
b) $\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+y^2} = c$
c) $\sqrt{1+x^2}(1+x^2) + \sqrt{1+y^2}(1+y^2) = c$
d) $\sqrt{1+x^2}(1+x^2) + \sqrt{1+y^2}(1+y^2) = c$
e) Hiçbiri

$$\frac{x\sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+y^2}} dx + \frac{y\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}} dy = 0$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} dx + \int \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} dy = 0$$

$$\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} = c$$

$$y'' - 2y' + 2y = 0$$

$$|y'' = 2y' - 2y|$$

- 4) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$ diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\frac{y-cx}{c} = yx$
b) $\frac{y}{y-x} = cx$
c) $\frac{y+x}{c} = x$
d) $\frac{y-cx}{c} = cx$
e) $\frac{y}{y+x} = cx$

$$\frac{dy}{dx} = f(x+y)$$

$$x+y=u \Rightarrow 1 + \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} - 1$$

- 5) $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y) + \cos(x+y)$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

- a) $\ln \left[1 + \tan \left(\frac{x+y}{2} \right) \right] = c$
b) $\ln \left[1 - \tan \left(\frac{x+y}{2} \right) \right] = x + c$
c) $\ln \left[1 + \tan \left(\frac{x+y}{2} \right) \right] = x + c$
d) $\ln \left[1 - \tan \left(\frac{x+y}{2} \right) \right] + c = 0$
e) Hiçbiri

- 6) $(xy-1)dx + (x^2-xy)dy = 0$ diferansiyel denklemleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) Tam diferansiyel denklemdir ve çözümü $xy - \ln|x| - \frac{y^2}{2} = c$ dir.
b) Tam diferansiyel denklemdir ve çözümü $xy - \ln|x| - \frac{y^2}{2} = c$ dir.
c) Tam diferansiyel denklemdir ve çözümü $xy - \ln|y| - \frac{x^2}{2} = c$ dir.

$$\frac{1}{\frac{dy}{dx}} = \frac{du}{dx} - 1 \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = \sinh(x+y) + \cosh(x+y)$$

$$\tan \frac{y}{2} = t$$

$$\sinh u = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\cosh u = \frac{1+t^2}{1+t^2}$$

$$du = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{du}{dx} - 1 = \sinh u + \cosh u \end{array} \right\}$$

$$\frac{du}{dx} = 1 + \sinh u + \cosh u \Rightarrow \frac{du}{1 + \sinh u + \cosh u} = dx$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{1 + \frac{2t}{1+t^2} + \frac{1+t^2}{1+t^2}} = dx$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{\frac{1+t^2+2t+1+t^2}{1+t^2}} = dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{dt}{1+t} = \int dx \Rightarrow \ln|1+t| = x + C$$

$$\ln|1 + \tan \frac{y}{2}| = x + C$$

$$\ln|1 + \tan \frac{x+y}{2}| = x + C$$

d) Tam diferansiyel denklem değildir ve çözümü $xy - \ln|y| - \frac{x^2}{2} = c$ dir.

e) Tam diferansiyel denklemdir ve çözümü $xy - \ln|y| - \frac{y^2}{2} = c$ dir.

7) $\frac{dy}{dx} + y \tan x = e^{2x} \cos x$ diferansiyel denkleminin $y(0) = 2$ başlangıç koşuluna uyan çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y = \frac{1}{2}(e^{2x} + 3) \cos x$

b) $y = \frac{1}{2}(e^{2x} - 3) \cos x$

c) $y = \frac{1}{2}(3 - e^{2x}) \cos x$

d) $y = \frac{1}{2}(e^{2x} + 3) \sin x$

e) $y = \frac{1}{2}(e^{2x} - 3) \sin x$

8) $xy + y' = -y^3 e^{x^2}$ diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\ln\left(\frac{e^{x^2}-x}{y}\right) = c$

b) $\ln\left(\frac{y}{e^{x^2}+x}\right) = c$

c) $y = \frac{\pm 1}{\sqrt{2xe^{x^2}-ce^{x^2}}}$

d) $\frac{1}{2}x^2 - 2xy = c$

e) $y = \sqrt{e^{-x^2} + cx^2}$

9) $\frac{dy}{dx} = 2xy^2 + 6xy + 4x$ denkleminin bir özel çözümü $y_1 = -1$ olduğuna göre denklemin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y = \frac{2-ce^{-x^2}}{1+ce^{-x^2}}$

b) $y = \frac{2-ce^{-x^2}}{ce^{-x^2}-1}$

c) $y = \frac{1+ce^{-x^2}}{2+ce^{-x^2}}$

d) $y = \frac{1-ce^{-x^2}}{1+ce^{-x^2}}$

e) $y = \frac{2-ce^{-x^2}}{2+ce^{-x^2}}$

10) $xy' = y - \ln\left(\frac{1}{y'}\right)$ diferansiyel denkleminin tekil çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y = \ln x$

b) $y = \frac{1}{\ln x}$

c) $y = \ln(1+x)$

d) $y = 1 + \ln x$

e) $\ln\left(\frac{1}{x}\right)$

11) $y'' + 2y' + 2y = 0$ diferansiyel denkleminin $y(0) = 1, y'(0) = 0$ koşullarına uygun çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y = e^x(\cos x - 2 \sin x)$

b) $y = e^{-x}(\cos x - \sin x)$

c) $y = e^x(\cos x - \sin x)$

d) $y = e^x(\cos x + \sin x)$

e) $y = e^{-x}(\sin x + \cos x)$

12) $y = \frac{x}{x+1}$ çözümü aşağıdaki diferansiyel denklemlerden hangisinin çözümü olabilir?

a) $xy' = y$

b) $yy' = x$

c) $y^2y' = x^2$

d) $x^2y' = y^2$

e) $y^2y' = x$

13) $y = c_1e^{-2x} + c_2e^x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$ fonksiyonu aşağıdaki diferansiyel denklemlerden hangisinin çözümü olabilir?

a) $y'' - y' + 2y = x^2 - 1$

b) $y'' + y' - 2y = x^2 - 1$

c) $y'' - y' - 2y = x^2 - 1$

d) $y'' + y' + 2y = x^2 - 1$

e) $y'' - 2y' + 2y = x^2 - 1$

14) $y = x(y'^2 + 2y') - (y'^2 + 2y' - 1)$ diferansiyel denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y = c^2 - 2c(x - 1) + 1$

b) $y = c^2 - 2(x - 1) - 1$

c) $y = c^2 + 2c(x - 1) - 1$

d) $y = c^2 + 2c\sqrt{x - 1} + 1$

e) $y = c^2 - 2c\sqrt{x - 1} + 1$