Örnek $(x+5y+1)\,dx + (2x+10y+7)\,dy=0$

$x+5y$, $2x+10y$ lineer bağımlı mı?

$2(x+5y) = 2x+10y \Rightarrow$ lineer bağımlı

$x+5y=t$ küçük olana t diyelim.

Bu durumda (2. durum) homojen old sıramaz.

$dx+5\,dy=dt \Rightarrow dy=\frac{1}{5}(dt-dx)$

$(t+1)\,dx + (2t+7)\frac{1}{5}\,(dt-dx)$

$(5t+5)\,dx + (2t+7)(dt-dx) = 0$

$(5t+5-2t-7)\,dx + (2t+7)\,dt = 0$

$(3t-2)\,dx + (2t+7)\,dt = 0$

$dx + \frac{2t+7}{3t-2}\,dt = 0$

integre edelim.

$$\int dx + \int \frac{2t+7}{3t-2}\, dt = \int 0$$

$$\begin{array}{r|l} 2t+7 & 3t-2 \\ \cline{2-2} -\;2t-2/3 & \frac{2}{3} \\ \hline 25/3 & \end{array}$$

$$\frac{2t+7}{3t-2} = \frac{2}{3} + \frac{25/3}{3t-2}$$

$$x + \frac{2}{3}t + \frac{25}{3}\cdot\frac{1}{3}\ln(3t-2) = c$$

$x+5y=t$ ise; $\quad x + \frac{2}{3}(x+5y) + \frac{25}{9}\ln\left(3(x+5y)-2\right) = c \quad$ Genel çözüm

Örnek $\quad y' = \tan^2(x+y)$ dd'ini çözünüz.

$x+y=t$ olsun.

$y' = f(ax+by+c)$

$1+y' = t'$

$y' = t'-1$

$t'-1 = \tan^2 t$

$$\frac{dt}{dx} = 1+\tan^2 t$$

$$dx = \frac{dt}{1+\tan^2 t} = \cos^2 t\, dt$$

$$\cos^2 kt = \frac{1+\cos 2kt}{2}$$

$$\sin^2 kt = \frac{1-\cos 2kt}{2}$$

integre edelim

$$\int dx = \int \frac{dt}{1+\tan^2 t} = \int \cos^2 t\, dt$$

$$x = \int \frac{1+\cos 2t}{2}\, dt$$

$$x = \frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t + c$$

$$x = \frac{x+y}{2} + \frac{1}{4}\sin 2(x+y) + c$$ Genel çözüm

$y' = \tan^2(x+y+5)$ olsaydı; $x+y+5=t$ olurdu.

ALIŞTIRMA 21

Aşağıdaki homojen lineer diferansiyel denklemlerin genel çözümlerini bulunuz.

a. $y'' - 2y' + y = 0.$ **b.** $y''' + 2y'' + y' = 0.$ **c.** $y''' - y' = 0.$

d. $y^{(IV)} - 16y = 0.$ **e.** $y^{(IV)} - 2y'' + y = 0.$ **f.** $y''' + 9y' = 0.$

g. $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0.$ **h.** $y''' - 2y'' - 5y' + 6y = 0.$ **i.** $y''' - y'' + 4y' - 4y = 0.$

j. $y^{(V)} - 4y^{(IV)} + 6y''' - 4y'' + y' = 0.$ **k.** $y'' + 2y' + 37y = 0.$

l. $y^{(IV)} + 4y''' - 2y'' - 12y' + 9y = 0.$ **m.** $y^{(VI)} + 8y^{(IV)} + 16y'' = 0.$

n. $y'' + 2y' + 10y = 0.$ **o.** $3y''' + 5y'' + 2y' = 0.$

p. $y''' - y = 0.$ **r.** $y^{(V)} + 36y''' = 0.$

s. $y''' + y'' - 5y' + 3y = 0.$ **t.** $y^{(V)} - y^{(IV)} + y''' - y'' = 0.$

u. $y^{(IV)} - 2y'' + y = 0.$ **v.** $y^{(IV)} - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = 0.$

y. $y''' - 3y'' + 17y' + 50y = 0.$ **z.** $6y^{(IV)} - 7y''' - 3y'' = 0.$

ALIŞTIRMA 22

Aşağıdaki sabit katsayılı sağ(ikinci, karşı) taraflı lineer diferansiyel denklemlerin; sadece, homojen kısımlarının çözümlerini (y_h) bulunuz.

a. $y'' + 4y = 3\ Sec(2x).$ **b.** $y''' - 5y'' + 7y' - 3y = 2e^{x} + 5e^{-3x} + 7.$

c. $y''' - 10y'' + 41y = 5\ e^{2x} Cos(4x) - 5x + 1.$ **d.** $y'' - 4y' + 13y = Arc\tan(3x).$

e. $y^{(V)} + y''' = 4x^3 Sin(2x) + 8x - 1.$ **f.** $3y'' - 5y' - 2y = Ln(5x).$

g. $y'' + y' = 3x + 7.$ **h.** $y''' + 6y'' + 9y' = 4x^2 e^{3x} - 5x + 9.$

i. $3y'' + y' - 2y = 4x^3 e^{2x} Cos(x).$ **j.** $2y''' + y'' + 8y' + 4y = 3e^{2x}.$

k. $y'' + 6y' + 34y = 4\ x\ Sin(3x) - 1.$ **l.** $36y'' - 24y' + 13y = 5e^{-x} Cos(3x).$

m. $y^{(IV)} + 5y'' + 4y = 3x^2 e^{3x} - 5x.$ **n.** $3y''' + 4y'' - 5y' - 2y = 8e^{2x} Cos(3x).$

o. $y''' + 3y'' - 4y = 2e^{x} - 3e^{2x} + 5x^3 e^{-4x} + 8x^2 - x + 7.$

p. $y''' + 6y'' + 12y' + 8y = 5e^{-x} Cos(2x) - 9x^2 e^{x} Sin(3x) + 2x^3.$

r. $y^{(IV)} - 2y''' + 2y'' - y' = 4e^{x} + x^2 - 2x + 1.$

s. $4y'' + 17y' - 15y = 3\,Arc\sin(4x) - 1$.

t. $2y''' + y'' + 2y' + y = 9e^{-x} + 3\,Sin(x) - 4x + 5$.

u. $6y'' - y' - 12y = 5\,e^{x} - 8\,x^{2}\,e^{3x} - 4$.

v. $y''' - 2y'' + 5y' + 26y = 8e^{x} - 9\,x^{2}\,e^{-3x} + 4\,x^{3}$.

y. $y^{(V)} + 4y^{(IV)} + 6y''' + 4y'' + y' = 8e^{x} - 4\,x\,e^{-x} + 5\,x\;Sin(x)$.

z. $4y'' - 4y' + 101y = 4x^{3} - 7x^{2} + 8x - 3$.

Bu kez, karakteristik denklemlerini çözmeden; karakteristik denklemlerinin kökleri bize hazır olarak verilmiş olan yüksek mertebeden sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemlerin homojen kısımlarının çözümünü bulma ile ilgili örnekler yapalım. Standart olması açısından; tüm örneklerimizde, altıncı mertebeden bir sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemin karakteristik denkleminin köklerinin verilmiş olması durumuyla ilgilenelim.

a. $r_1 = r_2 = 1$, $r_3 = 3$, $r_4 = r_5 = -3$, $r_6 = 4$.

$y_h = C_1\,e^{x} + C_2\,x\,e^{x} + C_3\,e^{3x} + C_4\,e^{-3x} + C_5\,x\,e^{-3x} + C_6\,e^{4x}$.

b. $r_1 = r_2 = r_3 = 2$, $r_4 = r_5 = r_6 = -4$.

$y_h = C_1\,e^{2x} + C_2\,x e^{2x} + C_3\,x^{2}\,e^{2x} + C_4\,e^{-4x} + C_5\,x\,e^{-4x} + C_6\,x^{2}\,e^{-4x}$.

c. $r_1 = 3\,i$, $r_2 = -3\,i$, $r_3 = 5$, $r_4 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $r_5 = r_6 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$y_h = C_1\,Cos(3x) + C_2\,Sin(3x) + C_3\,e^{5x} + C_4\,e^{\frac{\sqrt{3}}{2}x} + C_5\,e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}x} + C_6\,x\,e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}x}$.

d. $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0$, $r_5 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}$, $r_6 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}$.

$y_h = C_1 + C_2\,x + C_3\,x^{2} + C_4\,x^{3} + C_5\,e^{(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2})x} + C_6\,e^{(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2})x}$.

e. $r_1 = 2$, $r_2 = -2$, $r_3 = 2\,i$, $r_4 = -2\,i$, $r_5 = 3\,i$, $r_6 = -3\,i$.

$y_h = C_1\,e^{2x} + C_2\,e^{-2x} + C_3\,Cos(2x) + C_4\,Sin(2x) + C_5\,Cos(3x) + C_6\,Sin(3x)$.

f. $r_1 = r_2 = \dfrac{3}{2}\,i$, $r_3 = r_4 = -\dfrac{3}{2}\,i$, $r_5 = 4\,i$, $r_6 = -4\,i$.

$y_h = C_1 Cos(\frac{3}{2}x) + C_2 Sin(\frac{3}{2}x) + C_3 x Cos(\frac{3}{2}x) + C_4 x Sin(\frac{3}{2}x) + C_5 Cos(4x) + C_6 Sin(4x).$

g. $r_1 = 7 - 3\,i$, $r_2 = 7 + 3\,i$, $r_3 = r_4 = -7 - 3\,i$, $r_5 = r_6 = -7 + 3\,i$.

$$y_h = C_1 e^{7x} Cos(3x) + C_2 e^{7x} Sin(3x) + C_3 e^{-7x} Cos(3x) + C_4 e^{-7x} Sin(3x) +$$
$$+ C_5 x e^{-7x} Cos(3x) + C_6 x e^{-7x} Sin(3x).$$

h. $r_1 = 2\,i$, $r_2 = -2\,i$, $r_3 = 2+\frac{1}{2}i$, $r_4 = 2-\frac{1}{2}i$, $r_5 = r_6 = 3$.

$$y_h = C_1\, Cos(2x) + C_2\, Sin(2x) + C_3\, e^{2x}\, Cos(\frac{1}{2}x) + C_4\, e^{2x}\, Sin(\frac{1}{2}x) + C_5\, e^{3x} + C_6\, x\, e^{3x}.$$

i. $r_1 = r_2 = r_3 = 2 + 4\,i$, $r_4 = r_5 = r_6 = 2 - 4\,i$.

$$y_h = C_1 e^{2x} Cos(4x) + C_2 e^{2x} Sin(4x) + C_3\, x e^{2x} Cos(4x) + C_4\, x e^{2x} Sin(4x) + \\ + C_5\, x^2 e^{2x} Cos(4x) + C_6\, x^2 e^{2x} Sin(4x).$$

j. $r_{1,2} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{-36}}{2}$, $r_{3,4} = \pm\sqrt{-2}\,i$, $r_{5,6} = -\sqrt{2}$.

$$y_h = C_1 e^{-x} Cos(3x) + C_2 e^{-x} Sin(3x) + C_3 Cos(\sqrt{2}x) + C_4 Sin(\sqrt{2}x) + C_5 e^{-\sqrt{2}x} + C_6 x e^{-\sqrt{2}x}.$$

k. $r_1 = i$, $r_2 = -\,i$, $r_3 = r_4 = 2$, $r_5 = r_6 = -2$.

$$y_h = C_1\, Cos(x) + C_2\, Sin(x) + C_3\, e^{2x} + C_4\, x\, e^{2x} + C_5\, e^{-2x} + C_6\, x\, e^{-2x}.$$

l. $r_1 = \sqrt{2}$, $r_2 = -\sqrt{2}$, $r_3 = \sqrt{2}\,i$, $r_4 = -\sqrt{2}\,i$, $r_5 = \sqrt{2} - 2\,i$, $r_6 = \sqrt{2} + 2\,i$.

$$y_h = C_1\, e^{\sqrt{2}x} + C_2\, e^{-\sqrt{2}x} + C_3\, Cos(\sqrt{2}\,x) + C_4\, Sin(\sqrt{2}\,x) + \\ + C_5\, e^{\sqrt{2}x}\, Cos(2x) + C_6\, e^{\sqrt{2}x} Sin(2x).$$

m. $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = 1$.

$$y_h = C_1\, e^x + C_2\, x.e^x + C_3\, x^2.e^x + C_4\, x^3.e^x + C_5\, x^4.e^x + C_6\, x^5.e^x .$$

n. $r_1 = i$, $r_2 = -\,i$, $r_3 = 2\,i$, $r_4 = -2\,i$, $r_5 = 3\,i$, $r_6 = -3\,i$.

$$y_h = C_1 Cos\,x + C_2 Sin\,x + C_3 Cos(2x) + C_4 Sin(2x) + C_5 Cos(3x) + C_6 Sin(3x).$$

o. $r_1 = 1$, $r_2 = -1$, $r_3 = r_4 = 2\,i$, $r_5 = r_6 = -2\,i$.

$$y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 Cos(2x) + C_4 Sin(2x) + C_5 x\, Cos(2x) + C_6 x\, Sin(2x).$$

p. $r_1 = r_2 = r_3 = 7\,i$, $r_4 = r_5 = r_6 = -7\,i$.

$$y_h = C_1 Cos(7x) + C_2 Sin(7x) + C_3 x Cos(7x) + C_4 x Sin(7x) + C_5 x^2 Cos(7x) + C_6 x^2 Sin(7x).$$

r. $r_1 = 2 - 3\,i$, $r_3 = 2 + 3\,i$, $r_3 = 0$, $r_4 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$, $r_5 = \sqrt{3}\,i$, $r_6 = -\sqrt{3}\,i$.

$$y_h = C_1 e^{2x} Cos(3x) + C_2 e^{2x} Sin(3x) + C_3 + C_4 e^{(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2})x} + C_5\, Cos(3x) + C_6\, Sin(3x) .$$

s. $r_1 = 2 + 3i$, $r_2 = 2 - 3i$, $r_3 = r_4 = 2$, $r_5 = +3i$, $r_6 = -3i$.

$$y_h = C_1\, e^{2x} Cos\,(3x) + C_2\, e^{2x}\, Sin\,(3x) + C_3\, e^{2x} + C_4\, x\, e^{2x} + C_5\, Cos\,(3x) + C_6\, Sin\,(3x)\ .$$

t. $r_1 = -1 + \sqrt{3}\, i$, $r_2 = -1 - \sqrt{3}\, i$, $r_3 = 5 - 4i$, $r_4 = 5 + 4i$, $r_5 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + 3i$, $r_6 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} - 3i$.

$$y_h = C_1\, e^{-x}\, Cos(\sqrt{3}x) + C_2\, e^{-x}\, Sin(\sqrt{3}x) + C_3\, e^{5x}\, Cos(4x) + C_4\, e^{5x}\, Sin(4x) +$$

$$+ C_5\, e^{\frac{\sqrt{2}}{2}x}\, Cos\,(3x) + C_6\, e^{\frac{\sqrt{2}}{2}x}\, Sin\,(3x)\ .$$

u. $r_1 = 2$, $r_2 = -2$, $r_3 = +2i$, $r_4 = -2i$, $r_5 = 2 + 3i$, $r_6 = 2 - 3i$.

$$y_h = C_1\, e^{2x} + C_2\, e^{-2x} + C_3\, Cos(2x) + C_4\, Sin(2x) + C_5\, e^{2x} Cos(3x) + C_6\, e^{2x} Sin(3x).$$

v. $r_1 = 2i$, $r_2 = -2i$, $r_3 = 3i$, $r_4 = -3i$, $r_5 = i$, $r_6 = -i$.

$$y_h = C_1\, Cos(2x) + C_2\, Sin(2x) + C_3\, Cos(3x) + C_4\, Sin(3x) + C_5\, Cos\,(x) + C_6\, Sin\,(x).$$

y. $r_1 = r_2 = 2 - 3i$, $r_3 = r_4 = 2 + 3i$, $r_5 = 3 + 2i$, $r_6 = 3 - 2i$.

$$y_h = C_1\, e^{2x} Cos(3x) + C_2\, e^{2x} Sin(3x) + C_3\, x\, e^{2x} Cos(3x) + C_4\, x\, e^{2x}\, Sin\,(3x) +$$

$$+ C_5\, e^{3x}\, Cos\,(2x) + C_6\, e^{3x}\, Sin\,(2x)\ .$$

z. $r_1 = r_2 = 2$, $r_3 = 2i$, $r_4 = -2i$, $r_5 = 3 + 2i$, $r_6 = 3 - 2i$.

$$y_h = C_1\, e^{2x} + C_2\, x\, e^{2x} + C_3\, Cos\,(2x) + C_4\, Sin\,(2x) + C_5\, e^{-2x}\, Cos\,(2x) + C_6\, e^{-2x} Sin\,(2x)\ .$$

ADI-SOYADI : **20.05.2014.Salı**

YAKA NO :

2013 – 2014 EĞİTİM – ÖĞRETİM YILI
2 NCİ SINIF , 2 NCİ YARIYIL
DİFERANSİYEL DENKLEMLER DERSİ
ÜÇÜNCÜ KÜÇÜK SINAVI

<u>Açıklamalar:</u>

1. Sınav süresi **30 (Otuz)** dakikadır.
2. Toplam **2 (İki)** soru olup; ilk soru **60 puan**, ikinci soru **40 puan** değerindedir.
3. SORULARIN CEVAPLARI SORULARIN ALTLARINDA BIRAKILMIŞ OLAN BOŞLUKLARA YAPILACAKTIR.
4. Bu sınav kağıdı toplam **2 (İki)** sayfadır.

SORULAR

1. Aşağıda karakteristik denklemlerinin kökleri verilen sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemlerin homojen kısımlarının çözümlerini (y_h) yazınız.

a. $r_1 = r_2 = 0$, $r_3 = \frac{2}{3}$, $r_4 = -\frac{2}{3}$, $r_5 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$, $r_6 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$y_h =$

b. $r_1 = r_2 = -1$, $r_3 = 1$, $r_4 = -i$, $r_5 = +i$, $r_6 = 0$.

$y_h =$

c. $r_1 = r_2 = -2i$, $r_3 = r_4 = +2i$, $r_5 = +3i$, $r_6 = -3i$.

$y_h =$

d. $r_1 = r_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $r_3 = +\frac{2}{5}i$, $r_4 = -\frac{2}{5}i$, $r_5 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$, $r_6 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$.

$y_h =$

e. $r_1 = 3i$, $r_2 = -3i$, $r_3 = 5i$, $r_4 = -5i$, $r_5 = -4i$, $r_6 = 4i$.

$y_h =$

f. $r_1 = 3 - i$, $r_2 = 3 + i$, $r_3 = 4 - 2i$, $r_4 = 4 + 2i$, $r_5 = -2 + 5i$, $r_6 = -2 - 5i$.

$y_h =$

g. $r_1 = 5$, $r_2 = -5$, $r_3 = -6 + 3i$, $r_4 = -6 - 3i$, $r_5 = \sqrt{3}\,i$, $r_6 = -\sqrt{3}\,i$.

$y_h =$

h. $r_1 = r_2 = 3i$, $r_3 = r_4 = -3i$, $r_5 = 2 - i$, $r_6 = 2 + i$.

$y_h =$

i. $r_1 = r_2 = r_3 = -4 + 3i$, $r_4 = r_5 = r_6 = -4 - 3i$.

$y_h =$

j. $r_1 = r_2 = \sqrt{2}$, $r_3 = r_4 = -\sqrt{2}$, $r_5 = -\sqrt{2}\,i$, $r_6 = \sqrt{2}\,i$.

$y_h =$

2. Aşağıda verilen sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemlerin, sağ taraflarında yer alan sıfırdan farklı $Q(x) \neq 0$ fonksiyonlarından dolayı bulunacak $\mathbf{y_p}$ çözümleri için **Belirsiz Katsayılar Metodu**na göre gelmesi gereken belirsiz katsayılı çözüm fonksiyonlarını belirtiniz. Yani, homojen kısmının çözümüyle **rezonans (çakışma)** yapıp, yapmadığına dikkat ederek sağ tarafta yer alan her bir fonksiyondan dolayı getirilen belirsiz katsayılı modeli **sadece yazınız.** Belirsiz katsayılarını bulmak üzere işlem yapmayınız.

a. $y''' + 4y'' + 4y' + 16\,y = 5\,e^{4x} - 6\,Sin\,(2x) + 4\,x\,e^{-4x}$.

$y_{p_1} =$

$y_{p_2} =$

$y_{p_3} =$

b. $y''' - 2\,y'' + y' = 7\,e^{x} + 2\,x\,e^{x}\,Cos(x) - 3\,x^{2}$.

$y_{p_1} =$

$y_{p_2} =$

$y_{p_3} =$

c. $y^{(V)} + 4\,y''' = 5\,e^{-3x}\,Cos\,(2x) - 8\,Sin\,(2x) + 7$.

$y_{p_1} =$

$y_{p_2} =$

$y_{p_3} =$

d. $y''' + 3\,y'' + 3y' + y = 9\,e^{-x} - 3\,x\,Cos\,(3x) + 12\,e^{-x}\,Sin\,(3x)$.

$y_{p_1} =$

$y_{p_2} =$

$y_{p_3} =$

e. $y''' - 2\,y'' + 5\,y' = 6\,e^{2x}\,Cos(5x) - 4\,e^{x}\,Sin\,(2x) + 8\,x^{3}$.

$y_{p_1} =$

$y_{p_2} =$

$y_{p_3} =$

2013 – 2014 EĞİTİM – ÖĞRETİM YILI
2 NCİ SINIF , 2 NCİ YARIYIL
DİFERANSİYEL DENKLEMLER DERSİ
ÜÇÜNCÜ KÜÇÜK SINAVI
SORULARIN ÇÖZÜMLERİ :

1. Aşağıda karakteristik denklemlerinin kökleri verilen sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemlerin homojen kısımlarının çözümlerini (y_h) yazınız.

a. $r_1 = r_2 = 0$, $r_3 = \frac{2}{3}$, $r_4 = -\frac{2}{3}$, $r_5 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$, $r_6 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$y_h = C_1 + C_2\, x + C_3\, e^{\frac{2}{3}x} + C_4\, e^{-\frac{2}{3}x} + C_5\, e^{(1+\frac{\sqrt{3}}{2})x} + C_6\, e^{(1-\frac{\sqrt{3}}{2})x}.$$

b. $r_1 = r_2 = -1$, $r_3 = 1$, $r_4 = -i$, $r_5 = +i$, $r_6 = 0$.

$$y_h = C_1\, e^{-x} + C_2\, x\, e^{-x} + C_3\, e^{x} + C_4\, Cos(x) + C_5\, Sin(x) + C_6 \; .$$

c. $r_1 = r_2 = -2i$, $r_3 = r_4 = +2i$, $r_5 = +3i$, $r_6 = -3i$.

$$y_h = C_1\, Cos(2x) + C_2\, Sin(2x) + C_3\, x\, Cos(2x) + C_4\, x\, Sin(2x) + C_5\, Cos(3x) + C_6\, Sin(3x).$$

d. $r_1 = r_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $r_3 = +\frac{2}{5}\, i$, $r_4 = -\frac{2}{5}\, i$, $r_5 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\, i$, $r_6 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\, i$.

$$y_h = C_1\, e^{\frac{\sqrt{2}}{3}x} + C_2\, x\, e^{\frac{\sqrt{2}}{3}x} + C_3\, Cos(\frac{2x}{5}) + C_4\, Sin(\frac{2x}{5}) + C_5\, e^{\frac{x}{2}}\, Cos(\frac{\sqrt{3}}{4}x) + C_6 e^{\frac{x}{2}}\, Sin(\frac{\sqrt{3}}{4}x).$$

e. $r_1 = 3i$, $r_2 = -3i$, $r_3 = 5i$, $r_4 = -5i$, $r_5 = -4i$, $r_6 = 4i$.

$$y_h = C_1 Cos(3x) + C_2 Sin(3x) + C_3 Cos(5x) + C_4 Sin(5x) + C_5 Cos(4x) + C_6 Sin(4x).$$

f. $r_1 = 3 - i$, $r_2 = 3 + i$, $r_3 = 4 - 2i$, $r_4 = 4 + 2i$, $r_5 = -2 + 5i$, $r_6 = -2 - 5i$.

$$y_h = C_1\, e^{3x} Cos(x) + C_2 e^{3x} Sin(x) + C_3 e^{4x} Cos(2x) + C_4 e^{4x} Sin(2x) + C_5\, e^{-2x} Cos(5x) + C_6 e^{-2x} Sin(5x).$$

g. $r_1 = 5$, $r_2 = -5$, $r_3 = -6 + 3i$, $r_4 = -6 - 3i$, $r_5 = \sqrt{3}\, i$, $r_6 = -\sqrt{3}\, i$.

$$y_h = C_1 e^{5x} + C_2\, e^{-5x} + C_3\, e^{-6x}\, Cos(3x) + C_4\, e^{-6x}\, Sin(3x) + C_5\, Cos(\sqrt{3}x) + C_6\, Sin(\sqrt{3}x).$$

h. $r_1 = r_2 = 3i$, $r_3 = r_4 = -3i$, $r_5 = 2 - i$, $r_6 = 2 + i$.

$$y_h = C_1 Cos(3x) + C_2\, Sin(3x) + C_3\, x\, Cos(3x) + C_4 x\, Sin(3x) + C_5\, e^{2x}\, Cos(x) + C_6\, e^{2x} Sin(x) \; .$$

i. $r_1 = r_2 = r_3 = -4 + 3i$, $r_4 = r_5 = r_6 = -4 - 3i$.

$$y_h = C_1\, e^{-4x} Cos(3x) + C_2\, e^{-4x} Sin(3x) + C_3 x e^{-4x} Cos(3x) + C_4\, x e^{-4x} Sin(3x) + C_5 x^2 e^{-4x} Cos(3x) +$$
$$+ C_6\, x^2 e^{-4x} Sin(3x) \; .$$

j. $r_1 = r_2 = \sqrt{2}$, $r_3 = r_4 = -\sqrt{2}$, $r_5 = -\sqrt{2}\, i$, $r_6 = \sqrt{2}\, i$.

$$y_h = C_1\, e^{\sqrt{2}\,x} + C_2\, x\, e^{\sqrt{2}\,x} + C_3\, e^{-\sqrt{2}\,x} + C_4\, x\, e^{-\sqrt{2}\,x} + C_5\, Cos(\sqrt{2}x) + C_6\, Sin(\sqrt{2}x) \; .$$

2013 – 2014 EĞİTİM – ÖĞRETİM YILI
2 NCİ SINIF , 2 NCİ YARIYIL
DİFERANSİYEL DENKLEMLER DERSİ ÜÇÜNCÜ KÜÇÜK SINAVI
SORULARIN ÇÖZÜMLERİ :

2. Aşağıda verilen sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemlerin, sağ taraflarında yer alan sıfırdan farklı $Q(x) \neq 0$ fonksiyonlarından dolayı bulunacak **y_p** çözümleri için **Belirsiz Katsayılar Metodu**na göre gelmesi gereken belirsiz katsayılı çözüm fonksiyonlarını belirtiniz. Yani, homojen kısmının çözümüyle **rezonans (çakışma)** yapıp, yapmadığına dikkat ederek sağ tarafta yer alan her bir fonksiyondan dolayı getirilen belirsiz katsayılı modeli **sadece yazınız.** Belirsiz katsayılarını bulmak üzere işlem yapmayınız.

a. $y''' + 4y'' + 4y' + 16y = 5e^{4x} - 6\,Sin(2x) + 4x\,e^{-4x}$.

$r^3 + 4r^2 + 4r + 16 = 0.$

$r^2(r+4) + 4(r+4) = 0.$

$(r^2+4)(r+4) = 0.$

$y_h = C_1 e^{-4x} + C_2\,Cos(2x) + C_3\,Sin(2x).$

$y_{p_1} = A\,e^{4x}$.

$y_{p_2} = [A Cos(2x) + B Sin(2x)] . x$: Re$zonans$.

$y_{p_3} = (A\,x + B)\,e^{-4x}\,.\,x$: Re$zonans$.

b. $y''' - 2y'' + y' = 7e^x + 2x\,e^x\,Cos(x) - 3x^2$.

$r^3 - 2r^2 + r = 0.$

$r\,(r-1)^2 = 0.$

$y_h = C_1 + C_2 e^x + C_3\,x\,e^x.$

$y_{p_1} = A\,e^x .\,x^2$: Re$zonans$.

$y_{p_2} = (Ax+B)\,e^x\,Cos(x) + (Cx+D)\,e^x\,Sin(x)$.

$y_{p_3} = (A x^2 + Bx + C).x$: Re$zonans$.

c. $y^{(V)} + 4y''' = 5e^{-3x}\,Cos(2x) - 8\,Sin(2x) + 7$.

$r^5 + 4r^3 = 0.$

$r^3(r^2+4) = 0.$

$r_1 = r_2 = r_3 = 0$, $r_4 = 2i$, $r_5 = -2i.$

$y_h = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 Cos(2x)$
$+ C_5 Sin(2x)$.

$y_{p_1} = A\,e^{-3x}\,Cos(2x) + B\,e^{-3x}\,Sin(2x).$

$y_{p_2} = [A\,Cos(2x) + B\,Sin(2x)].x$: Re$zonans$.

$y_{p_3} = A\,.\,x^3$: Re$zonans$.

d. $y''' + 3y'' + 3y' + y = 9e^{-x} - 3x\,Cos(3x) + 12\,e^{-x}\,Sin(3x)$.

$r^3 + 3r^2 + 3r + 1 = 0.$

$(r+1)^3 = 0.$

$y_h = C_1 e^{-x} + C_2\,x\,e^{-x} + C_3\,x^2 e^{-x}$.

$y_{p_1} = A\,e^{-x}.\,x^3$: Re$zonans$.

$y_{p_2} = (Ax+B)\,Cos(3x) + (Cx+D)\,Sin(3x)$.

$y_{p_3} = A\,e^{-x}\,Cos(3x) + B\,e^{-x}\,Sin(3x)$.

e. $y''' - 4y'' + 13y' = 6\,Cos(3x) - 3e^{2x}\,Sin(3x) + 8x^3$.

$r^3 - 4r^2 + 13r = 0.$

$r(r^2 - 4r + 13) = 0.$

$r_1 = 0.$ $r_2 = 2+3i$ $.r_3 = 2-3i.$

$y_h = C_1 + C_2 e^{2x} Cos(3x) + C_3 e^{2x} Sin(3x).$

$y_{p_1} = A\,Cos(3x) + B\,Sin(3x)$.

$y_{p_2} = [Ae^{2x} Cos(3x) + Be^{2x}\,Sin(3x)]x$: Re$zonans$.

$y_{p_3} = (Ax^3 + Bx^2 + Cx + D).x$: Re$zonans$.