Parametrik - Doğru - Düzlem
Çözümler

① $r=\sin^2\frac{\theta}{2}$ eğrisinin $0\leq\theta\leq\pi$ aralığındaki eğri uzunluğu nu veren integral?

a) $\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\sin^4\frac{\theta}{2}\,d\theta$ b) $\int_0^{\pi}\sin\frac{\theta}{2}\,d\theta$ c) $\int_0^{\pi}\cos\frac{\theta}{2}\,d\theta$ c) $\int_0^{\pi}\cos^2\frac{\theta}{2}\,d\theta$

$\boxed{\text{Kutupsal Eğri uzunluğu Formülü: } \int_{\alpha}^{\beta}\sqrt{r^2+(r')^2}\,d\theta}$

$$r=\sin^2\frac{\theta}{2} \rightarrow r^2=\sin^4\frac{\theta}{2}$$

$$r'=2.\sin\frac{\theta}{2}.\cos\frac{\theta}{2}.\frac{1}{2}=\sin\frac{\theta}{2}.\cos\frac{\theta}{2} \rightarrow (r')^2=\sin^2\frac{\theta}{2}.\overbrace{\cos^2\frac{\theta}{2}}^{1-\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

$$=\sin^2\frac{\theta}{2}-\sin^4\frac{\theta}{2}$$

$$r^2+(r')^2=\cancel{\sin^4\frac{\theta}{2}}+\sin^2\frac{\theta}{2}-\cancel{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

$$=\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{r^2+(r')^2}=\sqrt{\sin^2\frac{\theta}{2}}=\left|\sin\frac{\theta}{2}\right| \Rightarrow S=\int_0^{\pi}\left|\sin\frac{\theta}{2}\right|d\theta=\int_0^{\pi}\sin\frac{\theta}{2}\,d\theta$$

Pozitif old. için

Cevap B

---

② $\begin{cases} x=2t^2+3 \\ y=t^4 \end{cases}$ parametrik denklemleri ile verilen eğrinin $t=-1$ noktasındaki teğet denklemi?

(t'yi yok etmeden parametrik türev ile yapmaya çalışsın olur mu ☺)

$y=f(x)$ in (a,b) deki teğeti: $y-b=\underbrace{f'(a)}_{y'(a)}.(x-a)$

$$\begin{cases} x=2t^2+3 \\ y=t^4 \end{cases} \xrightarrow{t=-1} \begin{cases} x=2+3=5 \\ y=1 \end{cases} \overset{a\ \ b}{(5,1)} \text{ nokta}$$

$$\downarrow$$

$$\rightarrow y-1=1.(x-5)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{y=x-4}$$

$$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{4t^3}{4t}=t^2 \Rightarrow y'\Big|_{t=1}=1$$

Cevap A

③ $x=t^2$, $y=1-t^2$ parametrik denklemi ile verilen eğrinin $-1\leq t\leq 0$ arasındaki uzunluğunu veren integral?

a) $S=\int_{-1}^{0} 2\sqrt{2}t\,dt$ b) $S=\int_{-1}^{0}(-2\sqrt{2}t)\,dt$ c) $S=\int_{-1}^{0} 8t^2\,dt$

d) $S=\int_{-1}^{0}(-8t^2)\,dt$

Parametrik Denklem Eğri Uzunluğu Formülü:
$x=x(t)$, $y=y(t)$, $a\leq t\leq b$ için $\Rightarrow$ $S=\int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$

$x=t^2 \Rightarrow \frac{dx}{dt}=2t \rightarrow \left(\frac{dx}{dt}\right)^2=4t^2$

$y=1-t^2 \Rightarrow \frac{dy}{dt}=-2t \rightarrow \left(\frac{dy}{dt}\right)^2=4t^2$

$\rightarrow \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{4t^2+4t^2}$
$=\sqrt{8t^2}=2\sqrt{2}|t|$

$S=\int_{-1}^{0} 2\sqrt{2}|t|\,dt=\int_{-1}^{0}(-2\sqrt{2})t\,dt$

Cevap B

t bu aralıkta negatif old. için

---

④ $x=\sqrt{9+t^2}$, $y=t$, $t\in\mathbb{R}$ parametrik gösterilişi ile ifade edilen eğri için farklı bir parametrik gösteriliş aşağıdakilerden hangisidir?

a) $x=t^3,\ y=t+3,\ t\in\mathbb{R}$

b) $x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ t\in[0,2\pi]$

c) $x=3\sec t,\ y=3\tan t,\ t\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$

d) $x=\frac{t}{3}+1,\ y=t-1,\ t\in\mathbb{R}$

e) Aynı eğriyi ifade eden farklı bir parametrik gösteriliş yazılamaz.

$x=\sqrt{9+t^2}$ $y=t$

t yok et

$\boxed{x=\sqrt{9+y^2}}$ denklem bu şıklardaki x ve y lerden hangileri bunu sağlar bakmalıyız

Ⓐ $x=t^3$, $y=t+3$
$x=\sqrt{9+y^2}$ sağlar mı?
$t^3\neq\sqrt{9+(t+3)^2}$ olmaz ✗

Ⓑ $x=3\cos t$, $y=3\sin t$

$3\cos t\neq\sqrt{9+(3\sin t)^2}$

olmaz ✗✗

ⓒ $x = 3\operatorname{Sec}t \quad y = 3\operatorname{Tan}t \quad t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ Bu aralıkta pozitif

$$3\operatorname{Sec}t \overset{?}{=} \sqrt{9 + (3\operatorname{Tan}t)^2} = \sqrt{9(\underbrace{1+\operatorname{Tan}^2 t}_{\operatorname{Sec}^2 t})} = 3|\operatorname{Sec}t| = 3\operatorname{Sec}t \checkmark$$

Denklemi sağlar

$\boxed{\text{Cevap C}}$

---

⑤ $x = \operatorname{Sin}t, \; y = \frac{2}{\operatorname{Sin}t}$ parametrik denklemleri ile verilen eğrinin eğimi hangi t değeri için -1 olur?

a) $t = \frac{\pi}{6}$ b) $t = \frac{\pi}{4}$ c) $t = \frac{\pi}{3}$ d) Hiçbir t değeri için eğim -1 olmaz

$y'(t) = -1 \Rightarrow t = ?$ soruluyor. $\quad x = \operatorname{Sin}t \quad y = 2\operatorname{Cosec}t$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-2\operatorname{Cosec}t.\operatorname{Cot}t}{\operatorname{Cos}t} \Rightarrow -\frac{2\operatorname{Cosec}t.\operatorname{Cot}t}{\operatorname{Cos}t} = -1$$

$$\Downarrow$$

$$-2\operatorname{Cosec}t.\operatorname{Cot}t = -\operatorname{Cos}t$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{2}{\operatorname{Sin}t} \cdot \frac{\cancel{\operatorname{Cos}t}}{\operatorname{Sin}t} = \cancel{\operatorname{Cos}t}$$

$$\Downarrow$$

$\boxed{2 = \operatorname{Sin}^2 t \text{ olmalı.}}$

$\operatorname{Sin}^2 t$ hiçbir zaman 2 olmaz!! $\boxed{\text{Cevap D}}$

---

⑥ $x = te^{-t}, \; y = \frac{t^3}{3}$ parametrik denk. ile tanımlı eğrinin $t=2$ deki teğetinin eğimi?

a) $\frac{1}{e^2}$ b) $4e^2$ c) $-4e^2$ d) $-\frac{4}{e^2}$ e) e^2

$$\text{Eğim} = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{\cancel{3}t^2}{\cancel{3}}}{e^{-t} - te^{-t}} \xrightarrow{t=2} y'\Big|_{t=2} = \frac{4}{e^{-2} - 2e^{-2}} = \frac{4}{-e^{-2}} = -4e^2$$

$\boxed{\text{Cevap C}}$

(7) $x=\sin 2t$, $y=1+\cos 2t$ eğrisinin $0\leq t\leq \frac{\pi}{4}$ aralığındaki uzunluğu?

a) 1 b) 2 c) $\sqrt{2}$ d) $\frac{\pi}{2}$ e) π

$$S=\int_0^{\pi/4}\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx}{dt}&=2\cos 2t \rightarrow \left(\frac{dx}{dt}\right)^2=4\cos^2 2t\\ \frac{dy}{dt}&=-2\sin 2t \rightarrow \left(\frac{dy}{dt}\right)^2=4\sin^2 2t\end{aligned}\right]\rightarrow \left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2=4\cos^2 2t+4\sin^2\theta$$

$$=4$$

$$S=\int_0^{\pi/4}\sqrt{4}\,dt=2t\Big|_0^{\pi/4}=\frac{\pi}{2}$$

Cevap D

⑧ $x=t^2+t+1$, $y=t^3+t+8$ parametrik eğrisinin $(x,y)=(1,8)$ noktasındaki teğet denklemi?

a) $y=2x+8$ b) $y=3x+5$ c) $y=x+7$ d) $y=9-x$ e) $y=10-2x$

$x=t^2+t+1$
$y=t^3+t+8$ $(x,y)=(1,8) \Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l}1=t^2+t+1\\ 8=t^3+t+8\end{array}\right] \rightarrow t=0$ daki eğimi bulmalıyız.

$$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{3t^2+1}{2t+1} \xrightarrow{t=0} y'\Big|_{t=0}=1 \rightarrow \text{eğim} \qquad (1,8)\rightarrow \text{nokta}$$

Teğet: $y-8=x-1 \Rightarrow$ $y=x+7$

Cevap C

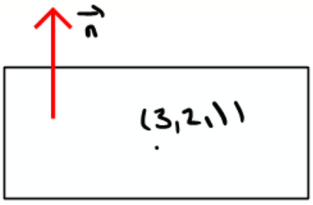
---

⑨ (3, 2, 1) noktasından geçen, $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ ve $\vec{v}=\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ vektörlerine paralel olan düzlemin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

Nokta ✓ ↘ Normal vektör $\vec{n}$

a) $8x+2y-4z=24$ c) $5x+3y-5z=4$ e) $5x+3y-5z=0$

b) $8x+2y-4z=-24$ d) $5x+3y-5z=-4$



Düzlemin normali $\vec{n}$ olsun.

$\left.\begin{array}{l}\text{Düzlem} \parallel \vec{u} \Rightarrow \vec{u}\perp\vec{n}\\ \text{Düzlem}\parallel\vec{v} \Rightarrow \vec{v}\perp\vec{n}\end{array}\right] \rightarrow$ $\vec{n}=\vec{u}\times\vec{v}$

$$\vec{n}=\vec{u}\times\vec{v}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & -2 & 1\end{vmatrix}=\langle \underset{A}{8}, \underset{B}{2}, \underset{C}{-4}\rangle \qquad (\underset{x_0}{3}, \underset{y_0}{2}, \underset{z_0}{1})$$

$$A\cdot(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0 \Rightarrow 8(x-3)+2(y-2)-4(z-1)=0$$

$8x+2y-4z=24$

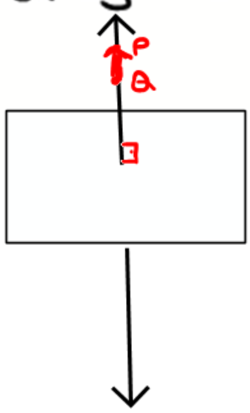
Cevap A

---

⑩ $P(1,1,0)$ ve $Q(4,-1,-2)$ noktalarından geçen doğruya dik olan ve $(2,0,1)$ den geçen düzlem?

Nokta ✓ → Normal

a) $3x-2y-2z=4$ b) $2x+z=8$ c) $x=2+3t$, $y=-2t$, $z=1-2t$ d) $x=3+2t$, $y=-2$, $z=-2+t$



Doğru ⊥ Düzlem

⇓

$\vec{PQ}\perp$ Düzlem

$\vec{PQ}=\langle \underset{A}{3}, \underset{B}{-2}, \underset{C}{-2}\rangle$

↳ Düzlemin normali

$(\underset{x_0}{2}, \underset{y_0}{0}, \underset{z_0}{1}) \rightarrow$ Nokta

$3.(x-2)-2y-2(z-1)=0$

$3x-2y-2z=4$

Cevap A

(11) $P(-1,2,3)$ den geçen, $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$ ve $\vec{v}=2\vec{i}-3\vec{k}$ vektörlerine paralel düzlem?

Normal ↙ ↘ Nokta ✓

Düzlemin normali $\vec{n}$ olsun

$$\left.\begin{array}{l} \text{Düzlem} \parallel \vec{u} \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{n} \\ \text{Düzlem} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{v} \perp \vec{n} \end{array}\right\} \rightarrow \vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$$

$$\vec{n}=\vec{u}\times\vec{v}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \langle \underset{A}{-6}, \underset{B}{3}, \underset{C}{-4} \rangle$$

$(\underset{x_0}{-1}, \underset{y_0}{2}, \underset{z_0}{3})$

Düzlem: $-6(x+1)+3(y-2)-4(z-3)=0$

$-6x+3y-4z=0$ Cevap B

---

(12) $x+y=1$ ve $2x+y-2z=2$ düzlemlerinin kesişim doğrusuna dik olan ve $P(3,1,-1)$ noktasından geçen düzlem?

Nokta ✓ ↙ ↘ Normal $\vec{n}$??

Doğrunun yön vektörü $\vec{v}$ olsun.

Doğru $\perp$ Düzlem $\Rightarrow$ $\vec{v} \perp$ Düzlem

↳ Aranan düzlemin normali arakesitin yön vektörü.

Arakesitin yön vektörü: $(\underbrace{1.\text{Düzlemin normali}}_{\vec{n_1}}) \times (\underbrace{2.\text{Düz. normali}}_{\vec{n_2}})$

$\vec{n_1}=\langle 1,1,0\rangle$ $\quad$ $\vec{n_2}=\langle 2,1,-2\rangle$

$$\vec{v}=\vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \langle \underset{A}{-2}, \underset{B}{2}, \underset{C}{-1} \rangle$$

$P(\underset{x_0}{3}, \underset{y_0}{1}, \underset{z_0}{-1})$

$-2(x-3)+2(y-1)-(z+1)=0$

$-2x+2y-z=-3$

Cevap B

(13) Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

a) $x+2y+3z=5$ ile $x-2y+z=3$ birbirine diktir

b) $x-2y+5z=1$ düzlemi ile $x=2-t$, $y=1+2t$, $z=t-1$ doğrusu paraleldir

c) $2x+3y+z=2$ düzlemi ile $4x+6y+2z=4$ düzlemi paraleldir

d) $\left.\begin{array}{l} x=1+t \\ y=2-t \\ z=t-3 \end{array}\right\}$ doğrusu ile $\left.\begin{array}{l} x=3+2t \\ y=-2t+4 \\ z=5+2t \end{array}\right\}$ doğrusu paraleldir

e) $2x+3y+2z=5$ düzlemi ile $\left.\begin{array}{l} x=2+4t \\ y=3+6t \\ z=-1+4t \end{array}\right\}$ doğrusu paraleldir.

Hepsini inceleyelim :)

a) $x+2y+3z=5 \perp x-2y+z=3 \Rightarrow \vec{n_1} \perp \vec{n_2} \Rightarrow \vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0$ olmalı

$\downarrow$ Normali $\quad \downarrow$ Normali

$\vec{n_1}=\langle 1,2,3\rangle \quad \vec{n_2}=\langle 1,-2,1\rangle \quad \vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=1-4+3=0$ ✓ Düzlemler dik

b) $x-2y+5z=1 \;//\; \left\{\begin{array}{l} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=t-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{n}\perp\vec{v}$ olmalı $\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v}=0$ olmalı

$\downarrow$ Normali $\quad \downarrow$ Yön vektörü

$\vec{n}=\langle 1,-2,5\rangle \quad \vec{v}=\langle -1,2,1\rangle \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v}=-1-4+5=0 \Rightarrow$ Düzlem ile doğru paralel ✓

c) $2x+3y+z=2 \;//\; 4x+6y+2z=4 \Rightarrow \vec{n_1}\,//\,\vec{n_2}$ olmalı

$\downarrow$ Normali $\quad \downarrow$ Normali

$\vec{n_1}=\langle 2,3,1\rangle \quad \vec{n_2}=\langle 4,6,2\rangle \quad \vec{n_2}=2\vec{n_1} \Rightarrow \vec{n_1}\,//\,\vec{n_2} \Rightarrow$ Düzlemler paralel

d) $\left\{\begin{array}{l} x=1+t \\ y=2-t \\ z=t-3 \end{array}\right\} \;//\; \left\{\begin{array}{l} x=3+2t \\ y=-2t+4 \\ z=5+2t \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{v_1}\,//\,\vec{v_2}$ olmalı

$\downarrow \quad \downarrow$

$\vec{v_1}=\langle 1,-1,1\rangle \quad \vec{v_2}=\langle 2,-2,2\rangle \Rightarrow \vec{v_2}=2\vec{v_1} \Rightarrow \vec{v_1}\,//\,\vec{v_2} \rightarrow$ Doğrular paralel ✓

e) $2x+3y+2z=5 \;//\; \left\{\begin{array}{l} x=2+4t \\ y=3+6t \\ z=-1+4t \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{n}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v}=0$ olmalı

$\vec{n}\cdot\vec{v}=8+18+8=34\neq 0$

$\downarrow$ Normali $\quad \downarrow$ Yön v.

$\vec{n}=\langle 2,3,2\rangle \quad \vec{v}=\langle 4,6,4\rangle$ Düzlem ile Doğru paralel değil

Cevap E

(14) A(1,1,2), B(0,2,3), C(2,1,1) noktalarından geçen düzlem?

Nokta Norm.

a) $x=1-t$
$y=1$
$z=2-t$

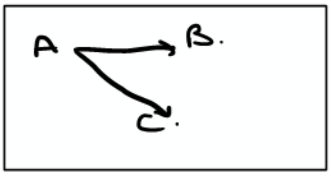
b) $x+y=3$

c) $x+z=3$

d) $y+z=3$

$\vec{n}=\vec{AB}\times\vec{AC}$

$\vec{AB}=\langle -1,1,1\rangle$ $\vec{AC}=\langle 1,0,-1\rangle$



$$\vec{n}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{vmatrix}=\langle \underset{A}{-1},\underset{B}{0},\underset{C}{-1}\rangle$$

$(\underset{x_0}{1},\underset{y_0}{1},\underset{z_0}{2})$

Cevap C

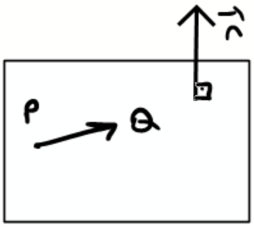
$$-(x-1)-(z-2)=0 \rightarrow \boxed{x+z=3}$$

---

(15) P(1,2,1) ve Q(2,0,1) den geçen ve $3x-y+z=6$ düzlemine dik düzlem?

Nokta ✓ Normal ?

Normali $\vec{n_1}$ olsun.



$\vec{n_1}=\langle 3,-1,1\rangle$

$\vec{PQ}=\langle 1,-2,0\rangle$

Sorulan düzlemin normali $\vec{n}$ olsun.

$\vec{PQ}$ düzlem üstünde olduğundan: $\vec{PQ}\perp\vec{n}$

Sorulan düzlem $3x-y+z=6$ ya dik olduğundan: $\vec{n_1}\perp\vec{n}$

$\rightarrow \boxed{\vec{n}=\vec{PQ}\times\vec{n_1}}$

$$\vec{n}=\vec{PQ}\times\vec{n_1}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & -2 & 0\\ 3 & -1 & 1\end{vmatrix}=\langle \underset{A}{-2},\underset{B}{-1},\underset{C}{5}\rangle$$

$P(\underset{x_0}{1},\underset{y_0}{2},\underset{z_0}{1})$

Cevap A

$$-2(x-1)-(y-2)+5(z-1)=0 \Rightarrow \boxed{-2x-y+5z=1}$$

---

(16) Öyle bir ℓ doğrusu bulun ki hem P(1,3,1) noktasından geçsin hem de $\ell_1:\begin{cases}x=3+t\\ y=1-t\\ z=5+2t\end{cases}$ ve $\ell_2:\begin{cases}x=1\\ y=4+t\\ z=2+t\end{cases}$ doğrularına dik olsun.

Doğru soruluyor

Nokta
$(\underset{x_0}{1},\underset{y_0}{3},\underset{z_0}{1})$

Yön vekt.
?
$\vec{v}$ olsun.

Yön v.
$\vec{v_1}=\langle 1,-1,2\rangle$

Yön v.
$\vec{v_2}=\langle 0,1,1\rangle$

$\ell \perp \ell_1 \Rightarrow \vec{v} \perp \vec{v_1}$
$\ell \perp \ell_2 \Rightarrow \vec{v} \perp \vec{v_2}$ $\Big] \rightarrow \vec{v} = \vec{v_1} \times \vec{v_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \langle \underset{a}{-3}, \underset{b}{-1}, \underset{c}{1} \rangle$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 1-3t \\ y &= 3-t \\ z &= 1+t \end{aligned}}$$ → şıklarda yok!

$\vec{v} = \vec{v_2} \times \vec{v_1}$ yapsaydık
$\vec{v} = \langle \underset{a}{3}, \underset{b}{1}, \underset{c}{-1} \rangle$ bulurduk.

↓ Bunu kullanarak denklemi yazarsak:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 1+3t \\ y &= 3+t \\ z &= 1-t \end{aligned}}$$

Cevap A

---

(17) $x+2y+z=1$ ile $2x+2y-z=1$ düzlemlerinin arakesit doğrusuna paralel ve $(1,0,2)$ noktasından geçen doğru?

Nokta ✓   Yön vek. ?
↳ $\vec{v}$ olsun

$x+2y+z=1 \xrightarrow{\text{Normali}} \vec{n_1} = \langle 1,2,1 \rangle$

$2x+2y-z=1 \xrightarrow{\text{Normali}} \vec{n_2} = \langle 2,2,-1 \rangle$

$\vec{v} = \vec{n_1} \times \vec{n_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \langle \underset{a}{-4}, \underset{b}{3}, \underset{c}{-2} \rangle$

$\begin{matrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ (1, & 0, & 2) \end{matrix}$

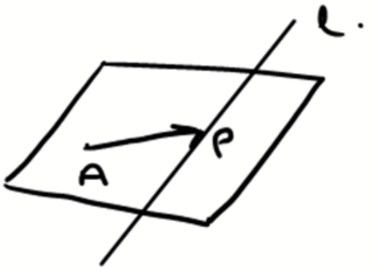
$$\boxed{\begin{aligned} x &= 1-4t \\ y &= 3t \\ z &= 2-2t \end{aligned}}$$ → şıklarda yok!

$\vec{v} = \vec{n_2} \times \vec{n_1}$ yapsaydık
$= \langle \underset{a}{4}, \underset{b}{-3}, \underset{c}{2} \rangle$ olurdu.

$\begin{matrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ (1, & 0, & 2) \end{matrix}$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 1+4t \\ y &= -3t \\ z &= 2+2t \end{aligned}}$$ → Cevap A

(18) $A(1,6,-4)$ noktasından geçen ve $\ell: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-3t \\ z = 3-t \end{cases}$ doğrusunu içeren düzlemin denklemi?



$x = 1+2t$

$y = 2-3t$

$z = 3-t$

↳ $\vec{v} = \langle 2, -3, -1 \rangle$ → yön vektörü düzlem üstündedir

$P(1,2,3)$ noktası doğrunun dolayısıyla düzlemin üstündedir.

$\overrightarrow{AP} = \langle 0, -4, 7 \rangle$ → düzlemde

Düzlemin normali $\vec{n}$ olsun.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{n} \perp \overrightarrow{AP} \\ \vec{n} \perp \vec{v} \end{array}\right] \rightarrow \vec{n} = \overrightarrow{AP} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -4 & 7 \\ 2 & -3 & -1 \end{vmatrix} = \langle \underset{A}{25}, \underset{B}{14}, \underset{C}{8} \rangle$$

$P(\underset{x_0}{1}, \underset{y_0}{2}, \underset{z_0}{3})$

$$25(x-1) + 14(y-2) + 8(z-3) = 0$$

$$25x + 14y + 8z = 77$$

19

$x = 3\cos t + \sin t$, $y = e^{2t}$ parametrik denklemleri ile verilen eğrinin $(3,1)$ noktasındaki teğet doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

(a) $y = x - 2$ (b) $y = 2x - 5$ (c) $y = \frac{x-1}{2}$ (d) $y = \frac{2x-3}{3}$ (e) $y = 3x - 8$

$$m_T = \frac{dy}{dt} = \left. \frac{2e^{2t}}{-3\sin t + \cos t} \right|_{t=0} = \boxed{2}$$

$$(x,y) = (3,1)$$

$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} 3\cos t + \sin t = 3 \\ e^{2t} = 1 \end{array}\right\} t = 0$$

$m_T = 2$, $(3,1)$

$\Downarrow$ Teğet

$$y - 1 = 2(x-3) \Rightarrow y = 2x - 5$$

$\vec{n_1} = \langle 1, -2, 3 \rangle$ $\vec{n_2} = \langle 1, 1, 1 \rangle$

20) $x - 2y + 3z = 3$ ve $x + y + z = 2$ düzlemlerinin arakesit (kesişim) doğrusuna dik olan ve $P(2, 2, -2)$ noktasından geçen düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

x_0 y_0 z_0

(a) $-5x + 2y + 3z = -12$

(b) $-4x + y + 3z = -12$

(c) $-5x + 2y + 3z = -10$

(d) $-4x - 2y + 3z = -18$

(e) $-4x + y + 3z = -10$

$$\vec{V} = \vec{n_1} \times \vec{n_2}$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \langle -5, 2, 3 \rangle$$

A B C

$$-5(x-2) + 2(y-2) + 3(z+2) = 0$$

$$\boxed{-5x + 2y + 3z = -12}$$

21) Aşağıda verilen ifadelerin doğruluğunu belirleyiniz.

$\vec{n} = \langle 1, 2, 2 \rangle$ $\quad$ $\vec{v} = \langle -2, 3, -2 \rangle$ $\quad$ $\vec{n} \cdot \vec{v} = -2+6-4 = 0$

I: $\quad x+2y+2z=3$ düzlemi ile $\begin{Bmatrix} x=1-2t \\ y=2+3t \\ z=2-2t \end{Bmatrix}$ doğrusu paraleldir ✓

Doğru // Düzlem ✓

$\vec{v_1} = \langle 3, 2, 1 \rangle$ $\quad$ $\vec{v_2} = \langle -2, -2, 2 \rangle$

II: $\begin{Bmatrix} x=1+3t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{Bmatrix}$ doğrusu ile $\begin{Bmatrix} x=2-2t \\ y=1-2t \\ z=1+2t \end{Bmatrix}$ doğrusu diktir ✗ $\rightarrow$ $\vec{v_1} \cdot \vec{v_2} = -6-4+2 = -8 \neq 0$

dik değil

III: $\quad x+3y=5-2z$ düzlemi ile $6y+4z=6-2x$ düzlemi paraleldir ✓

$x+3y+2z=5$ $\quad$ $2x+6y+4z=6$

(a) I - Doğru	(b) I - Yanlış	(c) I - Doğru	(d) I - Doğru	(e) I - Yanlış
II - Doğru	II - Yanlış	II - Doğru	II - Yanlış	II - Doğru
III - Doğru	III - Doğru	III - Yanlış	III - Doğru	III - Yanlış

$\vec{n_1} = \langle 1, 3, 2 \rangle$ $\quad$ $\vec{n_2} = \langle 2, 6, 4 \rangle$

$\vec{n_2} = 2\vec{n_1} \rightarrow$ Paralel ✓