1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2.\cos(2x!)}{x^4+3} = ?$

a) 1 b) 0 c) Limit mevcut değildir d) 1/3 e) 2

$$\lim_{x\to\infty} \underbrace{\frac{x^2}{x^4+3}}_{0} \cdot \underbrace{\cos(2x!)}_{-1\le A\le 1} = \underline{\underline{0}}$$

---

2) $f(x)=\sqrt{2-\sqrt{3-\sqrt{4-x}}}$ fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

a) (3, 4) b) (-5, 4] c) [3, 4] d) [-5 , 4] e) Hiçbiri

$2-\sqrt{3-\sqrt{4-x}} \geq 0$ ve $3-\sqrt{4-x} \geq 0$ ve $4-x \geq 0$

$\downarrow$

$2 \geq \sqrt{3-\sqrt{4-x}}$

$\downarrow$

$4 \geq 3-\sqrt{4-x}$

$\downarrow$

$\sqrt{4-x} \geq -1$

$\downarrow$

$\sqrt{4-x}$ tanımlı iken yani

$4-x \geq 0 \rightarrow \boxed{x \leq 4 \text{ iken doğru}}$

$\downarrow$

$3 \geq \sqrt{4-x}$

$\downarrow$

$9 \geq 4-x$

$\downarrow$

$\boxed{x \geq -5}$

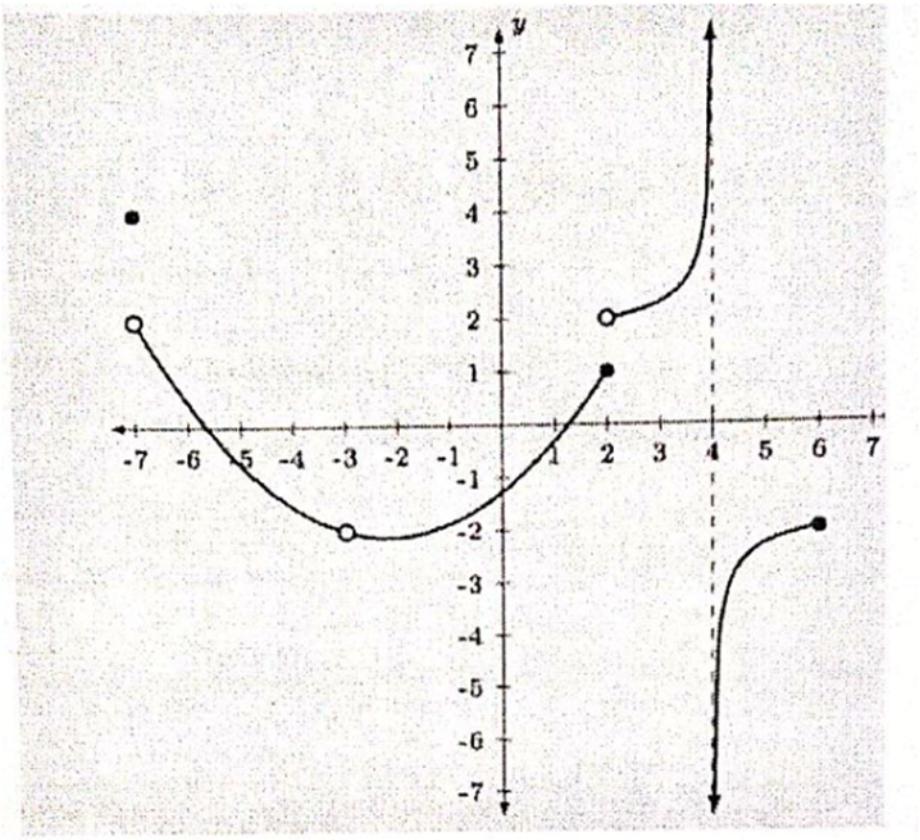
$\downarrow$

$\boxed{4 \geq x}$

$\downarrow$

$\boxed{[-5, 4]}$

3) Grafiği verilmiş [-7, 6] aralığında tanımlı f(x) fonksiyonunun [-7, 6] aralığındaki süreksizlik noktaları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?



a) x=-7 ve x=2 sıçramalı, x= -3 kaldırılabilir, x=4 sonsuz (esas) süreksiz

b) x=-7 ve x=-3 kaldırılabilir, x=2 ve x=4 sıçramalı

c) x=-7 kaldırılabilir, x=-3 ve x=2 sıçramalı, x=4 sonsuz (esas) süreksiz

d) x=-7 ve x=-3 kaldırılabilir, x=2 sıçramalı, x=4 sonsuz (esas) süreksiz

e) x=-7 esas , x=-3 sıçramalı, x=2 kaldırılabilir, x=4 sonsuz (esas) süreksiz

4)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^{2020} \sin 4x}{(\sin x)^{2021}} ?$$

a) 0 b) 2 c) 4 d) 2020 e) hiçbiri

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^{2020} \cdot \sin 4x}{(\sin x)^{2021}} = \lim_{x\to 0} \frac{x^{2020}}{(\sin x)^{2020}} \cdot \frac{\sin 4x}{\sin x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \underbrace{\left(\frac{x}{\sin x}\right)^{2020}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{\sin 4x}{4x}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1} \cdot 4$$

$$= \boxed{4}$$

---

5)

$$\lim_{x\to 1} \frac{|x-1|+x}{|x-4|} ?$$

a) limit mevcut değildir b) 1/2 c) 1/3 d) 1/4 e) 1

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{x-1+x}{-(x-4)} = +\frac{1}{3} \qquad \lim_{x\to 1^-} \frac{1-x+x}{-(x-4)} = \frac{1}{3}$$

Limit $\frac{1}{3}$

6) $\lim_{x\to-\infty} \sqrt{4x^2+2x}+2x = ?$

a) 0

b) ∞

c) $-\infty$

d) $\frac{1}{2}$

e) $-\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2+2x}+2x}{1} \cdot \frac{\left(\sqrt{4x^2+2x}-2x\right)}{\left(\sqrt{4x^2+2x}-2x\right)} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\cancel{4x^2}+2x-\cancel{4x^2}}{\sqrt{4x^2+2x}-2x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{\underbrace{|x|}_{-x}\sqrt{4+\frac{2}{x}}-2x}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{2\cancel{x}}{-\cancel{x}\left[\sqrt{4+\underbrace{\frac{2}{x}}_{0}}+2\right]} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

---

7) Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin x=1 deki süreksizliği kaldırılabilir ?

a) $\ln\left|x^2-1\right|$ b) $\sin\frac{1}{1-x}$ c) $\tan\frac{\pi x}{2}$ d) $\frac{x^2+4}{x-1}$ e) $\frac{x^2+2x-3}{x^2-1}$

Çünkü e) şıkkındaki fonksiyonun x=1 için limiti mevcuttur

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(\sin x)^{100}}{x^{99}\sin 2x}$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

a) 2

b) $\dfrac{1}{2}$

c) 0

d) ∞

e) Limit mevcut değildir.

$$\lim_{x\to 0} \frac{(\sin x)^{100}}{x^{99}\cdot \sin 2x} = \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{(\sin x)^{99}}{x^{99}}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{\sin x}{\sin 2x}}_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

---

9) Aşağıdaki limitlerden hangilerinin sonucu doğrudur?

I) $\lim\limits_{x\to 1}(x-1).\sin\dfrac{1}{x-1}=1$ II) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(x-2)}{x^2-4}=\dfrac{1}{4}$ III) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 2x}{x^2}=2$ IV) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=0$

a) Yalnız I b) Yalnız II c) I ve II d) I, III ve IV e) I, II, III ve IV

$$\lim_{x\to 1} \underbrace{(x-1)}_{0}.\underbrace{\sin\frac{1}{x-1}}_{-1\le A\le 1} = 0 \text{ dır} \quad (\text{I yanlış})$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} = \lim_{x\to 2} \underbrace{\frac{\sin(x-2)}{x-2}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{1}{x+2}}_{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \quad (\text{II doğru})$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2} = \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{\sin 2x}{x}}_{2} \cdot \underbrace{\frac{\sin 2x}{x}}_{2} = 4 \quad (\text{III yanlış})$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{\sin^2 x}{x^2}}_{\underbrace{\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2}_{1}} \cdot \underbrace{\frac{1}{1+\cos x}}_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \quad (\text{IV yanlış})$$

$(1+\cos x)$

10) $\lim_{x\to\infty} x^2 \cdot \left(1-\cos\frac{2}{x}\right) = ?$ a) 0 b) 1 c) 2 d) $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2 \cdot \left(1-\cos\frac{2}{x}\right)\cdot\left(1+\cos\frac{2}{x}\right)}{1+\cos\frac{2}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2\cdot\left(1-\cos^2\frac{2}{x}\right)}{1+\cos\frac{2}{x}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\overbrace{1-\cos^2\frac{2}{x}}^{\sin^2\frac{2}{x}}}{\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{1}{1+\cos\frac{2}{x}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \underbrace{\left(\frac{\sin\frac{2}{x}}{\frac{1}{x}}\right)^2}_{2^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{1+\cos\frac{2}{x}}}_{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{2}}$$

---

11) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+\sin x}-\sqrt{1+\cos x}}{\tan x} = ?$ a) 0 b) 1 c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

$$\left(\sqrt{2+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}\right)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\left(\sqrt{2+\sin x}-\sqrt{1+\cos x}\right)\left(\sqrt{2+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}\right)}{\tan x\cdot\left(\sqrt{2+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1+\sin x-\cos x}{\frac{\sin x}{\cos x}\cdot\left(\sqrt{2+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{1-\cos x}{\sin x}\cdot\frac{\cos x}{\sqrt{2+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}} + \overbrace{\frac{\cos x}{\sqrt{2+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}}}^{\frac{1}{2\sqrt{2}}}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{1-\cos x}{x}}_{0}\cdot\underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1}\cdot\underbrace{\frac{\cos x}{\sqrt{2+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}}}_{\frac{1}{2\sqrt{2}}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{2\sqrt{2}}}}$$

12) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sin|x|.\tan x} = ?$ a) 0 b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) Limit mevcut değil

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1-\cos x}{\sin x.\underbrace{\tan x}_{\frac{\sin x}{\cos x}}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{(1-\cancel{\cos x}).\cos x}{\underbrace{\sin^2 x}_{\underbrace{1-\cos^2 x}_{(1-\cancel{\cos x})(1+\cos x)}}} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{1+\cos x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{1-\cos x}{-\sin x.\tan x} = \lim_{x\to 0^-} -\frac{(1-\cancel{\cos x}).\cos x}{\underbrace{\sin^2 x}_{\underbrace{1-\cos^2 x}_{(1-\cancel{\cos x})(1+\cos x)}}} = \lim_{x\to 0^-} -\frac{\cos x}{1+\cos x} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1-\cos x}{\sin|x|.\tan x} \neq \lim_{x\to 0^-} \frac{1-\cos x}{\sin|x|.\tan x} \Rightarrow \text{limit mevcut değil}$$

---

13) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin 2x}{x^2-\pi x} = ?$ a) 0 b) $\frac{2}{\pi}$ c) ∞ d) 1

$x-\pi = t$ olsun. $x\to\pi$ ise $t\to 0$ olur.

$$\lim_{x\to\pi} \frac{\sin 2x}{x(x-\pi)} = \lim_{t\to 0} \frac{\sin(2\pi+2t)}{(\pi+t).t} = \lim_{t\to 0} \underbrace{\frac{\sin 2t}{2t}}_{1} . \frac{2}{\pi+t} = \frac{2}{\pi}$$

---

14) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x-\sqrt{1+x^2}}{x-\sqrt{x}} = ?$

a) 1 b) 2 c) 0 d) ∞ e) $-\infty$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x}\left(1-\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{x^2}}_{\to 0}}\right)}{\cancel{x}\left(1-\underbrace{\frac{1}{\sqrt{x}}}_{0}\right)} = \boxed{0}$$

15) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{1-\sin 2x}}{\tan x} = ?$ a) 0 b) 1 c) 2 d) ∞

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{1-\sin 2x}}{\tan x} = \lim_{x\to 0} \frac{(1-\sqrt{1-\sin 2x})(1+\sqrt{1-\sin 2x})}{\tan x.(1+\sqrt{1-\sin 2x})}$$

$(1+\sqrt{1-\sin 2x})$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{1}-\cancel{1}+\sin 2x}{\tan x.(1+\sqrt{1-\sin 2x})} = \lim_{x\to 0} \frac{2.\cancel{\sin x}.\overset{1}{\cos x}}{\underbrace{\frac{\cancel{\sin x}}{\cos x}}_{1}.(1+\underbrace{\sqrt{1-\sin 2x}}_{1})}$$

$$= \frac{2}{2} = \underline{\underline{1}}$$

---

16) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|2x+5|-3}}{x^2+1}$ Tanım kümesi?

a) $[-1,\infty) \cup (-\infty,-4]$ b) $(-1,\infty) \cup (-\infty,-4)$

c) $(4,\infty) \cup (-\infty,1)$ d) $[4,\infty) \cup (-\infty,1]$

$|2x+5|-3 \geq 0$ olmalı.

$|2x+5| \geq 3 \rightarrow 2x+5 \geq 3 \rightarrow x \geq -1$

$\rightarrow 2x+5 \leq -3 \rightarrow x \leq -4$

$D(f) = (-\infty,-4] \cup [-1,\infty)$

---

17) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}}$ Tanım kümesi?

a) $(0,\infty)$ b) $(-\infty,0)$ c) $(1,\infty)$ d) $(-\infty,1)$

$|x|-x > 0$ olmalı $\Rightarrow |x| > x \Rightarrow x < 0 \Rightarrow D(f) = (-\infty,0)$

18) $\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}\right) = ?$

a) 0 b) 1 c) 2 d) $\frac{1}{2}$ e) -1

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}\right).\left(\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}\right)}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-x^2+x}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x^2-x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2\cancel{x}}{\underbrace{|x|}_{\cancel{x}}\left(\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{x}}_{0}} + \sqrt{1-\underbrace{\frac{1}{x}}_{0}}\right)} = \frac{2}{2} = \underline{\underline{1}}$$

---

19) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^2}{\sqrt{1+x^2}-1} = ?$ a) 0 b) 1 c) 2 d) $\frac{1}{2}$ e) -1

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^2}{\underbrace{\sqrt{1+x^2}-1}_{(\sqrt{1+x^2}+1)}} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x^2}{1+x^2-1}.\left(\sqrt{1+x^2}+1\right) = \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{\sin x^2}{x^2}}_{1}.\underbrace{\left(\sqrt{x^2+1}+1\right)}_{2} = 2$$

---

20) $\lim_{x\to\infty} x^2.\sin\frac{1}{x} = ?$ a) 0 b) 1 c) 2 d) ∞

$$\lim_{x\to\infty} \underbrace{x}_{\infty}.\underbrace{\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}}_{1} = \infty$$

---

21) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x}.\sin\frac{1}{x} = ?$ a) 0 b) 1 c) 2 d) ∞

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{\sqrt{x}}}.\frac{\frac{1}{\sqrt{x}}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \lim_{x\to\infty} \underbrace{\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}}_{1}.\underbrace{\frac{1}{\sqrt{x}}}_{0} = 0$$

22) $f(x) = \dfrac{x^2}{1-\cos x}$ fonksiyonunu $x=0$ da sürekli genişlemesi $F(x)$ olsun. Bu durumda $F(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) -1

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2 \cdot (1+\cos x)}{1-\cos^2 x}$$

$(1+\cos x)$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2 \cdot (1+\cos x)}{\sin^2 x} = \lim_{x\to 0} \underbrace{\left(\frac{x}{\sin x}\right)^2}_{1} \cdot \underbrace{(1+\cos x)}_{2}$$

$= \boxed{2}$ → $f(0) = 2$ olarak tanımlanmalı

---

23) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sqrt{1-\cos 2x}}{\sin 2x} = ?$ a) 0 b) 1 c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{\sin 2x} \cdot \frac{\sqrt{1+\cos 2x}}{\sqrt{1+\cos 2x}} = \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{1-\cos^2 2x}}{\sin 2x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\cos 2x}}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{\overbrace{|\sin 2x|}^{-\sin 2x}}{\sin 2x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\cos 2x}} = \lim_{x\to 0^-} \underbrace{-\frac{\sin 2x}{\sin 2x}}_{-1} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1+\cos 2x}}}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

---

24) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1} = ?$ a) 0 b) 1 c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{3}$

$x = t^{12}$ olsun. $x \to 1 \Rightarrow t \to 1$

$$\lim_{t\to 1} \frac{t^4-1}{t^3-1} = \lim_{t\to 1} \frac{\overbrace{\cancel{(t^2-1)}}^{t+1}(t^2+1)}{\cancel{(t-1)}(t^2+t+1)} = \frac{2.2}{3} = \frac{4}{3}$$

25)

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{a-\sqrt{2-x}} & , x\le 1 \\ \dfrac{x-1}{x-\sqrt{3x^2-2}} & , 1<x<3 \\ \dfrac{\sin\frac{x-3}{b}}{1-\sqrt{x-2}} & , x\geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonu $x=1$ ve $x=3$ de sürekli ise $a,b=?$

a) $a=-1$, $b=2$ b) $a=1$, $b=-2$ c) $a=-1$, $b=-2$ d) $a=1$, $b=2$

* $f(x)$, $x=1$ de sürekli ise: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=f(1)$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x-1}{x-\sqrt{3x^2-2}}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\cancel{(x-1)}(x+\sqrt{3x^2-2})}{-2\underbrace{\cancel{(x^2-1)}}_{x+1}}=-\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{a-\sqrt{2-x}}=\frac{1}{a-1}=f(1) \longrightarrow \frac{1}{a-1}=-\frac{1}{2}\to a-1=-2$$

$$\boxed{a=-1}$$

* $f(x)$, $x=3$ de sürekli ise: $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=f(3)$

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{x-1}{x-\sqrt{3x^2-2}}=\frac{2}{3-5}=-1$$

$$\lim_{x\to 3^+}\frac{\sin\frac{x-3}{b}\cdot(1+\sqrt{x-2})}{(1-\sqrt{x-2})(1+\sqrt{x-2})}=\lim_{x\to 3^+}\frac{\sin\frac{x-3}{b}}{3-x}\cdot(1+\sqrt{x-2})$$

$$=\lim_{x\to 3^+}\underbrace{\frac{\sin\frac{x-3}{b}}{\frac{x-3}{b}}}_{1}\cdot\frac{1}{-b}\cdot\underbrace{(1+\sqrt{x-2})}_{2}=-\frac{2}{b}$$

$$-\frac{2}{b}=-1 \Rightarrow \boxed{b=2}$$

26) $f(x)=\dfrac{x\sin x}{1-\cos x}$ fonksiyonunu $x=0$ da sürekli genişlemesi $F(x)$ olsun. Bu durumda $F(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) -1

$$\lim_{x\to 0}\frac{x.\sin x}{1-\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{x.\cancel{\sin x}}{\underbrace{1-\cos^2 x}_{\cancel{\sin^2 x}\ \sin x}}.(1+\cos x)=\lim_{x\to 0}\underbrace{\frac{x}{\sin x}}_{1}.\underbrace{(1+\cos x)}_{2}$$

$(1+\cos x)$

$=2 \to F(0)=2$ olarak tanımlanmalı

---

27)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin 3x}{x} & , x<0\\ 1+a & , x=0\\ \dfrac{x-b}{2x+1} & , x>0\end{cases}$$

fonksiyonunun $\forall x\in\mathbb{R}$ için sürekli olması için a ve b ne olmalıdır?

a) $a=2$, $b=-3$ b) $a=-2$, $b=-3$ c) $a=2$, $b=3$ d) $a=-2$, $b=3$

$x<0$ için; $\dfrac{\sin 3x}{x}$ ve $x>0$, için $\dfrac{x-b}{2x+1}$ fonksiyonları süreklidir. Dolayısıyla $f(x)$ in $\forall x\in\mathbb{R}$ de sürekli olması için $x=0$'da sürekli olmalıdır.

$x=0$ da sürekli ise:

$$\underbrace{\lim_{x\to 0^+}\underbrace{f(x)}_{\frac{x-b}{2x+1}}=\lim_{x\to 0^-}\underbrace{f(x)}_{\frac{\sin 3x}{x}}}_{①}=\underbrace{f(0)}_{1+a}_{②}$$ olmalı.

① den:

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x-b}{2x+1}=-b$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin 3x}{x}=3$$

$\to -b=3 \to \boxed{b=-3}$

② den:

$3=1+a \Rightarrow \boxed{a=2}$

28) $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{\sin(x-3)}} = ?$

a) 0 b) 1 c) -1 d) ∞

$$\lim_{x\to 3^+} \underbrace{\frac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{\sin(x-3)}}}_{\underbrace{\sqrt{\frac{x-3}{\sin(x-3)}}}_{1}} = \boxed{1}$$

---

29)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 3x}{\sin\sqrt{x}} & , x > 0 \\ 1-a & , x = 0 \\ \dfrac{x-b}{2x-1} & , x < 0 \end{cases}$$

fonksiyonunun $x=0$ da sürekli olması için $a, b = ?$

a) $a=1$, $b=1$

b) $a=1$, $b=0$

c) $a=-1$, $b=-1$

d) $a=-1$, $b=0$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = f(0)$ olmalı.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin 3x}{\sin\sqrt{x}} = \lim_{x\to 0^+} \underbrace{\frac{\sin 3x}{3x}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{x}}{\sin\sqrt{x}}}_{1} \cdot \underbrace{3\sqrt{x}}_{0} = 0$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{x-b}{2x-1} = b \longrightarrow \boxed{b=0}$$

$$f(0) = 1-a \longrightarrow 1-a=0 \to \boxed{a=1}$$

30) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+x}}\right)=?$ a) 0 b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) ∞

$\to \infty-\infty$ belirsizliği

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x\cdot\sqrt{x^2+x}-x^2}{\sqrt{x^2+x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2(x^2+x)-x^4}{\underbrace{\sqrt{x^2+x}}_{\frac{|x|}{x}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{x}}}\cdot\left(x\underbrace{\sqrt{x^2+x}}_{\frac{|x|}{x}\sqrt{1+\frac{1}{x}}}+x^2\right)}$$

$(x\sqrt{x^2+x}+x^2)$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x^3}\;1}{\cancel{x^3}\cdot\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{x}}_{0}}\cdot\left(\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{x}}_{0}}+1\right)}=\frac{1}{2}$$

---

31) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{|x-2|}, & x\neq 2\\ 4, & x=2\end{cases}$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I. $x=2$ de sıçramalı süreksizdir

II. $x=2$ de sağdan süreklidir

III. $x=2$ de sonsuz süreksizdir

a) I, II b) II, III c) Yalnız I d) Yalnız III

$f(2)=4$

$$\lim_{x\to 2^+}f(x)=\lim_{x\to 2^+}\frac{\overset{x+2}{\cancel{x^2-4}}}{\cancel{x-2}}=4$$

$$\lim_{x\to 2^-}f(x)=\lim_{x\to 2^-}\frac{\overset{x+2}{\cancel{x^2-4}}}{-\cancel{(x-2)}}=-4$$

$\overbrace{\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)}^{+4}\neq\overbrace{\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)}^{-4}$ olduğundan $x=2$ de sıçramalı süreksizlik var.

(I doğru)

$f(2)=\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=4$ olduğundan sağdan sürekli

(II doğru)

III. Yanlış

32)

$$f(x)=\begin{cases} x & , x\le -2 \\ \dfrac{1}{x+2} & , -2<x\le 1 \\ \dfrac{\sin(1-\sqrt{x})}{x-1} & , x>1 \end{cases}$$

fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

I. $x=-2$ de sonsuz süreksizliği vardır

II. $x=1$ de sağdan süreklidir

III. $x=1$ de sıçramalı süreksizliği vardır

IV. $x=1$ deki süreksizlik kaldırılabilir

a) I, II, III, IV b) I, IV c) I, II, III d) I, III, II

e) I, III

$\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{1}{x+2} = +\infty \rightarrow$ $x=-2$ de sonsuz (esas) süreksizlik var (I doğru ✓)

$\lim\limits_{x\to -2^-}$ $x=-2$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin(1-\sqrt{x})}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{\sin(1-\sqrt{x})}{-(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} = -\frac{1}{2}$$

1

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{1}{3}$ $\longrightarrow \neq \rightarrow$ $x=1$'de sıçramalı süreksiz

(III doğru ✓)

(IV yanlış)

$f(1) = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow$ $x=1$ de soldan sürekli

(II. yanlış)

33)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & , x=0 \\ \sin\frac{x}{3} & , 0<x\leq 3 \\ 2^{\frac{1}{x-4}} & , 3<x<4 \text{ ve } 4<x\leq 5 \\ \frac{\pi}{2} & , x=4 \end{cases}$$

[0,5] aralığında tanımlı f(x) fonk.u için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

a) x=0 da kaldırılabilir süreksizdir

b) x=3 de sıçramalı süreksizdir

c) x=4 de sıçramalı süreksizdir

d) x=1 de süreklidir

e) x=5 de süreklidir

$\underline{x=0}$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^+} \sin\left(\frac{x}{3}\right) = 0 \\ f(0) = \frac{\pi}{2} \end{array}\right] \neq$$

x=0 sol uç noktasında kaldırılabilir süreksizdir.

$\underline{x=3}$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3^+} 2^{\frac{1}{x-4}} = \frac{1}{2} = f(3) \\ \lim\limits_{x\to 3^-} \sin\left(\frac{x}{3}\right) = \sin 1 \end{array}\right] \neq$$

x=3 de sıçramalı süreksizdir.

$\underline{x=4}$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 4^+} 2^{\frac{1}{x-4}} = 2^{\infty} = \infty \\ \lim\limits_{x\to 4^-} 2^{\frac{1}{x-4}} = 2^{-\infty} = 0 \end{array}\right]$$

x=4 de sonsuz (esas) süreksizdir.

$\underline{x=1}$

Fonk. sürekli

$\underline{x=5}$

$f(5) = 2 = \lim\limits_{x\to 5^-} 2^{\frac{1}{x-4}} \rightarrow$ x=5 sol uç noktada sürekli

34)

$f(x) = \dfrac{3.|x-2|}{x^2.(4-x^2)}$ fonksiyonunun süreksiz olduğu noktaları ve süreksizlik tiplerini inceleyiniz.

$x^2.(4-x^2)=0 \rightarrow x=0 \;, x=2, \; x=-2$ de süreksiz.

<u>$x=0$ için</u>

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{3.\cancel{(2-x)}}{x^2.\cancel{(2-x)}(2+x)} = \lim_{x\to 0^-} \frac{3.\cancel{(2-x)}}{x^2.\cancel{(2-x)}(2+x)} = +\infty \Rightarrow x=0 \text{ da}$$

sonsuz (esas) süreksiz

<u>$x=-2$ için</u>

$$\lim_{x\to -2^+} \frac{3.\cancel{(2-x)}}{x^2.\cancel{(2-x)}(2+x)} = +\infty \qquad \lim_{x\to -2^-} \frac{3.\cancel{(2-x)}}{x^2.\cancel{(2-x)}(2+x)} = -\infty$$

$\Downarrow$

$x=-2$ de sonsuz (esas) süreksiz

<u>$x=2$ için</u>

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{3.\overset{-1}{\cancel{(x-2)}}}{x^2\cancel{(2-x)}(2+x)} = -\frac{3}{16} \qquad \lim_{x\to 2^-} \frac{3.\cancel{(2-x)}}{x^2.\cancel{(2-x)}(2+x)} = +\frac{3}{16}$$

$\rightarrow \quad \swarrow$

$\neq$ $x=2$ de sıçramalı süreksiz

---

35)

$f_{\alpha,\beta} : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad (\alpha \geq 0, \beta \in \mathbb{R})$ fonksiyonu

$$f_{\alpha,\beta} = \begin{cases} x^{\alpha}.\sin x^{\beta} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

olsun. Buna göre $f_{0,-1}$ fonksiyonu $\mathbb{R}$'de sürekli mi?

$f_{0,-1} \Rightarrow \alpha = 0 \quad \beta = -1$

$$f_{0,-1} = \begin{cases} \sin\frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 0} \sin\frac{1}{x}$ limiti mevcut olmadığından $f_{0,-1}$ $\mathbb{R}$'de sürekli değildir.

36)

$f(x) = \dfrac{2.|x-1|}{x^2-x^3}$ fonksiyonunun sürekliliğini inceleyiniz.

Eğer varsa süreksizlik noktalarını sınıflandırın.

$x^2.(1-x)=0 \Rightarrow x=0 \quad x=1$ de süreksiz.

<u>$x=0$ için</u>

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{2.\cancel{(1-x)}}{x^2.\cancel{(1-x)}} = \lim_{x\to 0^-} \frac{2.\cancel{(1-x)}}{x^2.\cancel{(1-x)}} = +\infty \rightarrow x=0 \text{ da}$$

sonsuz (esas) süreksiz

<u>$x=1$ için</u>

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{2.\cancel{(1-x)}}{x^2\cancel{(1-x)}} = 2 \qquad \lim_{x\to 1^+} \frac{2.\overset{-1}{\cancel{(x-1)}}}{x^2.\cancel{(1-x)}} = -2$$

$\neq \Rightarrow x=1$ de sıçramalı süreksiz

---

37) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|2x-3|-x}}{x^3-1}$ fonksiyonunun tanım kümesi?

① $|2x-3|-x \geq 0$ olmalı $\rightarrow$ $2x-3 \geq x \rightarrow \boxed{x \geq 3}$

veya

$2x-3 \leq -x \rightarrow \boxed{x \leq 1}$

② $x^3-1 \neq 0$ olmalı $\Rightarrow$ $\boxed{x \neq 1 \text{ olmalı}}$

① ve ② den $D(f) = (-\infty, 1) \cup [3, \infty)$

(38) $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x^2+1}-2}{\sqrt{x^2+3}-2}$ fonksiyonu hangi x değerildeğerleri için süreksizdir? Bu süreksizlik nasıl kaldırılabilir?

$\sqrt{x^2+3}-2=0 \rightarrow x^2+3=4 \rightarrow \boxed{x=\mp 1}$ için fonk. süreksiz.

$$\lim_{x\to 1} \frac{(\sqrt{3x^2+1}-2)}{\sqrt{x^2+3}-2} = \lim_{x\to 1} \frac{\overbrace{(3x^2+1-4)}^{3}\ \overbrace{(\sqrt{x^2+3}+2)}^{4}}{\underbrace{(x^2+3-4)}_{(\sqrt{3x^2+1}+2)\,(\sqrt{x^2+3}+2)}\cdot\underbrace{(\sqrt{3x^2+1}+2)}_{4}} = 3$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{\sqrt{x^2+3}-2} = \lim_{x\to -1} \frac{\overbrace{(3x^2+1-4)}^{3}\ \overbrace{(\sqrt{x^2+3}+2)}^{4}}{\underbrace{(x^2+3-4)}_{(\sqrt{3x^2+1}+2)\,(\sqrt{x^2+3}+2)}\ \underbrace{(\sqrt{3x^2+1}+2)}_{4}} = 3$$

$f(1)=f(-1)=3$ olarak tanımlanırsa $f(x)$ $x=1$ ve $x=-1$ de sürekli olur.

---

(39) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{1-\sqrt{2-\cos x}} = ? \rightarrow \dfrac{0}{0}$

$(1+\sqrt{2-\cos x})$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\cdot(1+\sqrt{2-\cos x})}{1-2+\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot(1+\sqrt{2-\cos x})}{\cos x-1}$$

$(\cos x+1)$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot(1+\cos x)\cdot(1+\sqrt{2-\cos x})}{-\sin^2 x} = \lim_{x\to 0} \overbrace{\frac{x}{\sin x}}^{1}\cdot \frac{\overbrace{-(1+\cos x)\cdot(1+\sqrt{2-\cos x})}^{-4}}{\sin x \to 0} \rightarrow \frac{-4}{0} \rightarrow \frac{\text{Sayı}}{0} \rightarrow +\infty,\ -\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} \overbrace{\frac{x}{\sin x}}^{1}\cdot \frac{-(1+\cos x)\cdot(1+\sqrt{2-\cos x}) \rightarrow -4}{\sin x \rightarrow 0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{x}{\sin x}\cdot \frac{-(1+\cos x)\cdot(1+\sqrt{2-\cos x}) \rightarrow -4}{\sin x \rightarrow 0^-} = +\infty$$

$\rightarrow$ limit yok!

40 $\lim_{x \to 0} \dfrac{1-\sqrt{1+\sin x}}{1-\sqrt{1-x}} = ?$

$(1+\sqrt{1+\sin x}) \cdot (1+\sqrt{1-x})$

$$\lim_{x \to 0} \frac{(\cancel{1}-\cancel{1}-\sin x) \cdot (1+\sqrt{1-x})}{(1+\sqrt{1+\sin x})\,(\cancel{1}-\cancel{1}+x)} = \lim_{x \to 0} -\underbrace{\frac{\sin x}{x}}_{1} \cdot \frac{1+\sqrt{1-x}}{\underbrace{1+\sqrt{1+\sin x}}_{\frac{2}{2}=1}} = -1$$