① $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2-1}$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

a) $\mathbb{R}-\{\mp 1\}$ için tanımlıdır ✓

b) Büküm noktası yoktur ✓

c) 3 tane asimtotu vardır ✓

d) Eğik asimptotu yoktur ✓

e) 3 tane kritik noktası vardır

$D(f): \mathbb{R}-\{-1,1\}$

Düşey Asimptot : $\boxed{x=-1}$, $\boxed{x=1}$

Yatay Asimptot : $\boxed{y=1}$

Eğik Asimptot : Yok → Yatay As. olduğu için Eğik Yok

$$f'(x)=\frac{2x.(x^2-1)-2x.(x^2-4)}{(x^2-1)^2}=\frac{6x}{(x^2-1)^2}$$

→ $\boxed{x=0}$ K.N → 1 Kritik nokta var!

→ $\boxed{x=\pm 1} \notin D(f)$

$$f''(x)=\frac{6(x^2-1)^2-6x.2(x^2-1).2x}{(x^2-1)^4}=-\frac{6+18x^2}{(x^2-1)^3}$$

→ $\boxed{x=\mp 1} \notin D(f)$

Büküm Noktası Yok

② $y=\frac{x}{x^2-1}$ fonksiyonu için:

I: 3 tane asimptotu vardır

II: $y=0$ düşey asimptottur → $y=0$ yatay asimptottur

III: 3 tane bükülme noktası vardır → 1 Tane var

IV: 3 tane kritik noktası vardır → K.N. Yok

V: Mutlak max veya mutlak min. noktası yoktur. → Fonksiyon sonsuza gittiğinden $(+\infty, -\infty)$ Mutlak max/min olamaz

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

① T.K: $\mathbb{R}-\{\mp 1\}$ → ② $x=1$, $x=-1$ → D.A. ③ $y=0$ → Y.A. ⑤ E.A. Yok

⑥ $y'=\frac{x^2-1-x.2x}{(x^2-1)^2}=-\frac{1+x^2}{(x^2-1)^2}$ → $y'=0$ → ××

↘ y' t.sız → $\boxed{x=\mp 1}$ (G.K.K.)

K.N. değil → Tanım kümesinde değiller

⑦ $y''=-\frac{2x.(x^2-1)^{\cancel{2}}-(1+x^2).2.\cancel{(x^2-1)}.2x}{(x^2-1)^{\cancel{4}\,3}}$

$=-\frac{2x^3-2x-4x-4x^3}{(x^2-1)^3}=+\frac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}$ → $y''=0$ → $\boxed{x=0}$ ✓

↘ y'' t.sız $\boxed{\begin{matrix}x=+1\\x=-1\end{matrix}}$ B.N. olamaz!

↓

Tanım kümesinde değiller

⑧

x	$-\infty$		-1		0		1		∞
y'		$-$	T.s.ız	$-$		$-$	T.s.ız	$-$	
y''		$-$	T.s.ız	$+$	0	$-$	T.s.ız	$+$	
y	0	↘	T.s.ız $-\infty$ $+\infty$	↘	B.N.	↘	T.s.ız $-\infty$ $+\infty$	↘	0

$x=0$ → B.Noktası

$\mathbb{R}-\{\mp 1\}$ için fonk. azalan

$(-\infty,-1)\cup(0,1)$ → A.Konkav

$(-1,0)(1,\infty)$ → Y.Konkav

max - min → yok

③ $y = xe^{\frac{-x^2}{2}}$ fonksiyonunun büküm noktaları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $-3, 3$ B) $-\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}$ C) 0 D) $-\sqrt{3}, \sqrt{3}$ E) $0, 3$

$$y' = e^{-\frac{x^2}{2}} + x \cdot (-x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} = e^{-\frac{x^2}{2}}(1-x^2)$$

$$y'' = (-x) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot (1-x^2) - 2x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$= e^{-\frac{x^2}{2}}\left[-x + x^3 - 2x\right] = e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \left[x^3 - 3x\right] = \frac{x^3 - 3x}{e^{x^2/2}}$$

$y'' = 0$ $\qquad$ y'' t.sız

$x \times$

$x^3 - 3x = 0$

$x(x^2 - 3) = 0$

$x = 0 \quad x = \sqrt{3} \quad x = -\sqrt{3}$

Üçü de tek katlı kök olduğundan y'' bu noktalarda işaret değiştirir. Üçü de Büküm noktasıdır.

(Çift katlı kök olsaydı o nokta B.N. olmazdı)

④ $y=\frac{x^2}{x-2}$ fonksiyonu için aşağıdaki ifadelerin doğruluğunu belirleyin.

a) $x=2$ düşey asimptottur ✓ Doğru

b) $y=x-2$ Eğik asimptottur ✗ Yanlış $y=x+2 \rightarrow$ E.A.

c) $y=1$ Yatay asimptottur ✗✗ Yanlış $\rightarrow$ Y.A. YOK

d) 3 kritik noktası vardır ✗✗ Yanlış $\rightarrow$ 2 K.N. var

e) 2 ekstremum noktası vardır ✓ Doğru

f) Bükülme noktası yoktur ✓ Doğru

g) Tek fonksiyondur ✗ Yanlış

T.K. : $\mathbb{R}-\{2\}$

$\boxed{x=2}$ Düşey Asimptod

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x-2 \\ \hline -x^2-2x & x+2 \\ \hline 2x & \end{array} \Rightarrow \boxed{y=x+2} \text{ eğik Asimptod} \rightarrow$$

Eğik As. olduğu için Yatay As. YOK!

$$f'(x)=\frac{2x(x-2)-x^2}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2} \rightarrow \boxed{x=0,\ x=4} \text{ kritik nokta}$$

$f'=0$

$\rightarrow f'$ t.sız $\rightarrow x=2 \rightarrow$ kritik nokta değil $x=2 \notin D(f)$

$$f''(x)=\frac{(2x-4)(x-2)^2-2(x-2)(x^2-4x)}{(x-2)^4}=\frac{8}{(x-2)^3}$$

$f''=0$ ✗✗

f'' t.sız $x=2 \notin D(f) \rightarrow$ Bükülme olamaz

B.N. YOK!

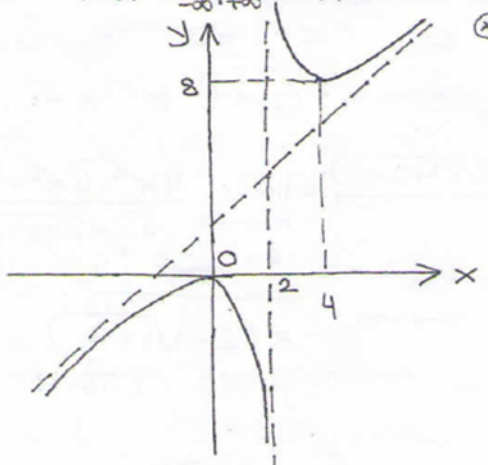
x	$-\infty$	0		2		4		$+\infty$
y'	+	0	−	t.sız	−	0	+	
y''	−		−	t.sız	+		+	

max min

⊛ (0,0) yerel maksimum
(4,8) yerel minimum

⊛ $(-\infty,0)\cup(4,\infty)$ artan
$(0,2)\cup(2,4)$ azalan

⊛ $(-\infty,2)$ aşağı konkav
$(2,\infty)$ yukarı konkav



5 $f(x) = \frac{x-a}{cx-4+b}$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarının kesim noktası (1,1) ve f(0)=2 ise a değeri hangisidir? (a,b,c birer reel sabittir.)

A) 2 B) -2 C) 0 D) 1 E) -1

Yatay ve Düşey Asimptotların kesim noktası (1,1) ise : $x=1 \rightarrow$ Düşey Asimptot

$y=1 \rightarrow$ Yatay asimptottur

☆ $x=1$ D.A. $\Rightarrow$ Paydayı 0 yapar

$\Downarrow$

$c-4+b=0$ *

☆ $y=1$ Y.A. $\Rightarrow$ Pay ve paydanın en büyük dereceli terimlerin katsayıları oranı $=1$

$\Downarrow$

$\frac{1}{c}=1 \Rightarrow c=1$

$\downarrow$ * da koy

$1-4+b=0 \rightarrow b=3$

* $\left.\begin{matrix} c=1 \\ b=3 \end{matrix}\right\}$ $f(x)=\frac{x-a}{x-1} \rightarrow f(0)=2$

$\Downarrow$

$f(0)=\frac{-a}{-1}=2 \Rightarrow a=2$

⑥ $f(x) = \frac{bx^2+cx}{(x-a)^2}$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarının kesim noktası (1,1) ve f(2)=2 ise c değeri hangisidir? (a,b,c birer reel sabittir.)

A) 2 B) -2 C) 0 D) 1 E) -1

(1,1) → kesim ise ⇒ $y=1 \to$ Y.A.

⇒ $x=1 \to$ D.A.

★ $x=1$ D.A. ⇒ $x=1$ için payda 0

$(1-a)^2=0 \Rightarrow a=1$

★ $y=1 \to$ Y.A $\to$ $b=1$

★ $\left.\begin{matrix} a=1 \\ b=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f(x)=\frac{x^2+cx}{(x-1)^2}$ ve $f(2)=2 \Rightarrow \frac{4+2c}{1}=2$

$c=-1$

⑦ $f(x) = 3x^2 - 9x+4$ fonksiyonuna [-1,2] aralığında Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir mi? Eğer uygulanabilir ise teoremi gerçekleyen c sayısını bulunuz.

a) Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir ve $c = \frac{1}{2}$

b) Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir ve $c = -\frac{1}{2}$

c) Ortalama Değer Teoremi uygulanamaz

d) Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir ve $c = 0$

E) Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir ve $c = -6$

$12-18+$

$3+9+4$

$f(x)$, $[-1,2]$ de sürekli, $(-1,2)$ de türevli

O.O.T. uygulanabilir.

$f'(x)=6x-9 \Rightarrow f'(c)=\frac{\overbrace{f(2)}^{-2}-\overbrace{f(-1)}^{16}}{\underbrace{2-(-1)}_{3}}=-6$

$6c-9=-6 \Rightarrow 6c=3 \to c=\frac{1}{2}$

8) $f(x) = \frac{x}{x+1}$ fonksiyonuna $[0,3]$ aralığında Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir mi? Eğer uygulanabilir ise teoremi gerçekleyen c sayısını bulunuz.

a) Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir ve $c = 1$

b) Ortalama Değer Teoremi uygulanamaz

c) Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir ve $c = -3$

d) Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir ve $c = 2$

E) Ortalama Değer Teoremi uygulanabilir ve $c = -2$

$f'(x) = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$

$f(x)$, $[0,3]$ de sürekli

$(0,3)$ de türevli ✓

O.D.T. olur.

$f'(c) = \frac{\overbrace{f(3)}^{\frac{3}{4}} - \overbrace{f(0)}^{0}}{3} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{(c+1)^2} = \frac{1}{4}$

$(c+1)^2 = 4 \rightarrow c+1 = \mp 2$

$c = 1 \in (0,3)$

$c = -3 \notin (0,3)$

9) $f(x)$ fonksiyonu [1,5] aralığında sürekli ve (1,5) aralığında türevlenebilir bir fonksiyon olsun. f fonksiyonunun x=1 noktasındaki değeri $f(1) = 7$ olsun. Eğer (1,5) aralığında $f'(x) \geq 5$ ise $f(5)$ in mümkün olan en küçük değeri nedir?

A) 18
B) 20
C) 27
D) 34
E) 36

$f(x)$, $[1,5]$ de sürekli, $(1,5)$ de türevli ise $[1,5]$ de O.D.T. uygulanabilir.

$f'(c) = \frac{f(5) - \overbrace{f(1)}^{7}}{5-1} = \frac{f(5)-7}{4}$, $c \in (1,5)$ old.

$f'(c) \geq 5$

$f'(c) = \frac{f(5)-7}{4} \geq 5 \Rightarrow f(5) \geq 27 \rightarrow$ En küçük 27

(10) f fonksiyonu $[0,5]$ aralığında sürekli ve $(0,5)$ aralığında türevlenebilir bir fonksiyondur. Aynı zamanda f fonksiyonu için $f(0)=1$ ve f fonksiyonunun $(0,5)$ aralığında türevi için $3 \le f'(x) \le 7$ bilgileri verilmiştir. Bu bilgilerden yararlanarak $f(5)$ in mümkün olan en küçük ve en büyük değeri nedir?

A) 16 ve 36
B) 13 ve 26
C) 26 ve 46
D) 18 ve 36
E) 16 ve 28

f(x) e [0,5] de O.D.T. uygulanır.

$$f'(c) = \frac{f(5)-\overbrace{f(0)}^{1}}{5} = \frac{f(5)-1}{5}$$

$$3 \le f'(c) \le 7 \Rightarrow 3 \le \frac{f(5)-1}{5} \le 7$$

$$\Downarrow$$

$$16 \le f(5) \le 36$$

(11) $f(x) = x^2 - \sqrt[3]{x}$ fonksiyonuna [-1,4] aralığında Rolle Teoremi uygulanabilir mi? Eğer uygulanabilir ise teoremi gerçekleyen c sayısını bulunuz.

a) Rolle Teoremi uygulanabilir ve $c = \frac{1}{2}$

b) Rolle Teoremi uygulanabilir ve $c = \frac{1}{4}$

c) Rolle Teoremi uygulanabilir ve $c = -\frac{1}{2}$

d) Rolle Teoremi uygulanamaz

e) Rolle Teoremi uygulanabilir ve $c = \frac{1}{3}$

① f(x), [-1,4] de sürekli ✓

② $f'(x) = 2x - \frac{1}{2x^{2/3}} \rightarrow x=0$ için tanımsız

↓

f(x), (-1,4) türevli değil Rolle Teo. uygulanamaz

(12) $f(x) = x^4 - 9x^2$ fonksiyonuna [0,3] aralığında Rolle Teoremi uygulanabilir mi? Eğer uygulanabilir ise teoremi gerçekleyen c sayısını bulunuz.

a) Rolle Teoremi uygulanabilir ve $c = 0$

b) Rolle Teoremi uygulanabilir ve $c = \frac{3}{\sqrt{2}}$

c) Rolle Teoremi uygulanabilir ve $c = 2$

d) Rolle Teoremi uygulanamaz

e) Rolle Teoremi uygulanabilir ve $c = 1$

① f(x) [0,3] de sürekli ✓

② f(x) (0,3) de türevli ✓

③ $f(0) = f(3) = 0$ ✓ Rolle uygulanır

$f'(x) = 4x^3 - 18x$

↓

$f'(c) = 4c^3 - 18c = 0 \rightarrow c = 0 \notin (0,3)$

$\rightarrow c = \frac{3}{\sqrt{2}} \in (0,3)$

$\rightarrow c = -3/\sqrt{2} \notin (0,3)$

(13)

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{ex^2}{\pi}-\frac{e\pi}{4}+\int_x^{\pi/2} e^{\sin t}dt}{1+\cos 2x}$ limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2e}$

B) $\frac{e}{2\pi}$

C) $\frac{\pi}{e}$

D) $\frac{e}{\pi}$

E) $\frac{e}{2}$

Leibnitz Kuralı:

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{u(x)}^{v(x)} f(t)dt\right) = v'(x).f(v(x)) - u'(x).f(u(x))$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{ex^2}{\pi}-\frac{e\pi}{4}+\int_x^{\pi/2} e^{\sin t}dt}{1+\cos 2x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{2ex}{\pi} - e^{\sin x}}{-2\sin 2x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{2e}{\pi} - \overbrace{\cos x.e^{\sin x}}^{0}}{-4\underbrace{\cos 2x}_{-1}}$$

$0/0 \to$ L'H.

$0/0 \to$ L'H

$$= \frac{2e}{\pi}.\frac{1}{4} = \frac{e}{2\pi}$$

(14) $\lim_{x\to 2} \frac{1}{x-2}\int_{2x}^{x^2} \frac{1}{1+t^3}dt$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) ∞ D) $\frac{2}{65}$ E) $\frac{4}{65}$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\int_{2x}^{x^2} \frac{dt}{1+t^3}}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(2x).\frac{1}{1+(x^2)^3} - 2.\frac{1}{1+(2x)^3}}{1}$$

$\hookrightarrow 0/0 \to$ L'H

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2x}{1+x^6} - \frac{2}{1+8x^3} = \frac{4}{65} - \frac{2}{65}$$

$$= \frac{2}{65}$$

(15) $h(x)=8+\int_{1}^{x^2}\frac{dt}{\cos^2(t-1)}$ fonksiyonunun $x=1$ noktasında lineer ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $L(x)=2x+6$ B) $L(x)=2x+10$ C) $L(x)=2x+8$

D) $L(x)=x+6$ E) $L(x)=x+8$

$L(x)=h(1)+h'(1).(x-1)$ hesaplamalıyız.

$h(1)=8+\underbrace{\int_{1}^{1}\frac{dt}{\cos^2(t-1)}}_{0}=8$

$h'(x)=2x\cdot\frac{1}{\cos^2(x^2-1)} \rightarrow h'(1)=\frac{2}{\underbrace{\cos^2 0}_{1}}=2$

$L(x)=\underbrace{h(1)}_{8}+\underbrace{h'(1)}_{2}.(x-1)=8+2x-2=2x+6$

(16) $\int_{1}^{\ln x} f(t)dt=e^x\sin(\ln x)$ ise $f(0)$ değeri nedir? $(x>0)$

A) 0 B) e C) e^2 D) 1 E) $\sin 1$

Türev alalım

$\frac{1}{x}.f(\ln x)=e^x.\sin(\ln x)+e^x.\frac{1}{x}.\cos(\ln x)$

$f(0)$ bulmak için $x=1$ koyalım

$f(\underbrace{\ln 1}_{0})=e.\underbrace{\sin(\underbrace{\ln 1}_{0})}_{0}+e.\underbrace{\cos(\underbrace{\ln 1}_{0})}_{1} \Rightarrow \boxed{f(0)=e}$

(17) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^3}\int_0^x \frac{e^{t^4}-e^{-t^4}}{t^2}\,dt\right)=?$ A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^x \frac{e^{t^4}-e^{-t^4}}{t^2}\,dt}{x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{e^{x^4}-e^{-x^4}}{x^2}}{3x^2} = \lim_{x\to 0}\frac{e^{x^4}-e^{-x^4}}{3x^4}$$

$0/0 \to$ L'H.

$0/0 \to$ L'H

$$= \lim_{x\to 0}\frac{4x^3.e^{x^4}+4x^3.e^{-x^4}}{12x^3}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{4\cancel{x^3}(\overset{1}{e^{x^4}}+\overset{1}{e^{-x^4}})}{12\cancel{x^3}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

(18) $\int(tan^2x - cot^2x)dx$ integrali aşağıdakilerden hangisidir?

A) $secx + cosecx + c$ B) $-\text{tanx} + \text{cotx} - 2\text{x} + \text{c}$ C) $\text{tanx} - \text{cotx} + 2\text{x} + \text{c}$

D) $\text{tanx} + \text{cotx} + \text{c}$ E) $\text{cotx} - \text{cosecx} + \text{c}$

1 ekleyip 1 çıkaralım

$$\int(\text{Tan}^2x - \text{Cot}^2x)\,dx = \int(\underbrace{1+\text{Tan}^2x}_{\text{Sec}^2x} - (\underbrace{1+\text{Cot}^2x}_{\text{Cosec}^2x}))\,dx$$

$$= \int(\text{Sec}^2x - \text{Cosec}^2x)\,dx = \text{Tan}x + \text{Cot}x + C$$

$$\ln\left(\frac{\cancel{x}.(\cancel{x^2-1})}{x^{\cancel{3-x}}}\right) = \ln 1 = 0$$

(19) $\int(1 + \underbrace{lnx + ln(x^2-1) - ln(x^3-x)}_{\text{Burası } 0})dx$ integralinin değeri hangisidir?

A) c B) $\frac{1}{x}+\frac{2x}{x^2-1}-\frac{(3x^2-1)}{x^3-x}+c$ C) $x\ln x - x\ln(x^2-1)+c$ D) $x+c$

$$\int dx = x + c$$

20) $\int \left(\frac{dx}{4+9x^2} \right)$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{9x}{4}\right|+c$

B) $\ln|x|+c$

C) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{3x}{2}\right|+c$

D) $\arcsin\frac{3x}{2}+c$

E) $\frac{1}{6}\arctan\frac{3x}{2}+c$

C) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{3x}{2}\right|+c$

D) $\arcsin\frac{3x}{2}+c$

KURAL : $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\operatorname{Arctan}\frac{x}{a}+c$

$$\int \frac{dx}{4+9x^2} = \frac{1}{9}\int \frac{dx}{\underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)}_{a}^2+x^2} = \frac{1}{9}\cdot\frac{1}{\frac{2}{3}}\operatorname{Arctan}\frac{x}{\frac{2}{3}}+c$$

$$= \frac{1}{6}\operatorname{Arctan}\frac{3x}{2}+c$$

21) $\int e^{-2\ln(\sqrt{x})}dx = ?$

A) c

B) $\ln x + c$

C) $x+c$

D) $\frac{1}{\sqrt{x}}+c$

E) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+c$

$\star$ $e^{\ln f(x)} = f(x)$

$$e^{-2\ln(\sqrt{x})} = e^{\ln(\sqrt{x})^{-2}} = e^{\ln\left(\frac{1}{x}\right)} = \frac{1}{x}$$

$$\int e^{-2\ln\sqrt{x}}\,dx = \int \frac{dx}{x} = \ln x + c$$

(22) $\underbrace{\int_0^3 g(x)\,dx = 7}_{*}$, $\underbrace{\int_0^6 g(2x)\,dx = 5}_{**}$ $\Rightarrow \int_1^2 x\, g(3x^2)\,dx = ?$

a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) 10 d) 3 e) $\frac{5}{6}$

$$\int_1^2 x \cdot g(3x^2)\,dx = \frac{1}{6}\int_3^{12} g(u)\,du = \frac{1}{6}\left[\underbrace{\int_0^{12} g(u)\,du}_{***} - \underbrace{\int_0^3 g(u)\,du}_{* \text{ dan } 7}\right]$$

$3x^2 = u$ $\quad 6x\,dx = du$

E.S $\quad$ Y.S

$x = 1 \rightarrow u = 3$

$x = 2 \rightarrow u = 12$

** dan : $\int_0^6 g(2x)\,dx = 5 \Rightarrow \frac{1}{2}\int_0^{12} g(u)\,du = 5$

$2x = u \rightarrow 2dx = du$

E.S $\quad$ Y.S

$x = 0 \rightarrow u = 0$

$x = 6 \rightarrow u = 12$

$\int_0^{12} g(u)\,du = 10$ *** in sonucu

Sonuç:

$$\int_1^2 x \cdot g(3x^2)\,dx = \frac{1}{6}\left[\underbrace{\int_0^{12} g(u)\,du}_{10} - \underbrace{\int_0^3 g(u)\,du}_{7}\right]$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 3 = \frac{1}{2}$$

(23) $\int \frac{\arctan(\ln x)}{x\left(1+\ln^2 x\right)}\,dx = ?$

A) $\arctan x + c$ B) $\frac{1}{2}\arctan(\ln x) + c$ C) $x\arctan(\ln x) + c$

D) $\frac{1}{2}\left(\arctan(\ln x)\right)^2 + c$ E) $\arctan(\ln x) + \arctan x + c$

$$\int \frac{\operatorname{Arctan}(\ln x)}{x.(1+\ln^2 x)}\,dx = \int \frac{\operatorname{Arctan} u}{1+u^2}\,du = \int t.dt$$

$\ln x = u \quad \frac{dx}{x} = du$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \operatorname{Arctan} u \\ dt = \frac{du}{1+u^2} \end{array} \right\} = \frac{t^2}{2} + c$$

$$= \frac{(\operatorname{Arctan} u)^2}{2} + c$$

$$= \frac{(\operatorname{Arctan}(\ln x))^2}{2} + c$$

(24) Aşağıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için

$$\int_{-1}^{1/2} f(x)\,dx + \int_{3}^{6} f(x)\,dx + \int_{1/2}^{3} f(x)\,dx = ?$$

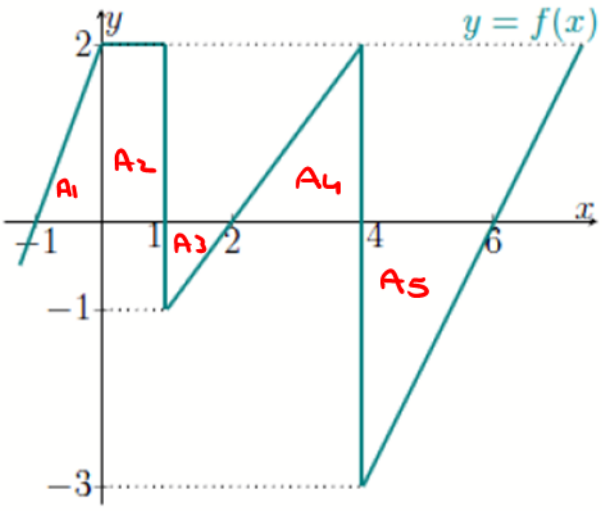
$A_1 = 1$

$A_2 = 2$

$A_3 = \frac{1}{2}$

$A_4 = 2$

$A_5 = 3$



$$\int_{-1}^{1/2} + \int_{1/2}^{3} + \int_{3}^{6} = \int_{-1}^{6} f(x)\,dx$$

soruluyor.

x-ekseni üstündeki alanların toplamından x-ekseni altındaki alanları çıkarmalıyız.

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{11}{2}$ E) $\frac{17}{2}$

$$\int_{-1}^{6} f(x)\,dx = A_1 + A_2 + A_4 - (A_3 + A_5)$$

$$= 1 + 2 + 2 - \left(\frac{1}{2} + 3\right)$$

$$= 5 - \frac{7}{2} = \frac{3}{2}$$

25) f fonksiyonu $[0,4]$ aralığında tanımlı sürekli bir fonksiyon ve ters türevi de F olmak üzere $\int_0^4 f(x)dx = 10!$ ve $F(0) = 8!$ ise $F(4) = ?$

A) $10! + 8!$ B) $10! - 8!$ C) 0 D) 2! E)4!

f in ters türevi F ise:

$$10! = \int_0^4 f(x)dx = F(x)\Big|_0^4 = F(4) - F(0)$$

$$10! = F(4) - \underbrace{F(0)}_{8!} \Rightarrow F(4) = 10! + 8!$$

26) $\begin{cases} F(x) = (fog)(x) \\ g(2) = \frac{\pi}{4}\ ;\ g(-1) = \frac{\pi}{3} \\ f(x) = tanx \end{cases}$ bilgileri veriliyor. F fonksiyonu h fonksiyonunun bir ters türevi olduğuna göre $\int_{-1}^2 h(x)dx = ?$

A) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $1 - \sqrt{3}$ D) 1 E)$\sqrt{3} - \sqrt{2}$

f, h in ters türevi ise;

$$\int_{-1}^2 h(x)dx = F(x)\Big|_{-1}^2 = F(2) - F(-1)$$

$$= f(\underbrace{g(2)}_{\pi/4}) - f(\underbrace{g(-1)}_{\pi/3})$$

$$= f(\tfrac{\pi}{4}) - f(\tfrac{\pi}{3}) = \tan\tfrac{\pi}{4} - \tan\tfrac{\pi}{3}$$

$$= 1 - \sqrt{3}$$

27

$$f(x)=\begin{cases}\sin x\cos x, & 0\le x\le \frac{\pi}{2}\\ \cos^2 x, & \frac{\pi}{2}<x\le\pi\end{cases}$$ fonksiyonu için $\int_0^{\pi} f(x)dx$ belirli integralinin değeri kaçtır?

A) 1

B) $\frac{\pi}{2}$

C) $\frac{\pi}{4}$

D) $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$

E) $\frac{\pi+1}{2}$

$$\int_0^{\pi} f(x)dx=\int_0^{\pi/2} f(x)dx+\int_{\pi/2}^{\pi} f(x)dx=\underbrace{\int_0^{\pi/2}\underbrace{\sin x}_{u}\cdot\underbrace{\cos x\,dx}_{du}}_{\frac{u^2}{2}\to\frac{(\sin^2 x)}{2}}+\int_{\pi/2}^{\pi}\underbrace{\cos^2 x}_{\frac{1+\cos 2x}{2}}dx$$

$$=\underbrace{\frac{\sin^2 x}{2}\Big|_0^{\pi/2}}+\left(\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}\right)\Big|_{\pi/2}^{\pi}=$$

$$=\frac{1}{2}-0+\left(\frac{\pi}{2}+0-\left(\frac{\pi}{4}-0\right)\right)=\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}$$

28 $\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\left[\tan^3(x^3)+\tan^2 x\right]dx$ belirli integralinin değeri kaçtır?

A) 0

B) $\sqrt{2}-\frac{\pi}{2}$

C) $2-\frac{\pi}{2}$

D) π

E) $1+\frac{\pi}{2}$

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\left(\underbrace{(\tan x^3)^3}_{\text{Tek Fonk.}}+\tan^2 x\right)dx=\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\underbrace{\tan^2 x}_{T^2\to\text{Çift Fonk}}dx$$

$\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ integrali

0

$$=2\int_0^{\pi/4}(\sec^2 x-1)dx$$

$$=2\left[\tan x-x\right]\Big|_0^{\pi/4}=2\left[1-\frac{\pi}{4}\right]$$

$$=2-\frac{\pi}{2}$$

29 $I=\int_{-2}^{2}\left(\cancel{x^3}\cos^3 x - x - \cancel{x^5}\sin^2 x + \cancel{x^2}\sin x + 3\right)dx = ?$

T → Tek Fonk.

Ç → Çift Fonk.

A) 12

B) 0

C) 2

D) 4

E) 8

$I=\int_{-2}^{2} 3\,dx = 2\int_{0}^{2} 3\,dx = 2\cdot 3x\Big|_0^2 = 12$

30 Aşağıda verilen belirsiz integraller ile çözümleri için yapılabilecek dönüşümler hangi seçenekte doğru olarak eşleştirilmiştir?

1. $\int \frac{dx}{2-\sin x}$ **a.** $x=\frac{\sqrt{7}}{2}\tan t-\frac{1}{2}$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x+2}}$ **b.** $x=\frac{\sqrt{2}}{3}\sin t$

3. $\int \sqrt{2-9x^2}\,dx$ **c.** $x=3\sec t+1$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2x-8}}$ **d.** $\tan\frac{x}{2}=t$

A) $1-a$, $2-b$, $3-c$, $4-d$

B) $1-d$, $2-a$, $3-b$, $4-c$

C) $1-c$, $2-b$, $3-d$, $4-a$

D) $1-d$, $2-a$, $3-c$, $4-b$

E) $1-d$, $2-c$, $3-a$, $4-b$

1. $\int \frac{dx}{2-\sin x}$ → $\sin x$, $\cos x$ içeren kesirli int. ⇒ $x=\tan\frac{x}{2}$ → D

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x+2}}$ → $\sqrt{x^2+x+2}=\sqrt{(x+\frac{1}{2})^2+\underbrace{\frac{7}{4}}_{(\frac{\sqrt{7}}{2})^2}}$ → $x+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{7}}{2}\tan t$

$x=\frac{\sqrt{7}}{2}\tan t-\frac{1}{2}$ → A

3. $\int \sqrt{\underbrace{2}_{(\sqrt{2})^2}-\underbrace{9x^2}_{(3x)^2}}\,dx$ $3x=\sqrt{2}\sin t$ → B

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2x-8}}$ → $\sqrt{x^2-2x-8}=\sqrt{(x-1)^2-\underbrace{9}_{(3)^2}}$

$x-1=3\sec t$

↓

$x=1+3\sec t$ → C

31 Aşağıda verilen belirsiz integraller ile çözümleri için yapılabilecek dönüşümler hangi seçenekte doğru olarak eşleştirilmiştir?

1. $\int \frac{dx}{2-\cos x}$ → B

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x+1}}$ → $\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}$ → $x+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\tan t$

3. $\int \sqrt{\underbrace{4}_{2^2}-\underbrace{3x^2}_{(\sqrt{3}x)^2}}\,dx$ → $\sqrt{3}x=2\sin t$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2x-3}}$ → $\sqrt{(x-1)^2-\underbrace{4}_{2^2}}$ → $x-1=2\sec t$

a. $x=\frac{\sqrt{3}}{2}\tan t-\frac{1}{2}$

b. $\tan\frac{x}{2}=t$

c. $x=2\sec t+1$

d. $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}\sin t$

A) $1-a$, $2-b$, $3-c$, $4-d$

B) $1-b$, $2-a$, $3-d$, $4-c$

C) $1-c$, $2-b$, $3-d$, $4-a$

D) $1-b$, $2-d$, $3-c$, $4-a$

E) $1-b$, $2-a$, $3-c$, $4-d$