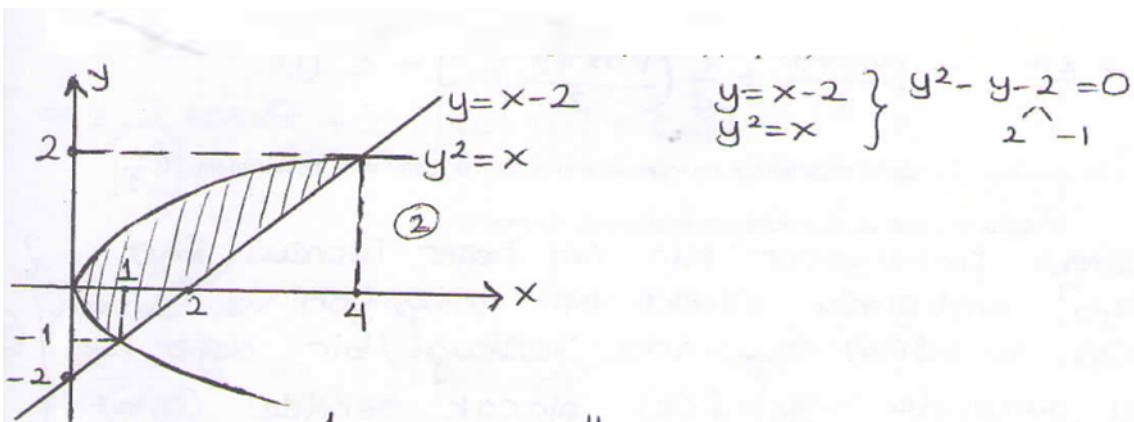


① $x = y^2$ ve $y - x = -2$ ile sınırlı bölgenin

- A alanını veren belliği integrali x 'e göre int. ile
- y -ekseni etrafında çevrilmesiyle oluşan cismin hacmini veren integrali pul yöntemiyle yazınız.



$$i) A = 2 \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^4 [\sqrt{x} - (x-2)] dx$$

$$ii) V = \pi \int_{-1}^2 [(y+2)^2 - (y^2)^2] dy$$

② $y = x^2 - 4$ ve $y = -x^2 - 2x$ eğrileri ile sınırlı bölgenin

- A alanını veren integrali x 'e göre

- $x = 3$ egr. çevrilmesiyle oluşan hacmi kabuk ile

- $y = 8$ " pul ile
yazınız. (sadece integraller yazılacak, hesap yok.)

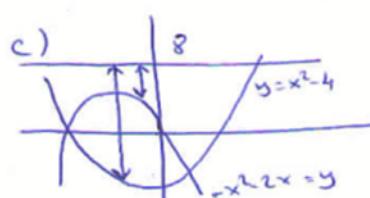


$$a) A = \int_{-2}^1 (-x^2 - 2x - (x^2 - 4)) dx$$



Kabuk ile:

$$V = 2\pi \int_{-2}^1 (-x^2 - 2x - (x^2 - 4)). (3-x) dx$$



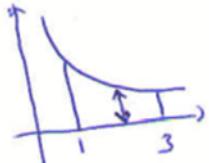
Pul ile:

$$V = V_b - V_k = \pi \int_{-2}^1 (8 - (x^2 - 4))^2 dx - \pi \int_{-2}^1 (8 - (-x^2 - 2x))^2 dx$$

$$\textcircled{3} \quad y = \frac{2}{x}, \quad x=1, \quad x=3, \quad y=0 \quad \text{ile sınırlı bölgeyi:}$$

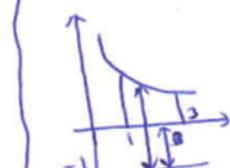
- a) x-ekseni etrafında disk ile hacim
integralerini yazınız.
 b) $y = -1$ " pul "
 c) $x = 4$ " kabuk ile

a) x-ekseni etrafında disk



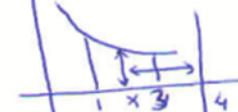
$$V = \pi \int_1^3 \left(\frac{2}{x}\right)^2 dx$$

b) $y = -1$ etr. pul



$$V = V_b - V_k \\ = \pi \int_1^3 \left(\frac{2}{x}\right)^2 dx - \pi \int_1^3 1^2 dx$$

c) $x = 4$ etr. kabuk

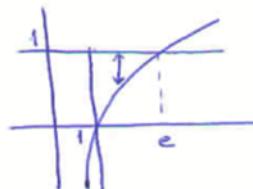


$$V = 2\pi \int_1^3 \frac{2}{x} \cdot (4-x) dx$$

$$\textcircled{4} \quad y = \ln x, \quad x=1, \quad y=1 \quad \text{bölgesinin:}$$

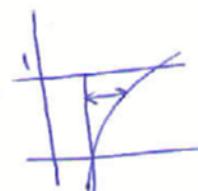
- a) Alanını veren integrali x 'e göre
 b) " " " " y 'ye göre integralerini
yazınız.
 c) y-ekseni etrafında kabuk ile
 d) x-ekseni " pul "
 e) $x=1$ " disk ile

a) Alanını x 'e göre int. ile



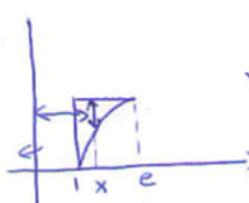
$$A = \int_1^e (1 - \ln x) dx$$

b) Alanını y 'ye göre



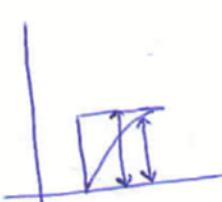
$$A = \int_0^1 (e^y - 1) dy$$

c) y-eks. etrafında kabuk:



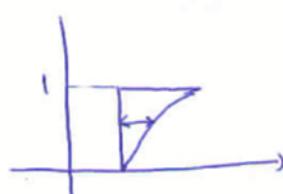
$$V = 2\pi \int_1^e x \cdot (\ln x) dx$$

d) x-ek. etrafında pul:



$$V = V_b - V_k \\ = \pi \int_1^e (1^2 - (\ln x)^2) dx$$

e) $x=1$ etr. disk ile

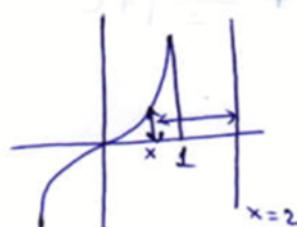


$$V = \pi \int_0^1 (e^y - 1)^2 dy$$

⑤ $y = x^3$, $x=1$, $y=0$ b^olgesinin $x=2$ et^r. cerrilmesiyle oluson cismin hacmini veren integrali:

a) Kubik ile { yoziniz.
b) Pol ile

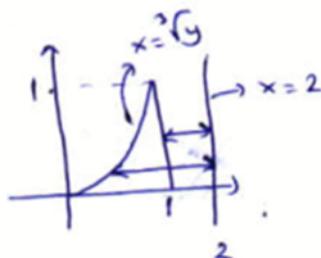
a)



$$V = 2\pi \int_0^1 (x \cdot 4\pi r)(x \cdot 4\pi r) dx$$

$$= 2\pi \int_0^1 x^3 \cdot (2-x) dx$$

b)



$$V = V_b - V_k$$

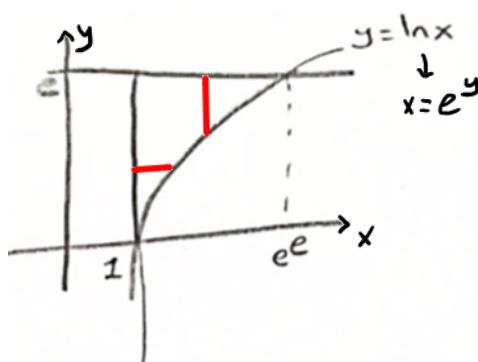
$$= \pi \int_0^1 (2 - \sqrt[3]{y})^2 dy - \pi \int_0^1 (2-1)^2 dy$$

⑥ $y=\ln x$, $x=1$, $y=e$ ile sınırlı b^olgenin alanini veren integral-ler asagidakilerden hangileri olabilir:

$$\text{I: } A = \int_1^e (e - \ln x) dx \quad \text{II: } A = \int_1^e (e - \ln x) dx$$

$$\text{III: } A = \int_0^e (1 - e^y) dy \quad \text{IV: } \int_0^e (e^y - 1) dy$$

a) I ve III b) II ve III c) I ve IV d) II ve IV



Alan: x' e g^ore

$$A = \int_1^e (e - \ln x) dx$$

(II)

y' ye g^ore

$$A = \int_0^e (e^y - 1) dy$$

(IV)

Cevap D

⑦ $y = \ln x$, $x=1$, $y=1$ ile sınırlı bölgenin y -ekseni etrafında
çevrilmesiyle oluşan cismin hacmini veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

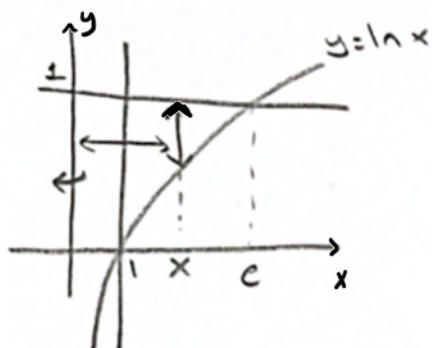
a) $V = \pi \int_1^e (1^2 - (\ln x)^2) dx$

b) $V = \pi \int_0^1 (1^2 - (\ln x)^2) dx$

c) $V = 2\pi \int_1^e x \cdot (1 - \ln x) dx$

d) $V = \pi \int_0^1 (1^2 - (e^y)^2) dy$

e) $V = \pi \int_1^e x^2 \cdot (1 - \ln x)^2 dx$



Kabuk ile:

$$V = 2\pi \int_1^e x \cdot (1 - \ln x) dx$$

K.Y. K.Y.Ü.

Cevap C

Pul ile yapmayıdık

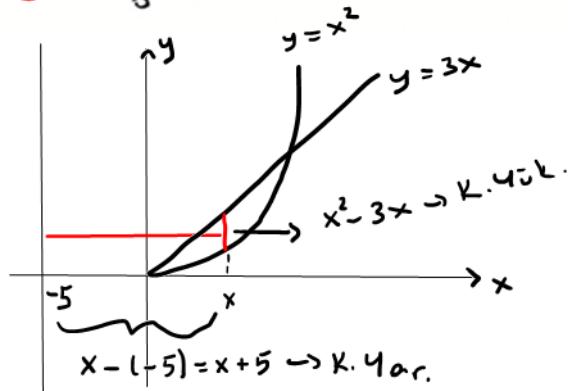
$$V = \pi \int_0^1 ((e^y)^2 - 1^2) dy$$

⑧ $y=x^2$ parabolü ve $y=3x$ doğrusu arasında kalan
bölgenin $x=-5$ etrafında dönmesi ile oluşan cismin hacmini
kabuk yöntemi ile hangi integral ile hesaplarız?

a) $V = 2\pi \int_0^3 (x+5) \cdot (3x-x^2) dx$ b) $V = 2\pi \int_0^3 (x+5) \cdot ((3x)^2 - (x^2)^2) dx$

c) $V = 2\pi \int_0^3 (x+5) \cdot ((3x)^2 - (x^2)^2) dx$ d) $2\pi \int_0^3 (x+5) \cdot (x^2 - 3x) dx$

e) $2\pi \int_0^3 (x+5) \cdot (3x-x^2) dx$

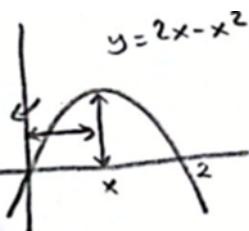


$$V = 2\pi \int_0^3 (x+5) \cdot (3x-x^2) dx$$

Cevap E

⑨ $y=2x-x^2$ eğrisi ve x -eksenini ile sınırlı bölgeyi y -eksenin etrafında cevirisel olusan cismin hacmi kaç br^3 olur?

- a) $\frac{11}{6}\pi$ b) 2π c) $\frac{8}{3}\pi$ d) $\frac{13}{4}\pi$ e) 3π



$$V = 2\pi \int_0^2 x \cdot (2x-x^2) dx = 2\pi \int_0^2 (2x^2-x^3) dx$$

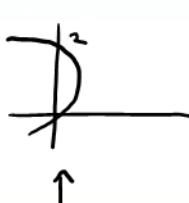
$$= 2\pi \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right]_0^2$$

$$= 2\pi \left[\frac{16}{3} - 4 \right] = 2\pi \cdot \frac{4}{3} = \frac{8\pi}{3}$$

Cevap C

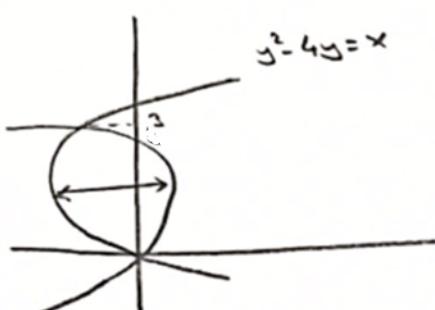
⑩ $x=2y-y^2$ ve $x=y^2-4y$ ile sınırlı bölgenin alanı?

- a) $\frac{16}{3}$ b) $\frac{35}{9}$ c) 9 d) $\frac{16}{5}$ e) 4



$$x=2y-y^2$$

$$x=y^2-4y$$



$$2y-y^2 = y^2-4y$$

$$6y = 2y^2 \Rightarrow y=0$$

$$\Rightarrow y=3$$

$$A = \int_0^3 (2y-y^2 - (y^2-4y)) dy$$

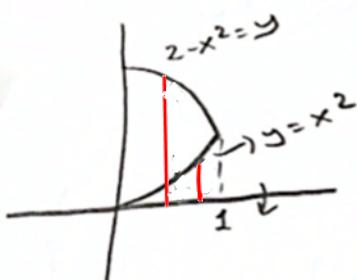
$$= \int_0^3 (6y-2y^2) dy = 3y^2 - \frac{2y^3}{3} \Big|_0^3$$

$$= 27 - 18$$

$$= 9$$

⑪ O bölgesi birinci bölgede $y=2-x^2$, $y=x^2$, $x=0$ ile sınırlı bölge olsun. O bölgesinin x -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi?

- a) $\frac{38}{15}\pi$ b) $\frac{32}{15}\pi$ c) $\frac{8}{3}\pi$ d) $\frac{13}{5}\pi$ e) $\frac{7}{3}\pi$

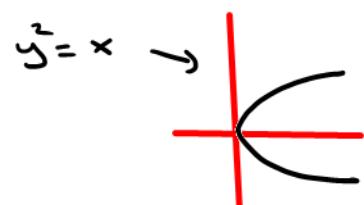
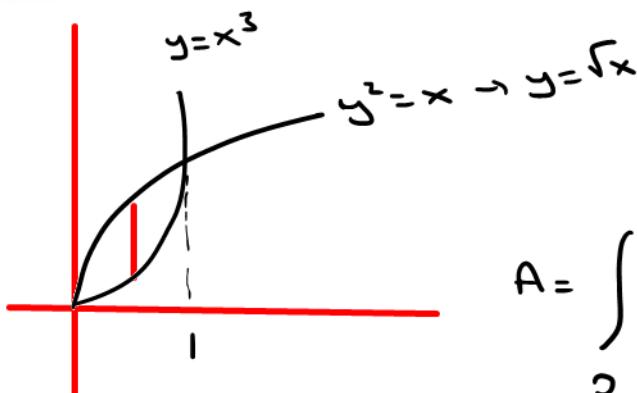
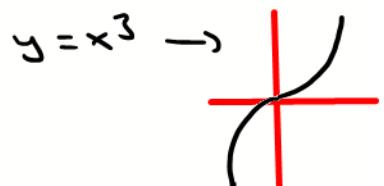


$$\begin{aligned} V &= V_{\text{top}} - V_{\text{bottom}} = \pi \int_0^1 (2-x^2)^2 dx - \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 (4-4x^2) dx = \pi \left[4x - \frac{4}{3}x^3 \right]_0^1 \\ &= \pi \left[4 - \frac{4}{3} \right] = \frac{8\pi}{3} \end{aligned}$$

Cevap C

⑫ $y = x^3$ ve $x = y^2$ eğrilerinin kesişim bölgesinin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5}{7}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{8}{15}$



$$A = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^3) dx$$

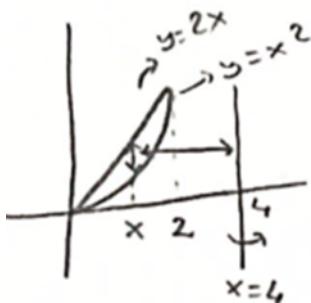
$$= \frac{x^{3/2}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

(13) $y=x^2$ parabolü ve $y=2x$ doğrusu arasındaki bölgenin $x=4$ etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini bulmak isteniyor. ile hesaplayan integral?

a) $2\pi \int_0^2 (4-x)(2x-x^2) dx$ b) $2\pi \int_0^2 (x-4)(2x-x^2) dx$

c) $2\pi \int_0^2 (4+x)(2x-x^2) dx$ d) $2\pi \int_0^2 (4+x)(x^2-2x) dx$

e) $2\pi \int_0^2 (4-x)(12x^2-(x^2)^2) dx$



$$V = 2\pi \int_0^2 (4-x)(2x-x^2) dx$$

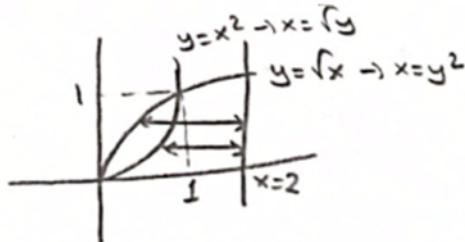
Cevap A

(14) $y=x^2$, $y=f(x)$ ile sınırlı bölgenin $x=2$ etrafı çevrilmemesiyle oluşan cismin hacmi aşağıdaki dört积分lerden hangisi ile hesaplanabilir?

a) $V = \pi \int_0^2 ((y^2)^2 - (f_y)^2) dy$ b) $V = \pi \int_0^1 (2-y^2 - f_y)^2 dy$

c) $V = \pi \int_0^2 ((2-y^2)^2 - (2+f_y)^2) dy$ d) $V = \pi \int_0^2 (2-y^2 - f_y)^2 dy$

e) $V = \pi \int_0^1 ((2-y^2)^2 - (2-f_y)^2) dy$

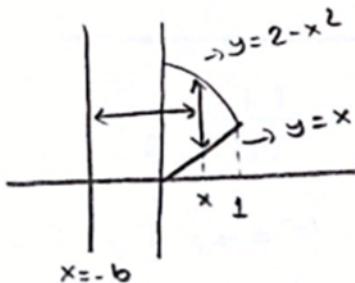


Peki işte

$$\begin{aligned} V &= V_b - V_e = \pi \int_0^1 (2-y^2)^2 dy - \pi \int_0^1 (2-f_y)^2 dy \\ &= \pi \int_0^1 ((2-y^2)^2 - (2-f_y)^2) dy \end{aligned}$$

Cevap E

- 15) $x = \sqrt{2-y}$, $y = x$, $x = 0$ arasında kalan bölgenin $x = -b$ ($b > 0$) doğrusu etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi $\frac{11}{2}\pi$ ise $b = ?$
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5



$$V = \frac{11}{2}\pi = 2\pi \int_0^1 (x+b)(2-x^2-x) dx$$

$$\frac{11}{4} = \int_0^1 (2x - x^3 - x^2 + 2b - bx^2 - bx) dx$$

$$\frac{11}{4} = x^2 - \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 2bx - \frac{bx^3}{3} - \frac{bx^2}{2} \Big|_0^1$$

$$\frac{11}{4} = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + 2b - \frac{b}{3} - \frac{b}{2} \Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{7b}{6} \Rightarrow b = 2$$

Cevap b

16) D bölgesi : $y = 4 - x$, $x = -\sqrt{6-y}$ ve $x = 0$ ile sınırlı bölge olsun. Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) D bölgesinin alanı $I = \int_{-1}^0 [(6-x^2) - (4-x)] dx$ integrali ile hesaplanabilir

B) D bölgesinin y-ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi

$$I = 2\pi \int_{-1}^0 x \cdot [(6-x^2) - (4-x)] dx \text{ integrali ile hesaplanabilir}$$

C) D bölgesinin $x = -1$ doğrusu etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi

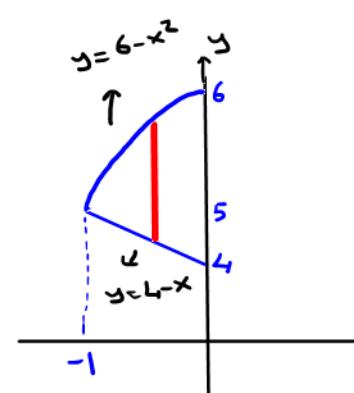
$$I = 2\pi \int_{-1}^0 (x+1) \cdot [(6-x^2) - (4-x)] dx \text{ integrali ile hesaplanabilir}$$

D) D bölgesinin alanı $I = \int_5^6 \sqrt{6-y} dy - \int_4^5 (4-y) dy$ integrali ile hesaplanabilir

E) D bölgesinin $y=0$ doğrusu etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi

$$I = \pi \int_{-1}^0 [(6-x^2)^2 - (4-x)^2] dx \text{ integrali ile hesaplanabilir}$$

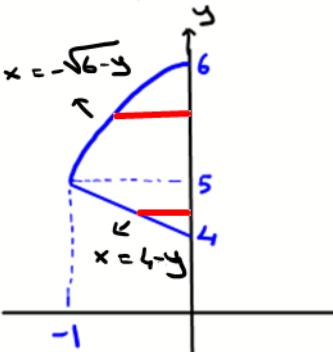
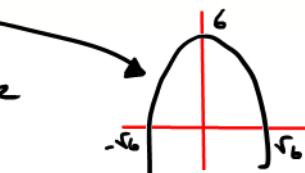
$x = -\sqrt{6-y} \Rightarrow y = 6 - x^2$



Alan x 'e göre:

$$A = \int_{-1}^0 [(6-x^2) - (4-x)] dx$$

A sıktı, doğru ✓

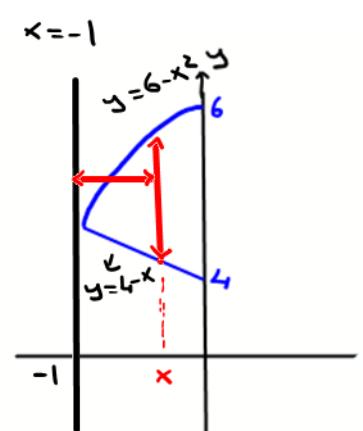


Alan y 'ye göre:

$$A = \int_4^5 (0 - (4-y)) dy + \int_5^6 (0 - (-\sqrt{6-y})) dy$$

D sıktı, doğru ✓

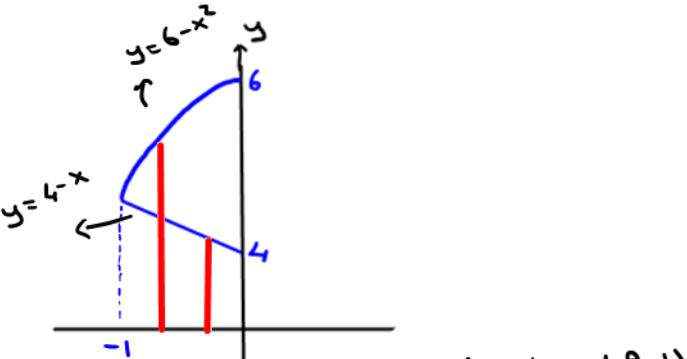
$\cancel{x} \quad y = 6 - x^2$ $\cancel{y = 4 - x}$ $6 - x^2 = 4 - x$
 $x = -1 \quad x = 2$



$x = -1$ etr. cev.
hacim: (kubuk)

$$V = 2\pi \int_{-1}^0 (x - (-1)) \cdot (6 - x^2 - (4 - x)) dx$$

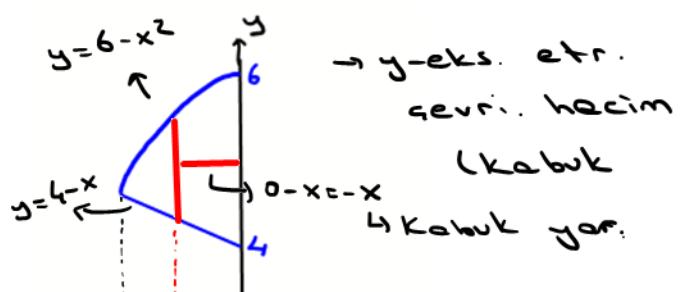
C sıktı, doğru ✓



$y = 0$ (x-eks.) etr. cev. hacim (Pul)

$$V = V_b - V_c = \int_{-1}^0 [(6-x^2)^2 - (4-x)^2] dx$$

E Doğru ✓



\rightarrow y-eks. etr.
cev. hacim
(kubuk)
K. kubuk yar.

$$V = 2\pi \int_{-1}^0 (-x) \cdot \overbrace{(6 - x^2 - (4 - x))}^{K. yolk.} dx$$

B Yanlış