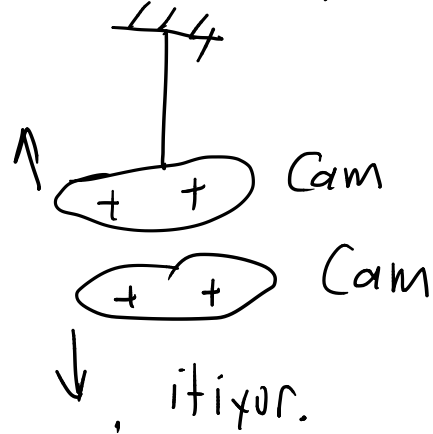
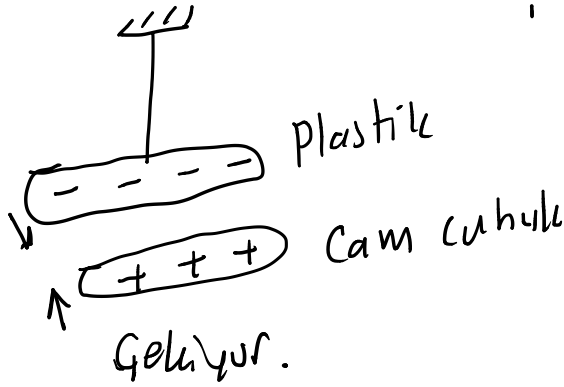


BÖLÜM 23. ELEKTRİK ALANLARI

Benjamin Franklin (1706-1790), iki çeşit yük vardır.

- Kürke (yüne) bir plastik çubuğu yükledi
- İpek kumaşa cam çubuğu sürterek yükledi.



- Aynı yüklü cisimler birbirini iterler.
- Zıt " " " " gelirler.
- Elektrik yükü daima korunumludur.

Bugün - yüklerin elektronları
+ yüklerin protonları kaynağıdır,
söyleyebilir.

- Elektronun keşfi: 1897 yılında J.J. Thomson tarafından keşfedildi. (Katot ışınları)
- Protonun keşfi: 1911 yılında E. Rutherford tarafından keşfedildi.
- Nötronün keşfi: 1932 yılında J. Chadwick

Sonuç:

1. Tabiatda iki tür elektrikli yük bulunur. Benzer yükler birbirini iterler, farklı olanlar ise birbirini çekerler.
2. Yük korunumludur.
3. Yük kuantumludur.

—o—

Bir cismin yükünü belirlemek için;

- e/m tayini
- Miliken yağ damla deneyi.

$$|e| = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

1909 yılında Miliken tarafından yapılmıştır.

Yalıtkanlar ve iletkenler

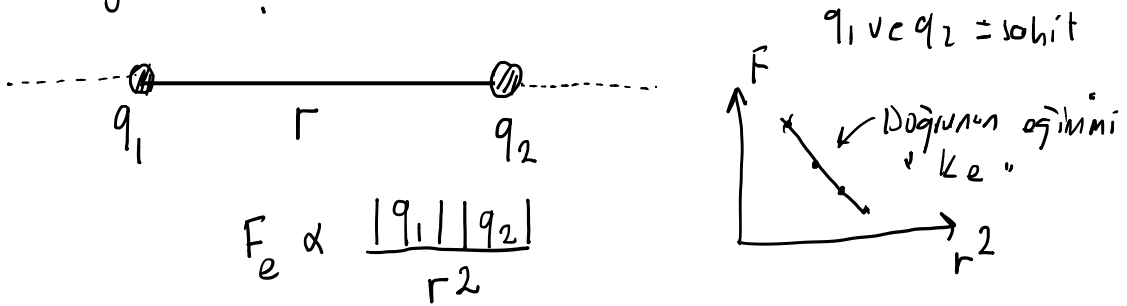
- Elektrik yükünün serbestçe hareketine izin veren cisimler iletendir.
- İzin vermeyenler yalıtkandır.

COULOMB YASASI

Charles Coulomb (1736-1806), kendi buluşu olan burulma terazisini kullanarak, yüklü cisimler arasındaki kuvvetlerin büyüklüklerini ölçtü.

Coulomb'un deneyleri durgun yüklü iki parçacık arasındaki elektrik kuvveti için şu sonuçları buldu:

1. Kuvvet, parçacıkları birleştiren doğru boyunca yönelmiş olup, aralarındaki r mesafesinin karesi ile ters orantılıdır.
2. Kuvvet, parçacıkların q_1 ve q_2 yüklerinin çarpımı ile doğru orantılıdır.
3. Kuvvet, zıt işaretli yükler için çekici, aynı işaretli yükler için iticidir.



"Coulomb Yasası" $F_e = k_e \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$, k_e : 'Coulomb sabiti'

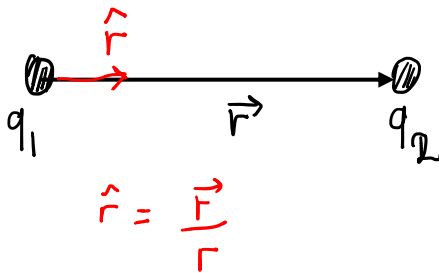
$$k_e = 8,9875 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

$$q_1, q_2 : \dots \text{C}$$

$$r^2 : \dots \text{m}^2$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \epsilon_0: \text{Boş uzayın elektriksel geçirgenliği}$$

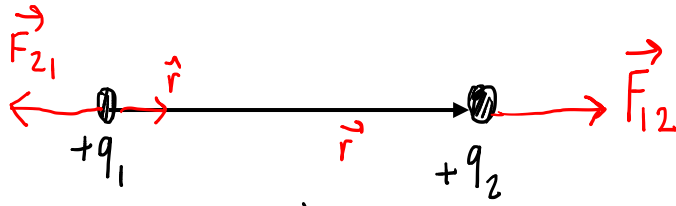
$$\epsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$$



q_1 ve q_2 arasındaki kuvvet vektörü

$$\vec{F}_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

q_1 'i ve q_2 'yi işaretlerle beraber yazın.

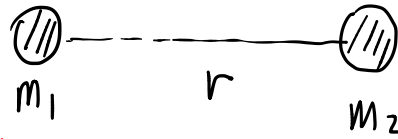


$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12})$$

$\vec{F}_{12}$ ve $\vec{F}_{21}$ eksi-tepli kuvvetleridir.

Hesaplama



$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} (-\hat{r}) = -k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Evrensel çekim
sabit.

$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

"Kütle çekim yasası"

Örnek 23.1 Hidrojen atomu

Hidrojen atomundaki elektron ve proton arasındaki uzaklık $5,3 \times 10^{-11}$ m'dir. Bu parçacıklar arasındaki elektiriksel ve kütle-çekim kuvvetlerinin büyüklüklerini hesaplayalım.

$$F_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{k_e e^2}{r^2} = \frac{8,99 \times 10^9 \cdot 1,6 \times 10^{-19}}{(5,3 \times 10^{-11})^2} = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 8,6 \times 10^{-47} \text{ N}$$

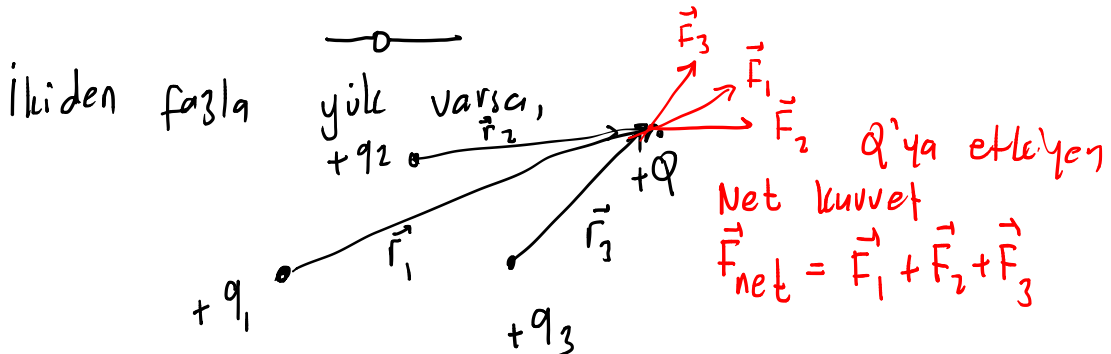
$$m_2 = m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_1 = m_p \approx 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

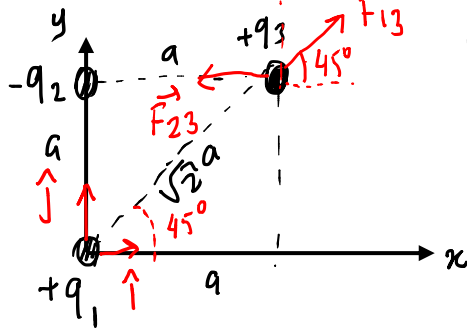
$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8,2 \times 10^{-8}}{8,6 \times 10^{-47}} \approx 10^{39} \text{ 'dur}$$

Elektrostatik kuvvet'in yanında kütle-çekim kuvveti ihmal edilir.



Örnek 23.2 Bileşke kuvveti bulunuz.



q_3 'e etkiyen bileşke kuvveti
birim vektörler cinsinden bulunuz.

$$q_1 = q_3 = 5,0 \mu\text{C}$$

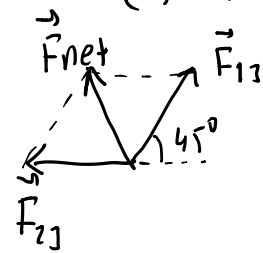
$$q_2 = -2,0 \mu\text{C}$$

$$a = 0,10 \text{ m.}$$

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1| |q_3|}{(\sqrt{2} a)^2} = \left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \right) \frac{(5,0 \times 10^{-6} \text{C})^2}{(0,10 \text{m})^2}$$

$$= 11 \text{ N.}$$

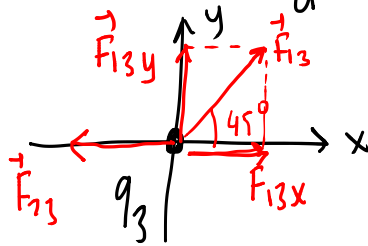
$$F_{23} = k_e \frac{|q_2| |q_3|}{a^2} = 9,0 \text{ N}$$



$$\vec{F}_{23} = F_{23} (-\hat{i}) = (-9\hat{i}) \text{ N}$$

$$F_{13x} = F_{13} \cos 45^\circ \quad \left| \begin{array}{l} \sin 45^\circ = \\ \cos 45^\circ = \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \\ \sqrt{2}/2 \end{array} \right.$$

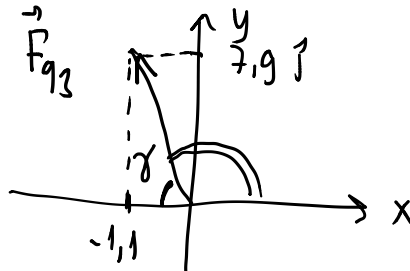
$$F_{13y} = F_{13} \sin 45^\circ$$



$$\vec{F}_{13} = F_{13x} \hat{i} + F_{13y} \hat{j} = 7,9 \hat{i} + 7,9 \hat{j}$$

$$\vec{F}_{q_3} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 7,9 \hat{i} + 7,9 \hat{j} - 9 \hat{i}$$

$$= (-1,1 \hat{i} + 7,9 \hat{j}) \text{ N.}$$



$$|\vec{F}_{q_3}| = \sqrt{(-1,1)^2 + (7,9)^2}$$

$$\tan \gamma = \frac{7,9}{-1,1} = -0,139$$

$$\gamma = \tan^{-1}(-0,139) \checkmark$$

23.4 Elektrik Alanı ; ($\vec{E}$) (Electrical Field)

Bir elektrik yükü var ise o'nun etrafında kendini hissettirdiği bir alanı vardır.

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} = mg$$


M: Yerçekimi alanı : $\vec{g}$ (kütle çekim alanı)



$$\vec{F} = \frac{k_e q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \Rightarrow \frac{\vec{F}}{q_0} = \vec{E}$$

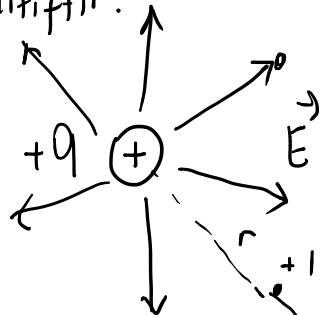
→ Elektrik alanı $\vec{E}$ ile gösterilir.
Birim yük başına elektrik kuvveti olarak tanımlanır.

Uzarda bir noktada elektrik alanı, o noktaya konulan +1 deneme yüküne etkileyen kuvvetin deneme yükünün (q_0) büyüklüğüne bölümü olarak bulunur.

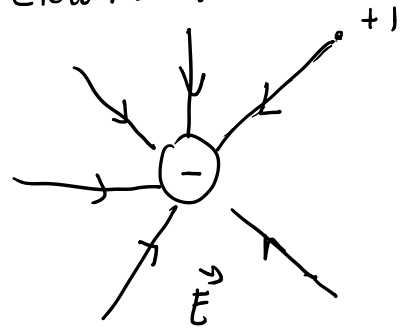
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \dots \text{N/C}$$



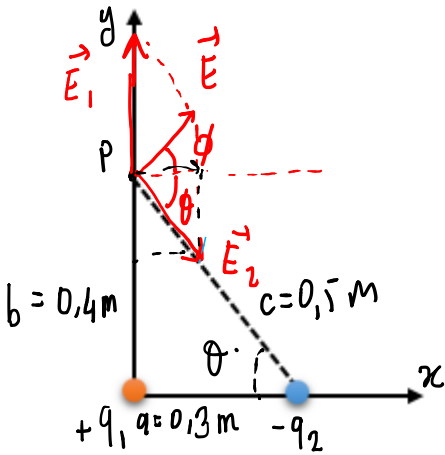
pozitif yüklü bir cismin elektrikli alanı pozitiftir.



$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$



Örnek 23.5 İki Yükün Elektrik Alanı



$$q_1 = 7 \mu\text{C} , q_2 = -5 \mu\text{C}$$

q_1 ve q_2 yükünün P noktasındaki elektrik alanını bulunuz. $\vec{E}(P) = ?$

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{b^2} = (8,99 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}) \frac{(7 \times 10^{-6} \text{C})}{(0,4\text{m})^2}$$

$$E_1 = 3,9 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= q \vec{E} \\ \vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q} \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{aligned}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{a^2} = 1,8 \times 10^5 \text{ N/C.}$$

$$\vec{E}_1 = E_1 \hat{j} = 3,9 \times 10^5 \hat{j} \text{ N/C}$$

$$\cos\theta = \frac{0,3}{0,5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\vec{E}_2 = E_2 \cos\theta \hat{i} + E_2 \sin\theta (-\hat{j})$$

$$\sin\theta = \frac{0,4}{0,5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

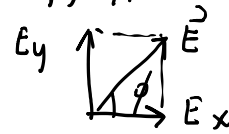
$$\vec{E}_2 = \underbrace{1,8 \times 10^5 \cdot 0,6}_{1,08 = 1,1} \hat{i} - \underbrace{1,8 \times 10^5 \cdot 0,8}_{\sim 2,5} \hat{j} \cong (1,1 \times 10^5 \hat{i} - 2,5 \times 10^5 \hat{j}) \text{ N/C}$$

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (1,1 \times 10^5 \hat{i} + 1,4 \times 10^5 \hat{j}) \text{ N/C.}$$

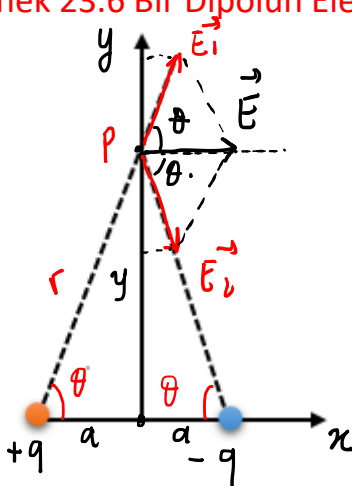
$$|\vec{E}| = \sqrt{(1,1 \times 10^5)^2 + (1,4 \times 10^5)^2} \cong 2,2 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$\phi = ? \quad \tan\phi = \frac{E_y}{E_x} = \frac{1,4}{1,1} = \dots$$

$$\phi = 66^\circ$$



Örnek 23.6 Bir Dipolün Elektrik Alanı



$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{k|q|}{(a^2 + y^2)}$$

$$E = 2E_1 \cos\theta , \cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}}$$

$$E = 2 \frac{kq}{a^2 + y^2} \cdot \frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}} = \frac{k(2qa)}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

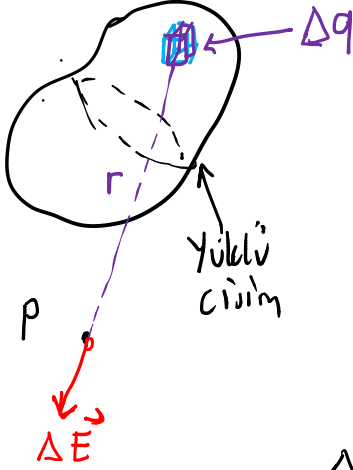
$$\vec{E} = E \hat{i} \quad y \gg a \text{ ise } \vec{E}' \text{ ye dipolün alanı denir.}$$

$$y^2 + a^2 \approx y^2$$

$$E \approx \frac{k 2q a}{(y^2)^{3/2}} \approx \frac{k 2q a}{y^3}, \quad 2qa = p = \text{Elektrik dipol momenti}$$

$$E \approx \frac{k p}{y^3} \text{ yazılabilir.}$$

SÜREKLİ YÜKLERİN ELEKTRİK ALANI



Δq 'yu noktasal yük gibi ele alarak

$$\Delta \vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r} \quad \checkmark$$

Toplam yükü Δq yüklerinin toplamı olarak ele alabilir.

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

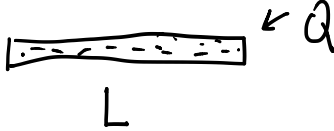
$$\Delta q_i \rightarrow 0 \text{ (sıfır değil)}$$

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$\begin{aligned} dq &: \text{yük elementi} \\ \Delta q &\rightarrow dq \\ \sum &\rightarrow \int \end{aligned}$$

dq hesabı

- Eğer yükünüz bir boyutlu bir cisme dağılmışsa (Çubuk, Çember, Karmel hatları...)



$$\lambda = \frac{Q}{L}, \quad \frac{C}{m} \text{ (Gizli yük yoğunluğu)}$$

$$Q = \lambda L, \quad \lambda = \text{sabit (düzgün dağılmış)}$$

$$dq = \lambda dl$$

- Yük bir yüzeye dağılmışsa (Daire, Karelevha, ...)

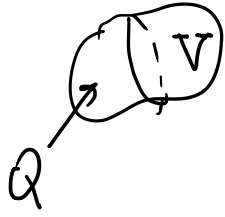


$$\sigma = \frac{Q}{A}, \quad \frac{C}{m^2} \text{ (Yüzey yük yoğunluğu)}$$

$$Q = \sigma A \rightarrow dq = \sigma dA$$

A: yüzey elementi

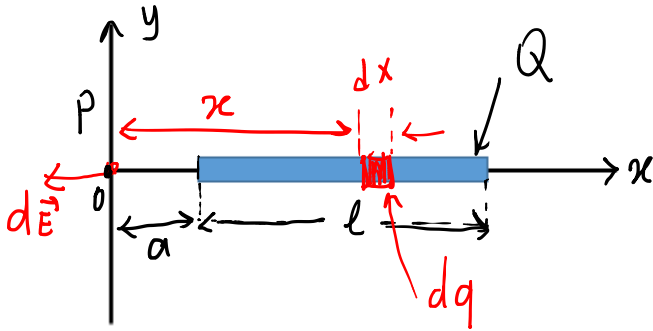
- Yük bir hacime dağılmış sa (küre, silindirik, küp, ...)



$$\rho = \frac{Q}{V}, \quad \frac{C}{m^3} \quad (\text{Hacimce yük yoğunluğu})$$

$$Q = \rho V \rightarrow dq = \rho dv \quad \text{dv: hacim elemanı}$$

Örnek 23.7 Yüklü Bir Çubuğun Elektrik Alanı



l uzunluğundaki bir çubuğun toplam yükü Q , boyca yük yoğunluğu λ 'dır. Çubuk eksenini üzerinde, çubuğun bir ucundan a kadar uzakta P noktasında elektrik alanı hesaplayınız.

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad \vec{E} \text{ alanı } -x \text{ yönündedir. } (-\hat{i})$$

$$\int dE = k \int \frac{dq}{r^2}, \quad dq = \lambda dx, \quad \lambda = \frac{Q}{l}$$

$$E = k \int_a^{a+l} \frac{\lambda dx}{x^2} = k \lambda \int_a^{a+l} x^{-2} dx = k \lambda \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) \Big|_a^{a+l}$$

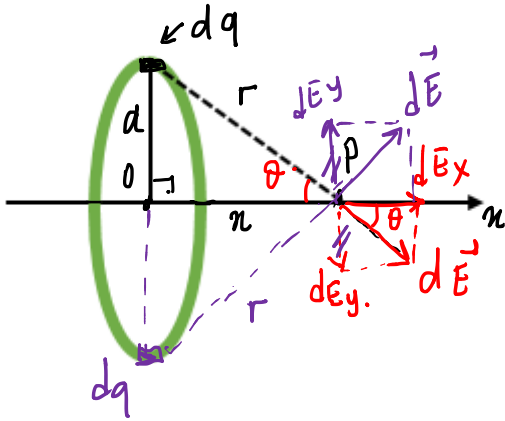
$$= -k \lambda \left(\frac{1}{x} \Big|_a^{a+l} \right) = -k \lambda \left(\frac{1}{a+l} - \frac{1}{a} \right)$$

$$= k \lambda \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right) = k \lambda \left(\frac{a+l-a}{a(a+l)} \right)$$

$$\frac{Q}{l} = k \lambda l \Rightarrow \vec{E} = \frac{kQ}{a(a+l)} (-\hat{i})$$

Sınava: Eğer $a \gg l$ ise $a+l \approx a$ $E = \frac{kQ}{a^2}$

Örnek 23. 8 Düzgün Yüklü Bir Halkanın Elektrik Alanı



a yarıçaplı bir halka Q üzerinde düzgün olarak dağılmış $+Q$ yükü bulunmaktadır. Halka ekseninde, halka merkezinden x kadar uzakteki bir p noktasında elektrik alanını bulunuz.

Simetriden dE_y 'ler birbirini yok eder.

E_y , $+x$ yönündedir.

$$\int dE_x = \int dE \cos \theta$$

$$\vec{E}_x = \int \frac{k dq}{r^2} \cos \theta (\hat{i})$$

$E_x \rightarrow E$

$$E = k \int \frac{dq x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{k x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \int dq$$

$$\vec{E} = \frac{k Q x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \hat{i} \quad \text{"Bir halkanın alanı" } Q$$

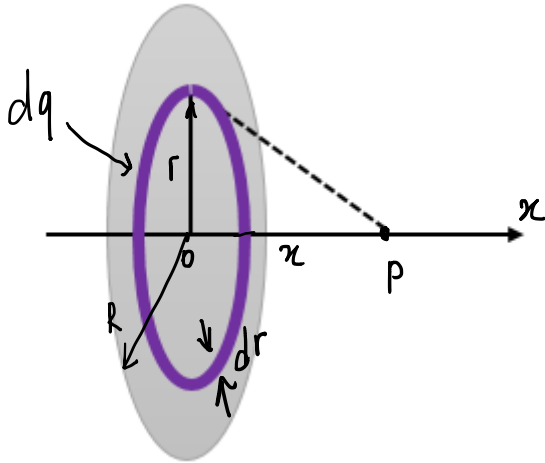
Sinama : 1) $x=0$ (Halkanın merkezi)
 $\vec{E} = 0$

2) $x \gg a$ ise (Halkadan uzağa)

$$x^2 + a^2 \approx x^2$$

$$E = \frac{k Q x}{(x^2)^{3/2}} = \frac{k Q x}{x^3} = \frac{k Q}{x^2}$$

Örnek 23. 9 Düzgün Yük Dağılımlı Bir Diskin Elektrik Alanı



R yarıçaplı bir diskten, σ düzgün yoğunluğu vardır. Diskin merkezinden x uzaklığındaki P noktasında elektrik alanını hesaplayınız.

$$dE = \frac{k \kappa}{(x^2 + r^2)^{3/2}} dq$$

$$dq = \sigma dA \quad dA = 2\pi r dr$$

$$E = \int_0^R \frac{k \kappa 2\pi \sigma r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = k \pi \sigma x \int_0^R \frac{2r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$x^2 + r^2 = u$$

$$2r dr = du$$

$$I = \int \frac{du}{u^{3/2}} = \int u^{-3/2} du = \frac{u^{-1/2}}{-1/2} = -\frac{2}{\sqrt{u}} = -\frac{2}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

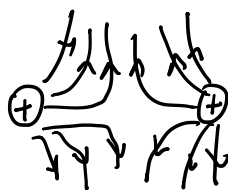
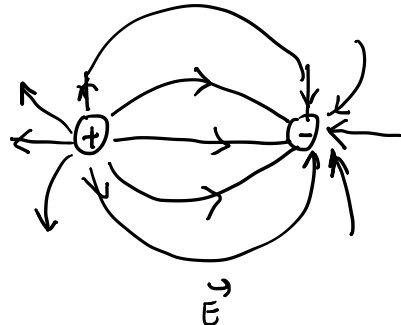
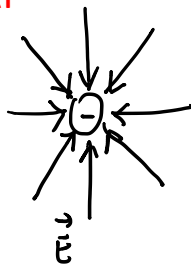
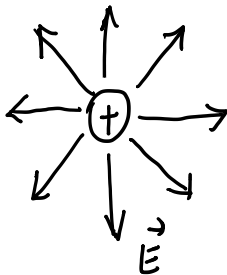
$$E = -2k\pi\sigma x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + r^2}} \right) \Big|_{r=0}^{r=R} = -2k\pi\sigma x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2}} \right) = 2k\pi\sigma x \left(\frac{x}{|x| \sqrt{x^2 + R^2}} - \frac{x}{|x| \sqrt{x^2}} \right)$$

Sinama: $R \gg x$ ise, $R^2 + x^2 \approx R^2$ $\frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \approx \frac{x}{R} \rightarrow 0$

$$\text{Bu durumda } E = 2\pi k \sigma \left(\frac{x}{x} - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) = 2\pi k \sigma, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2\epsilon_0} = \text{sabit} \quad (E \text{ düzgün})$$

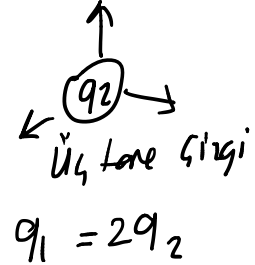
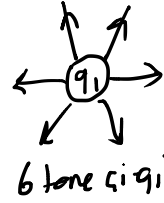
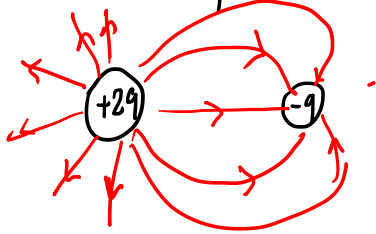
ELEKTRİK ALAN ÇİZGİLERİ



: itici özellik.

Elektrik alan çizgileri için şu kurallar geçerlidir.

1. Alan çizgileri bir + yükten çıkıp bir - yüke son bulmalıdır.
2. Bir + yükten ayrılan veya bir - yüke ulaşan çizgilerin sayısı yük miktarıyla orantılıdır.
3. İki alan çizgisi birbirini karamaz.



DÜZGÜN BİR ELEKTRİK ALANINDA YÜKLÜ PARÇACIKLARIN HAREKETİ

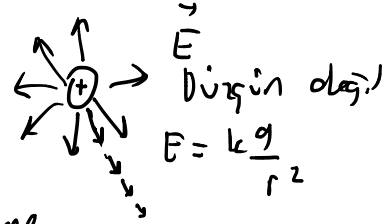
Düzgün elektrik alanı şiddeti ve yönü sabit olan elektrik alanıdır.

q yüklü m kütleli bir parçacık düzgün $\vec{E}$ alanında ise

$$\vec{F}_e = q \vec{E} \text{ kuvvetinin etlisindedir.}$$

$$\vec{F}_{net} = m \vec{a} \Rightarrow m \vec{a} = q \vec{E}$$

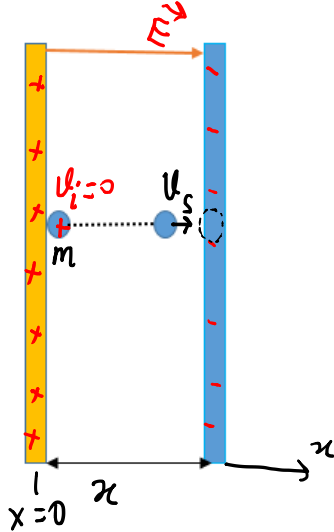
$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} = \text{sabit ivme.}$$



→ 1 elektron 1 N/C 'lık elektrik alanına girerse

$$a = \frac{e E}{m_e} = \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) (1 \text{ N/C})}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} \approx 10^{11} \text{ m/s}^2$$

Örnek 23.10 Hızlanan Bir Artı Yük



$$a_x = \frac{q}{m} E = \text{sabit}$$

$$u_s = u_i + a_x t$$

$$x_s = x_i + u_i t + \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$u_s^2 = u_i^2 + 2 a_x x$$

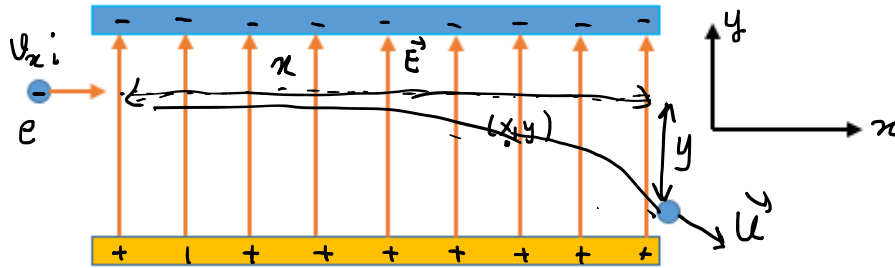
$$K = \frac{1}{2} m u_s^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{q E}{m} \right) x = q E x$$

Kuvvet Yerdeğiştirme

$$K_i = 0$$

$$\Delta K = K_s - K_i = W = q E x$$

Hızlandırılmış Bir Yükün Saptırılması



$$\vec{a}_y = -\frac{eE}{m_{e0}} \quad , \quad \vec{a}_x = 0 \quad v_{xs} = v_{xi} = \text{sabit}$$

$$x = v_{xi} t \rightarrow t = \frac{x}{v_{xi}}$$

$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t = -\frac{eE}{m} t$$

$$y = y_i + v_{yi} t + \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{eE}{2m} t^2$$

$$y_s = -\frac{eE}{2m} \frac{x^2}{v_{xi}^2} = -\left(\frac{eE}{2m v_{xi}^2}\right) x^2$$

Özetlersek, elektrikli alanı yardımıyla yüklü tanecikler hızlandırılabilir veya belli bir hıza sahip yüklü tanecik yolundan saptırılabilir.

