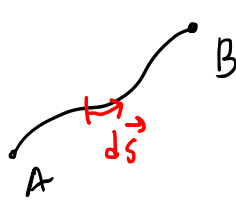


BÖLÜM 25 ELEKTRİKSEL POTANSİYEL

Bölüm 25.1 Potansiyel Enerji Farkı ve Elektriksel Potansiyel

Diğer yüklü cisimler tarafından oluşturulan bir $\vec{E}$ elektrik alanı içinde bir q_0 deneme yükü konulduğunda bu deneme yükü üzerine $q_0 \vec{E}$ ile verilen bir kuvvet etki eder.

Bazı dış kuvvetler q_0 deneme yükünü elektrik alanında hareket ettirir ve bir iş yapar.


$$dW = \vec{F}_{dış} \cdot d\vec{s}$$
$$W = \int_A^B \vec{F}_{dış} \cdot d\vec{s}$$

İş-enerji teoremine göre yapılan iş Potansiyel enerjideki değişimin negatifine eşit olur.

$$\Delta U = - \int_A^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta U = U_B - U_A = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Elektriksel potansiyel farkı.

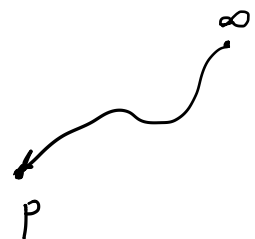
$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Elektriksel potansiyel elektrik alanının skaler bir karakteristiğidir ve alan içinde bulunan yükle bağımsızdır.

Referans noktası seçimi: potansiyelin sıfır olduğu yer.

Nokta veya sonlu yükler için referans noktası sonsuz uzaklıkta bir yer olabilir.

$$V_P - V_\infty = - \int_\infty^P \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

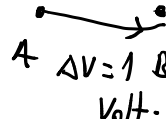


Kayfi bir P noktasında elektriksel potansiyel

$$V_P = V(P) = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{s} \times$$

ile verilir.

Potansiyelin birimi $\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} \dots \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}} = 1 \text{ Volt} \text{ (V ile gösterilir)}$

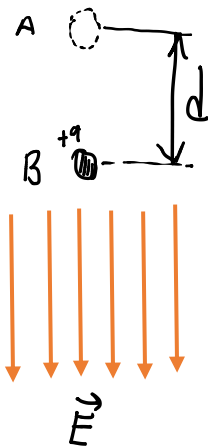


$$(*) \rightarrow \frac{N}{C} \cdot m = \text{Volt} \Rightarrow \frac{N}{C} = \frac{\text{Volt}}{\text{metre}}$$

Atom fizikinde potansiyel enerji genellikle eV olarak okunur. 1 Volt büyüklüğündeki potansiyel farkı boyunca hareket eden 1 elektronun kazandığı (kaybettiği) enerji miktarıdır. $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ olup hatırlanır.

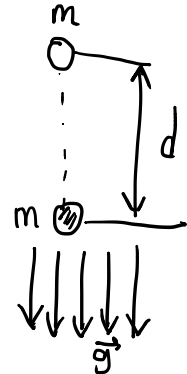
$$1 \text{ eV} = (1.60 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V}) = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

25.2 DÜZGÜN BİR ELEKTRİK ALANDAKİ POTANSİYEL FARKLARI



pozitif q yüklü elektrik alan yönünde d kadar hareket etsin

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= -(\vec{E} \cdot d\vec{s}) \quad (\vec{E} \parallel d\vec{s}) \\ &= -\int E ds \cos 0^\circ \\ &= -E \int_A^B ds = -Ed \quad (V_B < V_A) \end{aligned}$$



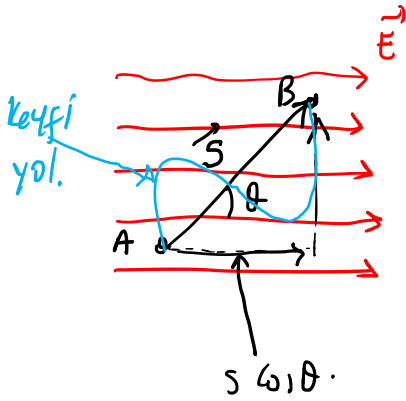
Elektrik alan yönünde gidilirse potansiyel azalır.

q_0 deneme yükü $A \rightarrow B$ gittiğinde potansiyel

$$\text{enerjisi } \Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} \Rightarrow \Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 Ed$$

$\Delta U < 0$ enerji azalmıştır.

Bir pozitif yük elektrik alan doğrultusunda hareket ederse, elektriksel potansiyel enerji kaybeder.



$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \vec{E} \cdot \int_A^B d\vec{s} = - \vec{E} \cdot \vec{s}$$

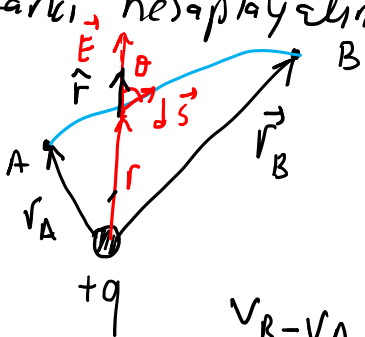
$$\Delta V = -E s \cos \theta.$$

$$\Delta U = -q_0 (\vec{E} \cdot \vec{s})$$

keyfi yol boyunca potansiyel enerji değişimi $\vec{s}$ boyunca olan değişime eşittir.

25.3 ELEKTRİSEL POTANSİYEL ve NOKTASAL YÜKLERİN OLUŞTURDUĞU POTANSİYEL ENERJİ

Yalıtılmış bir noktasal q yükünü ele alalım. Bu yükün alanında A ve B noktaları arasındaki potansiyel farkı hesaplayalım.



$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}, \quad \vec{E} \text{ ile } d\vec{s} \text{ arasında } \theta \text{ açısı var.}$$

$$V_B - V_A = - \int \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \right) \cdot d\vec{s}, \quad \hat{r} \cdot d\vec{s} = \underbrace{dr \cos \theta}_{dr}$$

$$V_B - V_A = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$

$$= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\int_{r_A}^{r_B} r^{-2} dr \right) = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\frac{\bar{r}^{-1}}{-1} \Big|_{r_A}^{r_B} \right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \Big|_{r_A}^{r_B} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \quad r_B > r_A$$

$$V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_B} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A}$$

Keyfi bir r noktası için potansiyel

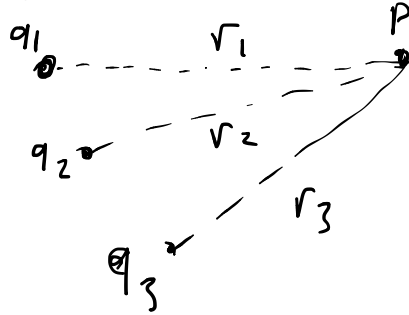
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (\text{pozitif yükün potansiyeli pozitifdir})$$



$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \text{ , dir.}$$

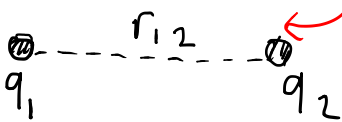
Yük işaretile yazılırsa hem pozitif hem de negatif yükün potansiyelini elde ederiz.

iki veya daha fazla noktasal yükün potansiyeli



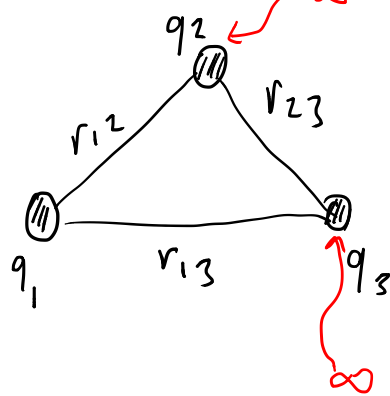
$$V(P) = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i} \text{ , dir.}$$

Şimdi iki yüklü parçacık sisteminin potansiyel enerjisine bakalım.



$$U_1 = V_{q_1} q_2 = k_e \frac{q_1}{r_{12}} q_2$$

$$U_1 = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \text{ olur.}$$



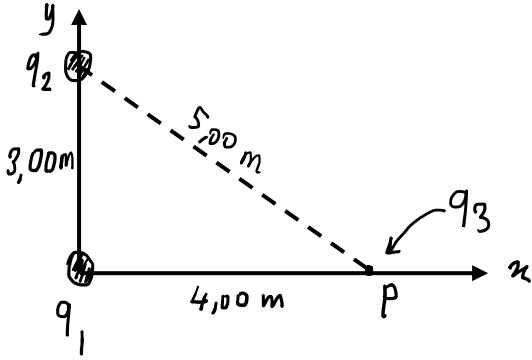
$$U = U_1 + \underbrace{\left(k_e \frac{q_1}{r_{13}} + k_e \frac{q_2}{r_{23}} \right)}_{q_3 \text{ ve } q_2 \text{ 'nin potansiyeli}} q_3$$

$$= k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \checkmark$$

Genelleme

$$U = \sum_{\substack{i \neq j \\ j > i}} k_e \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \checkmark \quad U = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} k_e \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \checkmark$$

ÖRNEK 25.3 İki Nokta Yükün Elektriksel Potansiyeli



Şekilde görüldüğü gibi $q_1 = 2,00 \mu\text{C}$ yük orijinde, $q_2 = -6,00 \mu\text{C}$ yük $(0, 3\text{m})$ noktasındadır.

a) P noktasındaki potansiyeli bulunuz.

b) $q_3 = 3,00 \mu\text{C}$ 'lık bir yük

sonsuzdan P noktasına getiriliyor. Potansiyel enerji değişimi bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{a) } V(P) &= \frac{k_e q_1}{r_1} + \frac{k_e q_2}{r_2} = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) \\ &= 8,99 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \left(\frac{2,0 \times 10^{-6} \text{C}}{4,0 \text{m}} - \frac{6,0 \times 10^{-6} \text{C}}{5,0 \text{m}} \right) \\ &= -6,29 \times 10^3 \text{ Volt.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \Delta U &= q_3 V(P) = (3,0 \times 10^{-6} \text{C}) (-6,29 \times 10^3 \text{V}) \\ &= -18,9 \times 10^{-3} \text{J.} \end{aligned}$$

25.4. ELEKTRİK ALAN DEĞERİNİN ELEKTRİKSEL POTANSİYELDEN ELDE EDİLMESİ

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \text{idi}$$

$$dV = - \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \text{olur.}$$

Genel olarak elektrik alan $\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$ olabilir. $d\vec{s}$ üç boyutlu sonsuz küçük yer deyişimidir. Örnekte elektrik alanı x yönünde ise

$$dV = -E_x dx$$

olur. Buradan E_x için

$$E_x = - \frac{dV}{dx}$$

olur.

Noktasal yükün potansiyel

$V(r) = k_e \frac{q}{r}$ idi. Elektrik alanın r yönünde olacağını söyleyebiliriz.

$$E_r = - \frac{dV(r)}{dr} = -k_e q \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \right) = -k_e q \left(-\frac{1}{r^2} \right) \\ = \frac{k_e q}{r^2} \text{ elde edilir.}$$

Genel olarak elektriksel potansiyel $V = V(x, y, z)$ olabilir. Bu durumda Elektrik alanın x, y ve z bileşenleri elde edilebilir.

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad \text{ve} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Örnek: $V(x, y, z) = 3x^2y + y^2 + yz$ olsun

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -6xy + 0 + 0 = -6xy$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -(3x^2 + 2y + z) = -(3x^2 + 2y + z)$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -(0 + 0 + y) = -y$$

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k} \quad \checkmark$$

25.5. SÜREKLİ YÜK DAĞILIMININ OLUŞTURDUĞU ELEKTRİSEL POTANSİYEL

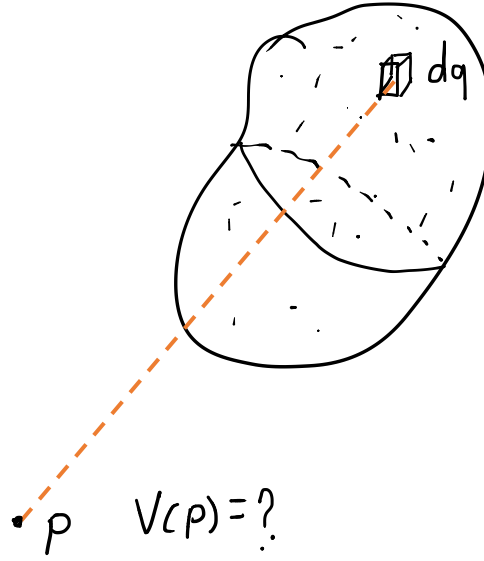
$$V = k_e \frac{q}{r} \text{ idi.}$$

$$\int dV = \int k_e \frac{dq}{r}$$

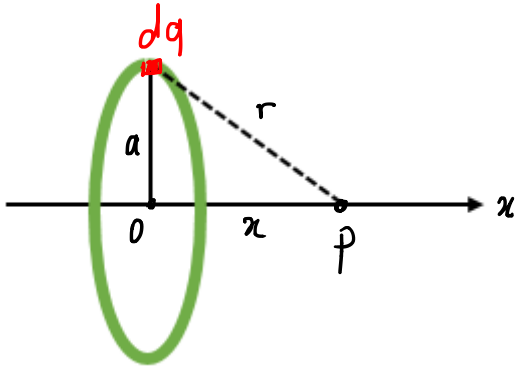
tüm yük

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} \quad **$$

tüm yük



Örnek 25.5 Düzgün Olarak Yüklenmiş Bir Halkanın Potansiyeli



Toplam yükü Q , yarıçapı a olan düzgün yüklenmiş bir halkanın merkezinden geçen halka düzlemine dik eksen üzerindeki P noktasında elektriksel potansiyeli bulunuz.

$$r = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} = \frac{k_e}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int dq = \frac{k_e Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

tüm yük Q

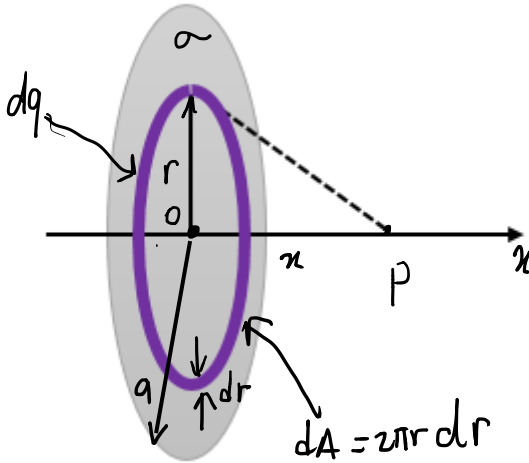
0 noktasında potansiyel

$$x \rightarrow 0 \quad V(0) = \frac{k_e Q}{a} \text{ bulunur.}$$

$$V(x) = \frac{k_e Q}{(x^2 + a^2)^{1/2}} \quad E_x = - \frac{dV(x)}{dx} = -k_e Q \frac{d}{dx} (x^2 + a^2)^{-1/2}$$

$$E_x = -k_e Q \left((-\frac{1}{2}) (x^2 + a^2)^{-3/2} \cdot 2x \right) = \frac{k_e Q x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad \checkmark$$

Örnek 25.6 Düzgün Yüklenmiş Bir Diskin Potansiyeli



Yüzeyindeki yük yoğunluğu σ , yarıçapı a olan düzgün yüklenmiş bir diskten merkezinden geçen eksen boyunca a) potansiyeli bulunuz. b) Elektrik alanının büyüklüğünü bulunuz.

Halkanın potansiyeli

$$V = k_e \frac{Q}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$dV = k_e \frac{dq}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r dr$$

$$V = k_e \int \frac{\sigma 2\pi r dr}{(r^2 + x^2)^{1/2}} = k_e \sigma \pi \int \frac{2r dr}{(r^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$r^2 + x^2 = u \quad \text{olsun}$$

$$2r dr = du$$

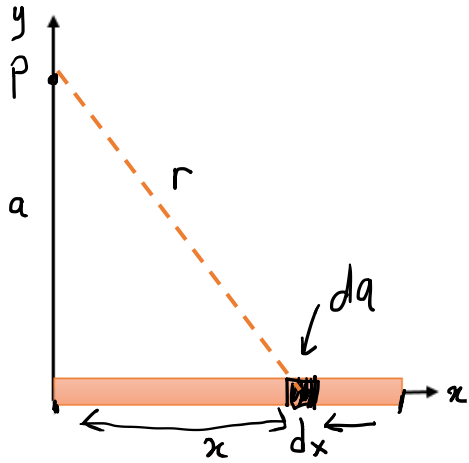
$$V(x) = k_e \sigma \pi \int \frac{du}{u^{1/2}} = k_e \sigma \pi \int u^{-1/2} du = k_e \sigma \pi \left(\frac{u^{1/2}}{1/2} \right) = 2k_e \pi \sigma (r^2 + x^2)^{1/2} \Big|_{r=0}^a = 2\pi k_e \sigma [\sqrt{a^2 + x^2} - x] \quad \checkmark$$

$$b) E_x = - \frac{dV}{dx} = -2\pi k_e \sigma \frac{d}{dx} [\sqrt{a^2 + x^2} - x]$$

$$= -2\pi k_e \sigma \left[\frac{1}{2} (a^2 + x^2)^{-1/2} \cdot 2x - 1 \right]$$

$$E_x = 2\pi k_e \sigma \left[1 - \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} \right] \quad \checkmark$$

Örnek 25.7 Sonlu Çizgisel Bir Yükün Elektriksel Potansiyeli



l uzunluklu bir çubuk x eksenini boyunca yerleştiriliyor. Çubuktaki toplam yük Q 'dur ve birim uzunluk başına düzgün dağılmış yük yoğunluğu $\lambda = \frac{Q}{l}$ 'dir. y eksenini

boyunca orijinden a kadar uzakta ki P noktasında elektriksel potansiyeli bulunuz.

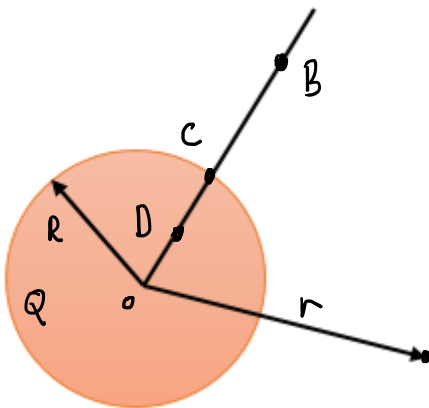
$$dV = k_e \frac{dq}{r} \quad r = \sqrt{x^2 + a^2}, \quad dq = \lambda dx$$

$$V = k_e \int \frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k_e \lambda \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k_e \frac{Q}{l} \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) \Big|_0^l \text{ verilir. } \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(l + \sqrt{l^2 + a^2}) - \ln(a)$$

$$V = \frac{k_e Q}{l} \ln\left(\frac{l + \sqrt{l^2 + a^2}}{a}\right) \checkmark$$

Örnek 25.8 Düzgün Yüklenmiş Bir Kürenin Potansiyeli



Düzgün dağılmış yük yoğunluğuna

sahip, toplam yükü Q olan R yarıçaplı, yalıtkan bir küre veriliyor.

a) Kürenin dışında

b) Kürenin içinde potansiyeli bulunuz.

$r = \infty$ 'da potansiyeli sıfır alınız.

Çözüm: Kürenin içinde ve dışında elektrik alanı biliyoruz.

$$E = \begin{cases} k_e \frac{Q}{r^2}, & r > R \text{ i\cete} \\ \frac{k_e Q}{R^3} r, & r < R \text{ i\cete} \end{cases} \left. \vphantom{\begin{cases} k_e \frac{Q}{r^2}, & r > R \text{ i\cete} \\ \frac{k_e Q}{R^3} r, & r < R \text{ i\cete} \end{cases}} \right\} \text{ Gauss yasaından biliyoruz.}$$

Potansiyel hesabı, $\frac{0}{\infty}$

a) $r > R$ $V_B - V_{\infty} = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{Q}{r}$ $r > R$ için

Küre yüzeyinde $r = R$, $V_C = k_e \frac{Q}{R}$

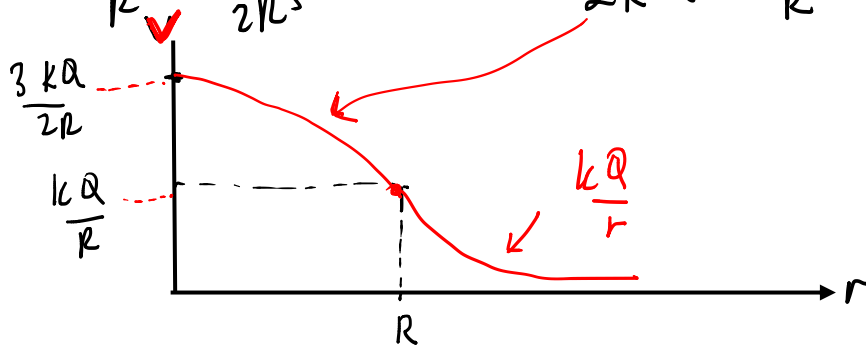
b) $V_D - V_C = - \int_R^r \frac{k_e Q}{R^3} r dr$ $r < R$

$$= - \frac{k_e Q}{R^3} \int_R^r r dr = - \frac{k_e Q}{R^3} \left(\frac{r^2}{2} \Big|_R^r \right)$$

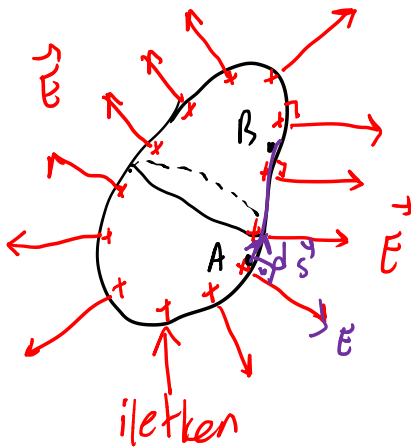
$$V_D - V_C = \frac{k_e Q}{2R^3} (R^2 - r^2) \checkmark$$

$$V_D = V_C + \frac{k_e Q}{2R^3} (R^2 - r^2)$$

$$= k_e \frac{Q}{R} + \frac{k_e Q}{2R^3} (R^2 - r^2) = \frac{k_e Q}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$



25.6 YÜKLÜ BİR İLETKENİN POTANSİYELİ



A ve B yüzeydeki ^{keyfi} iki nokta.

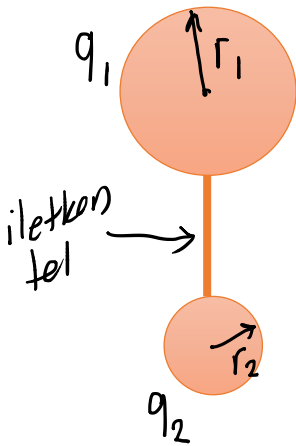
$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$V_B - V_A = 0 \Rightarrow V_A = V_B$$

A ve B keyfi iki nokta idi. Böylece iletkenin her noktası aynı potansiyeldir.

"iletkenler eş potansiyeldir"

Örnek 25.9 Birbirine Bağlı İki Yüklü Küre



Yarıçapları r_1 ve r_2 olan iki iletken küre, herbirinin yarıçapından büyük bir uzaklıkta birbirinden ayrılmıştır. Küreler iletken bir telle birbirine bağlıdır. Denge durumunda küreler üzerindeki düğün yüklerin sırasıyla q_1 ve q_2 'dir.

Kürelerin yüzeyindeki elektrik alan şiddetlerinin oranını bulunuz.

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{kq_1}{r_1} \\ V_2 &= \frac{kq_2}{r_2} \end{aligned} \right\}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \cancel{k} \frac{q_1}{r_1} = \cancel{k} \frac{q_2}{r_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}}$$

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{q_1}{r_1^2} \cdot \frac{r_2^2}{q_2}$$

$$= \left(\frac{q_1}{q_2} \right) \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} \right) = \frac{r_1}{r_2} \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2}{r_1} \checkmark$$

$$\boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1}}$$