

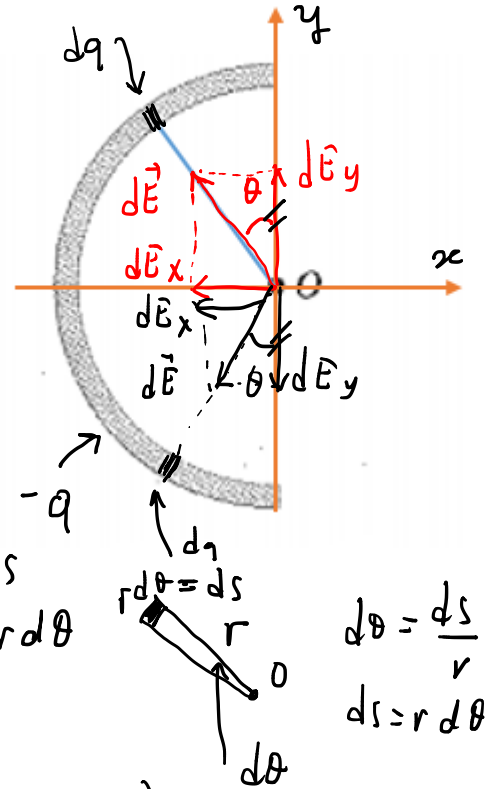
ÖRNEK PROBLEM ÇÖZÜMLERİ

1.



Şekil P23.33

14,0 cm uzunluğunda düzgün yüklü yalıtkan bir çubuk, Şekil P23.33 deki gibi yarım daire şeklinde bükülüyor. Çubuğun toplam yükü $-7,50 \mu\text{C}$ ise yarım dairenin O merkezinde elektrik alanın büyüklük ve doğrultusunu bulunuz.



$$dE_y = dE \cos \theta$$

$$dE_x = dE \sin \theta$$

$$E_y = \int dE_y = 0 \text{ olur. (Simetri nedeniyle)}$$

$$\vec{E}_x = E_x (-\hat{i})$$

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

$$\int dE_x = \int \left(k_e \frac{dq}{r^2} \right) \sin \theta, \quad dq = \lambda ds = \lambda r d\theta$$

$$E_x = \frac{k_e \lambda r}{r^2} \int_0^\pi \sin \theta d\theta$$

$$= \frac{k_e \lambda}{r} (-\cos \theta) \Big|_0^\pi = \frac{k_e \lambda}{r} \underbrace{\left(-(\cos \pi - \cos 0) \right)}_2$$

$$= \frac{2k_e \lambda}{r}, \quad \lambda = \frac{q}{L}, \quad \pi r = L \Rightarrow r = \frac{L}{\pi}$$

$$E_x = \frac{2k_e}{\left(\frac{L}{\pi}\right)} \left(\frac{q}{L}\right) = \frac{2k_e \pi q}{L^2} \quad \pi = 3.14$$

$$E_x = \frac{2(8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(7.50 \times 10^{-6} \text{ C}) \pi}{(0.14 \text{ m})^2} = 2.16 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$\vec{E} = -2.16 \times 10^7 \hat{i} \text{ N/C}$$

2.

59. $2a$ uzunluğunda özdeş ince çubuklar boylarına düzgün olarak dağılmış eşit $+Q$ yükleri vardır. Çubuklar x eksenini boyunca merkezleri $b > 2a$ olacak şekilde birbirinden ayrılmışlardır (Şekil 23.59). Soldaki çubuğun sağdaki çubuğa uyguladığı kuvvetin büyüklüğünün

$$F = \left(\frac{k_e Q^2}{4a^2} \right) \ln \left(\frac{b^2}{b^2 - 4a^2} \right) \checkmark$$

ile verildiğini gösteriniz.

Çözüm Soldaki çubuktan sağdaki çubuğun ucundan d kadar uzaklıktaki elektrik alanı

$$E = \frac{kQ}{d(d+2a)} \quad \text{"sol çubuğun alanı"}$$

$$F_{12} = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \text{ idi.} \quad F = q E_{\text{sol}}$$

$$dF = E_{\text{sol}} dq, \quad dq = \lambda dx, \quad \lambda = \frac{Q}{2a}$$

$$dF = \frac{k_e Q Q}{2a} \frac{dx}{d(d+2a)}$$

$$d \rightarrow x \quad (\text{sağit } d \rightarrow \text{değişken } x)$$

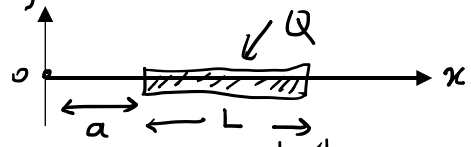
$$F = \frac{k_e Q^2}{2a} \int_{b-2a}^b \frac{dx}{x(x+2a)}, \quad \int \frac{dx}{x(x+2a)} = -\frac{1}{2a} \ln \left(\frac{2a+x}{x} \right) \text{ ile verilir.}$$

$$F = \frac{k_e Q^2}{4a^2} \left(-\ln \left(\frac{2a+b}{b} \right) + \ln \left(\frac{2a+b-2a}{b-2a} \right) \right) \quad \left| \begin{array}{l} \ln(u) - \ln(v) \\ = \ln \left(\frac{u}{v} \right) \end{array} \right.$$

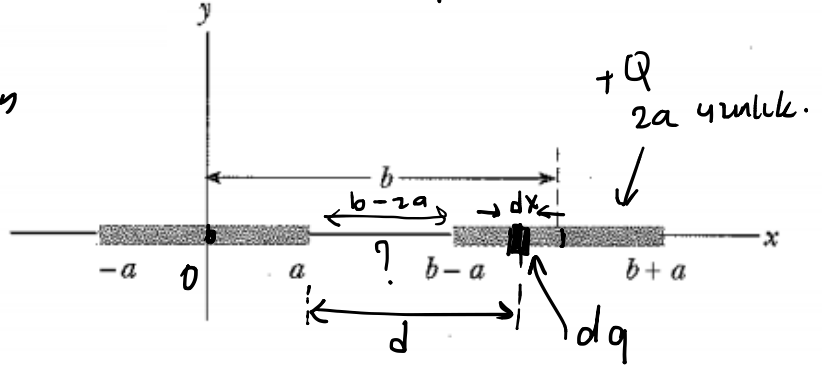
$$= \frac{k_e Q^2}{4a^2} \ln \left(\frac{\frac{b}{b-2a}}{\frac{2a+b}{b}} \right) = \frac{kQ^2}{4a^2} \ln \left(\frac{b^2}{b^2 - 4a^2} \right) \checkmark$$

$$\downarrow \frac{b}{b-2a} \cdot \frac{b}{b+2a}$$

|| Hzırlatma:
örnek 23.7'de



0'daki elektrik alanı
 $E = \frac{kQ}{d(d+L)}$ bulmaktık. ||



Şekil P23.59

3.

12. Şekil P24.12 de, S_1 den S_4 e kadar dört kapalı yüzey, $-2Q$, Q ve $-Q$ yükleriyle birlikte gösterilmişlerdir. Her bir yüzeyden geçen elektrik akısını bulunuz.

Gauss Yasası

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{\text{ik}}}{\epsilon_0} \quad \checkmark$$

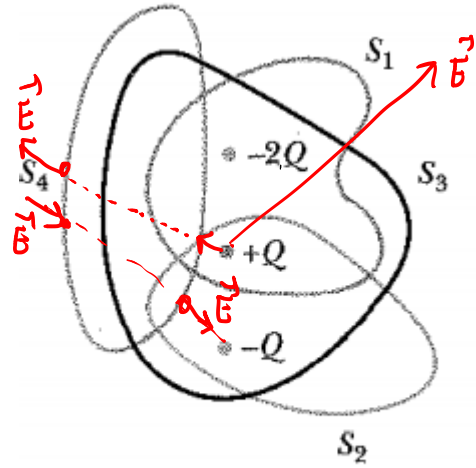
$$\Phi_E = \frac{q_{\text{ik}}}{\epsilon_0} \quad \checkmark$$

$$\Phi_1 = \frac{-2Q + Q}{\epsilon_0} = \frac{-Q}{\epsilon_0} \quad \checkmark \quad \text{" } S_1 \text{ yüzeyinden geçen akı"}$$

$$\Phi_2 = \frac{+Q - Q}{\epsilon_0} = 0 \quad \text{" Net akı sıfır" } \quad \text{" } S_2 \text{ yüzeyinden geçen akı"}$$

$$\Phi_3 = \frac{-2Q + Q - Q}{\epsilon_0} = \frac{-2Q}{\epsilon_0} \quad \text{" } S_3 \text{ yüzeyinden geçen akı"}$$

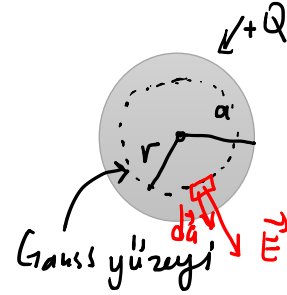
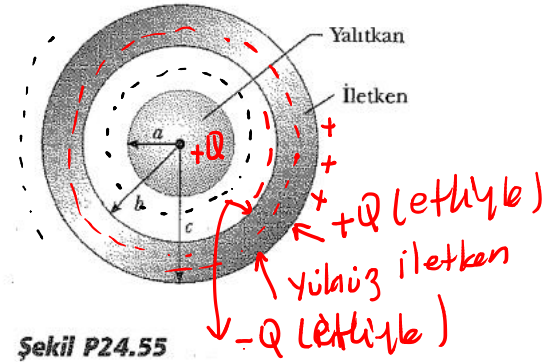
$$\Phi_4 = \frac{q_{\text{ik}} = 0}{\epsilon_0} = 0 \quad \text{" } S_4 \text{ yüzeyinden geçen akı sıfırdır"}$$



Şekil P24.12

4.

55. a yarıçaplı yalıtkan dolu bir kürenin toplam yükü Q , düzgün yük yoğunluğu ρ dur. Şekil P24.55 teki gibi, bu kürenin dışında aynı merkezli, iç yarıçapı b , dış yarıçapı c olan yüksüz iletken içi boş bir küre bulunuyor. (a) $r < a$, $a < r < b$, $b < r < c$, ve $r > c$ bölgelerindeki elektrik alan büyüklüğünü bulununuz. (b) İçi oyuk kürenin iç ve dış yüzeylerinde birim yüzölçüm başına düşen indüksiyonla (etkiyle) oluşan yükleri bulunuz.



a) $r < a$,
 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} \checkmark$
 $\vec{E} \parallel d\vec{a}$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \oint E da \cos 0 = E \oint da = E 4\pi r^2 = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} \checkmark$$

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} = \frac{3Q}{4\pi a^3} = \text{sabit} , q_{iç} = \int \rho dV \quad \leftarrow \text{hacim elemanı}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{3}\pi a^3 \\ \frac{4}{3}\pi r^3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} Q \\ q_{iç} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} q_{iç} = \left(\frac{r}{a}\right)^3 Q \quad 4\pi r^2 E = \frac{r^3 Q}{\epsilon_0 a^3}$$

$$\rightarrow r < a \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a^3} r \quad \checkmark$$

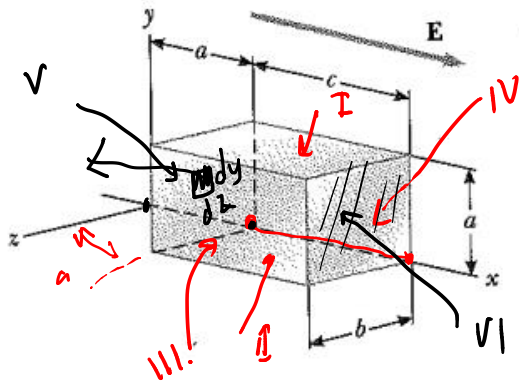
$$\rightarrow a < r < b , \oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

$$\rightarrow b < r < c , \oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} \quad \text{iletkenin içinde } \vec{E} = 0 \text{ dir.}$$

$$\rightarrow r > c , \oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = E 4\pi r^2 = \frac{+Q - Q + Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} ,$$

b) $r = b$ (iletkenin içi boş) $\leftarrow$ ek.
 $r = c$ de , $+Q$ var. $\left| \sigma_b \right| < \left| \sigma_a \right|$
 $\sigma_a = \frac{-Q}{4\pi a^2}$
 $\sigma_b = \frac{+Q}{4\pi b^2}$

5.



Şekil P24.62

62. Boyutları $a = b = 0,400$ m ve $c = 0,600$ m olan kapalı bir yüzey Şekil P24.62 deki gibi yerleştirilmiştir. Bölgedeki elektrik alanı düzgün olmayıp, x metre ile belirtilmek üzere,

$$\mathbf{E} = (3,0 + 2,0x^2)\mathbf{i} \text{ N/C} \quad a \leq x \leq a+c$$

ile veriliyor. Kapalı yüzeyden çıkan net elektrik akısını hesaplayınız. Kapalı yüzey içinde kalan net yük miktarı ne kadardır?

Yönü $+\mathbf{i}$ ($+x$) olan elektrik alanı hangi yüzeylerden geçmez?

$$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \cancel{\int_I} + \cancel{\int_{II}} + \cancel{\int_{III}} + \cancel{\int_{IV}} + \int_V + \int_{VI}$$

V. nolu yüzey. $x=a$ yüzeyi $0 \leq y \leq a$ $0 \leq z \leq b$

$$\phi_{V1} = \int_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = - \int_0^a (3,0 + 2,0 \cdot a^2) da \quad d\mathbf{a} = \underbrace{dy dz}_{da} (\hat{\mathbf{i}})$$

$$180^\circ \text{ alı} = -(3 + 2a^2)ab$$

VI. $x = a+c$ $E = 3 + 2(a+c)^2$

$$\phi_{VI} = 3 + 2(a+c)^2 ab, \quad \Phi_{E, net} = -(3 + 2a^2)ab + (3 + 2(a+c)^2)ab$$

$$= 2abc(2a+c)$$

$$\Phi_E = 0,269 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

$$\Phi_E = \frac{q_{iz}}{\epsilon_0} \Rightarrow q_{iz} = \epsilon_0 \Phi_E$$

$$= (8,85 \times 10^{-12}) 0,269 = 2,38 \times 10^{-12} \text{ C.}$$