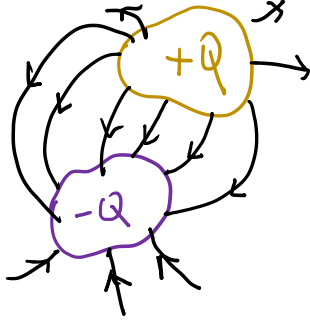


BÖLÜM 26 SIĞA ve DİELEKTRİKLER

26.1 Siğanın Tanımı



Eşit miktarlarda fakat zıt işaretli yük taşıyan iki iletkeni birbirine yakın tutalım. Böyle bir sisteme kondansatör denir.

iletkenler arasında bir potansiyel fark oluşur. Q yük miktarı ΔV potansiyel farkıyla orantılıdır.

$$Q \propto \Delta V$$

Bir kondansatörün C siğası, iletkenlerden biri üzerindeki yükün büyüklüğünün, bunlar arasındaki potansiyel farkına oranı olarak tanımlanır.

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$\frac{1C}{1V_{olt}} = 1 \text{ Farad} = 1F, \quad 1\mu F = 10^{-6} F, \quad 1pF = 10^{-12} F, \quad 1nF = 10^{-9} F$$

26.2 Siğa'nın Hesaplanması

iletkenler arasındaki potansiyel fark, toplam yük cinsinden yazılır, sonra $\frac{Q}{\Delta V}$ oranı yazılır. Bu siğadır.

1. R yarıçaplı bir iletken kürenin siğasını bulalım. Yüğü $+Q$ olsun. ikinci iletken ∞ yarıçaplı yüküüz bir küre olarak alınır, o zaman,

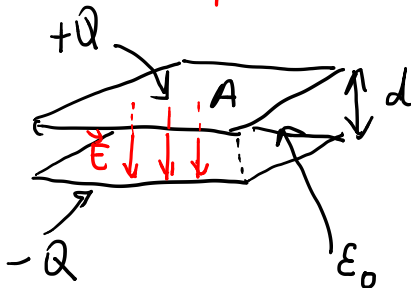
$$\Delta V = k \frac{Q}{R} \quad \text{"iletkenin yüzeyindeki potansiyel"}$$

$$r = \infty \text{ 'da potansiyel } k \frac{Q}{r} \rightarrow 0 \text{ olur.}$$

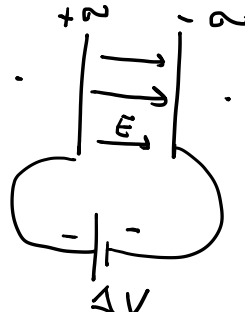
$$\Delta V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \Rightarrow \frac{Q}{\Delta V} = C = 4\pi\epsilon_0 R \quad \checkmark$$

" R yarıçaplı kürenin siğası"

2. Paralel plakalı kondansatörler



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (1)$$



$$\Delta V = E d \quad (2)$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad (3) \rightarrow (1) \quad E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \rightarrow (2)$$

$$\Delta V = \frac{Q}{\epsilon_0 A} d \rightarrow \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 A}{d} = C$$

$$\boxed{C = \epsilon_0 \frac{A}{d}} \quad \text{"Dülem kondansatörün sıgası"}$$

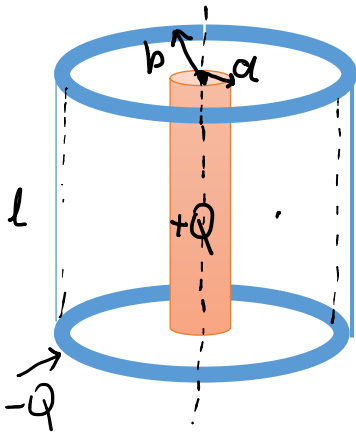
Örnek 26.1 Paralel Plakalı Kondansatör

$A = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ yüzey alanına sahip bir paralel plakalı kondansatörün plakaları arasındaki uzaklık $d = 1 \text{ mm}$ 'dir. Bu kondansatörün sıgasını bulunuz.

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)) \frac{(2 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{(1 \times 10^{-3} \text{ m})}$$

$$= 1,77 \times 10^{-12} \text{ F} = 1,77 \text{ pF}$$

Örnek 26.2 Silindirik Kondansatör

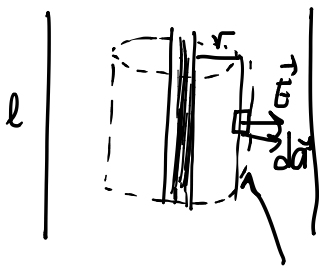


Dolu bir silindirik iletkenin yarıçapı a ve yükü $+Q$ 'dur.

Aynı eksenli daha büyük kalınlığı ihmal edilebilen silindirik kabuğun yarıçapı b ($b > a$) yükü $-Q$ 'dur. l uzunluklu silindirin sıgasını bulunuz.

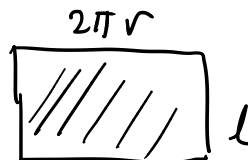
$$\Delta V = ?$$

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \vec{E} = ? \quad a < r < b$$



Gauss yone

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = E 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$



$$E = \frac{\lambda}{2\pi r} = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \quad a < r < b.$$

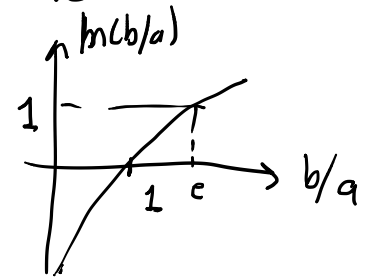
$$V_b - V_a = - \int_a^b \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} dr = -2k\lambda \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$V_b - V_a = -2k_e \lambda \ln(r) \Big|_a^b = -2k_e \lambda (\ln(b) - \ln(a))$$

$$\Delta V = -2k_e \lambda \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad | \quad \lambda = \frac{Q}{L} \text{ dir.}$$

$$\Delta V = -2k_e \frac{Q}{L} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \quad b > a$$

$$|\Delta V| = 2k_e \frac{Q}{L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

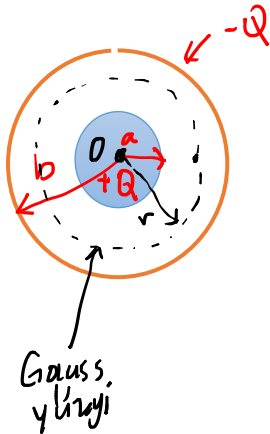


$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{L}{2k_e \ln(b/a)}$$

Birim uzunluk başına sıfır $\frac{C}{L}$; $\frac{\text{Farad}}{\text{m}}$

$$\frac{C}{L} = \frac{1}{2k_e \ln\left(\frac{b}{a}\right)}, \quad b > a$$

Örnek 26.3 Küresel Kondansatör



$-Q$ yüklü b yarıçaplı küresel bir iletken kabuk, daha küçük a yarıçaplı $+Q$ yüklü bir küre ile eşmerkezli kurulmuştur. Bu sistemin sıfırını bulunuz.

$r < a$, $r > b$ bölgelerinde $\vec{E} = 0$
 $a < r < b$ ise

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{+Q}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right) \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

$$V_b - V_a = - \int_a^b \frac{kQ}{r^2} dr = -kQ \int_a^b \frac{dr}{r^2} = -kQ \int r^{-2} dr$$

$$= -kQ \frac{r^{-1}}{-1} = \frac{kQ}{r} \Big|_a^b = kQ \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right), b > a$$

$$\Delta V = -kQ \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = -kQ \frac{(b-a)}{ab}$$

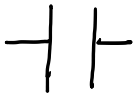
(b) (a)

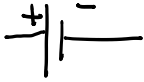
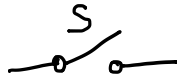
$$|\Delta V| = kQ \left(\frac{b-a}{ab} \right) \Rightarrow \frac{Q}{|\Delta V|} = C = \frac{ab}{k(b-a)} \checkmark$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{(b-a)} \checkmark$$

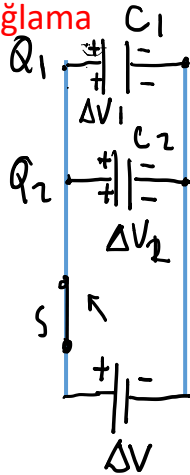
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

26.3 KONDANSATÖRLERİN BAĞLANMASI

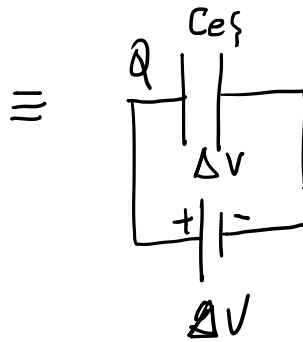
 Kondansatörün simgesi

 Bataryanın simgesi  Anahtar simgesi

Paralel Bağlama



$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 \quad \checkmark$$



$$Q = Q_1 + Q_2 \quad \checkmark$$

$$C_{eq} \Delta V = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2$$

$$\cancel{C_{eq} \Delta V} = \cancel{C_1 \Delta V} + \cancel{C_2 \Delta V}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

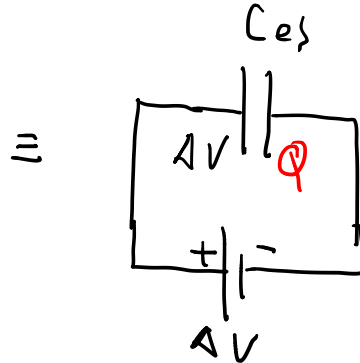
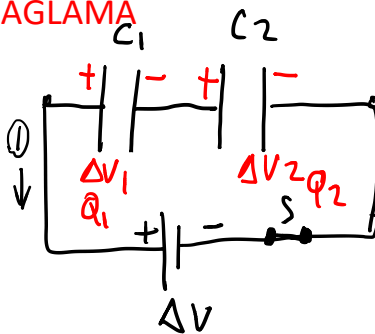
Genelleme: n tane paralel bağlı kondansatörün olduğu varsayalım

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

Kondansatörler eşitse $C_1 = C_2 = \dots = C_n = C$

$$C_{eq} = n C \quad \checkmark$$

SERİ BAĞLAMA



$$Q = Q_1 = Q_2 \quad ,$$

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\frac{Q}{C_3} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \quad \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \text{ dir.}$$

iki özdeş sığa için $C_1 = C_2 = C$

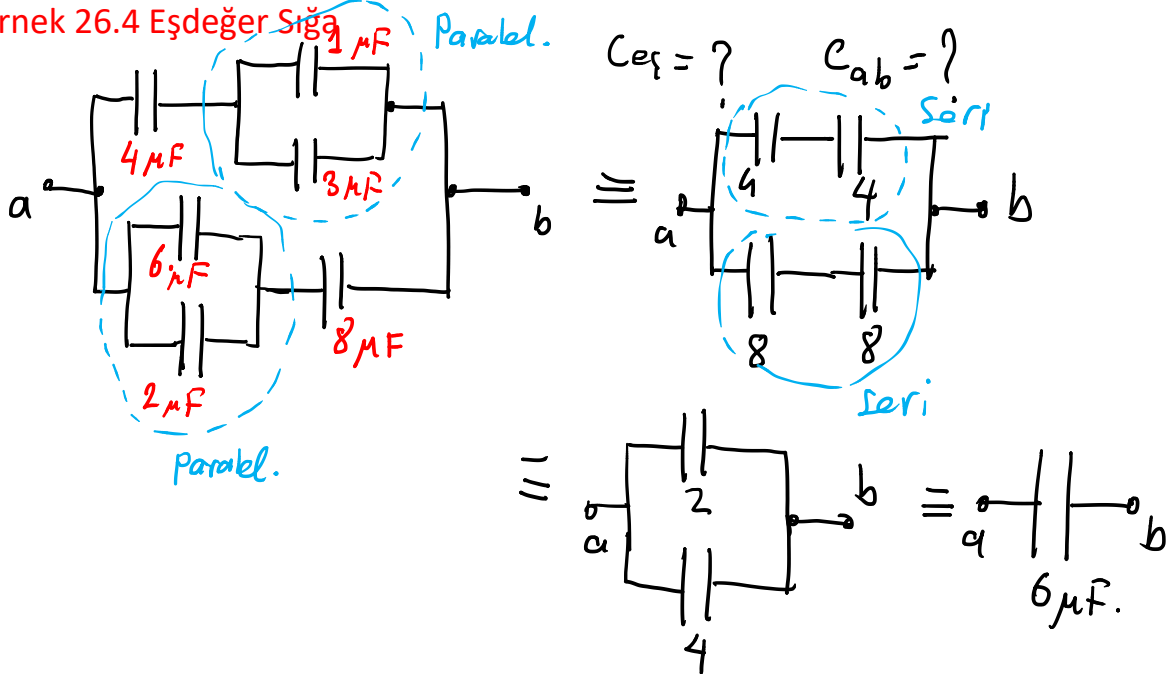
$$\frac{1}{C_3} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \Rightarrow \boxed{C_3 = \frac{C}{2}}$$

$$C_1 = 10 \mu F \quad C_2 = 10 \mu F$$

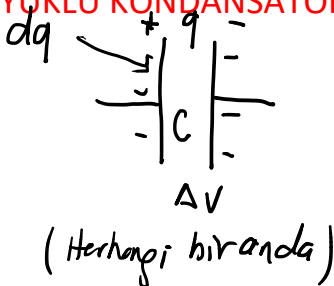
$$C_{eş} = 10 \mu F.$$

$$\text{Genelleme: } \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Örnek 26.4 Eşdeğer Sığa



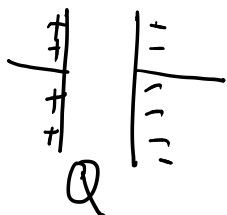
26.4 YÜKLÜ KONDANSATÖRDE DEPOLANAN ENERJİ



$$dW = \Delta V \, dq, \quad \Delta V = \frac{q}{C}$$

$$= \frac{q}{C} \, dq$$

dq yükünü - levhadan + levhaya taşımak için yapılan iş.



(Kondansatördeki)

$$W = \int_{q=0}^{q=Q} \frac{q}{C} \, dq = \frac{1}{C} \frac{q^2}{2} \Big|_0^Q$$

$$W = \frac{Q^2}{2C} \quad \checkmark$$

Q : nihai yük.

Yapılan iş sonucunda levhalar arası potansiyel, dolayısıyla potansiyel enerji artışı olur.

$$U = \frac{Q^2}{2C} \dots (1) \quad Q = C \Delta V$$

$$U = \frac{C^2 \Delta V^2}{2C} = \frac{1}{2} C \Delta V^2 \dots (2)$$

Bir kondansatörü yüklerle, potansiyel enerji olarak depolarır.

Enerji Yoğunluğu

Birim hacim hacına depolanan enerjiye, enerji yoğunluğu denir. kısaca u ile gösterilir

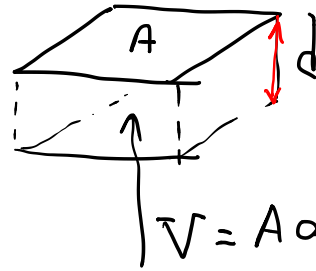
$$u = \frac{U}{V}, \text{ J/m}^3$$

u 'yu düzlem kondansatör için elde edelim.

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2, \quad C = \frac{\epsilon_0 A}{d}, \quad \Delta V = E d$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot E^2 d^2 = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 (A d)$$

$$\frac{U}{V} = u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \checkmark$$

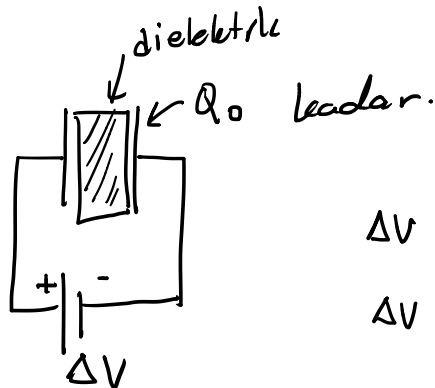
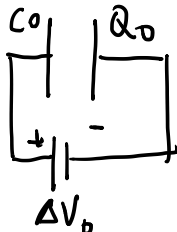


Enerji nerede depolanmıştır?

Cevap: Enerji elektrik alanında depolanmıştır.

26.5. DIELEKTRİKLİ KONDANSATÖR

Dielektrik = Yalıtkan



$$\Delta V < \Delta V_0$$

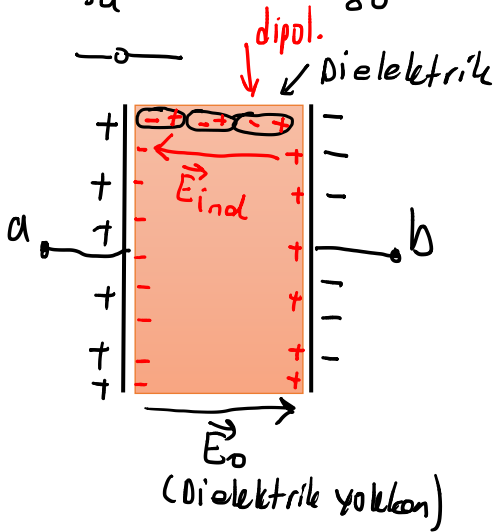
$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{K}$$

K : Dielektrik sabiti. Birimsiz.

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/k} = k \underbrace{\frac{Q_0}{\Delta V_0}}_{C_0} \Rightarrow \boxed{C = k C_0} \quad k \geq 1$$

Bazı malzemelerin dielek sabitleri

	<u>₺</u>
Hava	1.00 0059
Bakalit	4,9
porseben	6
Stronyum T. brok	233
Su	80



Vat → elektrisk a kn,
Eind

← Eind

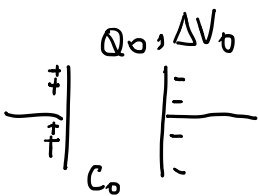
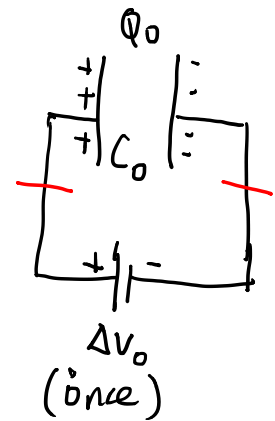
E_0

$$E_{\text{net}} = E_0 - E_{\text{ind}}$$

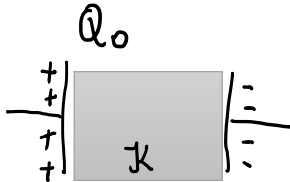
$$E_{\text{net}} = \frac{E_0}{K}$$

Örnek 26.7 Önce ve Sonra Depolanan Enerji

Bir paralel plakalı kondansatör, şekildeki gibi bir batarya ile Q_0 yüküne kadar yükleniyor. Sonra batarya kondansatörden ayrılarak, plakalar arasına dielektrik sabit ϵ olan kalın bir dilim yerleştiriliyor. Dielektrik konulmadan önce, konulduktan sonra kondansatördeki enerjiyi hesaplayınız.

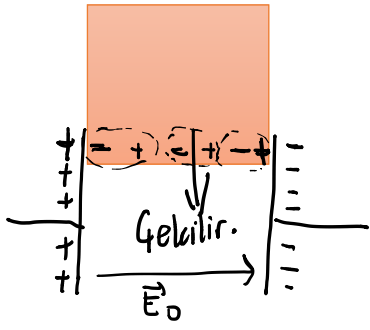


$$U_0 = \frac{Q_0^2}{2C_0}$$



$$U = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{k 2\epsilon_0} = \frac{U_0}{k} \quad \text{yani} \quad U < U_0$$

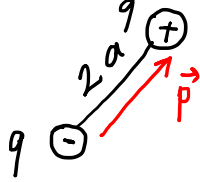
Enerji azaldı. Kayıp enerji nereye
horzandı.



Dielektrik dilim levhanın içine sokulur. Bir iş yapılır. Dolayısıyla enerji azalır.

26.6 BİR ELEKTRİK ALANINDAKİ ELEKTRİK DİPOLU

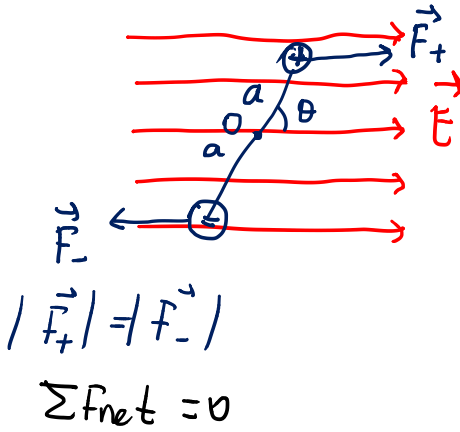
Bir elektrik dipolu zıt yüklü iki oluştan sistemdir.



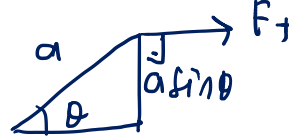
$\vec{P}$: elektrik dipol vektörü

$$P = 2aq$$

Bir elektrik dipolu bir dış elektrik alanında ise ona bir tork (moment) etki eder.



$$\tau = F_+ a \sin \theta + F_- a \sin \theta$$



$$\tau = qEa \sin \theta + qEa \sin \theta$$

$$\tau = 2aqE \sin \theta$$

$$\tau = PE \sin \theta$$

$$\tau = \vec{P} \times \vec{E}$$

Elektrik dipolu elektrik alan yönünde dönmeye zorlanır. dipol $d\theta$ kadar dönme

$dW = \tau d\theta$ kadar iş yapılır.

Yapılan iş U potansiyel enerjisiye dönüşür.

$$U_s - U_i = \int_{\theta_i}^{\theta_s} \tau d\theta = PE \int_{\theta_i}^{\theta_s} \sin \theta d\theta = PE (-\cos \theta) \Big|_{\theta_i}^{\theta_s}$$

$$U_s - U_i = -PE(\cos \theta_s - \cos \theta_i)$$

$$= -PE \cos \theta - PE \cancel{\cos 90^\circ}$$

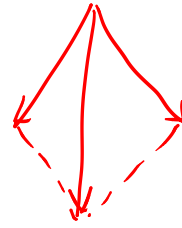
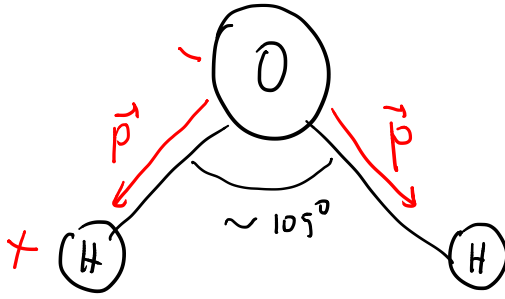
$\theta_i = 90^\circ$ alınır.

$\theta_s \rightarrow \theta$

$$U = -PE \cos \theta \Rightarrow U = -\vec{P} \cdot \vec{E}$$

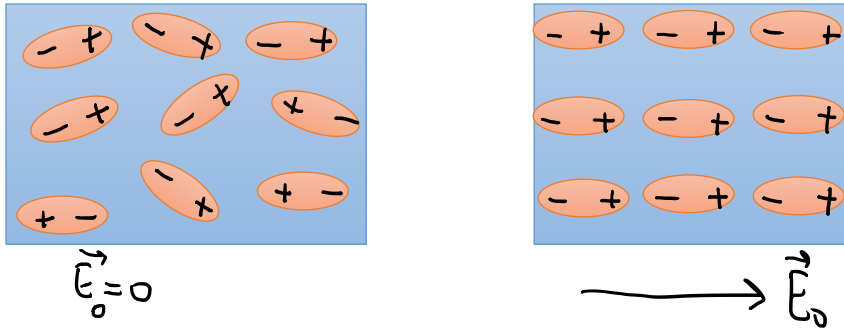
$\vec{P}$ ve $\vec{E}$ ile aynı yönde ise sistem minimum enerji-
dedir.

Su molekülü (Kutuplu bir molekül)



net dipol momentı.

26.7 DİELEKTRİKLERİN ATOMİK DÜZEYDE TANITIMI



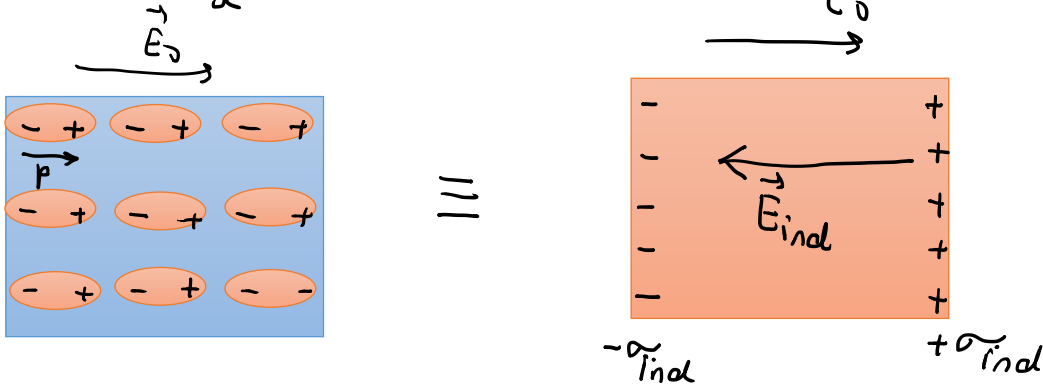
Kutuplanmış bir parça malzememiz olsun. Dış alan yokken elektrik dipolleri rastgele yönelmiştir.

Malzeme bir $\vec{E}_0$ dış alanına konulursa, elektrik dipollerine bir tork etki eder onu 'alan yönünde döndürür. Böylece dipoller hizalanmış olur.

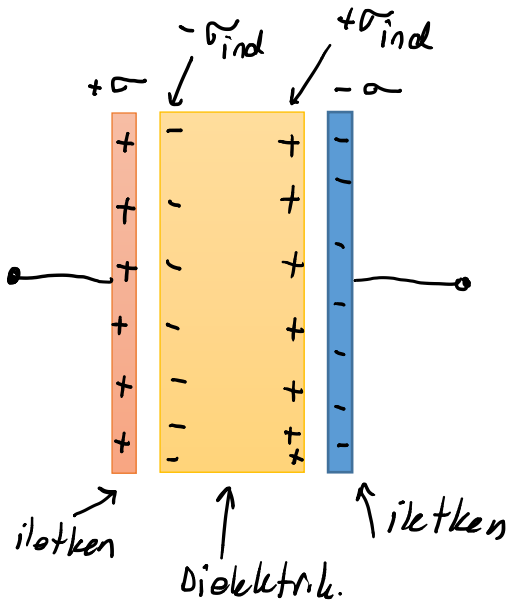
Dipollerin hizalanması Elektrik alanın büyüklüğüne ve sıcaklığa bağlıdır. Düşük sıcaklıklarda elektrik alan etkilidir.

Bir dielektrigin içinde elektrik alanı

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\kappa} \text{ kadar azalır.}$$



$$\begin{aligned}
 E &= E_0 - E_{ind} \\
 \downarrow \\
 \frac{E_0}{\kappa} &= E_0 - E_{ind} \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \frac{\sigma}{\kappa \epsilon_0} &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_{ind}}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma_{ind} = \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa} \right) \sigma
 \end{aligned}$$

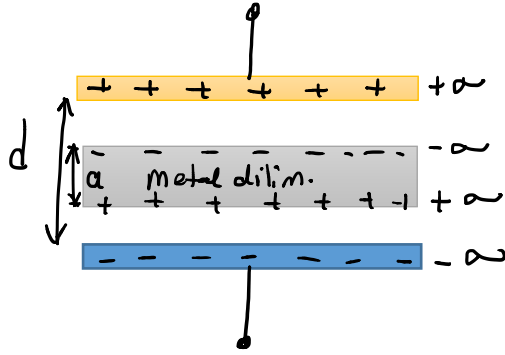


Örneğin $k=2$ olsun

$$\sigma_{ind} = \left(\frac{2-1}{2}\right)\sigma$$

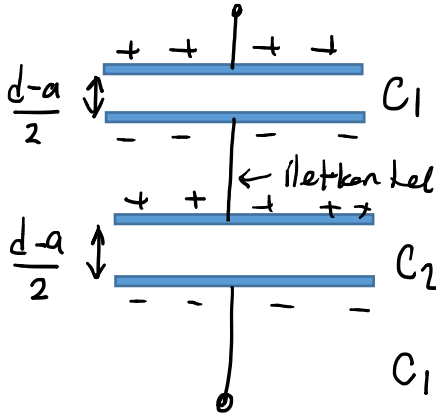
$$= \frac{1}{2}\sigma$$

Örnek 26.9 Bir Metal Dilimin Etkisi



Bir paralel plakalı kondansatörün plakaları arasındaki uzaklık d , bir plakanın alanı A 'dır. Kalınlığı a olan yüküz bir metal dilim, levhalar arasındaki orta yere konuluyor.

- Bu aygıtın sığasını bulunuz.
- Eğer metalik dilimin kalınlığı ihmal edilecek derecede küçükse, sığanın değişimmediğini gösteriniz.



$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \text{ ile hesaplanır.}$$

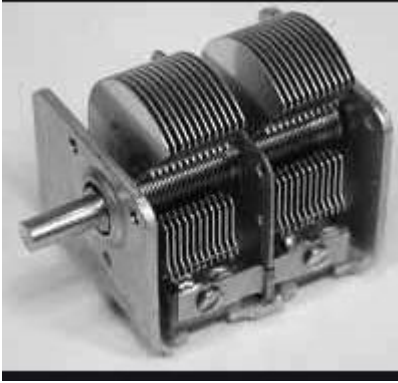
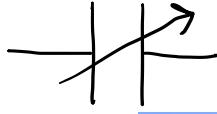
$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2} = \frac{2\epsilon_0 A}{d-a}, \quad C_2 = \frac{2\epsilon_0 A}{d-a}$$

$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{\frac{2\epsilon_0 A}{(d-a)}} + \frac{1}{\frac{2\epsilon_0 A}{(d-a)}} = \frac{d-a}{2\epsilon_0 A} + \frac{d-a}{2\epsilon_0 A}$$

$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{2(d-a)}{2\epsilon_0 A} \Rightarrow \boxed{C_{es} = \frac{\epsilon_0 A}{d-a}}$$

b) Eğer $a \ll d$ ise $d-a \approx d$ $C_{es} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ ✓

Ayarlı kondansatör.

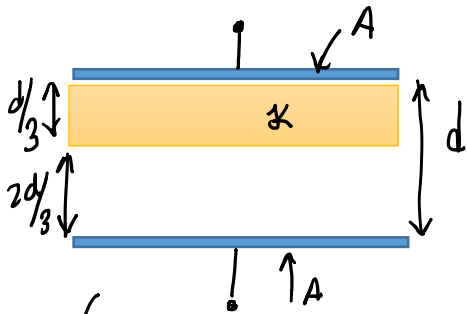


Ayarlı kondansatör



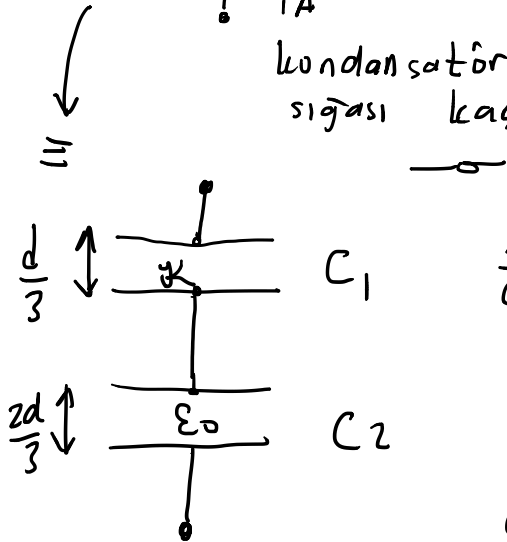
Tipik bir kondansatör.

Örnek 26.10 Kısmen Dolu Kondansatör



Dielektrik yokken bir paralel plakalı kondansatörün levhaları arasındaki uzaklık d , sırası C_0 dir. Dielektrik sabiti K ve kalınlığı $d/3$ olan

bir dielektrik madde dilimi, kondansatörlerin plakaları arasına konduğunda sırası kaç C_0 olur?



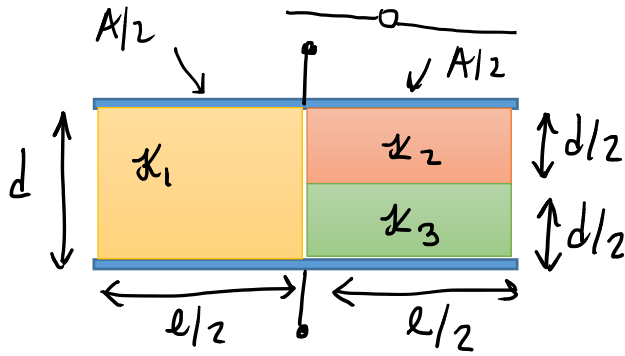
$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$, den hesaplanmalı.

$$C_1 = K \epsilon_0 \frac{A}{d/3} = 3K \left(\epsilon_0 \frac{A}{d} \right) = 3K C_0$$

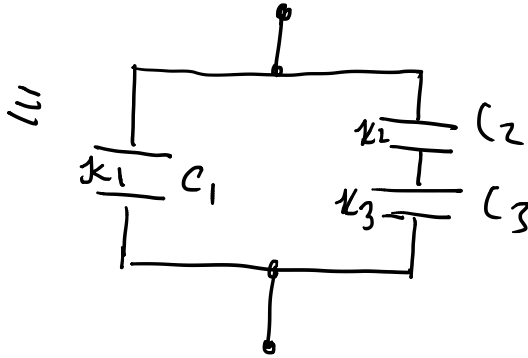
$$C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{2d/3} = \frac{3}{2} \left(\epsilon_0 \frac{A}{d} \right) = \frac{3}{2} C_0$$

$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{3K C_0} + \frac{2}{3 C_0} = \frac{1+2K}{3K C_0} \Rightarrow C_{es} = \left(\frac{3K}{1+2K} \right) C_0$$

örneğin $\kappa = 2$ için $C_{e\delta} = \left(\frac{3 \cdot 2}{1 + 2 \cdot 2} \right) C_0 \approx \frac{4}{5} C_0$



Eğer
Sığası bulunuz.
 $C_{e\delta} = ?$



$$C_1 = \kappa_1 \epsilon_0 \frac{A/2}{d} = \frac{\kappa_1}{2} \left(\epsilon_0 \frac{A}{d} \right) = \frac{\kappa_1}{2} C_0$$

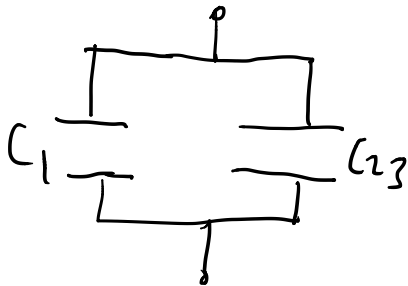
$$C_2 = \kappa_2 \epsilon_0 \frac{A/2}{d/2} = \kappa_2 \left(\epsilon_0 \frac{A}{d} \right) = \kappa_2 C_0$$

$$C_3 = \kappa_3 \epsilon_0 \frac{A/2}{d/2} = \kappa_3 \left(\epsilon_0 \frac{A}{d} \right) = \kappa_3 C_0$$

C_2 ve C_3 seri bağlı

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{\kappa_2 C_0} + \frac{1}{\kappa_3 C_0}$$

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{\kappa_2 + \kappa_3}{\kappa_2 \kappa_3 C_0} \Rightarrow C_{23} = \left(\frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3} \right) C_0$$

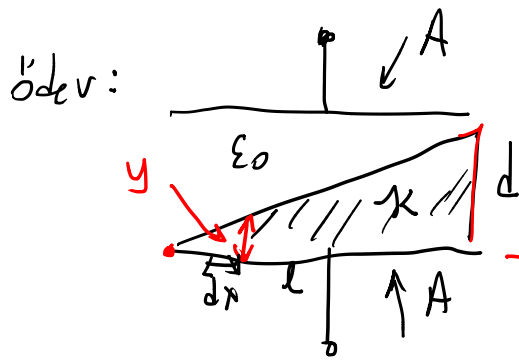


C_1 ve C_{23} paralel bağlı

$$C_{e\delta} = \frac{\kappa_1}{2} C_0 + \frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3} C_0$$

$$= \frac{\kappa_1 (\kappa_2 + \kappa_3) C_0 + 2 \kappa_2 \kappa_3 C_0}{2 (\kappa_2 + \kappa_3)}$$

$$= \left(\frac{\kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_3 + 2 \kappa_2 \kappa_3}{2 (\kappa_2 + \kappa_3)} \right) C_0$$



$$C_{\text{es}} = ?$$

$$y = \frac{d}{l} x, \quad 0 \leq x \leq l$$

$$\int dC = \int \kappa \frac{A}{y} dx \quad \int \dots \text{neye göre.}$$

$$C = \kappa A \int \frac{dx}{\frac{d}{l} x} =$$

$$= \frac{\kappa A l}{d} \underbrace{\int_0^l \frac{dx}{x}}_{\ln(x)}$$