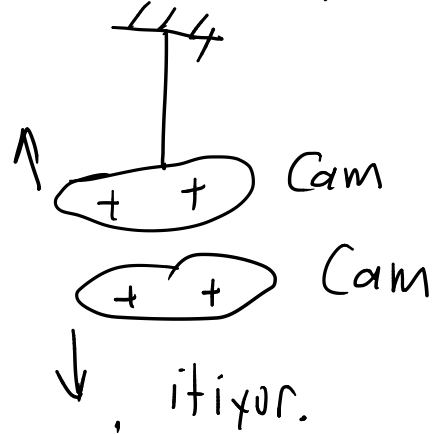
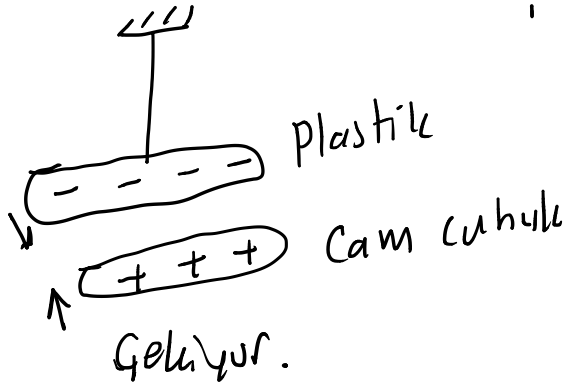


BÖLÜM 23. ELEKTRİK ALANLARI

Benjamin Franklin (1706-1790), iki çeşit yük vardır.

- Kürke (yüne) bir plastik çubuğu yükledi
- İpek kumaşa cam çubuğu sürterek yükledi.



- Aynı yüklü cisimler birbirini iterler.
- Zıt " " " " gelirler.
- Elektrik yükü daima korunumludur.

Bugün - yüklerin elektronları
+ yüklerin protonları kaynağıdır,
söyleyebilir.

- Elektronun keşfi: 1897 yılında J.J. Thomson tarafından keşfedildi. (Katot ışınları)
- Protonun keşfi: 1911 yılında E. Rutherford tarafından keşfedildi.
- Nötronün keşfi: 1932 yılında J. Chadwick

Sonuç:

1. Tabiatda iki tür elektrikli yük bulunur. Benzer yükler birbirini iterler, farklı olanlar ise birbirini çekerler.
2. Yük korunumludur.
3. Yük kuantumludur.

—o—

Bir cismin yükünü belirlemek için;

- e/m tayini
- Miliken yağ damla deneyi.

$$|e| = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

1909 yılında Miliken tarafından yapılmıştır.

Yalıtkanlar ve iletkenler

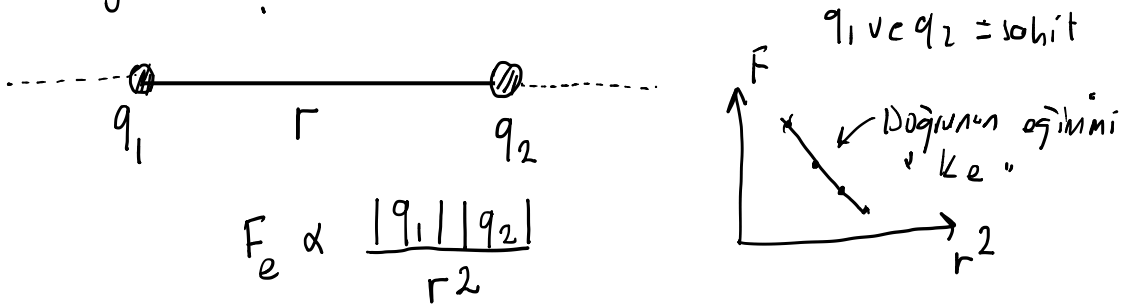
- Elektrik yükünün serbestçe hareketine izin veren cisimler iletendir.
- İzin vermeyenler yalıtkandır.

COULOMB YASASI

Charles Coulomb (1736-1806), kendi buluşu olan burulma terazisini kullanarak, yüklü cisimler arasındaki kuvvetlerin büyüklüklerini ölçtü.

Coulomb'un deneyleri durgun yüklü iki parçacık arasındaki elektrik kuvveti için şu sonuçları buldu:

1. Kuvvet, parçacıkları birleştiren doğru boyunca yönelmiş olup, aralarındaki r mesafesinin karesi ile ters orantılıdır.
2. Kuvvet, parçacıkların q_1 ve q_2 yüklerinin çarpımı ile doğru orantılıdır.
3. Kuvvet, zıt işaretli yükler için çekici, aynı işaretli yükler için iticidir.



"Coulomb Yasası" $F_e = k_e \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$, k_e : 'Coulomb sabiti'

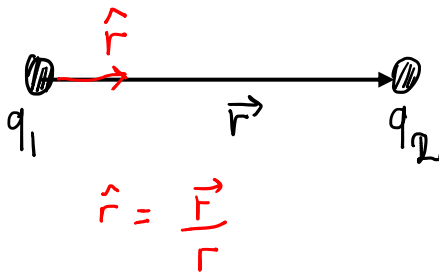
$$k_e = 8,9875 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

$$q_1, q_2 : \dots \text{C}$$

$$r^2 : \dots \text{m}^2$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \epsilon_0: \text{Boş uzayın elektriksel geçirgenliği}$$

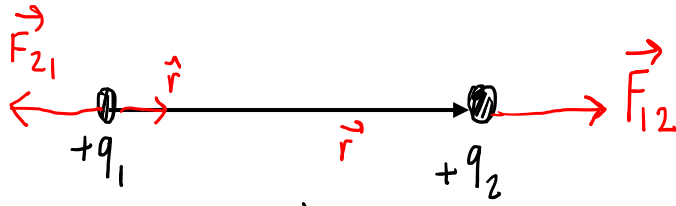
$$\epsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$$



q_1 ve q_2 arasındaki kuvvet vektörü

$$\vec{F}_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

q_1 'i ve q_2 'yi işaretlerle beraber yazın.

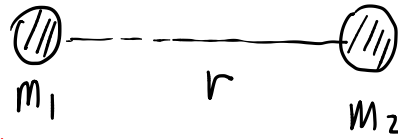


$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12})$$

$\vec{F}_{12}$ ve $\vec{F}_{21}$ eksi-tepli kuvvetleridir.

Hesaplama



$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} (-\hat{r})$$

$$= -k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Evrensel çekim
sahiti.

$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

"Kütle çekim yasası"

Örnek 23.1 Hidrojen atomu

Hidrojen atomundaki elektron ve proton arasındaki uzaklık $5,3 \times 10^{-11}$ m'dir. Bu parçacıklar arasındaki elektiriksel ve kütle-çekim kuvvetlerinin büyüklüklerini hesaplayalım.

$$F_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{k_e e^2}{r^2} = \frac{8,99 \times 10^9 \cdot 1,6 \times 10^{-19}}{(5,3 \times 10^{-11})^2} = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 8,6 \times 10^{-47} \text{ N}$$

$$m_2 = m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_1 = m_p \approx 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

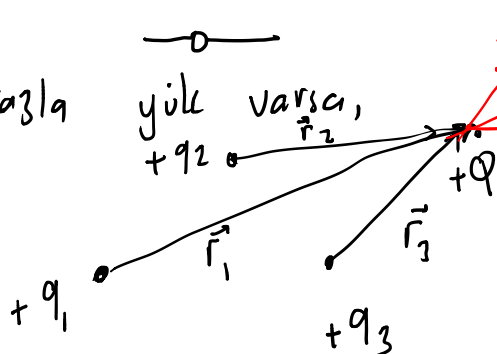
$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8,2 \times 10^{-8}}{8,6 \times 10^{-47}} \approx 10^{39} \text{ 'dur}$$

Elektrostatik kuvvet'in yanında kütle-çekim kuvveti ihmal edilir.

İkiden fazla

yük varsa,

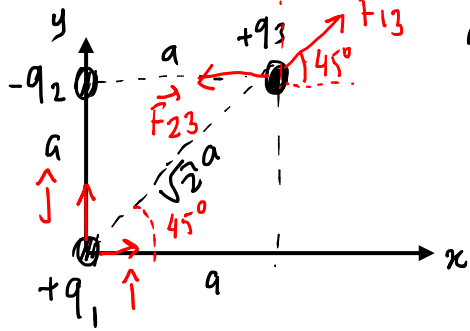


Q 'ya etkileyen

Net kuvvet

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

Örnek 23.2 Bileşke kuvveti bulunuz.



q_3 'e etkiyen bileşke kuvveti
birim vektörler cinsinden bulunuz.

$$q_1 = q_3 = 5,0 \mu\text{C}$$

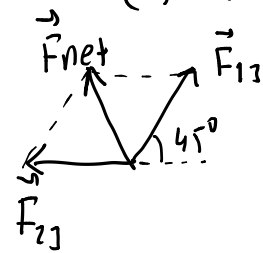
$$q_2 = -2,0 \mu\text{C}$$

$$a = 0,10 \text{ m.}$$

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1| |q_3|}{(\sqrt{2} a)^2} = \left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \right) \frac{(5,0 \times 10^{-6} \text{C})^2}{(0,10 \text{m})^2}$$

$$= 11 \text{ N.}$$

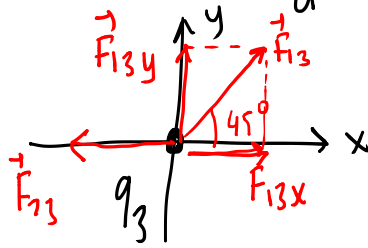
$$F_{23} = k_e \frac{|q_2| |q_3|}{a^2} = 9,0 \text{ N}$$



$$\vec{F}_{23} = F_{23} (-\hat{i}) = (-9\hat{i}) \text{ N}$$

$$F_{13x} = F_{13} \cos 45^\circ \quad \left| \begin{array}{l} \sin 45^\circ = \\ \cos 45^\circ = \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \\ \sqrt{2}/2 \end{array} \right.$$

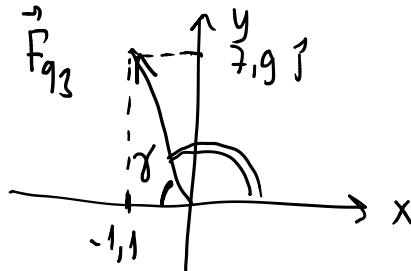
$$F_{13y} = F_{13} \sin 45^\circ$$



$$\vec{F}_{13} = F_{13x} \hat{i} + F_{13y} \hat{j} = 7,9 \hat{i} + 7,9 \hat{j}$$

$$\vec{F}_{q_3} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 7,9 \hat{i} + 7,9 \hat{j} - 9 \hat{i}$$

$$= (-1,1 \hat{i} + 7,9 \hat{j}) \text{ N.}$$



$$|\vec{F}_{q_3}| = \sqrt{(-1,1)^2 + (7,9)^2}$$

$$\tan \gamma = \frac{7,9}{-1,1} = -0,139$$

$$\gamma = \tan^{-1}(-0,139) \checkmark$$

23.4 Elektrik Alanı ; ($\vec{E}$) (Electrical Field)

Bir elektrik yükü var ise o'nun etrafında kendini hissettirdiği bir alan vardır.

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} = mg$$


M: Yerçekimi alanı : $\vec{g}$ (kütle çekim alanı)



$$\vec{F} = \frac{k_e q_1 q_0 \hat{r}}{r^2} \Rightarrow \frac{\vec{F}}{q_0} = \vec{E}$$

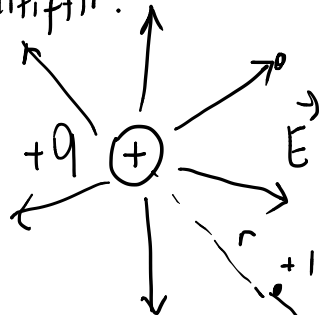
→ Elektrik alanı $\vec{E}$ ile gösterilir.
Birim yük başına elektrik kuvveti olarak tanımlanır.

Uzarda bir noktada elektrik alanı, o noktaya konulan +1 deneme yüküne etkileyen kuvvetin deneme yükünün (q_0) büyüklüğüne bölümü olarak bulunur.

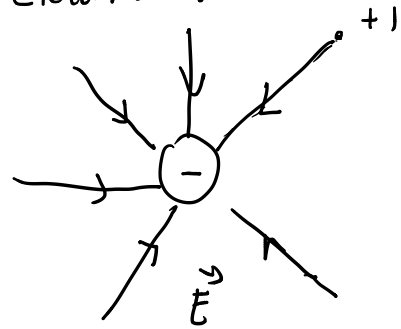
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \dots \text{N/C}$$



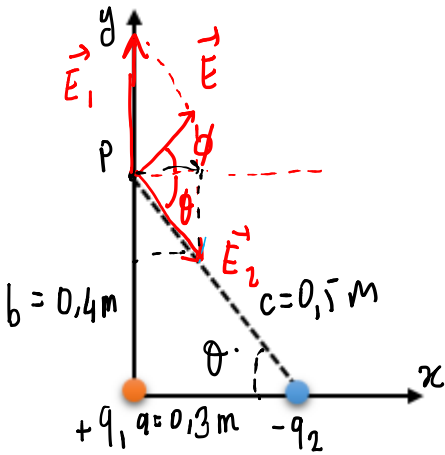
pozitif yüklü bir cismin elektrikli alanı pozitiftir.



$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$



Örnek 23.5 İki Yükün Elektrik Alanı



$$q_1 = 7 \mu\text{C} \quad , \quad q_2 = -5 \mu\text{C}$$

q_1 ve q_2 yükünün P noktasındaki elektrik alanını bulunuz. $\vec{E}(P) = ?$

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{b^2} = (8,99 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}) \frac{(7 \times 10^{-6} \text{C})}{(0,4\text{m})^2}$$

$$E_1 = 3,9 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= q \vec{E} \\ \vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q} \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{aligned}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{a^2} = 1,8 \times 10^5 \text{ N/C.}$$

$$\vec{E}_1 = E_1 \hat{j} = 3,9 \times 10^5 \hat{j} \text{ N/C}$$

$$\cos\theta = \frac{0,3}{0,5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\vec{E}_2 = E_2 \cos\theta \hat{i} + E_2 \sin\theta (-\hat{j})$$

$$\sin\theta = \frac{0,4}{0,5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

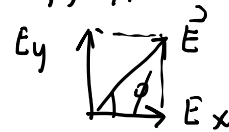
$$\vec{E}_2 = \underbrace{1,8 \times 10^5 \cdot 0,6}_{1,08 = 1,1} \hat{i} - \underbrace{1,8 \times 10^5 \cdot 0,8}_{\sim 2,5} \hat{j} \cong (1,1 \times 10^5 \hat{i} - 2,5 \times 10^5 \hat{j}) \text{ N/C}$$

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (1,1 \times 10^5 \hat{i} + 1,4 \times 10^5 \hat{j}) \text{ N/C.}$$

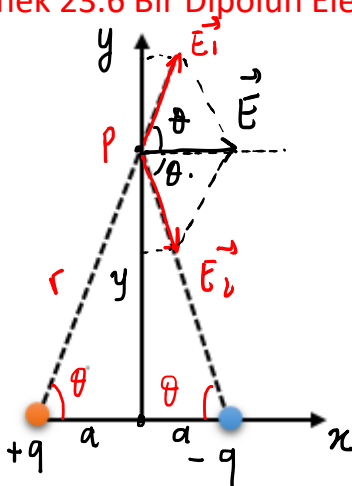
$$|\vec{E}| = \sqrt{(1,1 \times 10^5)^2 + (1,4 \times 10^5)^2} \cong 2,2 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$\phi = ? \quad \tan\phi = \frac{E_y}{E_x} = \frac{1,4}{1,1} = \dots$$

$$\phi = 66^\circ$$



Örnek 23.6 Bir Dipolün Elektrik Alanı



$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{k|q|}{(a^2 + y^2)}$$

$$E = 2E_1 \cos\theta, \quad \cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}}$$

$$E = 2 \frac{kq}{a^2 + y^2} \cdot \frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}} = \frac{k(2qa)}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

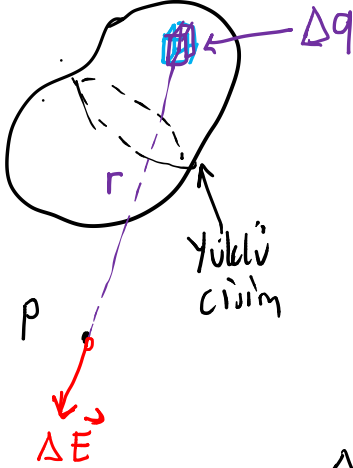
$$\vec{E} = E \hat{i} \quad y \gg a \text{ ise } \vec{E}' \text{ ye dipolün alanı denir.}$$

$$y^2 + a^2 \approx y^2$$

$$E \approx \frac{k 2q a}{(y^2)^{3/2}} \approx \frac{k 2q a}{y^3}, \quad 2qa = p = \text{Elektrik dipol momenti}$$

$$E \approx \frac{k p}{y^3} \text{ yazılabilir.}$$

SÜREKLİ YÜKLERİN ELEKTRİK ALANI



Δq 'yu noktasal yük gibi ele alarak

$$\Delta \vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r} \quad \checkmark$$

Toplam yükü Δq yüklerinin toplamı olarak ele alabilir.

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

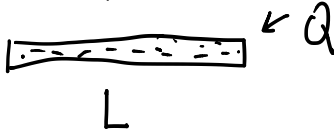
$$\Delta q_i \rightarrow 0 \text{ (sıfır değil)}$$

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$dq: \text{yük elementi} \\ \Delta q \rightarrow dq \\ \sum \rightarrow \int$$

dq hesabı

- Eğer yükünüz bir boyutlu bir cisme dağılmışsa (Çubuk, Çember, Karmel hatları...)

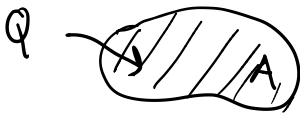


$$\lambda = \frac{Q}{L}, \quad \frac{C}{m} \text{ (Gizli yük yoğunluğu)}$$

$$Q = \lambda L, \quad \lambda = \text{sabit (düzenli dağılım)}$$

$$dq = \lambda dl$$

- Yük bir yüzeye dağılmışsa (Daire, Karelevha, ...)

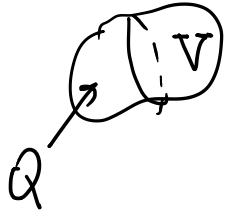


$$\sigma = \frac{Q}{A}, \quad \frac{C}{m^2} \text{ (Yüzey yük yoğunluğu)}$$

$$Q = \sigma A \rightarrow dq = \sigma dA$$

A: yüzey elementi

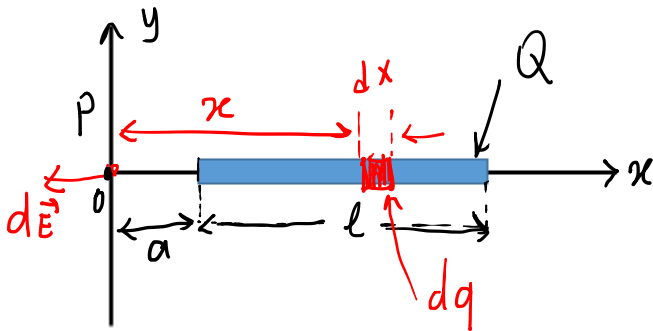
- Yük bir hacime dağılmış sa (küre, silindirik, küp, ...)



$$\rho = \frac{Q}{V}, \quad \frac{C}{m^3} \quad (\text{Hacimce yük yoğunluğu})$$

$$Q = \rho V \rightarrow dq = \rho dv \quad dv: \text{hacim elemanı}$$

Örnek 23.7 Yüklü Bir Çubuğun Elektrik Alanı



l uzunluğundaki bir çubuğun toplam yükü Q , boyca yük yoğunluğu λ 'dır. Çubuk eksenini üzerinde, çubuğun bir ucundan a kadar uzakta P noktasında elektrik alanı hesaplayınız.

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad \vec{E} \text{ alanı } -x \text{ yönündedir. } (-\hat{i})$$

$$\int dE = k \int \frac{dq}{r^2}, \quad dq = \lambda dx, \quad \lambda = \frac{Q}{l}$$

$$E = k \int_a^{a+l} \frac{\lambda dx}{x^2} = k\lambda \int_a^{a+l} x^{-2} dx = k\lambda \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) \Big|_a^{a+l}$$

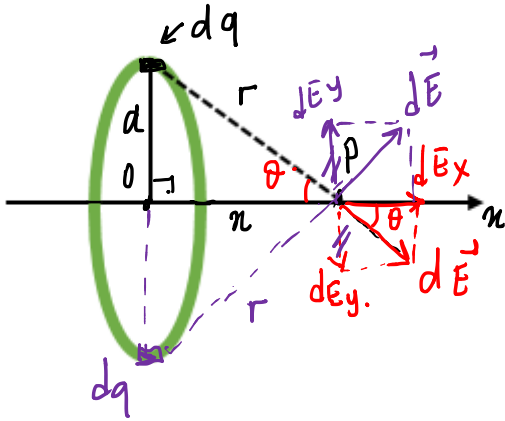
$$= -k\lambda \left(\frac{1}{x} \Big|_a^{a+l} \right) = -k\lambda \left(\frac{1}{a+l} - \frac{1}{a} \right)$$

$$= k\lambda \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right) = k\lambda \left(\frac{a+l-a}{a(a+l)} \right)$$

$$\frac{Q}{l} = k\lambda l \Rightarrow \vec{E} = \frac{kQ}{a(a+l)} (-\hat{i})$$

Sınava: Eğer $a \gg l$ ise $a+l \approx a$ $E = \frac{kQ}{a^2}$

Örnek 23. 8 Düzgün Yüklü Bir Halkanın Elektrik Alanı



a yarıçaplı bir halka Q üzerinde düzgün olarak dağılmış $+Q$ yükü bulunmaktadır. Halka ekseninde, halka merkezinden x kadar uzakteki bir P noktasında elektrik alanını bulunuz.

Simetriden dE_y 'ler birbirini yok eder.

E_y , $+x$ yönündedir.

$$\int dE_x = \int dE \cos \theta$$

$$\vec{E}_x = \int \frac{k dq}{r^2} \cos \theta (\hat{i})$$

$E_x \rightarrow E$

$$E = k \int \frac{dq x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{k x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \int dq$$

$$\vec{E} = \frac{k Q x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \hat{i} \quad \text{"Bir halkanın alanı" } Q$$

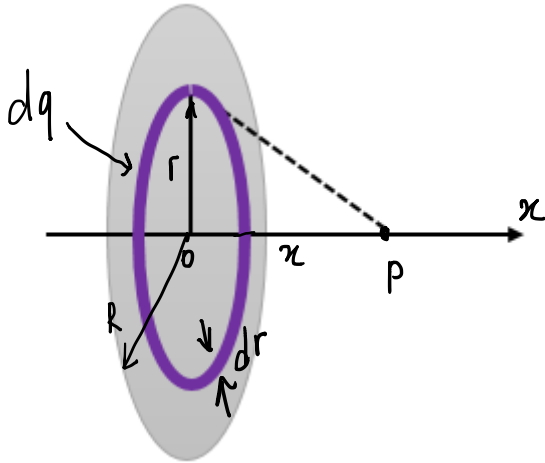
Sinama : 1) $x=0$ (Halkanın merkezi)
 $\vec{E} = 0$

2) $x \gg a$ ise (Halkadan uzağa)

$$x^2 + a^2 \approx x^2$$

$$E = \frac{k Q x}{(x^2)^{3/2}} = \frac{k Q x}{x^3} = \frac{k Q}{x^2}$$

Örnek 23. 9 Düzgün Yük Dağılımlı Bir Diskin Elektrik Alanı



R yarıçaplı bir diskten, σ düzgün yoğunluğu vardır. Diskin merkezinden x uzaklığındaki P noktasında elektrik alanını hesaplayınız.

$$dE = \frac{k \kappa}{(x^2 + r^2)^{3/2}} dq$$

$$dq = \sigma dA \quad dA = 2\pi r dr$$

$$E = \int_0^R \frac{k \kappa 2\pi \sigma r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = k \pi \sigma x \int_0^R \frac{2r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$x^2 + r^2 = u$$

$$2r dr = du$$

$$I = \int \frac{du}{u^{3/2}} = \int u^{-3/2} du = \frac{u^{-1/2}}{-1/2} = -\frac{2}{\sqrt{u}} = -\frac{2}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

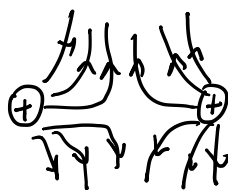
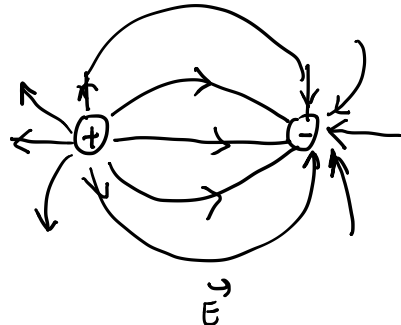
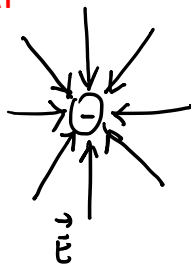
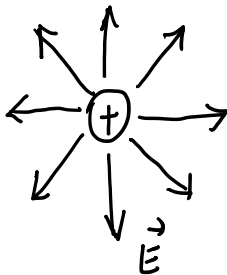
$$E = -2k\pi\sigma x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + r^2}} \right) \Big|_{r=0}^{r=R} = -2k\pi\sigma x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2}} \right) = 2k\pi\sigma x \left(\frac{x}{|x| \sqrt{x^2 + R^2}} - \frac{x}{|x| \sqrt{x^2}} \right)$$

Sinama: $R \gg x$ ise, $R^2 + x^2 \approx R^2$ $\frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \approx \frac{x}{R} \rightarrow 0$

$$\text{Bu durumda } E = 2\pi k \sigma \left(\frac{x}{x} - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) = 2\pi k \sigma, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2\epsilon_0} = \text{sabit} \quad (E \text{ düzgün})$$

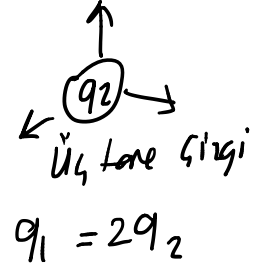
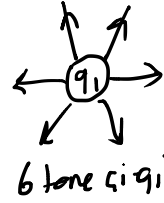
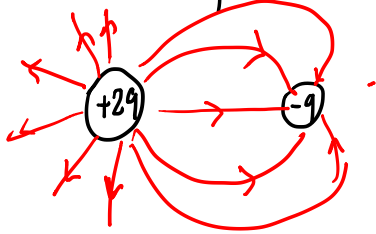
ELEKTRİK ALAN ÇİZGİLERİ



: itici özellik.

Elektrik alan çizgileri için şu kurallar geçerlidir.

1. Alan çizgileri bir + yükten çıkıp bir - yüke son bulmalıdır.
2. Bir + yükten ayrılan veya bir - yüke ulaşan çizgilerin sayısı yük miktarıyla orantılıdır.
3. İki alan çizgisi birbirini karamaz.



DÜZGÜN BİR ELEKTRİK ALANINDA YÜKLÜ PARÇACIKLARIN HAREKETİ

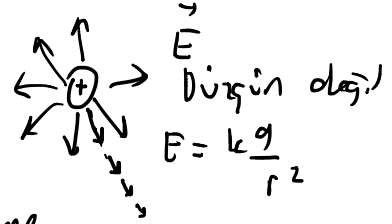
Düzgün elektrik alanı şiddeti ve yönü sabit olan elektrik alanıdır.

q yüklü m kütleli bir parçacık düzgün $\vec{E}$ alanında ise

$$\vec{F}_e = q \vec{E} \text{ kuvvetinin etlisindedir.}$$

$$\vec{F}_{net} = m \vec{a} \Rightarrow m \vec{a} = q \vec{E}$$

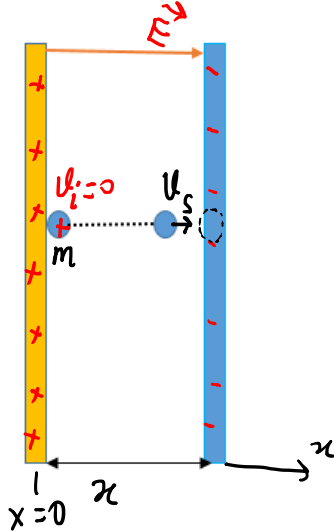
$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} = \text{sabit ivme.}$$



→ 1 elektron 1 N/C 'lık elektrik alanına girerse

$$a = \frac{e E}{m_e} = \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) (1 \text{ N/C})}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} \approx 10^{11} \text{ m/s}^2$$

Örnek 23.10 Hızlanan Bir Artı Yük



$$a_x = \frac{q}{m} E = \text{sabit}$$

$$u_s = u_i + a_x t$$

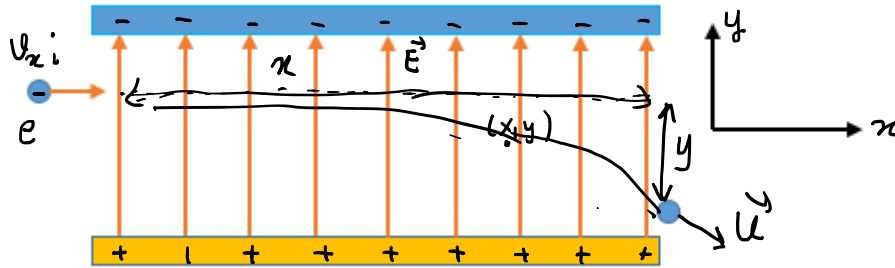
$$x_s = x_i + u_i t + \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$u_s^2 = u_i^2 + 2 a_x x$$

$$K = \frac{1}{2} m u_s^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{q E}{m} \right) x = \underbrace{q E x}_{\text{kuvvet Yerdeği}} \quad K_i = 0$$

$$\Delta K = K_s - K_i = W = q E x$$

Hızlandırılmış Bir Yükün Saptırılması



$$\vec{a}_y = -\frac{eE}{m_{e0}} \quad , \quad \vec{a}_x = 0 \quad v_{xs} = v_{xi} = \text{sabit}$$

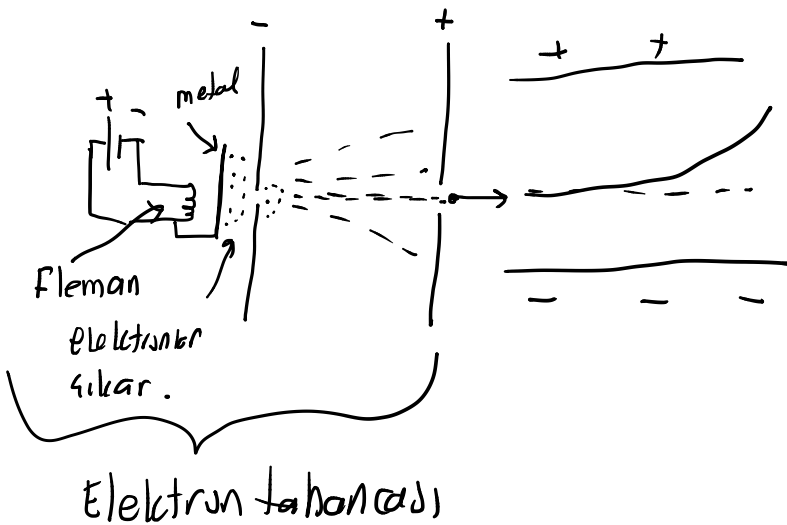
$$x = v_{xi} t \rightarrow t = \frac{x}{v_{xi}}$$

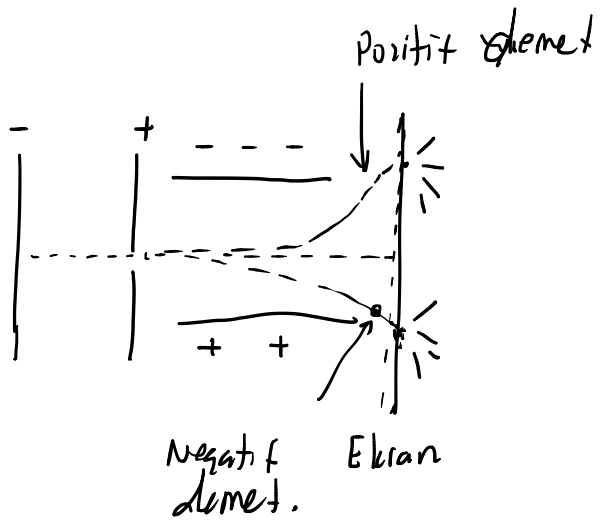
$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t = -\frac{eE}{m} t$$

$$y = y_i + v_{yi} t + \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{eE}{2m} t^2$$

$$y_s = -\frac{eE}{2m} \frac{x^2}{v_{xi}^2} = -\left(\frac{eE}{2m v_{xi}^2}\right) x^2$$

Özetlersek, elektrikli alanı yardımıyla yüklü tanecikler hızlandırılabilir veya belli bir hıza sahip yüklü tanecik yolundan saptırılabilir.

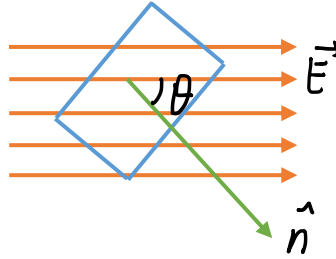
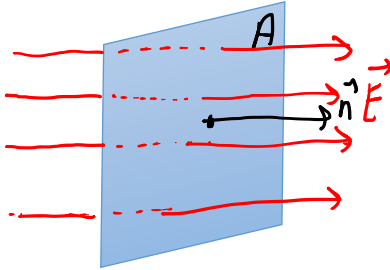




BÖLÜM 24 GAUSS YASASI

Gauss yasası belli simetrilere sahip yük dağılımları için elektrik alanı hesaplamaya yarayan bir yasadır.

24.1 ELEKTRİK AKISI



Elektrik akısı Φ_E ile gösterilir. Bir yüzeyden geçen elektrik alan çizgilerinin bir ölçüsüdür.

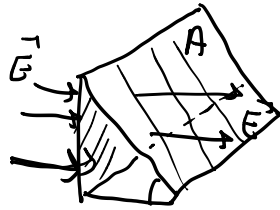
$$\Phi_E = EA \quad \vec{E} \parallel \hat{n}$$

ile tanımlanır. Φ_E 'nin birimi $\frac{N}{C} m^2$ 'dir.

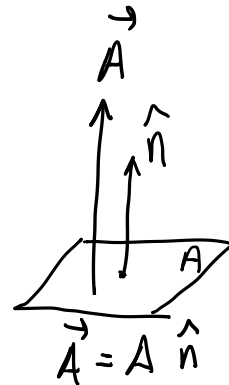
Eğer yüzey normali ile $\vec{E}$ arasında θ açısı varsa akı

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$

$$A' = A \cos \theta$$



$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} \quad (\vec{E} \text{ düzgün ise})$$
$$= EA \cos \theta$$

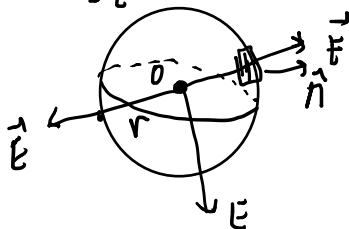


"Elektrik akısı bir yüzeyden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısı ile orantılı"

Örnek 24.1 Bir Küreden Geçen Akı

Merkezinde $+1,00 \mu C$ luk bir yük bulunduran $1,00 m$ yarıçaplı, bir küreden geçen elektrik akısı ne kadardır.

Çözüm: $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$



$$\vec{E} \parallel \hat{n} \quad \Phi_E = EA \cos 0^\circ$$

Küre yüzeyinde $|\vec{E}|$ sabittir.

$$\Phi_E = EA = k_e \frac{q}{r^2} 4\pi r^2$$

$$E = \left(8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \right) \frac{(1,00 \times 10^{-6} \text{ C})}{(1,00 \text{ m})^2}$$

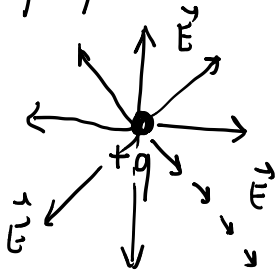
$$E = 8,99 \times 10^3 \frac{N}{C} \text{ bulunur. } A = 4\pi r^2 \approx 12,6 \text{ m}^2$$

$$\Phi_E = E A \approx 1,13 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C} \text{ bulunur.}$$

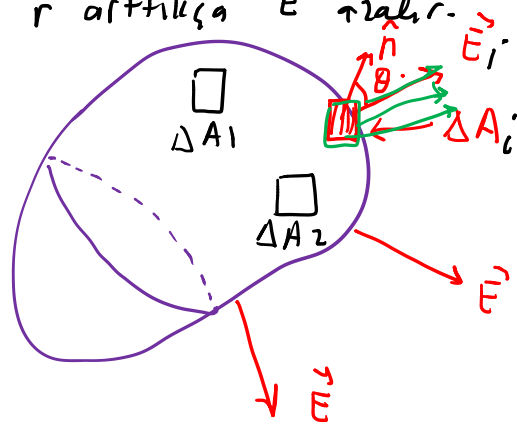
Elektrik akısı, skaler bir büyüklüktür.

DÜZGÜN OLMAYAN ELEKTRİK ALANIN AKISI

- Eğer elektrik alanın şiddeti ve yönü sabit ise $\vec{E}$ düzgündür denir. İki levha arasındaki alan düzgündür.
- Elektrik alanın şiddeti veya yönü yerden yere değişiyorsa $\vec{E}$ düzgün değildir.



$E = k \frac{q}{r^2}$ idi. r arttıkça E azalır.



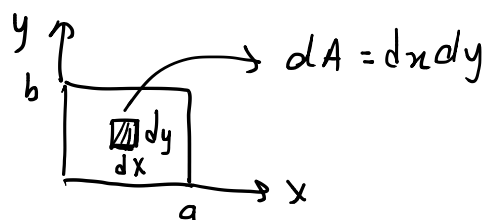
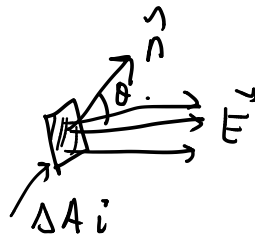
Küçük ΔA yüzey bölgesinde

$\vec{E}$ hemen hemen düzgün. ΔA 'dan geçen akıyı

$$\Delta \Phi = E \Delta A \cos \theta.$$

$$\Phi_E = \sum_i \Delta \Phi = \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$

$$\begin{aligned} \Phi_E &= \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i \\ &= \int_{\text{yüzey}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \end{aligned}$$



Sonuç: $\vec{E}$ düzgün değilse

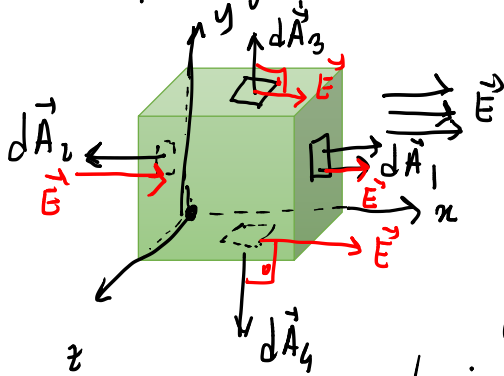
$$\Phi_E = \int_{\text{yüzey}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

elektrik akısı

ile hesaplanır.

Örnek 24.2 Bir Küpten Geçen Akı

x doğrultusunda yönelmiş düzgün bir $\vec{E}$ alanını göz önüne alalım. Bir kenar uzunluğu l olan ve şekildeki gibi verilen küpten geçen elektrikli akıyı hesaplayınız.



$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}_1 + \int \vec{E} \cdot d\vec{A}_2 + \dots$$

1.yüz 2.yüz

6 tane yüzey var. $d\vec{A}_1$ ve $d\vec{A}_2$ haric diğer yüzeylerden geçen akı sıfırdır. $\vec{E} \perp d\vec{A}$ olduğundan $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ 'lar sıfır olur.

$$\Phi = \int E dA_1 \cos 0^\circ + \int E dA_2 \cos 180^\circ$$

1.yüzey = 1 2.yüzey = -1

$$= \int E dA_1 - \int E dA_2$$

$$= E A_1 - E A_2$$

$$= \underbrace{E l^2}_{\text{Çıkan akı}} - \underbrace{E l^2}_{\text{Giren akı}} = 0 \quad \checkmark \quad \text{"Toplam akı sıfırdır"}$$

$$A_1 = A_2 = \dots = A_6 = l^2$$

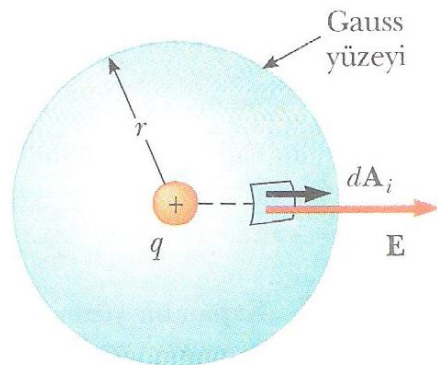
24.2 GAUSS YASASI

Noktasal bir yükün r yarıçaplı bir küresel yüzeyden geçirdiği akıyı hesaplayalım.

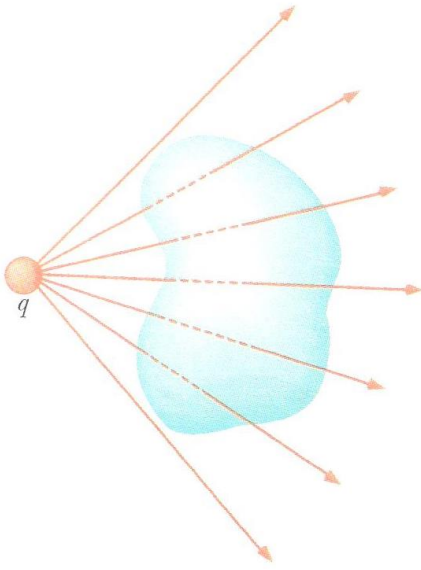
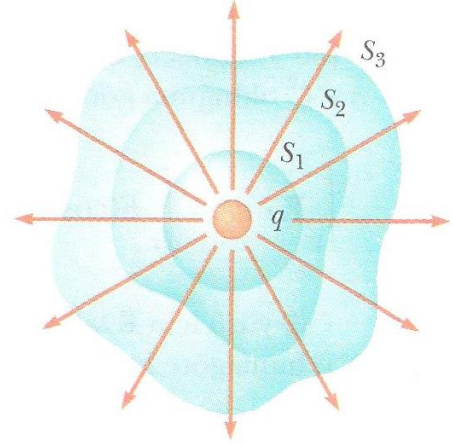
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \right) \cdot (dA \hat{r})$$

$$\Phi_E = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \right) (4\pi r^2) \quad r = \text{sabit}$$

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow \Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{iz}}}{\epsilon_0} \quad \text{"Gauss Yasası"}$$



q yükünü saran değişik biçimli yüzeylerden geçen aynıdır.



Kapalı bir yüzey dışında bulunan bir nokta yük. Yüzeye giren ve çıkan alan çizgilerinin sayısı eşittir.

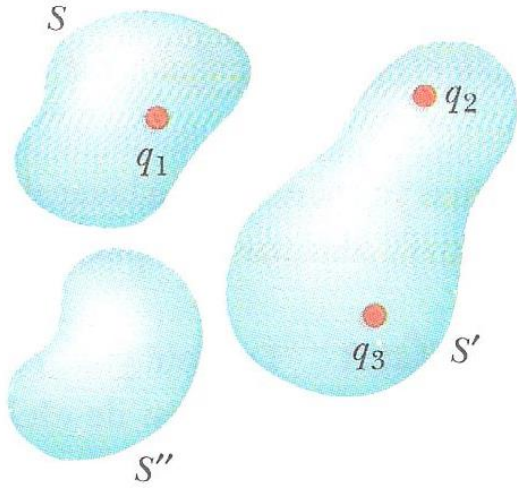
Yük kapalı yüzeyin içinde değilse yüzeye giren akı ile çıkan akı eşit olur. Dolayısıyla net akı sıfırdır.

Bir çok yükün elektrik abı, elektrik ablarının toplamı olduğundan

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n) \cdot d\vec{A}$$

yaşanabilir. Toplam akı,

$q_{iç} = q_1 + q_2 + \dots + q_n$, toplam yükün akısına eşittir. Yani $q_{iç} = \sum q_i$ olarak ele alınır.



$$S \text{ yüzeyi} : \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_1}{\epsilon_0}$$

$$S' \text{ yüzeyi} : \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_2 + q_3}{\epsilon_0}$$

$$S'' \text{ yüzeyi} : \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$q_{iç} = 0$

ÖRNEK 24.4 Bir Nokta Yükün Elektrik Alanı

Gauss yasasından başlayarak, yalıtılmış bir q nokta yükünün elektrik alanını hesaplayınız.

Çözüm Tek bir yük, olası en basit yük dağılımı olduğundan, Gauss yasası ile elektrik alanının nasıl bulunacağını göstermek için bilinen durum ele alınmaktadır. Bunun için, Şekil 24.10'daki gibi, merkezi nokta yük üzerinde bulunan yarıçaplı küresel bir Gauss yüzeyi seçilir. Pozitif nokta yükün elektrik alanı simetriden dolayı çap boyunca dışarı doğru olacağından yüzeye her noktada diktir. (2) koşulundaki gibi, her noktada $\vec{E}$, $d\vec{A}$ ya paralel olduğundan $\vec{E} \cdot d\vec{A} = E dA$ dır ve Gauss yasasına göre

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

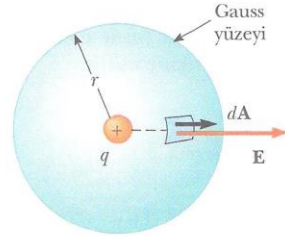
olur. Simetri uyarınca E , yüzeyin her yerine sabit olduğundan (1) koşuluna sağlar ve integral dışına alınabilir. Böylece, küre yüzölçümünü $4\pi r^2$ alarak;

$$\oint E dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Buna göre, alanın büyüklüğü

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k_e \frac{q}{r^2}$$

olur. Bu, Bölüm 23'de Coulomb yasasından çıkarılan bir nokta yükün bilinen elektrik alanıdır.



Şekil 24.10 Bir q nokta yükü küresel Gauss yüzeyinin merkezindedir ve $\vec{E}$ yüzeyin her noktasında $d\vec{A}$ ya paraleldir.