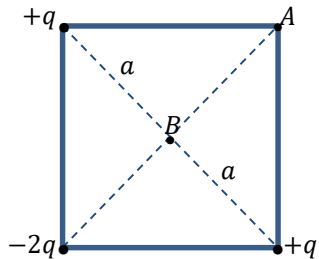


Örnek: Üç noktasal yük bir karenin köşelerine şekildeki gibi yerleştirilmiştir. (Cevaplarınızı π , ε_0 ve verilenler cinsinden bulunuz.)

a) $-2q$ noktasal yüküne etki eden elektriksel kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.



Örnek: Üç noktasal yük bir karenin köşelerine şekildeki gibi yerleştirilmiştir. (Cevaplarınızı π , ε_0 ve verilenler cinsinden bulunuz.)

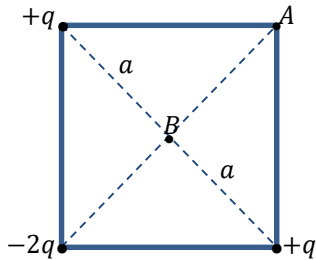
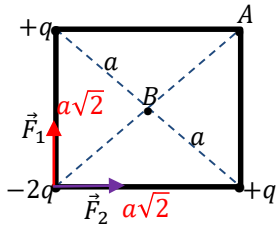
a) $-2q$ noktasal yüküne etki eden elektriksel kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.

$$\vec{F}_E = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}$$

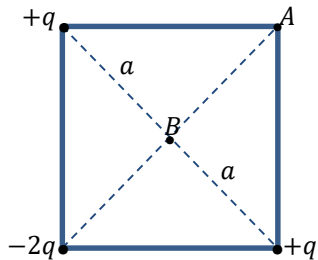
$$\vec{F}_1 = k \frac{2q^2}{(a\sqrt{2})^2} \hat{j} = k \frac{q^2}{a^2} \hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = k \frac{2q^2}{(a\sqrt{2})^2} \hat{i} = k \frac{q^2}{a^2} \hat{i}$$

$$\vec{F}_E = k \frac{q^2}{a^2} (\hat{i} + \hat{j}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{a^2} (\hat{i} + \hat{j})$$



b) A ve B noktalarındaki elektriksel potansiyelleri bulunuz.



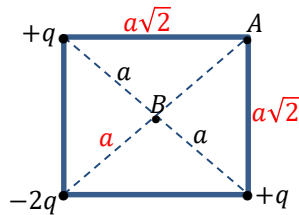
b) A ve B noktalarındaki elektriksel potansiyelleri bulunuz.

$$V = \sum k \frac{q_i}{r_i}$$

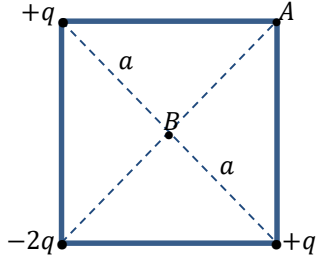
$$V_A = k \left(\frac{q}{a\sqrt{2}} + \frac{q}{a\sqrt{2}} - \frac{2q}{2a} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2q}{a\sqrt{2}} - \frac{q\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} \right)$$

$$V_A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2-\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} \right)$$

$$V_B = k \left(\frac{q}{a} + \frac{q}{a} - \frac{2q}{a} \right) = 0$$



c) $Q = -4q$ noktasal bir yükü, A noktasından B noktasına götürmekle yapılan işi bulunuz.



c) $Q = -4q$ noktasal bir yükü, A noktasından B noktasına götürmekle yapılan işi bulunuz.

$$W = -\Delta U = -(U_B - U_A)$$

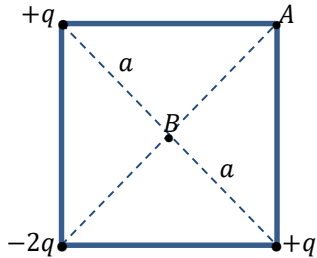
$$\Delta U = Q\Delta V = -4q(\Delta V) = -4q(V_B - V_A)$$

$$\Delta U = -4q \left(0 - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2-\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} \right) \right)$$

$$\Delta U = \frac{4q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2-\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} \right) = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0} \left(\frac{2-\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} \right)$$

$$W = -\Delta U = -\frac{q^2}{\pi\epsilon_0} \left(\frac{2-\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} \right)$$

d) $Q = -4q$ noktasal yükü B noktasına yerleştirildikten sonra, oluşan yük sisteminin potansiyel enerji değişimini bulunuz.



d) $Q = -4q$ noktasal yükü B noktasına yerleştirildikten sonra, oluşan yük sisteminin potansiyel enerji değişimini bulunuz.

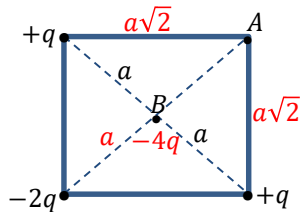
$$U = k \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

$$\Delta U = U_s - U_i$$

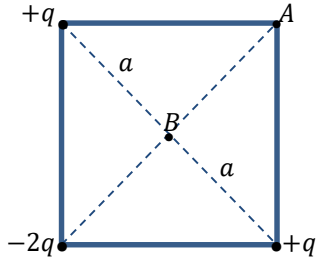
$$U_i = k \left(-\frac{2q^2}{a\sqrt{2}} - \frac{2q^2}{a\sqrt{2}} + \frac{q^2}{2a} \right)$$

$$U_s = k \left(-\frac{2q^2}{a\sqrt{2}} - \frac{2q^2}{a\sqrt{2}} + \frac{q^2}{2a} - \frac{4q^2}{a} - \frac{4q^2}{a} + \frac{8q^2}{a} \right)$$

$$\Delta U = k \left(-\frac{4q^2}{a} - \frac{4q^2}{a} + \frac{8q^2}{a} \right) = k \left(-\frac{8q^2}{a} + \frac{8q^2}{a} \right) = 0$$



e) B noktasında elektrik alan vektörünü bulunuz.



e) B noktasında elektrik alan vektörünü bulunuz.

$$\vec{E}_1 = k \frac{q}{a^2} (\cos 45^\circ \hat{i} - \sin 45^\circ \hat{j})$$

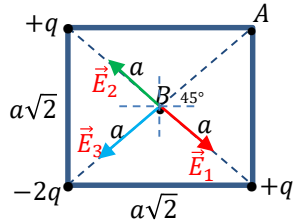
$$\vec{E}_2 = k \frac{q}{a^2} (-\cos 45^\circ \hat{i} + \sin 45^\circ \hat{j})$$

$$\vec{E}_3 = k \frac{2q}{a^2} (-\cos 45^\circ \hat{i} - \sin 45^\circ \hat{j})$$

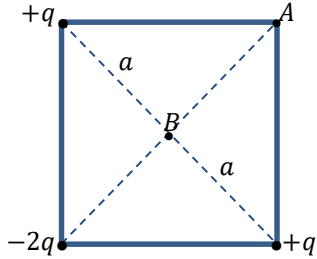
$$\vec{E}_1 = -\vec{E}_2$$

$$\vec{E}_B = \vec{E}_3 = k \frac{2q}{a^2} (-\cos 45^\circ \hat{i} - \sin 45^\circ \hat{j}) = -k \frac{\sqrt{2}q}{a^2} (\hat{i} + \hat{j})$$

$$\vec{E}_B = -\frac{\sqrt{2}q}{4\pi\epsilon_0 a^2} (\hat{i} + \hat{j})$$



f) B noktasına konulan $Q = -4q$ yüküne etki eden elektriksel kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.



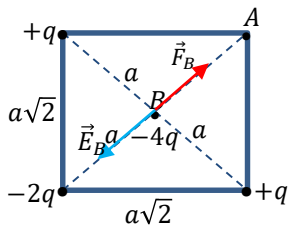
f) B noktasına konulan $Q = -4q$ yüküne etki eden elektriksel kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.

$$\vec{F}_B = Q\vec{E}_B$$

$$\vec{F}_B = -4q\vec{E}_B$$

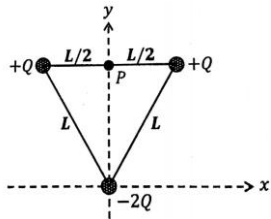
$$\vec{F}_B = 4q \frac{\sqrt{2}q}{4\pi\epsilon_0 a^2} (\hat{i} + \hat{j})$$

$$\vec{F}_B = \frac{\sqrt{2}q^2}{\pi\epsilon_0 a^2} (\hat{i} + \hat{j})$$

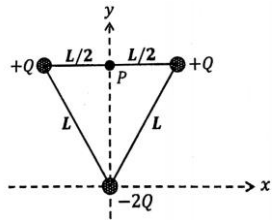


Örnek: Üç nokta yük $(+Q, -2Q$ ve $+Q)$ kenar uzunluğu L olan eşkenar üçgenin köşelerine yerleştirilmiştir. Üçgen şekilde gösterildiği gibi yatay xy düzleminde. P noktası ise üst kenarın orta noktasında bulunmaktadır. Verilen niceliklerin bazıları ya da tümü ve uygun sabitler cinsinden, cevaplarınızı gerektiği gibi ifade ediniz.

a) P noktasındaki elektriksel potansiyeli bulunuz.



Örnek: Üç nokta yük $(+Q, -2Q$ ve $+Q)$ kenar uzunluğu L olan eşkenar üçgenin köşelerine yerleştirilmiştir. Üçgen şekilde gösterildiği gibi yatay xy düzleminde. P noktası ise üst kenarın orta noktasında bulunmaktadır. Verilen niceliklerin bazıları ya da tümü ve uygun sabitler cinsinden, cevaplarınızı gerektiği gibi ifade ediniz.



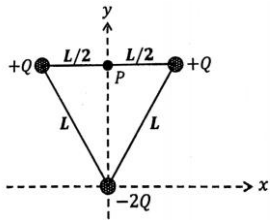
a) P noktasındaki elektriksel potansiyeli bulunuz.

$$V = \sum_i k \frac{q_i}{r_i}$$

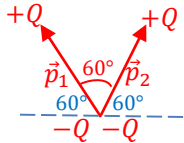
$$V_P = k \left(\frac{Q}{L/2} + \frac{Q}{L/2} - \frac{2Q}{\sqrt{3}L/2} \right) = \frac{kQ}{L} \left(2 + 2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$V_P = \frac{4kQ}{L} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

b) Üç yükten oluşan sistemin net elektriksel dipol momentini ($\vec{p}$) bulunuz. Cevaplarınızı birim vektörler cinsinden ifade ediniz.



b) Üç yükten oluşan sistemin net elektriksel dipol momentini ($\vec{p}$) bulunuz. Cevaplarınızı birim vektörler cinsinden ifade ediniz.



$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$p_1 = p_2 = QL$$

$$\vec{p}_1 = -p_1 \cos 60^\circ \hat{i} + p_1 \sin 60^\circ \hat{j}$$

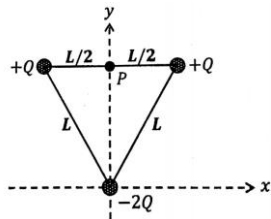
$$\vec{p}_2 = p_2 \cos 60^\circ \hat{i} + p_2 \sin 60^\circ \hat{j}$$

$$\vec{p} = 2p_1 \sin 60^\circ \hat{j}$$

$$\vec{p} = 2QL \sin 60^\circ \hat{j}$$

$$\vec{p} = 2QL \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \hat{j}$$

$$\vec{p} = \sqrt{3}QL \hat{j}$$



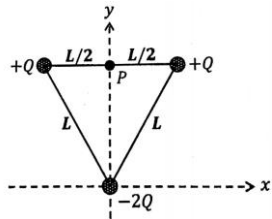
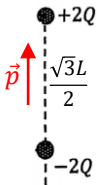
b) Üç yükten oluşan sistemin net elektriksel dipol momentini ($\vec{p}$) bulunuz. Cevaplarınızı birim vektörler cinsinden ifade ediniz.

veya;

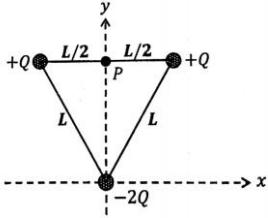
$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$p = 2Q \frac{\sqrt{3}L}{2}$$

$$\vec{p} = 2Q \left(\frac{\sqrt{3}L}{2} \right) \hat{j} = \sqrt{3}QL\hat{j}$$



c) Bu üç yükten oluşan sistemin toplam elektrostatik potansiyel enerjisini bulunuz.

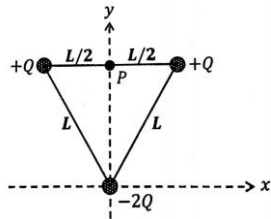


c) Bu üç yükten oluşan sistemin toplam elektrostatik potansiyel enerjisini bulunuz.

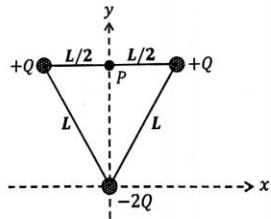
$$U = k \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

$$U = k \left(\frac{Q \cdot Q}{L} - \frac{Q \cdot 2Q}{L} - \frac{Q \cdot 2Q}{L} \right)$$

$$U = -\frac{3kQ^2}{L}$$



d) $\vec{E} = E_0 \hat{i}$ şeklinde verilen düzgün bir elektrik alanı içinde bulunan bu dipole etkiyen torku bulunuz.

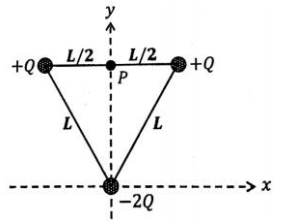


d) $\vec{E} = E_0 \hat{i}$ şeklinde verilen düzgün bir elektrik alanı içinde bulunan bu dipole etkiyen torku bulunuz.

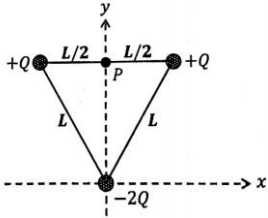
$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$\vec{p} = \sqrt{3}QL\hat{j}$$

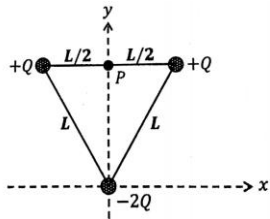
$$\vec{\tau} = (\sqrt{3}QL\hat{j}) \times (E_0\hat{i}) = -\sqrt{3}QLE_0\hat{k}$$



e) $\vec{E} = E_0 \hat{i}$ şeklinde verilen düzgün bir elektrik alanı içinde bulunan dipolün enerjisini bulunuz.



e) $\vec{E} = E_0 \hat{i}$ şeklinde verilen düzgün bir elektrik alanı içinde bulunan dipolün enerjisini bulunuz.

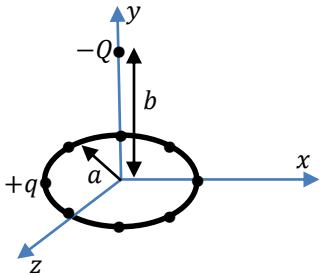


$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$U = (\sqrt{3}QL\hat{j}) \cdot (E_0\hat{i}) = 0$$

Örnek: 8 tane $+q$ yükü, yatay düzlemde (xz -düzlemi) çember oluşturacak şekilde eşit aralıklarla yerleştirilmiştir. Çemberin yarıçapı a dır. Çember merkezinden geçen ve çember düzlemine dik eksen (y -ekseni) üzerinde $y = b$ uzaklığında $-Q$ yükü vardır.

- a) $-Q$ yüküne etkiyen net kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.
- b) Çember merkezindeki elektrikselsel potansiyeli bulunuz.
- c) Çember merkezindeki elektrik alan vektörünü bulunuz.



a) – Q yüküne etkiyen net kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.

$$\vec{F}_{net} = 8F_q \cos\theta (-\hat{j})$$

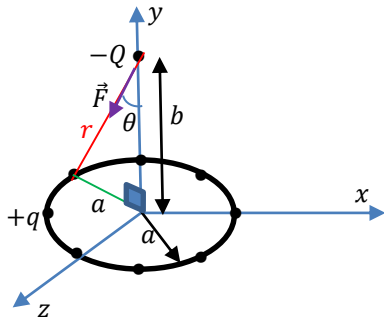
$$F_q = k \frac{qQ}{r^2}$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

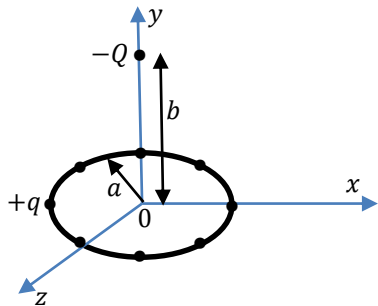
$$F_q = k \frac{qQ}{a^2 + b^2} \quad \cos\theta = \frac{b}{r} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\vec{F}_{net} = 8k \frac{qQ}{(a^2 + b^2)} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} (-\hat{j})$$

$$\vec{F}_{net} = \frac{8kqQb}{(a^2 + b^2)^{3/2}} (-\hat{j})$$



b) Çember merkezindeki elektriksel potansiyeli bulunuz.



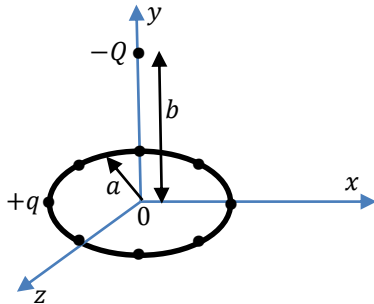
b) Çember merkezindeki elektriksel potansiyeli bulunuz.

$$V_0 = 8V_q + V_{-Q}$$

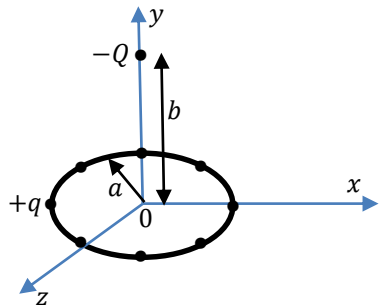
$$V_q = k \frac{q}{a}$$

$$V_{-Q} = k \frac{-Q}{b}$$

$$V_0 = 8k \frac{q}{a} - k \frac{Q}{b} = k \left(\frac{8q}{a} - \frac{Q}{b} \right)$$



c) Çember merkezindeki elektrik alan vektörünü bulunuz.

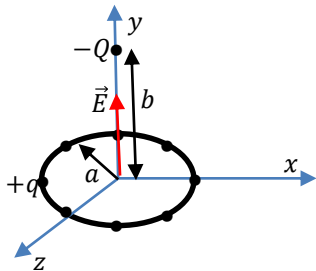


c) Çember merkezindeki elektrik alan vektörünü bulunuz.

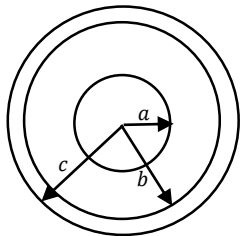
Simetriden dolayı sekiz noktasal yükün çember merkezinde oluşturduğu elektrik alan toplamı sıfırdır.

$$\sum \vec{E}_q = 0$$

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_{-Q} = k \frac{Q}{b^2} \hat{j}$$



Örnek: Yarıçapı a olan **iletken bir küre**, iç yarıçapı b dış yarıçapı c olan **iletken küresel bir kabuk** içine yerleştirilmiştir ve sistem elektrostatik dengededir. a ile b arasında bulunan bir küresel Gauss yüzeyinden geçen akı $-Q/\epsilon_0$ ve $r > c$ de küresel Gauss yüzeyinden geçen akı $3Q/\epsilon_0$ dır.

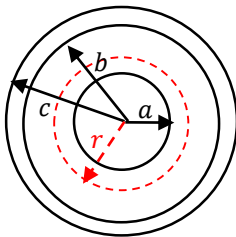


a) Kürenin toplam yükünü bulunuz.

$$a < r < b$$

$$\Phi_E = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = -\frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$q_{iç} = q_a = -Q$$



b) Küresel kabuğun toplam yükünü bulunuz.

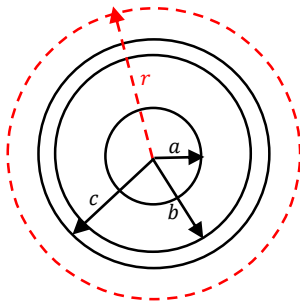
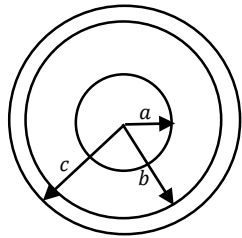
$$r > c$$

$$\Phi_E = \frac{q_{i\zeta}}{\varepsilon_0} = \frac{3Q}{\varepsilon_0}$$

$$q_{i\zeta} = q_a + q_b + q_c = 3Q$$

$$q_{kabuk} = q_b + q_c = 3Q - q_a$$

$$q_{kabuk} = +3Q - (-Q) = 4Q$$

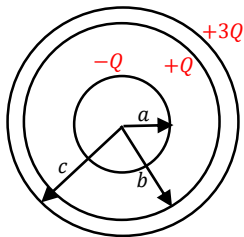


c) Kürelerin yüzeysel yük yoğunluklarını bulunuz.

$$\sigma_a = \frac{q_a}{4\pi a^2} = -\frac{Q}{4\pi a^2}$$

$$\sigma_b = \frac{q_b}{4\pi b^2} = \frac{Q}{4\pi b^2}$$

$$\sigma_c = \frac{q_c}{4\pi c^2} = \frac{3Q}{4\pi c^2}$$

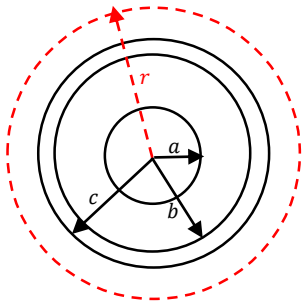


$$q_a = -Q$$

$$q_b = Q$$

$$q_c = 3Q$$

d) Gauss yasasını kullanarak $r > c$ de elektrik alan vektörünü bulunuz.



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

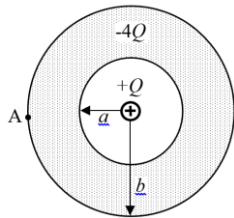
$$E4\pi r^2 = \frac{3Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k \frac{3Q}{r^2}$$

$$\vec{E} = k \frac{3Q}{r^2} \hat{r}$$

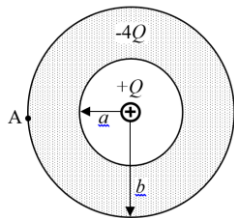
Örnek: İç yarıçapı a , dış yarıçapı b olan yalıtkan küresel dilim içine $-4Q$ yükü düzgün dağılmıştır. Küresel dilimin merkezinde $+Q$ yüklü noktasal yük bulunmaktadır.

a) $r = b$ de bulunan A noktasının sonsuzdaki bir noktaya göre elektriksel potansiyelini bulunuz. ($V(\infty) = 0$)



Örnek: İç yarıçapı a , dış yarıçapı b olan yalıtkan küresel dilim içine $-4Q$ yükü düzgün dağılmıştır. Küresel dilimin merkezinde $+Q$ yüklü noktasal yük bulunmaktadır.

a) $r = b$ de bulunan A noktasının sonsuzdaki bir noktaya göre elektriksel potansiyelini bulunuz. ($V(\infty) = 0$)



$$\Delta V = V_A - V_{\infty} = - \int_{\infty}^A \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

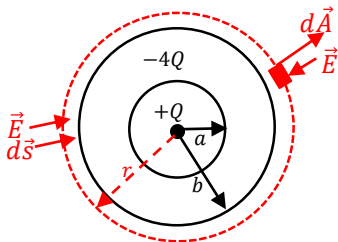
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

$$-E4\pi r^2 = \frac{-4Q+Q}{\epsilon_0}$$

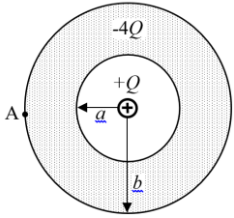
$$E = k \frac{3Q}{r^2} \quad ; \quad \vec{E} = k \frac{3Q}{r^2} (-\hat{r})$$

$$V_A = - \int_{\infty}^A E ds \cos 0 = \int_{\infty}^b k \frac{3Q}{r^2} dr = -k \frac{3Q}{r} \Big|_{\infty}^b = -k \frac{3Q}{b}$$

$$ds = -dr$$



b) Elektrik alanın sıfır olduğu r mesafesini bulunuz.



b) Elektrik alanın sıfır olduğu r mesafesini bulunuz.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

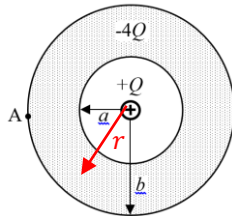
$$E4\pi r^2 = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

$$q_{i\zeta} = Q + \rho V_{Gauss}$$

$$q_{i\zeta} = Q + \frac{(-4Q)}{\frac{4}{3}\pi(b^3 - a^3)} \frac{4}{3}\pi(r^3 - a^3)$$

$$q_{i\zeta} = Q - \frac{4Q(r^3 - a^3)}{(b^3 - a^3)}$$

$$E = \frac{Q - \frac{4Q(r^3 - a^3)}{(b^3 - a^3)}}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$



$$E = 0$$

$$E = \frac{Q - \frac{4Q(r^3 - a^3)}{(b^3 - a^3)}}{4\pi r^2 \epsilon_0} = 0$$

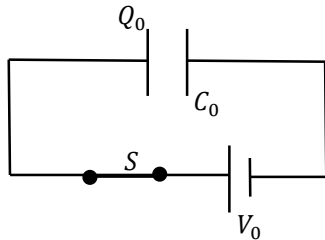
$$(b^3 - a^3) - 4(r^3 - a^3) = 0$$

$$\frac{(b^3 + 3a^3)}{4} = r^3$$

$$r = \left(\frac{b^3 + 3a^3}{4} \right)^{1/3}$$

Örnek: Şekildeki paralel plakalı kondansatörün bir plakasının alanı $A = 2m^2$, plakalar arası uzaklık $d = 2mm$ ve $100V$ 'luk bir pile bağlıdır. $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2$

a) S anahtarı uzun bir süre kapalıyken; plakalar arasındaki elektrik alanı, kondansatörün yükünü ve depolanan enerjiyi bulunuz.



b) S anahtarı açılır ve dielektrik sabiti $\mathcal{K} = 2$ olan bir dilim plakalar arasına yerleştirilir; plakalar arasındaki elektrik alanı, kondansatörün yükünü ve depolanan enerjiyi bulunuz.

c) S anahtarı tekrar kapatılırsa; plakalar arasındaki elektrik alanı, kondansatörün yükünü ve depolanan enerjiyi bulunuz.

Örnek: Şekildeki paralel plakalı kondansatörün bir plakasının alanı $A = 2m^2$, plakalar arası uzaklık $d = 2mm$ ve $100V$ 'luk bir pile bağlıdır. $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2$

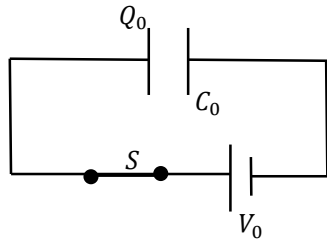
a) S anahtarı uzun bir süre kapalıyken; plakalar arasındaki elektrik alanı, kondansatörün yükünü ve depolanan enerjiyi bulunuz.

$$E_0 = \frac{V_0}{d} = \frac{100}{2 \cdot 10^{-3}} = 50 \cdot 10^3 V/m$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{9 \cdot 10^{-12} \cdot 2}{2 \cdot 10^{-3}} = 9 \cdot 10^{-9} F$$

$$Q_0 = C_0 V_0 = (9 \cdot 10^{-9}) 100 = 9 \cdot 10^{-7} C$$

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = \frac{1}{2} (9 \cdot 10^{-9}) (100)^2 = 4,5 \cdot 10^{-5} J$$



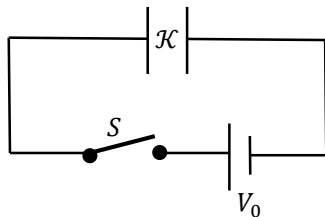
b) S anahtarı açılır ve dielektrik sabiti $\mathcal{K} = 2$ olan bir dilim plakalar arasına yerleştirilir; plakalar arasındaki elektrik alanı, kondansatörün yükünü ve depolanan enerjiyi bulunuz.

$$E = \frac{E_0}{\mathcal{K}} = \frac{50 \cdot 10^3}{2} = 25 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

$$Q = Q_0 = 9 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

$$U = \frac{U_0}{\mathcal{K}} = \frac{4,5 \cdot 10^{-5}}{2} = 2,25 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$C = \mathcal{K}C_0 = 2 \cdot 9 \cdot 10^{-9} = 18 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$



c) S anahtarı tekrar kapatılırsa; plakalar arasındaki elektrik alanı, kondansatörün yükünü ve depolanan enerjiyi bulunuz.

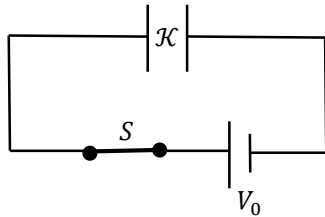
$$V_0 \text{ sabit } E = E_0$$

$$E = 50 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

$$C = \mathcal{K}C_0 = 2.9 \cdot 10^{-9} = 18 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$Q = \mathcal{K}Q_0 = 2.9 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 18 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

$$U = \mathcal{K}U_0 = 2.4,5 \cdot 10^{-5} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$



Örnek: Uzayın bir bölgesinde elektriksel potansiyel, $V = 2xy - 3xyz + c$ (c sabit) şeklinde değişmektedir. Elektrik alan vektörünü bulunuz.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -(2y - 3yz)$$

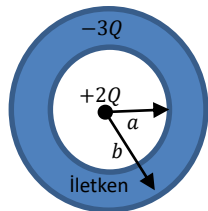
$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -(2x - 3xz)$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = 3xy$$

$$\vec{E} = (3yz - 2y)\hat{i} + (3xz - 2x)\hat{j} + 3xy\hat{k}$$

Örnek: b yarıçaplı iletken bir kürenin a yarıçaplı kısmı şekildeki gibi boşaltılıyor. Bu iletkenin yükü $-3Q$ olup boşalan kısmın merkezine $+2Q$ noktasal yükü konuluyor. Bu durumdayken Gauss yasasını kullanarak;

a) $r < a$, $a < r < b$ ve $r > b$ bölgelerinde elektrik alan büyüklüğünü bulunuz.



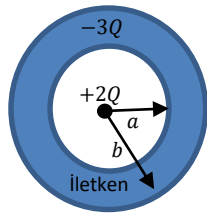
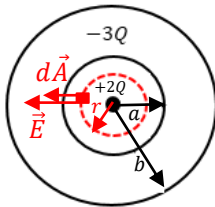
a) $r < a$, $a < r < b$ ve $r > b$ bölgelerinde elektrik alan büyüklüğünü bulunuz.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

$$r < a \quad ; \quad \oint E dA \cos 0 = \frac{2Q}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{2Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{r^2} = k \frac{2Q}{r^2} \Rightarrow \vec{E} = k \frac{2Q}{r^2} (\hat{r})$$

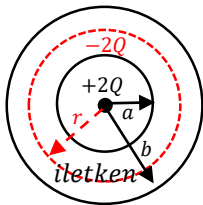


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

$$a < r < b$$

$$E = 0 \text{ (iletkenin içinde)}$$

$$q_{i\zeta} = 0$$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

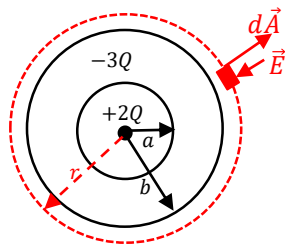
$$r > b$$

$$\oint E dA \cos 180^\circ = \frac{2Q - 3Q}{\epsilon_0}$$

$$-E 4\pi r^2 = \frac{-Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = k \frac{Q}{r^2} \quad \Rightarrow$$

$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} (-\hat{r})$$



b) a yarıçaplı iç küre yüzeyindeki ve b yarıçaplı dış küre yüzeyindeki yük yoğunluklarını bulunuz.

$$q_{net} = -3Q$$

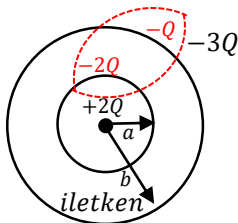
$$q_a + q_b = -3Q$$

$$q_a = -2Q$$

$$q_b = -3Q + 2Q = -Q$$

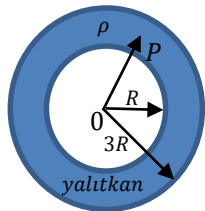
$$\sigma_a = \frac{q_a}{A} = \frac{q_a}{4\pi a^2} = \frac{-2Q}{4\pi a^2} = -\frac{Q}{2\pi a^2}$$

$$\sigma_b = \frac{q_b}{A} = \frac{q_b}{4\pi b^2} = -\frac{Q}{4\pi b^2}$$



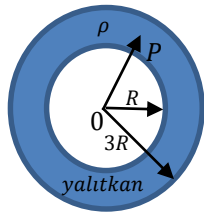
Örnek: İç yarıçapı R , dış yarıçapı $3R$ olan yalıtkan küresel kabuk düzgün hacimsel yük yoğunluğu ρ olan pozitif yük taşımaktadır.

a) Kabuğun O merkezinden $2R$ uzaklıktaki P noktasında elektrik alanın büyüklüğünü bulunuz.



Örnek: İç yarıçapı R , dış yarıçapı $3R$ olan yalıtkan küresel kabuk düzgün hacimsel yük yoğunluğu ρ olan pozitif yük taşımaktadır.

a) Kabuğun O merkezinden $2R$ uzaklıktaki P noktasında elektrik alanın büyüklüğünü bulunuz.



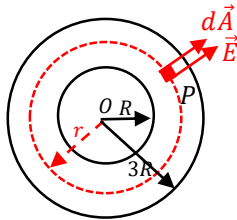
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

$$\oint E dA \cos 0 = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

$$q_{i\zeta} = \rho V_{i\zeta} = \rho \frac{4}{3} \pi (r^3 - R^3)$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{\rho \frac{4}{3} \pi (r^3 - R^3)}{\epsilon_0}$$



$$E4\pi r^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi(r^3 - R^3)}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho(r^3 - R^3)}{3\epsilon_0 r^2} \quad R < r < 3R$$

$$r = 2R \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\rho(8R^3 - R^3)}{3\epsilon_0 4R^2} = \frac{7\rho R^3}{12\epsilon_0 R^2}$$

$$E = \frac{7}{12} \frac{\rho R}{\epsilon_0}$$

b) P ve O noktaları arasındaki $(V_P - V_O)$ elektriksel potansiyel farkını bulunuz.

$$V_P - V_O = - \int_O^P \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

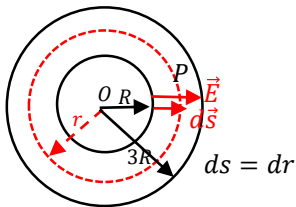
$$V_P - V_O = - \int_O^P E ds \cos 0$$

$$V_P - V_O = - \int_O^P E dr = - \int_R^{2R} \frac{\rho(r^3 - R^3)}{3\epsilon_0 r^2} dr$$

$$V_P - V_O = - \frac{\rho}{3\epsilon_0} \int_R^{2R} \left(r - \frac{R^3}{r^2} \right) dr$$

$$V_P - V_O = - \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} + \frac{R^3}{r} \right) \Big|_R^{2R}$$

$$V_P - V_O = - \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left[\left(\frac{4R^2}{2} + \frac{R^3}{2R} \right) - \left(\frac{R^2}{2} + \frac{R^3}{R} \right) \right]$$



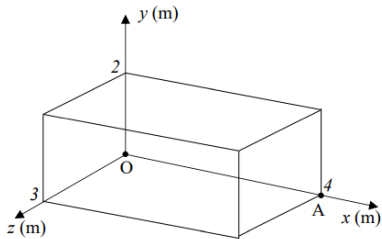
$$V_P - V_O = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \left[\left(\frac{4R^2}{2} + \frac{R^3}{2R} \right) - \left(\frac{R^2}{2} + \frac{R^3}{R} \right) \right]$$

$$V_P - V_O = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \left[\left(\frac{5R^3}{2R} \right) - \left(\frac{3R^3}{2R} \right) \right] = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{2R^3}{2R} \right)$$

$$V_P - V_O = -\frac{\rho R^2}{3\epsilon_0}$$

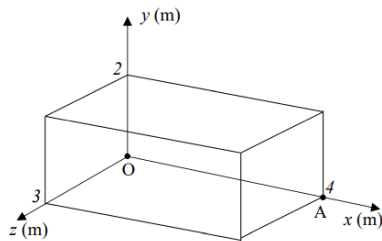
Örnek: Şekildeki prizma, düzgün olmayan bir $\vec{E} = 2x\hat{i} + 3y\hat{j} \text{ N/C}$ elektrik alan içinde bulunmaktadır. Burada x ve y metre cinsindendir.

a) Prizmadan geçen toplam elektrik akısı $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ cinsinden nedir?



Örnek: Şekildeki prizma, düzgün olmayan bir $\vec{E} = 2x\hat{i} + 3y\hat{j} \text{ N/C}$ elektrik alan içinde bulunmaktadır. Burada x ve y metre cinsindendir.

a) Prizmadan geçen toplam elektrik akısı $\text{N.m}^2/\text{C}$ cinsinden nedir?



$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6$$

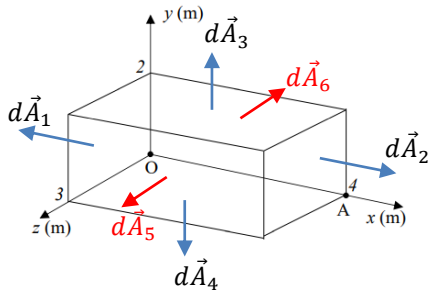
$$\Phi_1 = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}_1 = \int (2x\hat{i} + 3y\hat{j}) \cdot dA(-\hat{i})$$

$$\Phi_1 = \int -2xdA = 0$$

$$\Phi_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}_2 = \int (2x\hat{i} + 3y\hat{j}) \cdot dA(\hat{i})$$

$$\Phi_2 = \int 2xdA = \int 2.4dA = \int 8dA = 8A$$

$$\Phi_2 = 8.6 = 48 \text{ N.m}^2/\text{C}$$



$$\Phi_3 = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}_3 = \int (2x\hat{i} + 3y\hat{j}) \cdot dA_3(\hat{j})$$

$$\Phi_3 = \int 3y dA_3 = \int 3.2 dA_3 = \int 6 dA_3 = 6A_3$$

$$\Phi_3 = 6A_3 = 6.12 = 72 \text{ N.m}^2/\text{C}$$

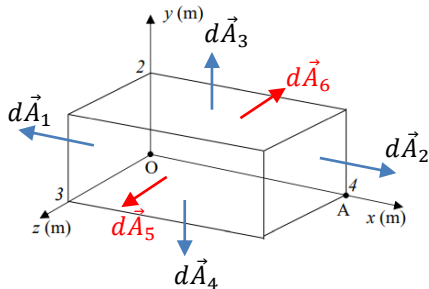
$$\Phi_4 = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}_4 = \int (2x\hat{i} + 3y\hat{j}) \cdot dA_4(-\hat{j})$$

$$\Phi_4 = -\int 3y dA_4 = -\int 3.0 dA_4 = 0$$

$$\Phi_5 = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}_5 = \int E dA_5 \cos 90^\circ = 0$$

$$\Phi_6 = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}_6 = \int E dA_6 \cos 90^\circ = 0$$

$$\Phi = 48 + 72 = 120 \text{ N.m}^2/\text{C}$$



b) Prizmanın içindeki net yük miktarı C cinsinden nedir?

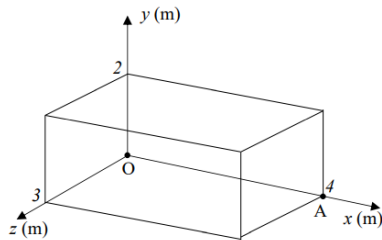
b) Prizmanın içindeki net yük miktarı C cinsinden nedir?

$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$Q = \varepsilon_0 \Phi_E$$

$$Q = \varepsilon_0 (120)$$

c) O ve A noktaları arasındaki potansiyel farkı $\Delta V = V(O) - V(A)$ kaç *Volt*'tur?



c) O ve A noktaları arasındaki potansiyel farkı $\Delta V = V(O) - V(A)$ kaç volt'tur?

$$\Delta V = V(O) - V(A) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

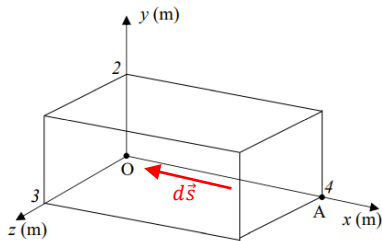
$$\Delta V = - \int_A^O \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V = - \int_0^4 (2x\hat{i} + 3y\hat{j}) \cdot dx(-\hat{i})$$

$$\Delta V = \int_0^4 2x dx$$

$$\Delta V = 2 \frac{x^2}{2} \Big|_0^4$$

$$\Delta V = 16V$$



b) $4\mu C$ 'luk test yükünü $\left(\frac{1}{2}, 0, 1\right) m$ noktasından orijine $(0, 0, 0)$ götürmek için elektrostatik kuvvet tarafından yapılan iş $3 \cdot 10^{-5} J$ ise a sabitini bulunuz.

b) $4\mu\text{C}$ 'luk test yükünü $\left(\frac{1}{2}, 0, 1\right) m$ noktasından orijine $(0, 0, 0)$ götürmek için elektrostatik kuvvet tarafından yapılan iş $3 \cdot 10^{-5} J$ ise a sabitini bulunuz.

$$W = -\Delta U = -q\Delta V$$

$$W = -q(V_{0,0,0} - V_{\frac{1}{2},0,1})$$

$$V = a(2x^2 - 3y^2 + z^2)$$

$$V_{0,0,0} = 0 V$$

$$V_{\frac{1}{2},0,1} = a\left(\frac{2}{4} + 1\right) = \frac{3}{2}a$$

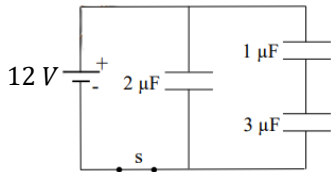
$$W = -4 \cdot 10^{-6} \left(0 - \frac{3}{2}a\right) = 6 \cdot 10^{-6}a$$

$$6a \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-5}$$

$$a = 5 \left(\frac{V}{m^2}\right)$$

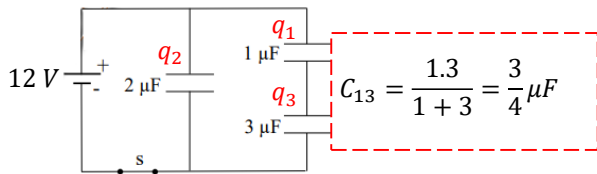
Örnek: Başlangıçta yüksüz olan kondansatörler devredeki gibi bağlanmıştır.

a) S anahtarı kapalı iken $1\mu F$ lık kondansatör üzerindeki yük μC cinsinden nedir?



Örnek: Başlangıçta yüksüz olan kondansatörler devredeki gibi bağlanmıştır.

a) S anahtarı kapalı iken $1\mu F$ lık kondansatör üzerindeki yük μC cinsinden nedir?

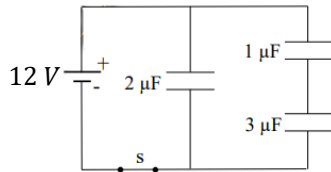


$$C_{es} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4} \mu F$$

$$Q = C_{es}V = \left(\frac{11}{4}\right) \cdot 12 = 33 \mu C$$

$$q_2 = C_2V = 2 \cdot 12 \mu C$$

$$q_2 = 24 \mu C$$



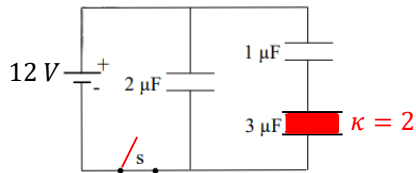
$$q_1 = q_3$$

$$Q = q_1 + q_2$$

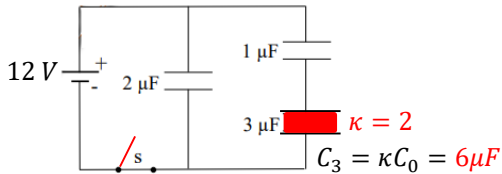
$$q_1 = (33 - 24) \mu C$$

$$q_1 = q_3 = 9 \mu C$$

b) Şimdi S anahtarı açılıp $3\mu F$ lık kondansatör içine $\kappa = 2$ dielektrik katsayılı malzeme konuyor. Bu durumda $2\mu F$ lık kondansatörün uçları arasındaki potansiyel farkı kaç *Volt* olur?

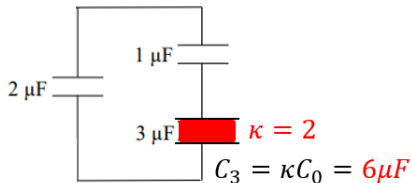


b) Şimdi S anahtarı açılıp $3\mu F$ lık kondansatör içine $\kappa = 2$ dielektrik katsayılı malzeme konuyor. Bu durumda $2\mu F$ lık kondansatörün uçları arasındaki potansiyel farkı kaç Volt olur?



$$C_{1-3} = \frac{1.6}{1+6} = \frac{6}{7}\mu F$$

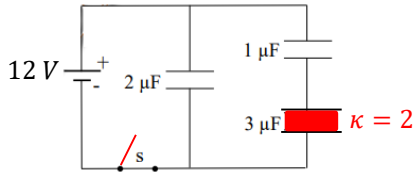
$$C_{es} = 2 + \frac{6}{7} = \frac{20}{7}\mu F$$



$$Q = 33\mu C$$

$$V_2 = \frac{Q}{C_{es}} = \frac{33}{\frac{20}{7}} = 11,55 V$$

c) Bu durumda, $1\mu F$ 'lık kondansatörün yükünü μC cinsinden bulunuz?

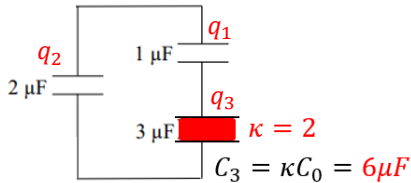


c) Bu durumda, $1\mu F$ 'lık kondansatörün yükünü μC cinsinden bulunuz?

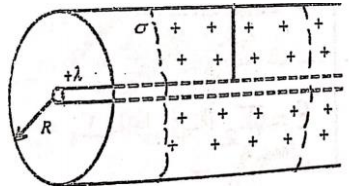
$$q_2 = C_2 V_2 = 2. (11,55) = 23,1\mu C$$

$$q_1 = q_3 = (33 - 23,1)\mu C$$

$$q_1 = q_3 = 9,9\mu C$$



Örnek: Çizgisel yük yoğunluğu λ olan yeterince uzun düzgün bir tel, R yarıçaplı ve yeterince uzun yalıtkan silindirik bir kabuğun merkezi boyunca uzanmaktadır. Kabuğun yüzeysel düzgün yük yoğunluğu $+\sigma$ dır. Kabuğun dışında, sadece merkezinden r kadar uzaklıktaki noktaları alınız. Burada r kabuğun merkezinden olan dik uzaklıktır.



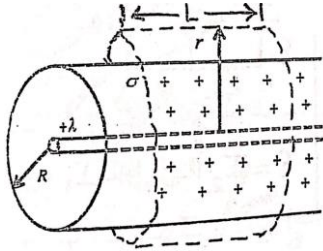
a) $r > R$ de meydana gelen elektrik alan şiddetini ϵ_0 , R , σ , λ ve π cinsinden bulunuz.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

$$E 2\pi r L = \frac{\sigma(2\pi R L) + \lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} + \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

$$E = \frac{1}{\epsilon_0 r} \left(\sigma R + \frac{\lambda}{2\pi} \right)$$



b) Kütlesi m yükü q olan noktasal bir parçacık $r = R/2$ de serbest bırakılıyor. Parçacığın serbest bırakıldığı andaki ivmesinin büyüklüğünü ϵ_0 , R , λ , q , m ve π cinsinden bulunuz.

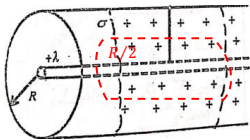
$$F_E = qE = ma$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{i\zeta}}{\epsilon_0}$$

$$E 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



$$r = \frac{R}{2}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 \left(\frac{R}{2}\right)} = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 R}$$

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{q \left(\frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 R} \right)}{m} = \frac{q\lambda}{\pi m \epsilon_0 R}$$