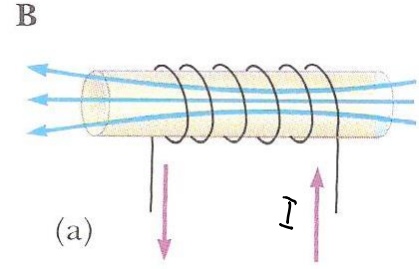


## BÖLÜM 32 İNDÜKTANS

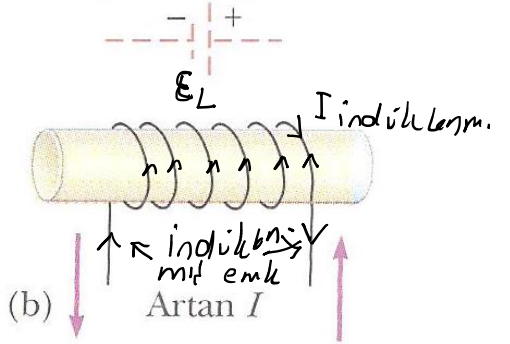
### 32.1 Öz-İndüksiyon

(a) Bir bobinden geçen akım, bobinin içinde bir manyetik alan oluşturur. Kararlı  $I$  akımı, olduğu süre  $\vec{B}$  değişmez.



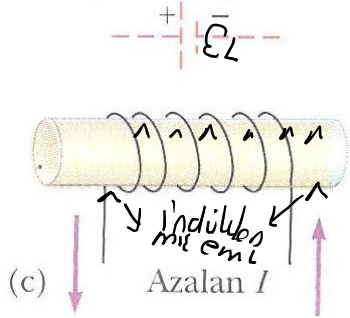
(b) Şimdi bobinden geçen akım artsın. Bu durumda, bobinin içindeki manyetik alan, dolayısıyla manyetik akı artar. Bu akı değişimi nedeniyle bobinde bir emk indüklenir.  $I$  artarken indüksiyon emk'si, bu artışa karşı koyarak biçimdedir. Bobin bir zıt emk kaynağı gibi davranır.

Lenz yasasına göre emk



(c) Azalan  $I$ , bobindeki manyetik alanın dolayısıyla manyetik akının azalmasına sebep olur. Lenz yasasına göre bobin bir emk oluşturarak bu azalmaya karşı çıkar. Bu bobin bir zıt emk gibi davranır.

Lenz yasasına göre emk



$\mathcal{E}_L$ : Öz-İndüksiyon emk'si olarak isimlenir. (c)  
dirilecek.  $\mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$

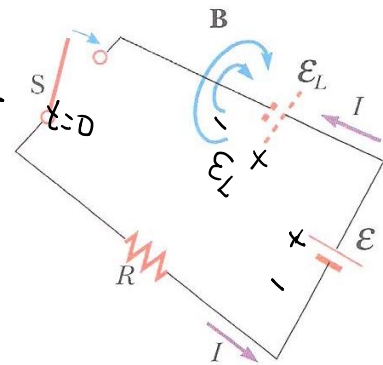
$\mathcal{E}_L$ : daima akımın değişim hızı ile orantılıdır.

$L$ : Öz indüksiyon katsayısı: Devrenin geometrik özelliklerine bağlıdır. Bir bobinin induktansı  $L = \frac{N\Phi_B}{I}$  ----- (1)

$$L = - \frac{\mathcal{E}_L}{\left(\frac{dI}{dt}\right)} \text{ ----- (2)}$$

$L$ 'nin birimi  $1H = \frac{1V \cdot s}{1A}$  :

$$1H = 10^3 mH \\ = 10^6 \mu H$$



### Örnek 32.1 Bir Selenoidin İndüktansı

$N$  sarımlı ve  $\ell$  uzunluğuna sahip düzgün sarılmış bir selenoidin indüktansını ( $L$ ) bulunuz. Yarıçapı  $r$  ile karşılaştırıldığında,  $\ell$ 'nin büyük olduğunu ve içinde hava bulunduğunu varsayın.

(\*) ---  $L = N \frac{\Phi_B}{I}$  idi. önce bobinin içinde  $\Phi_B$ 'yi bulalım.  
 $B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \quad \dots (1)$

(2) ---  $\Phi_B = B A = \mu_0 \frac{N A}{\ell} I$

Bunları (\*) denkleminde yerine yazalım

$$L = N \frac{\mu_0 N A}{\ell} = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} = \text{sabit}$$

Tekrar:  $N = n \ell$ ,  $N^2 = n^2 \ell^2$

$$L = \frac{\mu_0 n^2 \ell^2 A}{\ell} = \mu_0 n^2 (A \ell) \quad \text{fiziksel parametrelere bağlı.}$$

Atılım:  $\sqrt{\quad}$

### Örnek 32.2 İndüktans ve Emk'nin Hesaplanması

(a) 300 sarımlı, ve 25,0 cm uzunluğunda içi hava olan bir selenoidin kesit alanı  $4,00 \text{ cm}^2$  ile selenoidin indüktansını hesaplayınız.

(b)  $dI/dt = -50,0 \text{ A/s}$  için indüklenen emk'yi hesaplayın.

a)  $\rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}) \frac{(300)^2 (4,00 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{(25 \times 10^{-2} \text{ m})}$

$$L = 1,81 \times 10^{-4} \text{ T m}^2/\text{A} = 0,181 \text{ mH}$$

b)  $\rightarrow \mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} = -(0,181 \text{ mH}) (-50,0 \text{ A/s}) = 9,05 \text{ mV}$   
bulunur.

## 32.2 R-L DEVRELERİ

$\sum^L$  : induktör

Kirchhoff gerilim yasası:

$$\sum \Delta V = 0, \text{ dr. } \mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad \dots (1)$$

Ner terimi R ile bölelim:

$$\underbrace{\frac{\mathcal{E}}{R} - I}_x - \frac{L}{R} \frac{dI}{dt} = 0 \quad , \quad x = \frac{\mathcal{E}}{R} - I \quad , \quad dx = -dI \Rightarrow dI = -dx$$

$$X + \frac{L}{R} \frac{dX}{dt} = 0 \quad \dots (2)$$

$$x = - \frac{L}{R} \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = \int_0^t -\frac{R}{L} dt$$

$$\ln(x) \Big|_{x_0}^x = -\frac{p}{L} t \Rightarrow \ln\left(\frac{x}{x_0}\right) = -\frac{p}{L} t$$

Herbei exp alining

$$X = X_0 e^{-\frac{\rho}{2} t}, \quad X_0, \quad t=0 \text{ anindolu } X' \text{ tir}$$

$t=0$  and  $I=0$  dir.  $x_0 = \frac{\varepsilon}{R} - \cancel{I}^0 = \frac{\varepsilon}{R}$

$$\frac{\varepsilon}{R} - I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-Rt/L}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

$$t=0 \quad \text{K} \quad \text{anndb} \quad e^{-0} = 1 \dots (1-1)$$

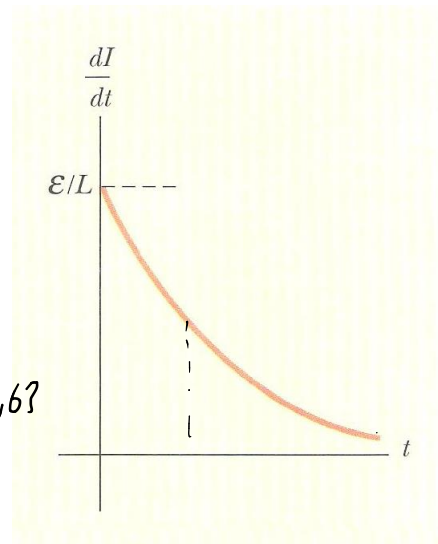
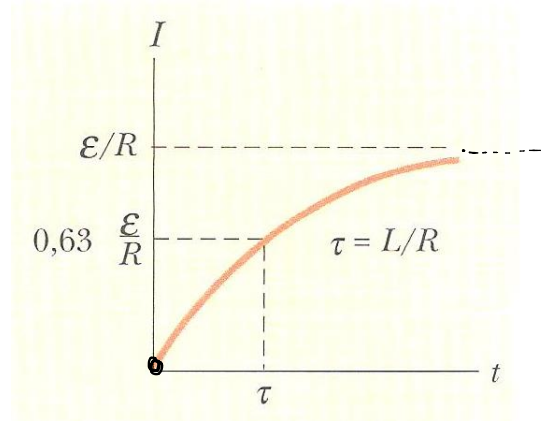
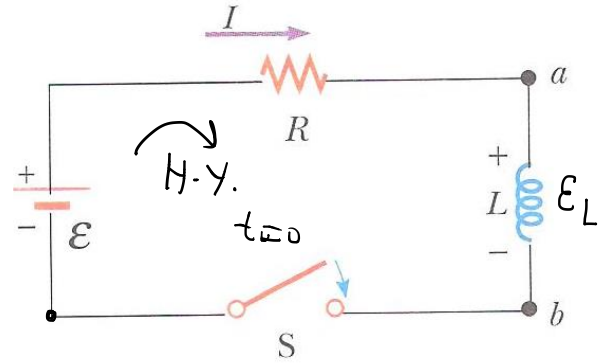
$$t \rightarrow \infty \quad \frac{e^{-\infty}}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

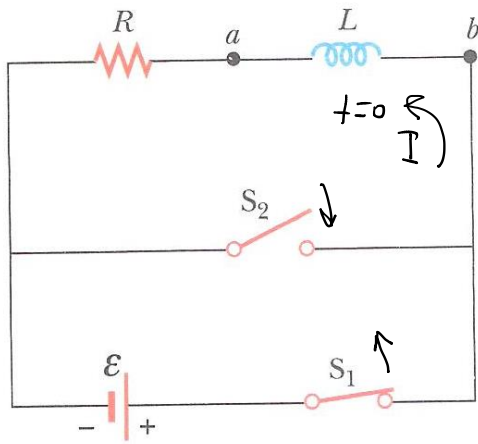
$$\eta = \frac{L}{R} \quad \text{gallen schicht.}$$

$$I = \frac{\epsilon}{\kappa} (1 - e^{-t/\tau}) \quad t = \tau \ln 2$$

$$1 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e} \approx 0,63$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{\tau} \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau} = -\frac{\varepsilon}{\tau} e^{-t/\tau}$$





$t=0$  anında  $S_1$ 'i açıp  $S_2$ 'yi kapatıyoruz.

~~$$\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad \text{idi}$$~~

$$IR + L \frac{dI}{dt} = 0$$

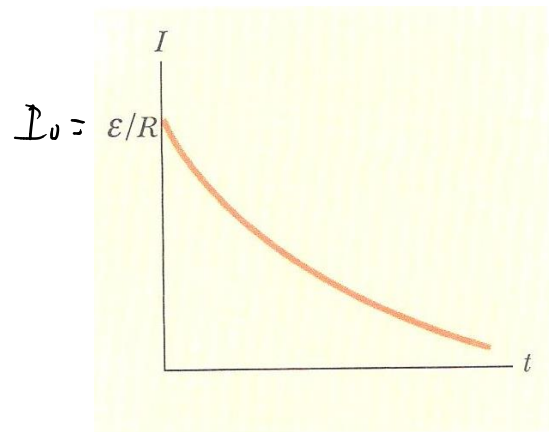
$$L \frac{dI}{dt} = -IR$$

$$\tau = \frac{L}{R} \checkmark$$

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = \int_0^t -\frac{R}{L} dt$$

$$\ln(I/I_0) = -\frac{R}{L} dt \Rightarrow I = I_0 e^{-t/\tau} \checkmark$$

$S_2$  açılma anı hemen önce  $I = I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$





### Örnek 32.3 RL Devresinin Zaman Sabiti

$t=0$  anında  $S$  anahtarı

kapatılıyor,

a)  $\tau = ?$

b)  $t = 2 \text{ ms}$  anında  
akımı bul.

c)  $V_L \sim V_R$

$$a) \tau = \frac{L}{R} = \frac{30,0 \times 10^{-3} \text{ H}}{6,00 \Omega} = 5 \times 10^{-3} \text{ s} = 5 \text{ ms}$$

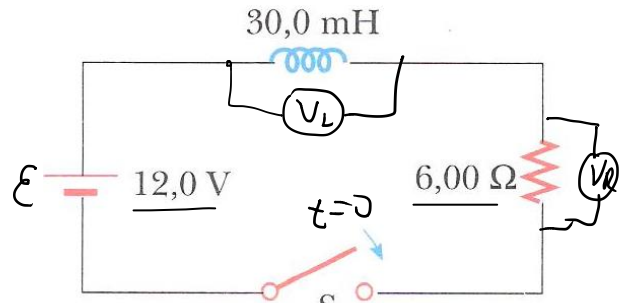
$$b) I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$I = \left( \frac{12 \text{ V}}{6,0 \Omega} \right) (1 - e^{-2/5})$$

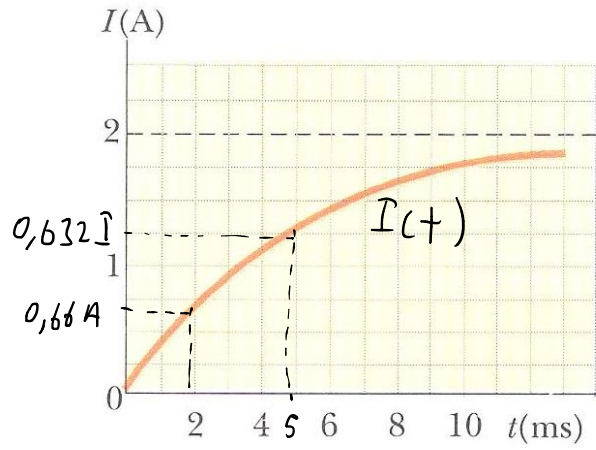
$$e^{-2/5} \cong e^{-0,4} \cong 0,67$$

$$I = (2 \text{ A}) (1 - 0,67)$$

$$= 2 \cdot 0,33 \cong 0,66 \text{ A.}$$



(a)

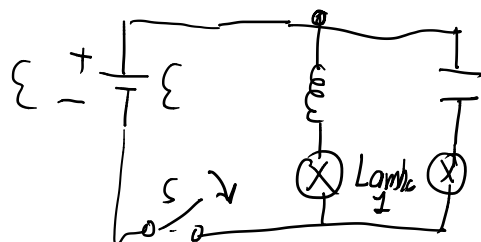
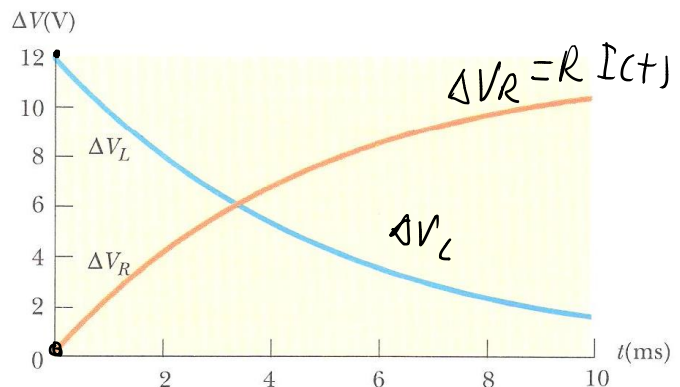


(b)

$$\mathcal{E} = \Delta V_R + \Delta V_L$$

$$\Delta V_L = \mathcal{E} - \Delta V_R$$

$$= 12 - 12(1 - e^{-t/\tau})$$



$t=0$  anında.

Lampa 1 yanmaz

Lampa 2 yanar

$t \rightarrow \infty$

Lampa 1 yanar

Lampa 2 sönür

### 32.3 MANYETİK ALANDA ENERJİ

$\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$  idi. Bunun her terimini  $I$  ile çarpıp yeniden düzenleyelim:

$$I\mathcal{E} = I^2 R + L I \frac{dI}{dt}$$

$\downarrow$  üreticinin ürettiği güç       $\uparrow$  Dirençte harcanan güç       $\rightarrow$  Manyetik alanda depolan güç.

Son terimi:  $\frac{dU}{dt} = L I \frac{dI}{dt} \Rightarrow \int dU = \int L I dI \Rightarrow U = \frac{1}{2} L I^2$  olur.

Eğer bir solenoid için bulduğumuz  $L = \mu_0 n^2 A l$

ve  $B = \mu_0 n I \rightarrow I = \frac{B}{\mu_0 n}$  kullanılırsa,

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 A l) \left( \frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} (A l) \quad \text{V: Hacim.}$$

$U = \frac{B^2}{2\mu_0} V$  olur. Birim hacimde depolanan enerji  $u = \frac{U}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$ , J/m<sup>3</sup>

Enerji manyetik alanda depolanmıştır.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Hes. rlat. m.} \\ U = \frac{1}{2} C V^2 \\ u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \end{array} \right.$

### Örnek 32.4 İndüktördeki Enerji Ne Olur

Şekildeki RL devresini bir kez daha gözönüne alınız.  $t=0$  anında

$S_1$  açıldığında  $S_2$  kapatılmıştır.

Üst halkadaki akımın

$I = I_0 e^{-t/\tau}$  ifadesine uygun olarak alındığını hatırlayalım.

Burada  $I_0 = \mathcal{E}/R$ ,  $\tau = L/R$  dir.  $t=0$  anında indüktördeki tüm enerjinin akım sıfır olduğu anı aldıkça, dirençte ısı enerji şeklinde görünüşünü gösteririz.

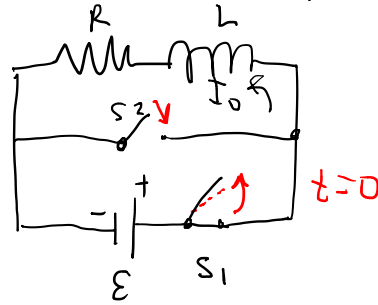
Dirençte enerji saplanma hızı  $\frac{dU}{dt} = I^2 R = (I_0 e^{-t/\tau})^2 R$

$$\int dU = \int I_0^2 e^{-2t/\tau} R dt$$

$$U = I_0^2 R \int_0^\infty e^{-2t/\tau} dt = I_0^2 R \left( -\frac{\tau}{2} \right) e^{-2t/\tau} \Big|_0^\infty$$

$$= I_0^2 R \left( -\frac{L}{2R} \right) (e^{-\infty} - e^0) = \frac{1}{2} L I_0^2 \quad (t=0 \text{ anında } I = I_0)$$

Bunun  $t=0$  anında saklandığı enerji.



### Örnek 32.5 Aynı Eksenli Kablo

Aynı eksenli (koaksiyel) kablolar, stereo sistemi ve hoparlör gibi elektriksel ağırları birbirine bağlamak için kullanılır. Aynı eksenli uzun kablunun, şekilde görüldüğü gibi,  $a$  ve  $b$  yarıçaplı ve  $\ell$  uzunluğundaki olan aynı eksenli iki tane silindirik kablolu oluşturduğuna düşünelim. Bu kablolar  $\pm I$  yönde olmak üzere  $I$  akımı taşırlar.

a)  $L = ?$

b) Kablunun manyetik alanındaki depolanan enerjiyi hesapla.  $U = ?$

$\rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = ?$  (Akım cihazından bul).

$\rightarrow L = \frac{N}{I} \oint \vec{B} \cdot d\vec{A}$  "indüktansı verir"



İçteki telin  $B$  alanı

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$   $r$ : silindirik kablolu olan yarıçap.

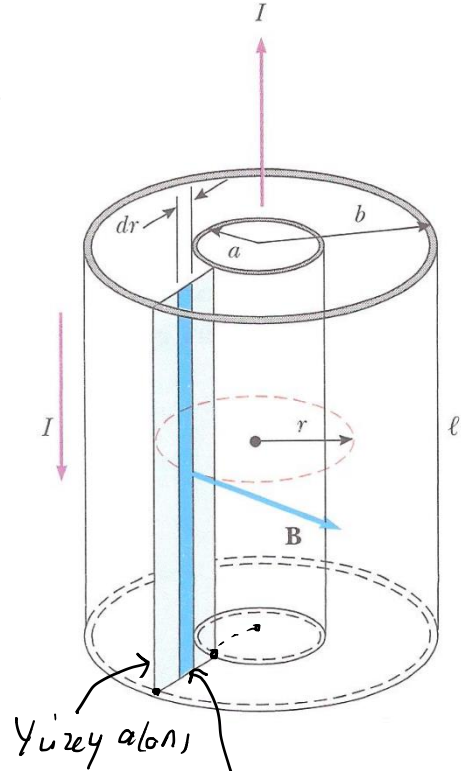
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA$$

$$= \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \ell dr$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \quad b > a$$

$$\frac{\Phi_B}{I} = L = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \checkmark$$

$$b) \quad U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 \ell I^2}{4\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \checkmark$$

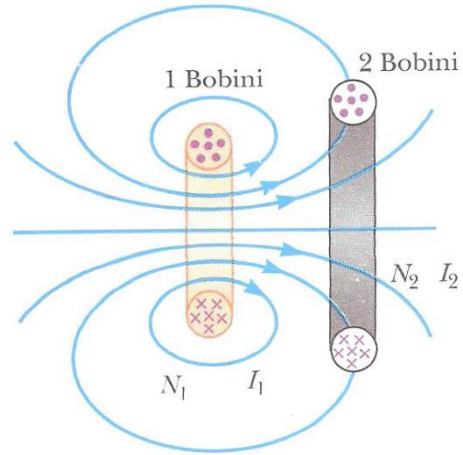


### 32.4 KARŞILIKLI İNDÜKTANS

Birbirine yakın bulunan devrelerde akımların değişmesi sonucu bir devrenin çevrelediği yüzey alanından geçen manyetik akı zamanla değişir. Bu, ilki devrenin etkileşmesine bağlı olduğu için "karşılıklı indüksiyon" olarak bilinen bir süreç vasıtasıyla, indüklenmiş bir emk'in doğmasına sebep olur.

Şekildeki gibi kesit alanları verilen ilki bobini gözönüne alalım.

$N_1$  sarıma sahip 1. bobindeki  $I_1$  akımı, manyetik alan çizgileri meydana getirir. Bu çizgilerin bazıları  $N_2$  sarımlı 2. bobinden geçer 1. Bobin sebebiyle oluşan ve 2. Bobinden geçen manyetik akı  $\Phi_{12}$  olsun.



$L = N \frac{\Phi}{I}$  bağıntısına benzetilebilir. Bitişik ilki bobinin kesit 1. bobine göre 2. bobinin  $M_{12}$  ; görünüşü. karşılıklı indüksiyon

$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1} \quad \text{--- (1)}$$

ile verilir.  $I_1$  akımı zamanla

değişirse, Faraday yasasının göre 2. bobinde indüklenen emk  $\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{M_{12} I_1}{N_2} \right) = -M_{12} \frac{dI_1}{dt} \quad \text{--- (2)}$

olur. Biz bobin 1'i kaynak kabul ettik. Oysa bobin 2 kaynak gibi ele alınırsa,

$$\mathcal{E}_1 = -M_{21} \frac{dI_2}{dt} \quad \text{--- (3)}$$

"Karşılıklı indüksiyonda, bir bobinde indüklenen emk diğer bobindeki akımın zamanla değişim hızına eşittir."  $M_{12} = M_{21} = M$  olur.

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt}, \quad \mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt} \text{ haline gelir.}$$

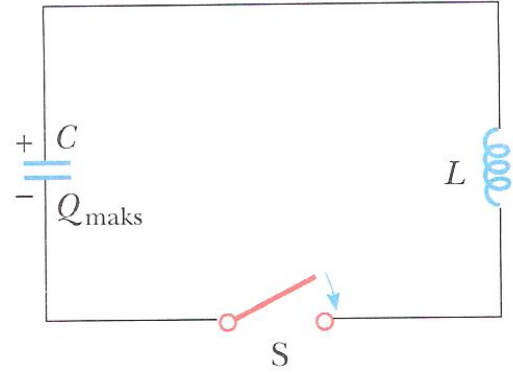
Bu  $\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$  ile benzer.  $M : L$  ile aynı birimlerdir  $M : \text{Henry}$ .

### 32.5 LC DEVRESİNDE SALINIMLAR

Başlangıçta kondansatör yüklüdür.

Bir bobin, bir yüklü kondansatör ve bir anahtardan oluşan devreyi gözönüne alalım.

$t=0$  anında kondansatörde  $U_C = \frac{Q_{\max}^2}{2C}$  enerjisi var.



Bu toplam enerjidir. Çünkü  $U_L = 0$  'dır.

Devre elemanının sıfır olduğu kabul edilirse, hiç bir enerji i<sup>2</sup> enerji (ısı enerjisi) ye dönüşmez. Enerji korunur.

Herhangi bir  $t$  anında toplam enerji sabittir.

$$U = U_C + U_L = \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} L I^2 \quad \text{--- (1)}$$

toplam enerji  
↑ zamanla değişmez

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} L I^2 \right) = \frac{1}{2C} 2Q \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{2} L 2I \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} + L I \frac{dI}{dt} = 0$$

Diğer yandan  $I = \frac{dQ}{dt}$  i di

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 Q}{dt^2} \text{ bunu yerine yqds}$$

$$\frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} + L \frac{dQ}{dt} \frac{d^2 Q}{dt^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} \left( \frac{Q}{C} + L \frac{d^2 Q}{dt^2} \right) = 0$$

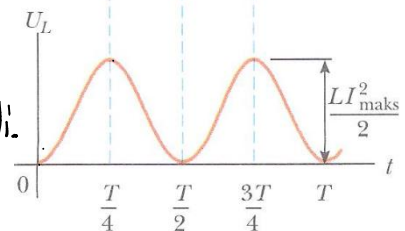
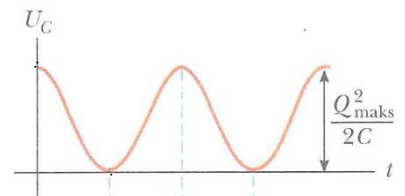
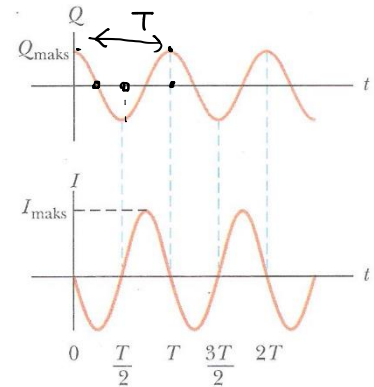
$$\Rightarrow \frac{d^2 Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} Q \quad \text{--- (2)}$$

$$\boxed{F=ma} \Rightarrow \frac{d^2 X}{dt^2} = -\frac{k}{m} X \quad \text{--- (3)}$$

$$X(t) = A \cos(\omega t + \phi), \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ idi.}$$

$$Q(t) = Q_{\max} \cos(\omega t + \phi), \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

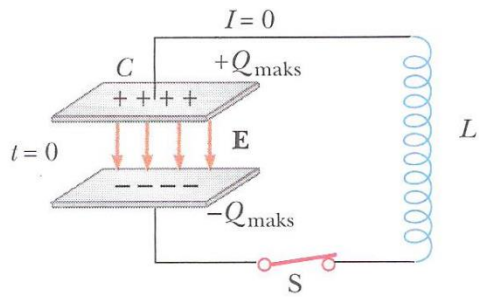
$\phi$ : faz farkıdır. Örneğin  $t=0$   $Q = Q_{\max}$  iken  $\phi = 0$  almabiliriz.



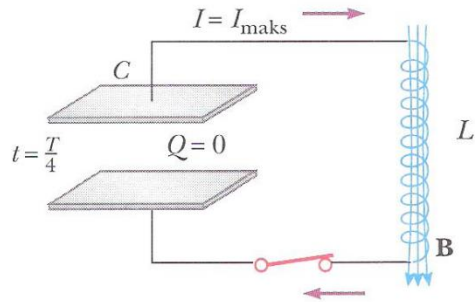
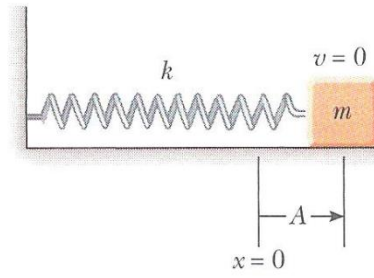
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

↓

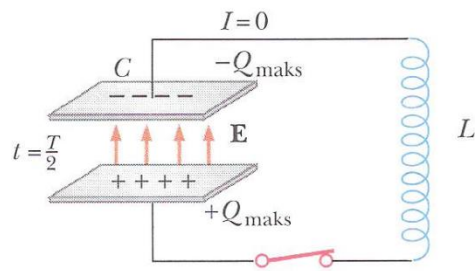
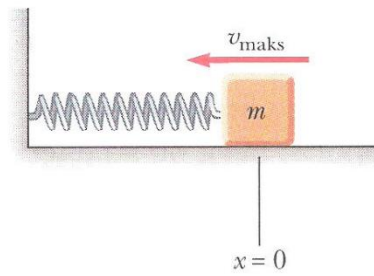
$$\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \dots \text{Hz}$$



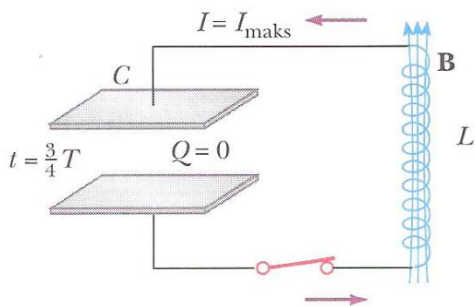
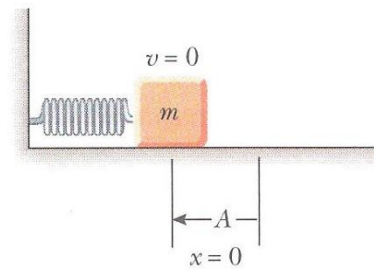
(a)



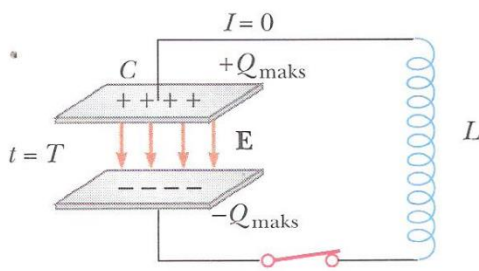
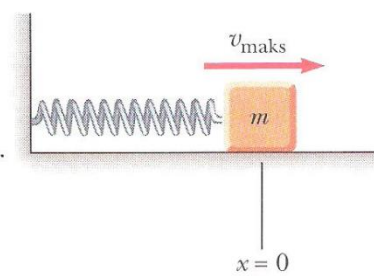
(b)



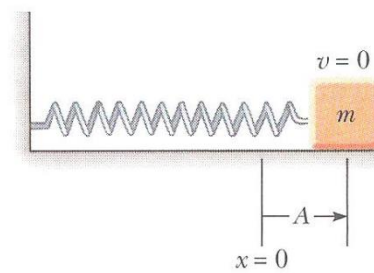
(c)



(d)



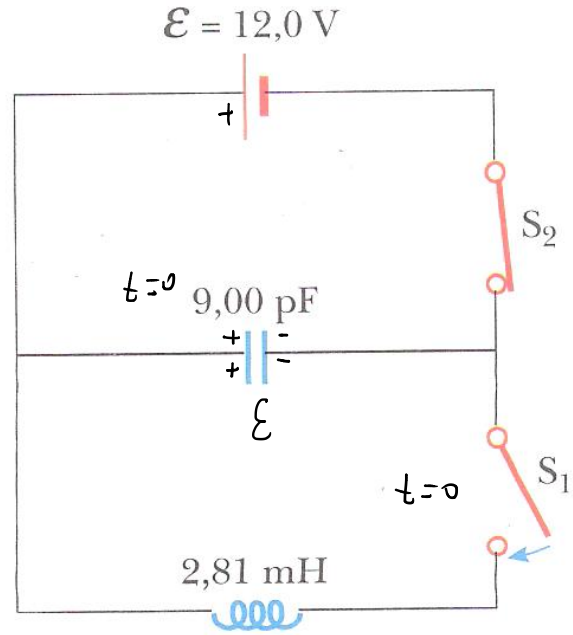
(e)





### Örnek 32.7 Salınan RL Devresi

Başlangıçta  $S_1$  anahtarı açık ve  $S_2$  anahtarı kapalı iken yüklenmiştir. Daha sonra  $S_2$  açıldı ve  $S_1$  kapatıldı ve böylece kondansatör indüktörün uçlarına doğrudan bağlanıyor.



a) Salınımın frekansını bulunuz.

b) Kondansatördeki yükün ve devredeki akımın maksimum değeri nedir?

c) Yükleme ve akımın zamanın fonksiyonunu olarak yazınız.

d) Devrede depolanan toplam enerji ne kadardır?

$$a) \omega = 2\pi f, \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(2.81 \times 10^{-3} \text{ H})(9.00 \times 10^{-12} \text{ F})}} \approx 1.00 \times 10^6 \text{ Hz} (\approx \text{s}^{-1})$$

$$b) Q_{\max} = C \mathcal{E} = (9.00 \times 10^{-12} \text{ F})(12.0 \text{ V}) = 108.0 \times 10^{-12} \text{ C} = 1.08 \times 10^{-10} \text{ C}$$

$$Q(t) = Q_{\max} \cos \omega t, \quad I = \frac{dQ}{dt} = -\omega Q_{\max} \sin \omega t$$

$$I_{\max} = \omega Q_{\max}$$

$$= (2\pi f) Q_{\max} = (2\pi \times 10^6 \text{ s}^{-1})(1.08 \times 10^{-10} \text{ C}) \quad \pi \approx 3.1415$$

$$= 6.79 \times 10^{-4} \text{ A} = 0.679 \text{ mA}$$

$$c) Q(t) = (1.08 \times 10^{-10} \text{ C}) \cos(2\pi \times 10^6 \text{ Rad/s} \cdot t)$$

$$I(t) = (0.679 \text{ mA}) \sin(2\pi \times 10^6 \text{ Rad/s} \cdot t)$$

$$d) U = \frac{1}{2} L I^2(t) + \frac{Q^2(t)}{2C} \quad \text{veya} \quad U = \frac{Q_{\max}^2}{2C} = \frac{1}{2} L I_{\max}^2$$

$$U = \frac{(1.08 \times 10^{-10} \text{ C})^2}{2 \cdot 9.0 \times 10^{-12} \text{ F}} \approx 6.48 \times 10^{-10} \text{ J}$$

### 32.6 RLC DEVRESİ

Kondansatör + Bobinlerin enerji

$$U = \frac{1}{2} L I^2 + \frac{Q^2}{2C} \text{ idi}$$

$$\frac{dU}{dt} = L I \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt}, \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

$$\frac{dU}{dt} = L \frac{dQ}{dt} \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} \quad \frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2}$$

$$= \frac{dQ}{dt} \left( L \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} \right) = 0 \text{ " Toplam enerji zemle değişmez.}$$

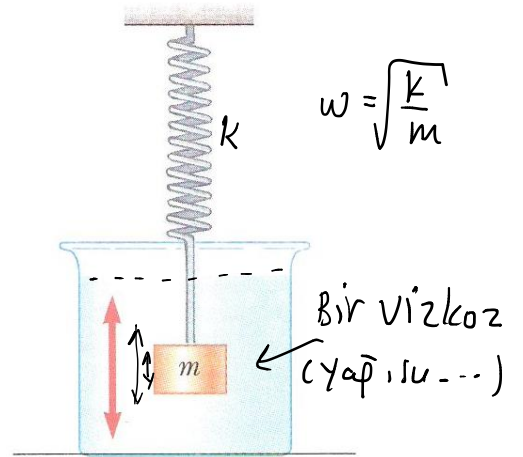
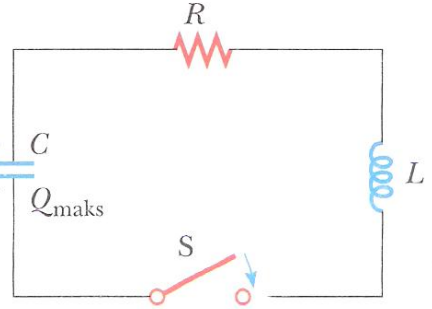
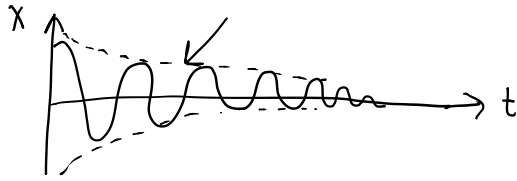
Fakat şimdi R direnci var. Direnç hercadır güç  $I^2 R$ 'dir.

$$\frac{dU}{dt} = -I^2 R \Rightarrow L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \dots (1)$$

$$m \leftrightarrow L, \quad b \leftrightarrow R, \quad k \leftrightarrow \frac{1}{C}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \dots (2)$$

b: sönüm katsayısı



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

(1)'in Çözümü:  $Q(t) = Q_{\max} e^{-\frac{R}{2L}t} \cos \omega_d t$

$$\omega_d = \left[ \frac{1}{LC} - \left( \frac{R}{2L} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Sönümü harmonik hareket.

