

Örnek problem

$L = 90.0 \text{ mH}$ 'lık bir indüktördeki akım
 $I = t^2 - 6.0t$ bağıntısına göre değişmektedir.

a) $t = 1.0 \text{ s}$ anında indüklenmiş emk ne kadardır?

b) Hangi t anında emk sıfırdır?
—o—

$$a) \quad |\mathcal{E}| = L \frac{dI}{dt}, \quad \frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt}(t^2 - 6t) \\ = 2t - 6$$

$$|\mathcal{E}| = (90.0 \times 10^{-3} \text{ H})(2t - 6)$$

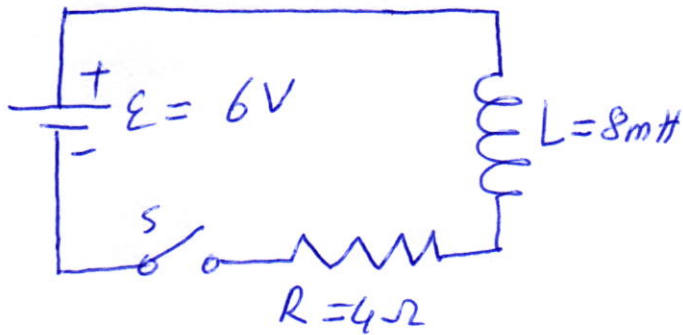
$$t = 1 \text{ s} \Rightarrow |\mathcal{E}| = 90.0 \times 10^{-3} \cdot |(2 - 6)| \\ = 4 \times 90 \times 10^{-3} = 360 \times 10^{-3} \text{ V} \\ = 360 \text{ mV}$$

$$b) \quad \frac{dI}{dt} = 0 = 2t - 6 = 0$$

$t = 3$ anında, akımın
değişimi sıfırdır.

Dolayısıyla emk sıfırdır.

örnek problem



a) Devrenin indüktif zaman sabitini bulunuz.

b) Anahtar kapatıldıktan 250μs sonraki akımı bulunuz.

c) Akım ne zaman maksimum değerininin 0/0 80'ine ulaşır.

$$a) \tau = \frac{L}{R} = \frac{8 \times 10^{-3} \text{ H}}{4 \Omega} = 2 \times 10^{-3} \text{ s} = 2 \text{ ms}$$

$$b) I = I_0 e^{-t/\tau}, \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ A}$$

$$I(t) = (1,5 \text{ A}) e^{-t/2}, \quad t: \text{ms alınacak.}$$

$$t = 250 \mu\text{s} = 0,25 \text{ ms}$$

$$I = (1,5 \text{ A}) e^{-0,25/2} = (1,5 \text{ A}) e^{-0,125}$$

$$= 1,324 \text{ A}$$

$$c) I = I_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \frac{80}{100} = e^{-t/2}$$

$$e^{-t/2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \Rightarrow \ln(e^{-t/2}) = \ln\left(\frac{4}{5}\right)$$

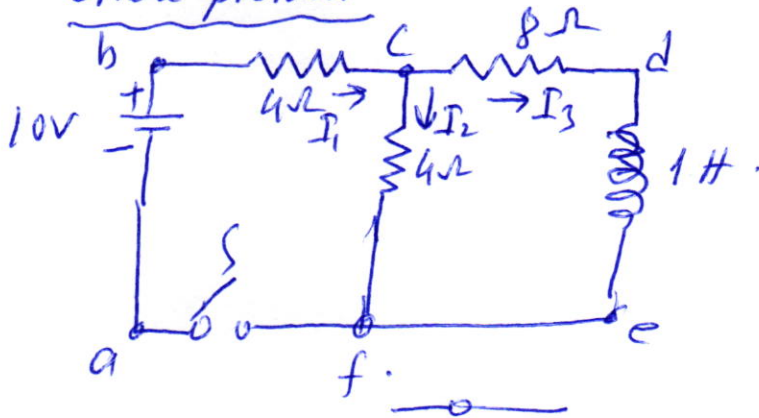
$$-\frac{t}{2} = \ln 4 - \ln 5$$

$$t = 2(\ln 5 - \ln 4)$$

$$= 2 \text{ ms} (\underbrace{1,61 - 1,39}_{0,22}) = 0,44 \text{ ms.}$$

(2)

örnek problem:



$t=0$ anında anahtar kapatılıyor.

$I_1 = ?$ $I_2 = ?$ $I_3 = ?$

c düğüm noktası, $I_1 = I_2 + I_3$ (1)

abcfa : $10 - 4I_1 - 4I_2 = 0$ (2)

fcdef : $4I_2 - 8I_3 - L \frac{dI_3}{dt} = 0$ (3)

(2) $I_1 + I_2 = \frac{10}{4} = 2,5 A$

(1) $I_1 - I_2 = I_3$

$2I_2 = 2,5 - I_3$

$4I_2 = 5 - 2I_3 \rightarrow (4)$ $L = 1 H$

$(5 - 2I_3) - 8I_3 = L \frac{dI_3}{dt}$

$5 - 10I_3 = \frac{dI_3}{dt}$

$\int \frac{dI_3}{5 - 10I_3} = \int dt \Rightarrow -\frac{1}{10} \int \frac{du}{u} = dt$

$u = 5 - 10I_3$
 $du = -10 dI_3$
 $dI_3 = \frac{du}{-10}$

$-\frac{1}{10} \ln u = t$

$\ln u = -10t$

$\ln(5 - 10I_3) \Big|_0^I = -10t$

$1 - 2I_3 = e^{-10t} \leftarrow \ln\left(\frac{5 - 10I_3}{5}\right) = -10t$

$2I_3 = 1 - e^{-10t}$
 $I_3 = \frac{1}{2}(1 - e^{-10t})$

(3)

$$I_3(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-10t})$$

$$(4) \rightarrow 2I_2 = 2.5 - I_3$$

$$4I_2 = 5 - 2I_3$$

↓

$$4I_2 = 5 - 2 \cdot \frac{1}{2}(1 - e^{-10t})$$

$$= 5 - (1 - e^{-10t})$$

$$4I_2 = 4 + e^{-10t}$$

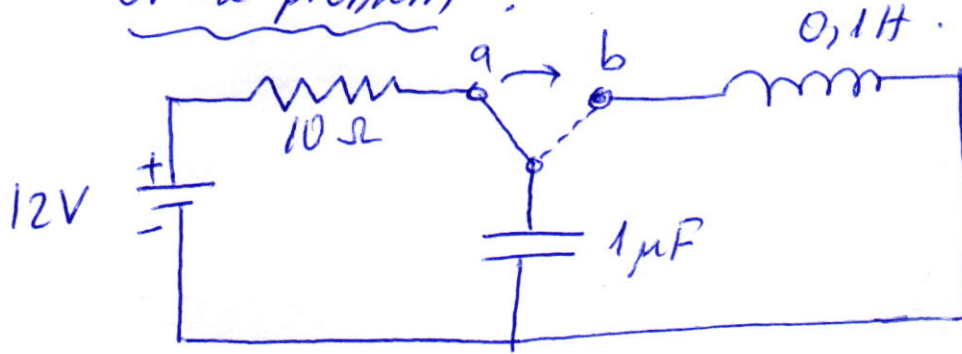
$$I_2 = 1 + \frac{1}{4}e^{-10t} \cdot \checkmark$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 1 + \frac{1}{4}e^{-10t} + \frac{1}{2}(1 - e^{-10t})$$

$$= 1 + \frac{1}{4}e^{-10t} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-10t}$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{4}e^{-10t} \checkmark$$

Örnek problem



Anahtar uzun süredir, a konumundadır.

- LC salınımlarının frekansını,
- Kondansatördeki maksimum yükü.
- İndiklenen maksimum akımı.
- $t=3$ s'de ~~devrenin~~ devrenin sahip olduğu enerjiyi bulunuz.

$$(a) \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,1H \cdot 1 \times 10^{-6}F}} \cong 503 \text{ Hz.}$$

$$(b) \quad Q_{\max} = C E = (1 \times 10^{-6} F)(12V) = 12 \mu C.$$

$$(c) \quad \frac{Q_{\max}^2}{2C} = \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \Rightarrow I_{\max} = \sqrt{\frac{Q_{\max}^2}{L}} = 3,7,9 \text{ mA}$$

$$(d) \quad \text{Enerji} \Rightarrow U = \text{Toplam enerji zamanla bağımsız!}$$

$$U = \frac{Q_{\max}^2}{2C} = \frac{1}{2} L I_{\max}^2 = 72,0 \mu J.$$

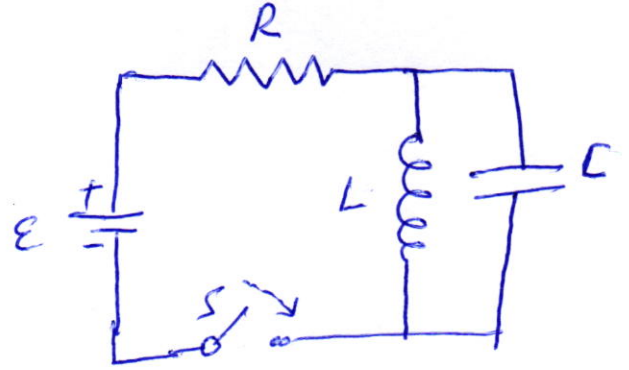
Örnekle problem

$$E = 50V$$

$$L = ?$$

$$R = 250\Omega$$

$$C = 0,5\mu F$$



S anahtarı kapatıldıktan uzun süre tutulmuş ve kondansatörün uçları arasında herhangi bir potansiyel farkı ölçülememiştir.

Sonra Anahtar tekrar açıldığında, kondansatörün uçları arasındaki potansiyel fark ^{maksimum} 150 Volt

olarak ölçülmüştür. Bobinin indüktansını bulunuz. $L = ?$

⇒ Anahtar uzun süre kapalı tutulursa, akım kararlı hale gelir. Bu durumda bobinin uçlarındaki potansiyel fark sıfırdır. Bu durumda
($\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} \ll 0$)

Devreden geçen maksimum akım $I_{max} = \frac{E}{R} = \frac{50}{250} = 0,2A$

⇒ Anahtar tekrar açıldığında bobinden I_{max} akımı geçmektedir. Akım artık kondansatör üzerinden geçmeye başlar. LC salınımları oluşur.

Devredeki toplam enerji

$$U_L = \frac{1}{2} L I_{max}^2 \quad \text{veya} \quad U_C = \frac{1}{2} C \Delta V_{max}^2 \quad \text{dir.}$$

$$\frac{1}{2} L I_{max}^2 = \frac{1}{2} C \Delta V_{max}^2$$

$$L = C \frac{\Delta V_{max}^2}{I_{max}^2} = (0,5 \times 10^{-6} F) \frac{(150V)^2}{(0,2A)^2}$$
$$= 2812,5 \times 10^{-6} = 2,8125 \times 10^{-3} H$$
$$= 2,813 H$$

(6)

Örnek Problem:

$L=4\text{ H}$ $R=5\ \Omega$ olan bir RL devresinde,

$t=0$ anında $\mathcal{E}=22\text{ V}$ değerine sahip bir bataryaya bağlıdır. a) Devredeki akım $0,5\text{ A}$

olduğu zaman indüktörde depolanan enerjiyi b) $I=1\text{ A}$ olduğu zaman bataryanın devreye sağladığı güç ne kadardır?

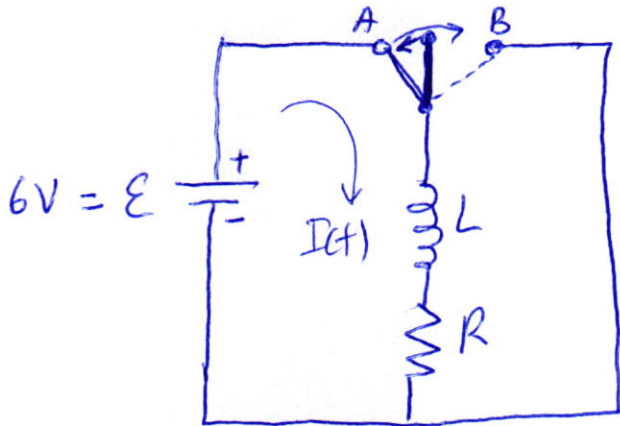
c) $I=1\text{ A}$ olduğu zaman indüktörde birim zamanda depolanan enerji ne kadardır?

$$(a) \quad U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} 4 (0,5)^2 = 0,5\text{ J}$$

$$(b) \quad P = \mathcal{E} I = (22\text{ V})(1\text{ A}) = 22\text{ Watt.}$$

$$(c) \quad \frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L I^2 \right) = L I = (4\text{ H})(1\text{ A}) = 4,0\text{ Watt.}$$

örnek problem:



$L = 140 \text{ mH}$ 'lık bir indüktör
ve $R = 4,9 \Omega$ luk bir direnç
şekildediği gibi bağlıdır.

- Anahtar A konumuna getiriliyor. Akımın 220 mA 'e ulaşması için ne kadar zaman gerekir
- Anahtar kapatıldıktan 10 s sonra devreden ne kadar akım geçer
- Şimdi anahtar B konumuna getiriliyor. Akımın 160 mA 'e düşmesi için geçen zaman ne kadar olur?

- a) Anahtar A konumunda iken
Devreden geçen akım

$$I = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

$$\tau = \frac{L}{R} \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{6}{4,9} = 1,23 \text{ A}$$

$$= \frac{140 \times 10^{-3}}{4,9} = 0,0286 \text{ s}$$

$$I(t) = (1,23 \text{ A}) (1 - e^{-t/\tau})$$

$$\downarrow$$

$$0,220 \text{ A} = (1,23 \text{ A}) (1 - e^{-t/\tau}) \Rightarrow 1 - e^{-t/\tau} = \frac{0,220}{1,23} = 0,178$$

$$e^{-t/\tau} = 1 - 0,178 = 0,821 \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln(0,821)$$

$$t = -\tau \ln(0,821) = -(0,0286) (-0,197) = 0,00563 \text{ s} = 5,63 \text{ ms} \checkmark$$

b)

$$I = (1,23 \text{ A}) (1 - e^{-10/0,0286}) = (1,23 \text{ A}) (1 - e^{-349,65})$$

$$= (1,23 \text{ A}) (1 - 0,171) \approx 1,02 \text{ A} \checkmark$$

c)

$$I = I_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow 0,160 = 1,23 e^{-t/\tau} \Rightarrow t = -\tau \ln(0,131)$$

$$t = -(0,0286) (-2,039) = 58,3 \text{ ms} \checkmark$$