

TASARIM TEKNİĞİ 2

Makine Yapılarının Dayanıma Uygun Tasarımı



Dr. Muharrem E. BOĞOÇLU

İçindekiler

1. Giriş	3
1.1. Tasarımda hasar tipleri ve etkileri analizi (FMEA)	3
1.2. Tasarımın şekillendirilmesi	10
1.3. Tasarım analizleri ve dayanım kontrolleri	13
2. Makine mühendisliğinde tasarım analizleri	14
3. Dış yükler	23
4. Statik zorlamalar için tasarım	37
4.1. Kesin analiz teknikleri ile iç yüklerin hesaplanması	37
4.2. Yaklaşık analiz teknikleri ile iç yüklerin hesaplanması	46
4.3. Statik zorlamalarda yapısal elemanların dayanımın kontrolü	60
4.4. Statik zorlamalarda cıvatalı bağlantıların dayanım kontrolü	67
4.5. Statik zorlamalarda kaynaklı bağlantıların dayanım kontrolü	70
5. Burkulma zorlamaları için tasarım	75
5.1. Burkulma analizinde iç yüklerin hesaplanması	76
5.2. Burkulmada tasarımın dayanımı	77
6. Statik zorlamalar için tasarımda kırılma mekaniğinin kullanılması	83
6.1. Kırılma mekaniğinde dış yük,	83
6.2. Kırılma mekaniğinde dayanım	84
7. Çarpma etkisi için tasarım	87
7.1. Çarpma tasarımında iç yükler	87
7.2. Çarpma etkisindeki tasarımlarda dayanım	92
8. Termomekanik zorlamalar için tasarım	93
8.1. Termomekanik zorlamalarda iç yükler	93
8.2. Termomekanik zorlamalar için tasarımda dayanım	95
9. Temas durumları için tasarım	97
9.1. Temas durumunda iç yüklerin analizi	97
9.2. Temas tasarımında dayanım	101
10. Yorulma dayanımı için tasarım	103
10.1. Gerinim-Ömür Yaklaşımı (The strain-life, ϵ -N approach)	108
10.2. Doğrusal elastik yorulma kırılması mekaniği analizi için tasarım	112
10.3. Gerilme-Ömür Yaklaşımı (The stress-life, S-N approach)	114
10.4. Genel gerilme değişimlerinde birikimli yorulma kırılmaları	136
10.5. Çok Eksenli Yorulma Analizi (Multi-axial fatigue analysis)	138
10.6. Kaynaklı ve cıvatalı bağlantıların yorulmaya göre dayanım kontrolü	139
11. Güvenirlik temelli tasarım	148
11.1. Olasılık dağılımları	148
11.2. Güvenirlik analizi	157
12. Tasarım optimizasyonu	165
12.1. Deterministik tasarım optimizasyonu	165
12.2. Stokastik tasarım optimizasyonu	169

1. Giriş

Makina sistemlerinin mekanik tasarımında üç temel yapı ön plana çıkmaktadır, bunlar;

- Makina yapılarının tasarımı
- Sistemde kullanılan makina elemanlarının tasarımı
- Birleşim elemanlarının tasarımı

Bu eserde, özellikle makina yapılarının ve birleşim elemanlarının en sık kullanılanlarından olan cıvatalı ve kaynaklı birleşimlerin tasarımı üzerinde durulmaktadır.

Mühendislik tasarımında analiz faaliyetleri, ödevin belirlenmesi ile başlar. Bu aşamada tasarım ödevine ilişkin hasar tipleri ve etkilerinin belirlenmesi için bir analiz (FMEA) yapılmalıdır.

Konsept tasarım geliştirme aşamasında ön analizler yapılmaktadır. Kapsamlı analizler çoğunlukla detaylı tasarım oluşturma aşamasında yapılmaktadır. Buna göre tasarım analizleri üç temel aşamada yapılmaktadır, bunlar;

- Hasar tipleri ve etkilerinin analizi (FMEA)
- Tasarımın şekillendirilmesi
- Analizlerin yapılması ve dayanım kontrolleri

Bu prosesler ayrı ayrı ele alınarak irdelenecektir.

1.1. Tasarımda hasar tipleri ve etkileri analizi (FMEA)

Makinaların, kullanımında karşılaşılabilecek hasar şekilleri hakkında bilgi eksikliği olması durumunda tasarım analizlerinin yapılması imkansızdır. Buna göre tasarımlarda hasar ve analiz tiplerinin belirlenmesi için “Hasar Tipleri Ve Etkileri Analizi” (Failure modes and effect analysis, FMEA) yapılması gereklidir.

Tasarımda hasar tipleri ve etkileri analizi yapmak için, dört soruya cevap vermek önemlidir, bunlar;

- Hasar nasıl olabilir?
- Bu hasara ne sebep olmuş olabilir?
- Bu hasarın emniyet üzerinde nasıl bir etkisi olabilir?
- Bu hasar şekli nasıl ortadan kaldırılabılır veya etkileri nasıl hafifletilebilir?

Bunun sonucunda aşağıdakine benzer bir tablo tüm tasarım unsurları için oluşturulabilir.

FMEA		Otomobil		19.07.2019
Parça	Olası hasar şekli	Hasarın nedeni	Hasarın etkisi	Değerlendirme ve önleme
Mil yatağı	Rulman hasarı	Aşınma	Gürültü, Artan sürtünme direnci, Isınma	Doğru seçim, bakım, operatör eğitimi, çalışanların eğitimi
		İmalatçı hatası		Doğru imalatçı seçimi
		Ani aşırı yükleme		Bilinen tasarım faktörü seçimi, aşırı yük etkisi sonrası rulman değişimi
		Yağlama hatası		Bakım

Tablo 1.1. Bir otomobilin mil yatağı için hasar tipleri ve etkileri analizi uygulaması

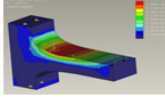
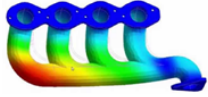
Makinalar üzerinde dış ve iç yüklerin etki tarzı (Failure mechanism), farklı hasarlara (Failure mod), sebep olmaktadır.

Örneğin bir motorun yağ kaçırmaması, yataklarının bozulması gibi olaylar makinalarda karşılaşılan problemlerdendir. Bu problemlerin anlaşılması ve emniyetli çalışma ortamlarının sağlanması ise problemi oluşturan mekanizmanın anlaşılması ile olabilir. Bir yağ kaçağı durumunda, makine üzerinde etkili korozyon, termal etkiler, yorulma ve diğer mekanik yüklerden herhangi biri problemi oluşturan temel mekanizma olabilir (şekil 1.1).



Şekil 1.1. Motorun yağ kaçağı

Makinalarda problemlere sebep olan yükler ve etki mekanizmaları şekil 1.2 de görülmektedir. Buna göre yükleri temel olarak iç ve dış yükler olarak ikiye ayırarak incelemek mümkündür.

Dış yük	İç yük	Etki tarzı
Mekanik 	Gerilme-gerinim	Kırılma Yorulma Aşınma Sünme (Creep)
Termal 	Sıcaklık	Kırılma Yorulma Aşınma Sünme (Creep) Erime Yanma Oksitlenme Korozyon
Kimyasal 	Konsantrasyon pH- reaksiyon 	Oksitlenme Korozyon Yeni madde oluşumu
Elektrik 	Elektrik alanı- gerilim-akım	Yaşlanma Ark oluşumu Elektriksel deşarj Dielektriksel kayıplar Oksitlenme Korozyon Manyetik alan
Kozmik	Radyasyon yoğunluğu	Yaşlanma

Şekil 1.2. Dış ve iç yükler ile etki mekanizmaları.

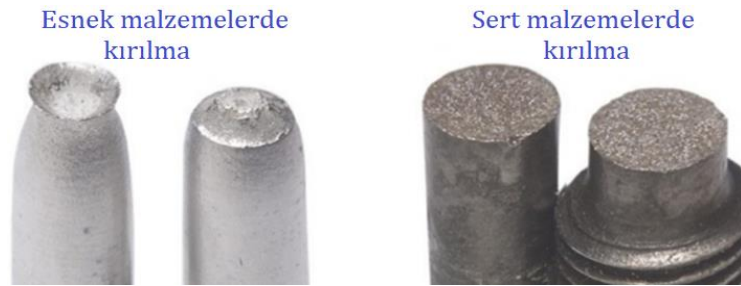
Ancak oluşan bir problem tek başına sistemin tamamen deformasyona uğramasına ve devre dışı kalmasına yol açmaz. Burada problemin etki derecesi önem taşımaktadır.

Örneğin bir makinanın bir elemanında çatlak veya pas oluşması, o makinanın devre dışı kalacağı anlamına gelmez. Buna göre kabul edilebilir değerler belirlenerek çalışma periyodu belirlenecektir.

Mekanik sistemlerde en çok karşılaşılan hasar tipleri aşağıdaki gibi verilmektedir, bunlar;

a. Kırılma hasarları

Kırılma hasarları ile statik ve dinamik zorlamalarda karşılaşılmaktadır. Burada dış yüklerin parçaların dayanım sınırlarını aşması sonucunda kırılma oluşmaktadır. Özellikle şok, patlama gibi dinamik zorlamalar için yapılan tasarımlarda kırılma olasılığını tamamen önlemek pahalı çözümlere yol açacaktır. Bunun yerine patlama sonrası hasarın yıkıcı etkilerini kontrol altında tutulabilecek şekilde tasarımlar geliştirilmesi tercih edilmektedir. Örneğin organik tozların toplandığı bir depoda patlama olasılığı yüksektir. Böyle bir depo tasarımında patlama sonucu oluşacak parça saçılması ile çevrede ciddi hasarlar olmaktadır. Bunu önlemenin en ekonomik yolu uygun bir patlama kapağı tasarlayarak patlama bölgesini kontrol altına almaktır.



Şekil 1.3. Malzeme sertliğine göre kırılma tipleri

b. Burkulma veya buruşma hasarları

Basma ve eğilme yükleri altında küçük kesitli parçaların eğilme, burulma veya buruşma şeklinde esnemesi sonucu bu tip hasarlar oluşmaktadır. Bu tip hasar olasılıkları tasarımda uygun kesitlerin seçilmesi, bunların takviye edilmesi ile engellenmektedir.



Şekil 1.4. Burkulma ve buruşma hasarları

c. Yorulma hasarları,

Yorulma, makine parçalarının zaman içinde genliği ve frekansı değişen ve tekrar eden yük etkileri altında oluşur. Bu tip yüklerin etkisinde parçalar kesinlikle yorulacaktır. Burada tasarımcıya düşen görev, parçanın uygun bir kullanım ömrüne sahip olmasını sağlamaktır.



Şekil 1.5. Muhtelif yorulma hasarları

d. Çarpma ve çarpışma hasarları

Çarpışmada çoğu zaman kırılma, şekil ve fonksiyon bozulmaları şeklinde hasarlar oluşmaktadır. Çarpışmaya uygun tasarımlarda temel yaklaşım, hasarın seviyesini ve etkilerini optimize etmektir. Örneğin bir otomobilin bariyere çarpması sonrası, bariyerden beklenti otomobilin yoldan çıkmasını engellemek aynı zamanda çarpışma enerjisini kısmen dengeleyerek otomobilde insanlara zarar verecek şekilde geometri bozulmaları, gövdenin delinmesi, kesilmesi gibi ekstra zararları oluşturmamasıdır. Bariyerlerin tasarım aşamasında bu hasarları önleyici tasarım ve analizler yapılmaktadır.



Şekil 1.6. Çarpışma hasarları

e. Geometri bozulmalarından kaynaklanan hasarlar

Geometri bozulmaları sünme (creep) veya termal genleşme sonucunda oluşabilir. Sünme genelde yüksek sıcaklıklarda oluşmakta ise de bazı malzemelerde oda sıcaklığında bile uzun süre devam etmektedir. Bu hasar şeklinde tasarımda doğru malzeme seçimi önemlidir. Termal genleşmede ise genleşmeyi önlemeye çalışmak en kötü tasarım şeklidir. Bu hasar olasılığı söz konusu ise parçaların serbestce genleşmeleri sağlanacak şekilde tasarımlar geliştirilmektedir.



Şekil 1.7. Termal genleşmeler sonucu boru tesisatlarında problemler yaşanmaktadır.

f. Aşınma hasarları,

Birbirlerine göre bağıl hareket yapan parçaların temasında, temas bölgesinde aşınma oluşmaktadır. Uygulamada dört temel aşınma şekli ile karşılaşılır, bunlar;

- Adhesif aşınma: Temas bölgesindeki yüksek dış yüklerden oluşmaktadır.
- Abrasif aşınma: Temas eden yüzeyler arasına dışardan gelen kum vb. partiküller bu tip aşınmaya sebep olmaktadır.
- Yorulma aşınması: Dinamik yükler etkisi ile temas yüzeyinden küçük parçaların kopması şeklinde oluşmaktadır.
- Korozyon aşınma: Parça yüzeylerinde kuvvetli asit veya baz etkisi sonucu oluşmaktadır.



Şekil 1.8. Bir otomobilin fren diskinde balata teması sonucu aşınma.

g. Termal şok hasarları,

Termal şok, ani sıcaklık değişimlerinde oluşur. Bu sıcaklık değişimleri parçaları esnetmekte sonuçta parçalar çatlamakta veya kırılmaktadır. Seramik ve cam gibi düşük ısı iletkenliğine sahip kırılgen malzemelerde termal şok hasarları daha çok görülmekle birlikte zaman zaman sıcaklık değişim hızlarına bağılı olarak metallerde de bu tip hasarlara rastlanmaktadır.



Şekil 1.9. Sıcaklığın süratle değiştiğı ısı değıştiri, vana gibi ekipmanlarda termal şok önemlidir.

h. Korozyon hasarları,

Korozyonun farklı tiplerinde statik veya yorulma hasarları oluşmaktadır.



Şekil 1.10. Bir petrol platformunda korozyon yorulması sebebiyle oluşan hasar.

Sıklıkla karşılaşılan korozyon tipleri kimyasal ve elektrokimyasal korozyonlardır. Kimyasal korozyon hasarları ile nem, asit ya da baz içeren ortamlarda karşılaşılmakta olup en etkili korunma yöntemi doğru malzeme seçimi veya parçaların boya, galvaniz vb. bir malzeme ile kaplanmasıdır.

EN ISO 12944-2 standardına göre korozyon oluşumu 5 kategoride değerlendirilmektedir (tablo 1.2).

Korozyon kategorileri	Ortam bilgisi
C1 : Çok düşük	Ofisler, okullar, oteller gibi nemsiz havalı, ısıtmalı binalar
C2: Düşük	Depolar, spor salonları gibi nem oluşması olasılığı olan binalar
C3 : Orta	Yemek fabrikaları, çamaşırhaneler, bira fabrikaları gibi yüksek nem ve kısmi hava kirliliği, kükürt dioksit ve düşük oranda tuzluluk içeren binalar ve tesisler.
C4 : Yüksek	Kimyasal madde fabrikaları, yüzme havuzları, gemi tamir tersaneleri gibi orta düzeyde tuzluluk içeren tesisler.
C5-I : Çok yüksek, endüstriyel ortam	Sürekli yüksek nem, yüksek kirlilik içeren bina ve alanlar.
C5-M : Çok yüksek, deniz ortamı	Yüksek nem ve tuz oranı içeren rıhtım ve offshore tesisleri

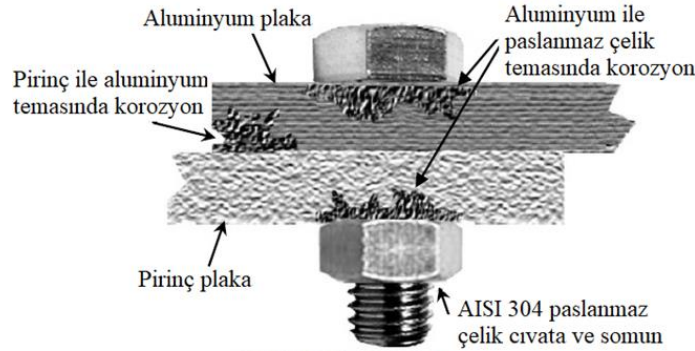
Tablo 1.2. EN ISO 12944-2 standardına göre korozyon kategorileri ile ortam ilişkisi

Korozyon kategorilerine göre kullanılan elemanların kalınlıkları azalmaktadır (tablo 1.3)

Korozyon kategorileri	Çelik malzemede kalınlık azalması (μm)	Galvaniz kaplamada kalınlık azalması (μm)
C1	$\leq 1,3$	$\leq 0,1$
C2	$>1,3-25$	$> 0,1-0,7$
C3	$> 25-50$	$> 0,7-2,1$
C4	$> 50-80$	$> 2,1-4,2$
C5-I	$> 80-200$	$> 4,2-8,4$
C5-M	$> 80-200$	$> 4,2-8,4$

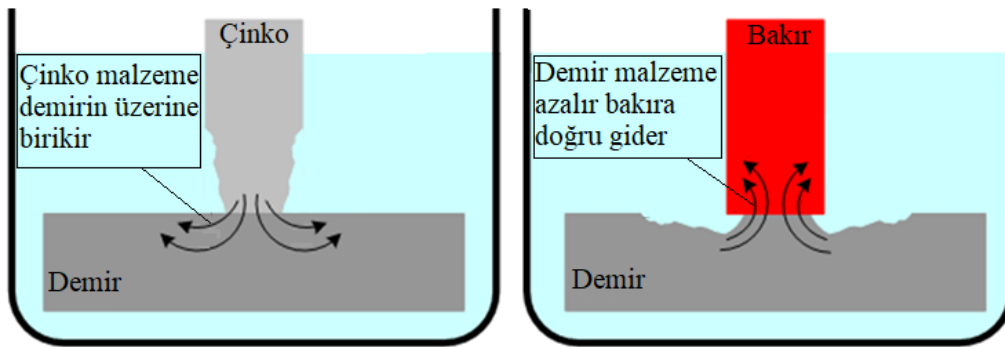
Tablo 1.3. Çelik ve galvaniz kaplı malzemelerin yıllık servis ömründe kalınlık azalması.

Elektrokimyasal korozyon, farklı malzemelerden yapılmış dolayısı ile farklı galvanik potansiyele sahip metaller arasında elektron alışverişi sonucu parçalardan birinde kalınlığın azalması şeklinde oluşmaktadır. Ancak elektrokimyasal korozyon oluşması için gerekli bir koşul da ortamda iletken sıvı, sıvı damlası veya sis olmalıdır. Tuzlu su veya asitik, bazik karakterde su gibi sıvılar iletkenidir. Kuru ortamlarda bu tip korozyon oluşmayacaktır.



Şekil 1.11. Farklı malzemelerin teması elektrokimyasal korozyona yol açabilir.

Çelik malzemenin elektrokimyasal korozyonunda doğru malzeme seçimi ile malzeme kaybı önlenabilmektedir.



Şekil 1.12. Elektrokimyasal korozyon prosesinde, demirin çinko veya bakır malzeme ile temasında elektron akışı.

Elektronların akım yönü birbirleri temastaki metal ile çeliğin galvanik potansiyelleri ile ilgilidir. Çinko söz konusu olduğunda, iletken sıvıda, elektronlar çinkodan demire doğru aktığı için çeliklerin galvaniz kaplamasında, çinkonun çatlakları tamir etme özelliği vardır (şekil 1.12).

1.2. Tasarımın şekillendirilmesi

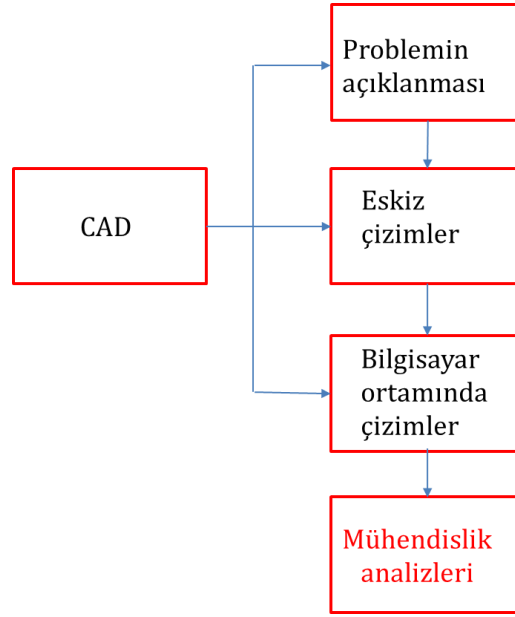
Tasarımın ilk aşaması şekillendirme ve bu aşamada sanat vb. birçok disiplin ile ortak çalışmalar yapılmaktadır. Tasarımı şekillendirilme sürecinde eskiz veya teknik çizimlerden yararlanılmaktadır. Teknik çizimlerde temel yöntem olarak bilgisayar destekli tasarım (CAD) yöntemlerinin kullanımı yaygınlaşmıştır. Bu yöntemin tarihsel gelişimi aşağıdaki gibi verilmektedir.

- Yunanlı matematikçi Euclid of Alexandria (Öklid) MÖ350 yılında The Elements isimli eserinde, geometrinin temellerini atmıştır.
- 1957 Dr. Patrick J. Hanratty, General Electric: CAD sektöründe ilk ticari ürün olacak PRONTO olarak kabul edilir.
- 1960- MIT, Doktora tezi, Ivan Sutherland ve hocası Profesör Stephen Anson Coons: SKETCHPAD, MIT de geliştirilen TX-2 bilgisayarını kullandılar. İlk defa olarak bilgisayardan görüntülü çıktı almak için bir radar ekranını sayısal hale getirdiler. Grafik bilgileri girebilmek için bir ışık kalem tasarladılar ve ürettirtiler. Geliştirdikleri yazılımı da kullanarak, ışık kalemiyle doğrudan ekran üzerinden etkileşimli olarak grafik bilgilerini girdiler. Diğer sayısal bilgileri girebilmek için anahtar, düğme ve buton kullandılar. 60 lı yıllarda, otomobil ve uçak sektörlerinde CAD yazılımları geliştirildi.
 - Mc-Donnell: CADD,
 - Lockheed: CADAM
- 1970- CAD yazılımı kullanımları film, animasyon gibi diğer sektörlerde de yaygınlaştı.
 - Cambridge de Ian C. Braid ve Stanford da Bruce G. Baumgart aynı anda Boundary Representation (Brep) yöntemini geliştirdiler.
 - Boeing, General Electric ve NIST birlikte IGES (Initial Graphic Exchange Standards) formatını geliştirdiler.
- 1980- Parametrik modelleme yapan ilk ticari yazılımlar geliştirildi.
- 1990- Windows tabanlı yazılımlar geliştirildi.
- 1993- Jon Hirschtick tarafından Solidworks yazılımı geliştirildi
- 1995- Solid Edge kendi Windows tabanlı yazılımını geliştirdi.

Bilgisayar ortamında tasarım prosesinin tarihsel gelişiminde 3 adet dönüm noktasından bahsedilmektedir, bunlar;

- 1980- İlk yıllarda CAD (2D ve 3D grafikler) geliştirildi, 80 lerin sonlarında CAD/CAM uygulamaları konusunda araştırmalar başladı.
- 1990- CAD, CAM ve CAE araştırmaları başladı.
- 2000- CAD/CAM entegrasyonu yapıldı. STEP (Standard for the Exchange of Product Data) formatı geliştirildi ve CAD-CAM arası entegrasyon sağlandı.

Bilgisayar destekli tasarım (CAD) yöntemleri makine ve sistemlerin animasyon veya analizlerinin yapılması amacıyla kullanılmaktadır. Temel CAD faaliyetleri şekil 1.13 de verilmektedir.



Şekil 1.13. Bilgisayar destekli tasarımda yapılan temel faaliyetler ve oluşturulan tasarımın analiz aşamasına aktarılması.

Bilgisayarlarda geometrik modelleme, yöntemleri aşağıdaki alanlarda kullanılmaktadır.

Modelleme, bir objenin ölçümünü ve ardından üç boyutlu model olarak oluşturulmasını içeren tersine mühendislik uygulamalarında da yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu faaliyetlerde fiziksel objenin boyutları, koordinat ölçme makinesi, üç boyutlu üçgenli lazer tarayıcılar, üç boyutlu yapısal ışık sayısallaştırıcı tarayıcı veya bilgisayarlı tomografi gibi üç boyutlu tarama teknolojileri kullanılarak ölçülür. Genellikle bir nokta bulutu olarak temsil edilen ölçülmüş veri kendi başına, topolojik bilgi eksikliği taşır ve bu yüzden sıklıkla bir CAD modeli gibi daha kullanışlı bir formata dönüştürülür, bu işlem esnasında eksik veya tanımlanmamış geometriler düzenlenir ve tasarım gerçekleştirilir.

Geometrik modellemenin diğer kullanım alanları;

- Tasarımların görsel olarak sunulmasında,

- Mimari uygulama, film, reklam ve televizyon programlarının hazırlanmasında sıkça kullanılır.
- Simulatörlerde ve animasyon uygulamalarında,
- Sanatsal etkinliklerde.

Başlıca modelleme (CAD) standartları;

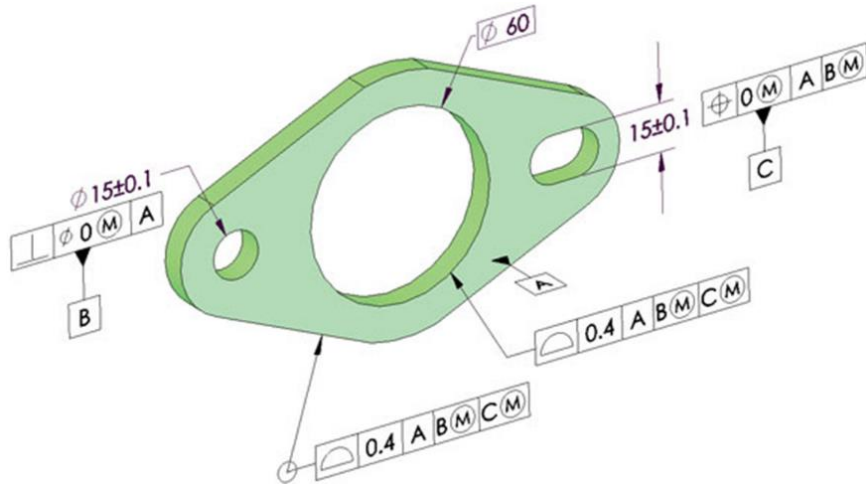
a. Ölçü ve tolerans standartları

- ASME Y14.41-2003
- ISO 16792-2006

Not: ISO 16792-2006 standardı ASME nin izniyle ASME Y14.41-2003 den türetilmiştir

b. Geometri kalitesi standardı; VDA 4955

c. Ürün kalitesi standardı; ISO 10303-59



Şekil 1.14. Katı model üzerinde toleranslar belirtilebilir.

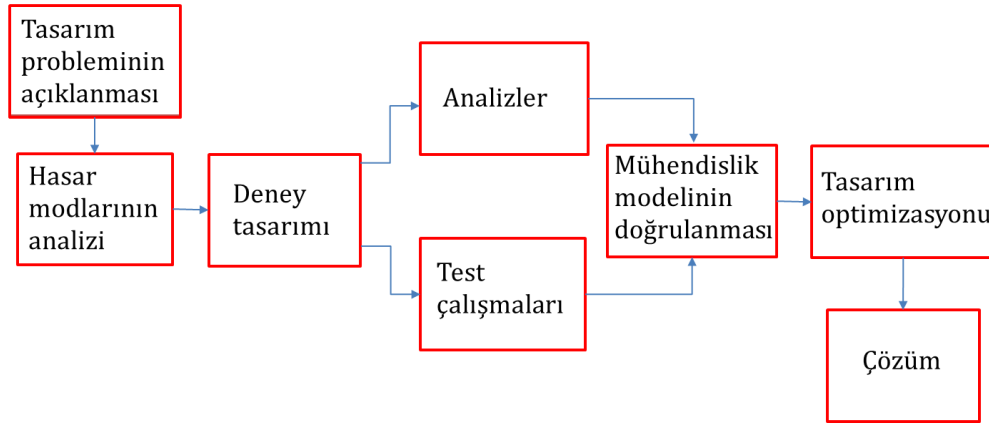
CAD prosesinin temel faydaları aşağıdaki gibi verilmektedir,

- Aşağıdaki şekillerde üretim hızı artışı sağlanabilmektedir.
 - Tekrar eden görevlerin otomasyonu
 - Veri bankasından standart parçaların kullanımı (cıvatalar vb.)
- Her değişimde çizimin tamamını yeniden ele almaya gerek duyulmaz.
- Yüksek kalitede resim ve videoları kullanarak verimliliği arttırmak mümkündür. Bu iletişim faaliyetleri aşağıdaki ortamlarda gerçekleştirilmektedir.
 - Birimler arası veya imalatçılar, tedarikçiler arası
 - Diğer uygulamalarla (CAE/FEM, CAM)
 - Pazarlama faaliyetlerinde
- Bazı sınırlı analizler yapılabilmektedir, bunlar;
 - Kütle özellikleri (Kütle, atalet momentleri vb.)
 - Parçalar arası boşluklar, temas durumları

1.3. Tasarım analizleri ve dayanım kontrolleri

Tasarım analizleri, tasarımın şekillendirilmesi aşamasından sonra başlar.

Tasarımda analiz tipleri, ilk aşamada yapılacak olan hasar tipleri ve etkileri analizinin sonuçlarına bağlı olarak belirlenmektedir. Analiz modelinde iç ve dış etkilerin doğru değerlendirilmesi son derece önemlidir. Analiz sonuçlarının doğruluğu önemlidir ve çoğunlukla test çalışmaları ile kontrol edilmektedir.



Şekil 1.15. Makina mühendisliği tasarımında analiz prosesleri.

Tasarımların dayanım kontrolleri, kullanıcıların beklentilerine, analizin tipine ve uluslararası direktiflere uygun olacak şekilde yapılmaktadır. Dayanım kontrollerinde temel yaklaşımlar,

- Yüklerin ikincil etkisi ile hasar oluşmasını önlemek için deplasmanların sınırlandırılması
- Tasarımda hiçbir şekilde kalıcı hasar (plastik deformasyon) oluşmaması
- Tasarımda kısmi hasara (elasto-plastik deformasyon) izin verilmesi
- Tasarımda belli koşullarda (patlama vb.) hasar kaçınılmaz ise çevrede tedbir alınması
- Tasarımın belirli bir ömür için (yorulma ömrü) oluşturulması

Dayanım kontrolleri için karar vermeden önce ilgili standart ve direktiflerin incelenmesi ve dayanım kontrollerinin bu dökümanlara göre yapılması şarttır.

Tasarım analizleri ve dayanım kontrolleri devam eden bölümlerde detaylı olarak açıklanmaktadır.

2. Makine mühendisliğinde tasarım analizleri

Tasarım analizinde üç aşama önemlidir, bunlar;

- Fiziksel model oluşturma ve sınır koşullarının tespiti,
- İç kuvvetlerin hesaplanması,
- Dayanımın belirlenmesi ve tasarımın kontrolü

a. Fiziksel model oluşturma ve sınır koşullarının tespiti,

- Geometrinin belirlenmesi
- Bağlantıların belirlenmesi
- Malzemelerin belirlenmesi
- Dış yüklerin belirlenmesi

Tasarım şartnamesine uygun olarak, konsept tasarım ve detaylı tasarım aşamalarında mekanik tasarımın geometrisi kabaca oluşturulmaktadır. Bu aşamada yapıyı oluşturan elemanların birbirleri ile veya daşıka bir yapı ile bağlantıları da ön olarak tanımlanmaktadır. Ancak daha sonra yapılan atasarım analizleri ile geometri ve bağlantılarda gerekli optimizasyonlar yapılarak fiziksel modelin son durumu oluşturulmaktadır.

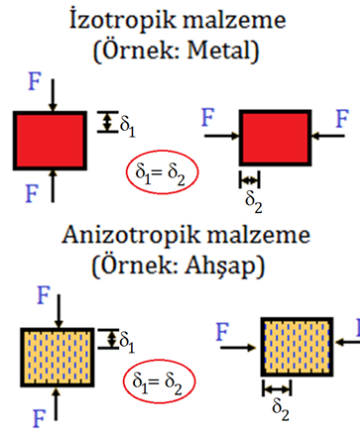
Tasarımda kullanılacak malzemeler ilk olarak konsept tasarım aşamasında belirlenmektedir. Tasarım analizlerinde kullanılmakta olan malzeme modellerinin başlıcaları tablo 2.1 de görülmektedir.

Malzeme sınıfları	Modeller	Yorumlar
Elastoplastik	Von Mises veya Tresca	Bu modeller Gerilme-gerinim eğrisi maksimum gerilme değerine ulaşmadan önce bir düz kısım gösteren malzemeler için uygundur (metaller ve bazı plastikler).
	Drucker-Prager	Bu model granül malzemeler için uygundur.
Hiperelastik	Mooney-Rivlin ve Ogden	Lastik gibi sıkıştırılamayan elastomerler için uygundur.
	Blatz-Ko	Bu model sıkıştırılabilir poliüretan köpükler için uygundur.
Viskoelastik	Çeşitli araştırmacılar	Bu model sert lastik veya cam için uygundur.
Sünme (Creep)	Çeşitli araştırmacılar	Sabit gerilme etkisi altında üretilen zamana bağlı bir gerinimdir. Sürünme birçok mühendislik malzemesinde, özellikle yüksek sıcaklıklarda metallerde, yüksek polimerli plastiklerde, betonlarda görülmektedir.
Süperelastik (Shape memory alloys)	Nitinol	Bu malzemeler yüklenmeleri ve yükün üzerlerinden kalkması esnasında kalıcı etki olmaksızın büyük miktarlarda şekil değiştirebilmektedirler.

Tablo 2.1. Malzeme modelleri

Doğrusal elastik malzemeler

İzotropik malzemelerin mekanik özellikleri bütün doğrultularda aynıdır. Anizotropik malzemeler ise mekanik özellikleri yönlere farklılık gösterene malzemelerdir.



Şekil 2.1. İzotropik ve anizotropik malzemeler.

Genel durumda anizotropik malzemeler için gerilme gerinim ilişkisi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Gerilme matrisi; $\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$

Gerinim matrisi; $\{\varepsilon\} = [D]^{-1}\{\sigma\}$

İzotropik malzemeler için gerilmeler

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)] & \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy} \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z)] & \tau_{xz} &= G\gamma_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xz} \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y)] & \tau_{yz} &= G\gamma_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{yz} \end{aligned}$$

Burada, kayma modülü;

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

İzotropik malzemeler için gerinimler;

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]/E & \gamma_{xy} &= \tau_{xy}/G \\ \varepsilon_y &= [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]/E & \gamma_{yz} &= \tau_{yz}/G \\ \varepsilon_z &= [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]/E & \gamma_{xz} &= \tau_{xz}/G \end{aligned}$$

İzotropik malzemeler için malzeme özellikleri matrisi;

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Örneğin sadece çekme ile zorlanan izotropik malzeme için gerilme gerinim ilişkisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1}\{\sigma\}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

İki boyutlu elastisite bağıntılarında iki temel durum söz konusudur;

- İnce plak ve diskler gibi kalınlıkları en ve boy ölçülerine göre küçük olan cisimlerde gerilmeler, aşağıdaki gibi verilebilir

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$

$$\sigma_z = 0$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy}$$

- Boyu uzun olan cisimler için z yönünde deplasman sıfır kabul edilerek gerilme ifadeleri aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y]$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x]$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

Doğrusal olmayan elastik malzemeler

- Viskoelastik malzemeler
 - Maxwell modeli
 - Kelwin modeli
 - Burger's modeli
- Hiperelastik malzemeler

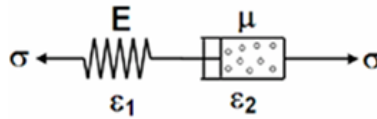
Viskoelastik Malzemeler,

Deformasyon hızının kayma gerilmesiyle doğru orantılı olduğu akışkanlara Newton tipi akışkanlar denilmektedir. Su, hava, benzin, yağlar gibi akışkanlar en çok bilinen Newton tipi akışkanlara örnektir.

$$\text{Deformasyon hızı} = \frac{\text{Kayma gerilmesi}}{\text{Dinamik Viskozite}} \quad \text{veya} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{\tau}{\mu}$$

Newtonien olmayan sıvılarda kayma gerilmesi ile deformasyonun oluşum hızı arasında doğrusal bir ilişki yoktur. Süspansiyon halindeki nişasta, boyalar, veya kum bu malzemelere örnek verilebilir.

Maxwell modeli,



Şekil 2.2. Maxwell modelinin fiziksel görünümü.

Sistemin denge koşulu, $\sigma = E \cdot \varepsilon_1 = \mu \cdot \dot{\varepsilon}_2$

Sistemin uyum koşulu, $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\mu}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{\mu} t$$

Malzeme modellerinin belirlenmesi analizde kullanılmakta olan çözüm yöntemleri için önemlidir. Buna karşılık malzemelerin mekanik özelliklerinin belirlenmesi ise dayanım değerleri için yol göstericidir (tablo 2.2).

Standart ve Çelik Sınıfı	Eleman nominal kalınlığı t [mm]			
	t ≤ 40 mm		40 mm < t ≤ 80 mm	
	f _y [N/mm ²]	f _u [N/mm ²]	f _y [N/mm ²]	f _u [N/mm ²]
S 235	235	360	215	360
S 275	275	430	255	410
S 355	355	510	335	470

Tablo 2.2. En çok kullanılan yapısal çelik malzemelerin (EN 10025-2) mekanik özellikleri.

Malzemelerin genel mekanik özellikleri tablo 2.2 de vermektedir. Ancak aynı malzeme için bile imalat şekilleri ve ısı işlemleri dayanım özelliklerini farklılaştırmaktadır (şekil2.3).

S	235	JR	N	T	Z15	ZE
Yapı çeliği	Akma dayanımı	Çarpma dayanımı	Fiziksel özellikler - grup1	Fiziksel özellikler - grup2	Diğer özellikler	Kaplama tipleri

Şekil 2.3. Yapısal çeliklerin standart gösterimi ve açıklamalar (EN 10027-1).

Çentik darde dayanımı			Test sıcaklığı
27J	40J	60J	C
JR	KR	LR	+20
J0	K0	L0	0
J2	K2	L2	-20
J3	K3	L3	-30
J4	K4	L4	-40
J5	K5	L5	-50
J6	K6	L6	-60

Tablo 2.3. Çelik malzemelerin şekil 2.3 de bahsedilmekte olan çarpma dayanımları.

Fiziksel özellikler -grup1	Fiziksel özellikler - grup2
M Termomekanik olarak haddelenmiş,	C Özel soğuk şekillendirme
N Normalize edilerek haddelenmiş	D Sıcak daldırma kaplama
Q Su verilmiş ve temperlenmiş	E Emayeleme
G1 Sakinleştirilmemiş	F Dövme
G2 Sakinleştirilmiş	H İçi boş profil
G3 Normalize edilmiş	P levha istifi
G4 Teslime hazır	S Gemi inşaatı
Kaplama tipleri	T Borular
A Sıcak daldırma alüminyum kaplama	W Havaya direnç
CU Bakır kaplama	Diğer özellikler
OC Organik kaplama	H Sertleşebilirlik
Z Sıcak daldırma galvaniz kaplama	Z15 Kalınlık boyunca en küçük alan daralması %15
ZE Elektro-galvaniz kaplama	Z25 Kalınlık boyunca en küçük alan daralması %25
	Z35 Kalınlık boyunca en küçük alan daralması %35

Tablo 2.4. Çelik malzemelerin şekil 2.3 de bahsedilmekte olan diğer özellikleri

Örneğin yapısal çeliklerin standart sembollerinde bulunan JR, J0 ve J2 gibi uzantılar çeliğin soğukta kırılması ile ilgilidir ve özellikle soğuk bölgeler için maksimum çelik kalınlığı seçimini etkilerler. Örneğin Tablo 2.3 de görüldüğü gibi S355JR malzemedan yapılan tasarımda -40 °C sıcaklıkta kullanılabilecek maksimum sac kalınlığı 15 mm olmalıdır.

EN1993-1-10 e uygun olacak şekilde, tablo 2.3 den yararlanarak, kırılma enerjisine bağlı olacak şekilde minimum malzeme kalınlığı aşağıdaki gibi seçilmektedir.

Tabloda verilmekte olan referans sıcaklığı aynı zamanda gerilme oranına bağlı olarak seçilmektedir.

$$\sigma_{Ed} = C f_y(t)$$

Burada,

C: Gerilme- dayanım oranı,

$f_y(t)$: Parçanın kalınlığına bağlı azaltılmış akma sınırı

C değeri iki aşamada hesaplanmaktadır. İlk olarak parçada etkili iç yük, σ hesaplanır. İkinci aşamada ise parçanın kalınlığına bağlı azaltılmış akma sınırı, aşağıdaki formüle göre bulunur.

$$f_y(t) = f_{y,nom} - 0,25 \frac{t}{t_0} \quad \text{burada } t_0 = 1 \text{ alınmaktadır.}$$

Buradan gerilme- dayanım oranı, C aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$C = \frac{\sigma}{f_y(t)}$$

Tabloda gerilme dayanım oranı, 0,75, 0,50 ve 0,25 olarak verilmekte olup ara değerler için doğrusal interpolasyon yapılmaktadır (tablo 2.5).

Steel grade	Sub-grade	Charpy energy CVN		Reference temperature T _{Ed} [°C]																											
		at T [°C]	J _{min}	10 0 -10 -20 -30 -40 -50								10 0 -10 -20 -30 -40 -50								10 0 -10 -20 -30 -40 -50											
				σ _{Ed} = 0,75 f _y (t)								σ _{Ed} = 0,50 f _y (t)								σ _{Ed} = 0,25 f _y (t)											
S235	JR	20	27	60	50	40	35	30	25	20	90	75	65	55	45	40	35	135	115	100	85	75	65	60	175	155	135	115	100	85	75
	J0	0	27	90	75	60	50	40	35	30	125	105	90	75	65	55	45	175	155	135	115	100	85	75	200	175	155	135	115	100	85
	J2	-20	27	125	105	90	75	60	50	40	170	145	125	105	90	75	65	200	200	175	155	135	115	100	85	200	200	175	155	135	115
S275	JR	20	27	55	45	35	30	25	20	15	80	70	55	50	40	35	30	125	110	95	80	70	60	55	165	145	125	110	95	80	70
	J0	0	27	75	65	55	45	35	30	25	115	95	80	70	55	50	40	165	145	125	110	95	80	70	200	190	165	145	125	110	95
	J2	-20	27	110	95	75	65	55	45	35	155	130	115	95	80	70	55	200	190	165	145	125	110	95	200	200	190	165	145	125	110
	M,N	-20	40	135	110	95	75	65	55	45	180	155	130	115	95	80	70	200	200	190	165	145	125	110	200	200	190	165	145	125	110
	ML,NL	-50	27	185	160	135	110	95	75	65	200	200	180	155	130	115	95	230	200	200	200	190	165	145	230	200	200	200	190	165	145
S355	JR	20	27	40	35	25	20	15	15	10	65	55	45	40	30	25	25	110	95	80	70	60	55	45	150	130	110	95	80	70	60
	J0	0	27	60	50	40	35	25	20	15	95	80	65	55	45	40	30	150	130	110	95	80	70	60	200	175	150	130	110	95	80
	J2	-20	27	90	75	60	50	40	35	25	135	110	95	80	65	55	45	200	175	150	130	110	95	80	200	175	150	130	110	95	80
	K2,M,N	-20	40	110	90	75	60	50	40	35	155	135	110	95	80	65	55	200	200	175	150	130	110	95	210	200	175	150	130	110	95
	ML,NL	-50	27	155	130	110	90	75	60	50	200	180	155	135	110	95	80	210	200	200	200	175	150	130	210	200	200	200	175	150	130
S420	M,N	-20	40	95	80	65	55	45	35	30	140	120	100	85	70	60	50	200	185	160	140	120	100	85	200	185	160	140	120	100	85
	ML,NL	-50	27	135	115	95	80	65	55	45	190	165	140	120	100	85	70	200	200	200	185	160	140	120	200	200	200	185	160	140	120
S460	Q	-20	30	70	60	50	40	30	25	20	110	95	75	65	55	45	35	175	155	130	115	95	80	70	200	175	155	130	115	95	80
	M,N	-20	40	90	70	60	50	40	30	25	130	110	95	75	65	55	45	200	175	155	130	115	95	80	200	175	155	130	115	95	80
	QL	-40	30	105	90	70	60	50	40	30	155	130	110	95	75	65	55	200	200	175	155	130	115	95	200	200	175	155	130	115	95
	ML,NL	-50	27	125	105	90	70	60	50	40	180	155	130	110	95	75	65	200	200	200	175	155	130	115	200	200	200	175	155	130	115
	QL1	-60	30	150	125	105	90	70	60	50	200	180	155	130	110	95	75	215	200	200	200	175	155	130	215	200	200	200	175	155	130
S690	Q	0	40	40	30	25	20	15	10	10	65	55	45	35	30	20	20	120	100	85	75	60	50	45	140	120	100	85	75	60	50
	Q	-20	30	50	40	30	25	20	15	10	80	65	55	45	35	30	20	140	120	100	85	75	60	50	165	140	120	100	85	75	60
	QL	-20	40	60	50	40	30	25	20	15	95	80	65	55	45	35	30	165	140	120	100	85	75	60	190	165	140	120	100	85	75
	QL	-40	30	75	60	50	40	30	25	20	115	95	80	65	55	45	35	190	165	140	120	100	85	75	200	190	165	140	120	100	85
	QL1	-40	40	90	75	60	50	40	30	25	135	115	95	80	65	55	45	200	190	165	140	120	100	85	200	190	165	140	120	100	85
	QL1	-60	30	110	90	75	60	50	40	30	160	135	115	95	80	65	55	200	200	190	165	140	120	100	200	200	190	165	140	120	100

Tablo 2.5. Çelik cinsine ve ortam sıcaklığına göre kullanılacak maksimum et kalınlığı değerleri (EN1993-1-10, Table 2.1).

Referans sıcaklığı ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$T_{Ed} = T_{md} + \Delta T_r + \Delta T_\sigma + \Delta T_R + \Delta T_\varepsilon + \Delta T_{\varepsilon_{cf}} \quad (^\circ C)$$

T_{md} : Tasarımın kullanılacağı alanda en düşük sıcaklık değeri.

ΔT_r : Maksimum radyasyon kaybı, genel olarak tavsiye edilen değerdir.

b. İç kuvvetlerin hesaplanması,

İç kuvvetlerin hesaplanması için analiz yapmak için homojenliği ve tutarlılığı uzun süredir belirlenmiş olan önceden var olan formülleri ve sonlu elemanlar yöntemi (FEM) gibi çözüm yöntemlerini kullanırız. İç kuvvetler aşağıdaki analiz yöntemleri için farklılıklar göstermektedir, dolayısı ile her analiz tipi için uygun formülasyonlar tercih edilmelidir. Burada bahsedilmekte olan analiz yöntemlerinden önemli olan bazıları aşağıdaki gibidir.

- Statik analiz
- Yorulma analizi
- Dinamik analiz
- Aşınma analizi
- Burkulma analizi
- Çarpışma analizi
- Çarpma analizi
- Şok ve patlama analizi
- Termal analizler
- Akış analizler

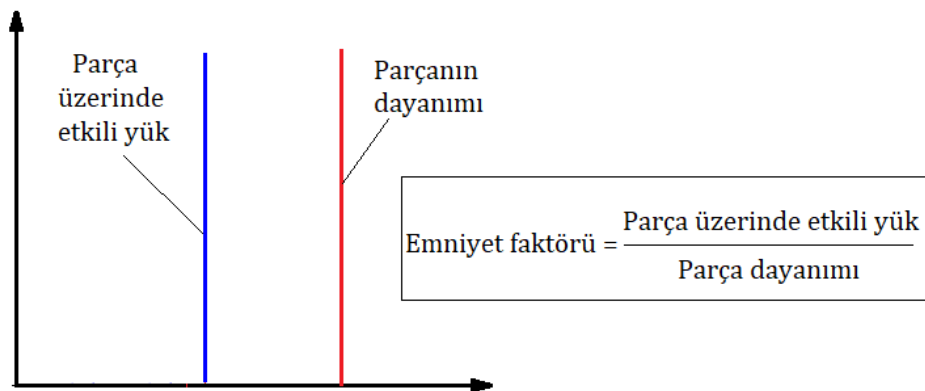
c. Dayanımın belirlenmesi ve tasarımın kontrolü.

Tasarımın kontrolü için standartlara uygun çözümler üretmek zorunluluktur.

Tasarım kontrollerinde genel olarak kullanılmakta olan dayanım hesaplama yöntemleri aşağıdaki gibi sınıflandırılmaktadır.

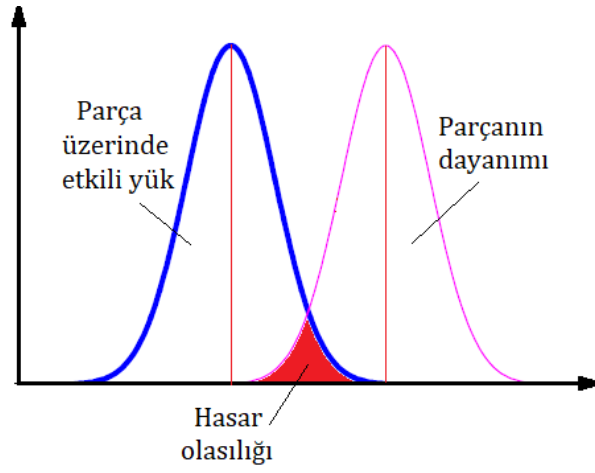
a. Deterministik analizlerde dayanım kontrolü

Bu yöntemde temel amaç belirlenmiş olan bir dayanım sınırının aşılmasındır (şekil 2.5). Dayanım sınırı olarak analizin şekline bağlı olarak malzemenin akma sınırı veya kopma sınır kabul edilmektedir. Bazı uygulamalarda parçanın elastik sınır içinde yapacağı belirlenmiş bir deplasmana tekabül eden değer de dayanım sınırı olarak değerlendirilmektedir. Bu yöntem gelenekseldir ve bir çok uluslararası standart tarafından tanımlanmıştır.



Şekil 2.5. Deterministik tasarım yönteminde makina parçalarının uygunluk kontrolü.

b. Olasılıksal tasarım analizi yöntemlerinde dayanım kontrolü



Şekil 2.6. Olasılıksal yaklaşıma göre bir makina parçasının üzerinde etkili yükün ve parça alzemesinin dayanım değerlerinin değişimi durumunda hasar olasılığı.

Olasılıksal yaklaşımda ise kuvvetler, malzeme özellikleri, geometrik parametreler belirli bir dağılıma sahiptir. Uygunluk kontrolleri belirli olasılık değerleri için belirlenmektedir.

3. Dış yükler

Mekanik yükler

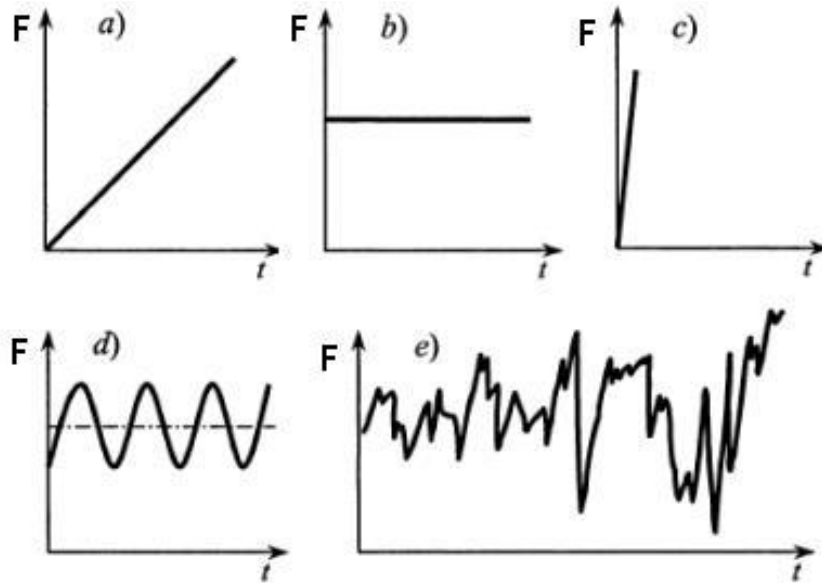
Mekanik yüklere, makineler üzerinde etkili kuvvetler sebep olmaktadır. Bu kuvvetler genel olarak iki bölümde irdelenmektedir, bunlar;

- Statik yükler
- Dinamik yükler

Bir yapı üzerinde etkili yük-zaman süreci (load-time history) ise şekil 3.1' de görülmektedir.

Şayet kuvvet, F şekil 3.1.a' daki gibi zamana göre sabit bir artışa sahip ise bu bir statik yükleme durumudur. Bina temellerine etki eden bir çok kuvvet, çekme testleri süresince test parçasına etkiyen bu tip kuvvetler statik zorlamalar oluşturmaktadır.

Şayet kuvvet, F şekil 3.1. b' deki gibi zaman içinde değişmeyen sabit bir değere sahip ise bu bir sürekli yükleme durumudur. Örneğin bir buhar kazanının cidarına etkiyen basınç zaman içinde değişmeyen sabit bir değere sahiptir. Bu durumda test numuneleri farklı sıcaklıklarda ve zamana göre değişmeyen dayanım ve sünme (creep) için kontrol edilmektedirler.



Şekil 3.1. Yapılar üzerinde etkili mekanik yüklerin genel durumları.

Şayet kuvvet, F şekil 3.1. c' deki gibi zaman içinde birden artan bir değere sahip ise bu bir dinamik yükleme veya çarpma (shock or impact) yüklemesi durumudur. Standart bir test parçasının mekanik testler esnasındaki çarpma viskozitesi bu dinamik yükleme durumu için değerlendirilebilir.

Şayet kuvvet, F şekil 3.1. d' deki gibi zaman içinde periyodik olarak değişen bir değere sahip ise bu bir periyodik yükleme (cyclic loading) durumudur. İçten yanmalı bir motorun silindiri içindeki basınç değişimi örnek olarak verilebilir. Yorulma test cihazlarında numuneler çekme ve eğilme yönünde periyodik yüklerle zorlanırlar.

Şayet kuvvet, F şekil 3.1. e' deki gibi zaman içinde rastgele değişen bir değere sahip ise bu bir değişken yükleme (random loading) durumudur. Araç tekerleklerinde yoldan dolayı oluşan yükleme etkileri bu duruma örnek olarak verilebilir. Böyle değişken yükleme durumlarında yapılarda yorulmaya göre tasarım önem kazanmaktadır.

Yüklerin zaman içindeki değişimleri ayrıca iki temel şekilde de sınıflandırılmaktadırlar.

- Zamana göre davranışları düzenli gelişen ve matematiksel olarak kolayca ifade edilebilen belirlenebilir yükler
- Rastgele dağılımlı yükler

Bir basınçlı kabın yük çevrimi tamamen belirlidir. Gemi ve nakliye uçaklarının manevralarından kaynaklanan yük etkileri ağırlıklı olarak belirlidir. Motorlu bir araç, bir köprü ya da bir vinç üzerinde etkili bir çok yük tahmin edilebilir ve belirli bir karakterleri vardır. Ancak, incelenen yapıların kullanımına bağlı olarak, yükler her zaman belirlenebilir olarak değerlendirilemez. Örneğin bir arabanın trafik kuralları dışında sürülmesi öngörülemez yüklerle yol açabilir.



Şekil 3.2. Yapılar üzerine etkili yüklerin zamana bağlılığı (yük-zaman süreci) analiz tekniklerini etkilemektedir.

Rastgele dağılımlı yüklerin istatistiksel doğası vardır ve onların bir andaki büyüklükleri tahmin edilemez. Bu konu için uygun örnekler olarak, bir sokak lambası direğinde etkili rüzgar kuvvetleri, gemi ve sondaj platformlarına deniz dalgaları tarafından uygulanan kuvvetler, uçakta türbülans ve kötü yol koşulları nedeniyle etkili kuvvetler, motorlu araçlarda kötü yol koşullarından dolayı etkili kuvvetleri sayabiliriz. Rastgele dağılımlı yüklerin belirlenmesi sadece bir istatistiksel bir şekilde yapılabilir. Bir çok durumda rastgele dağılımlı yüklerin istatistiksel

özellikleri iyi bilinemez. Bu amaçla örneğin deniz dalga kuvvetleri, rüzgar kuvvetleri vb. içeren uygulamalarda uzun süreli ölçümler yapılmaktadır.

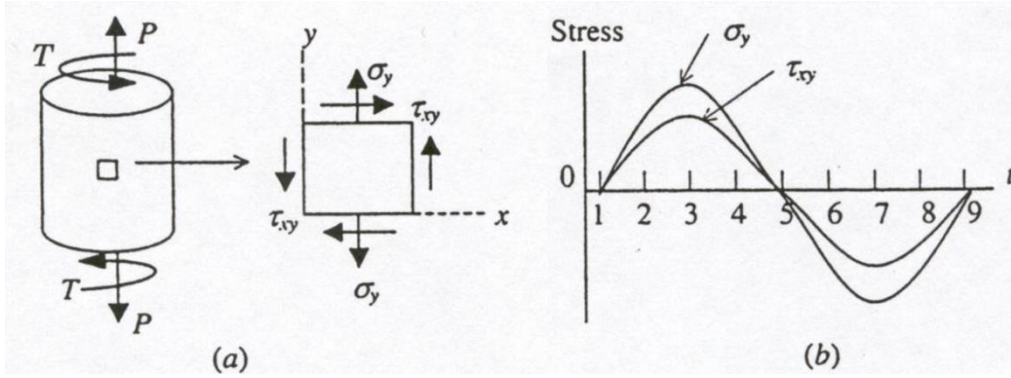
Bir malzemenin yorulma dayanımı statik dayanımından iki kat daha azdır. Eğer yükler periyodik çarpışma (impact-cyclic) şeklinde ise bu durumda malzemenin dayanımı yorulma dayanımının yarısına eşdeğer olacaktır.

Makine yapılarında kuvvetlerin yönleri, uygulama süreleri vb. etkileri tasarım geliştirmeleri ile düzenlenerek, bu yapıların dayanımları artırılabilir. Örneğin çekme kuvvetleri ile zorlanan parçalar, eğilme ile zorlanırlar. Çarpışmalarda elastik deformasyonları yüksek geometriler veya malzemeler kullanılarak kalıcı deformasyonlar azaltılabilir.

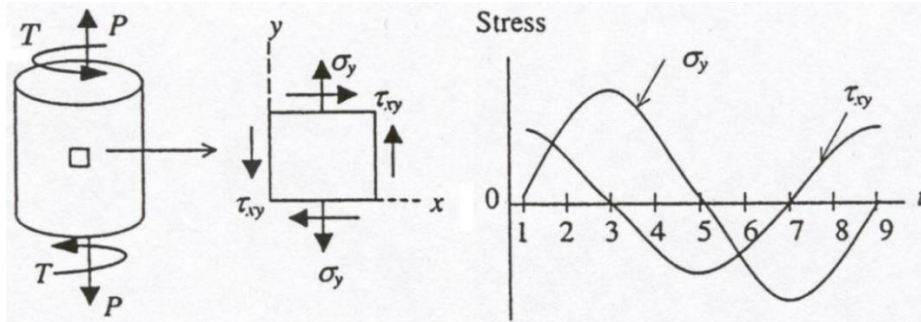
Ayrıca birden fazla yükün aynı anda etkili olması durumunda parça üzerinde çok eksenli gerilmeler oluşmaktadır. Burada yük genliğinin değişimi ise çok eksenli yorulmaya yol açmaktadır.

Birden fazla dinamik yükün etkili olması durumunda yükler arasındaki faz farkına bağlı olarak iki yükleme durumundan söz edilebilir, bunlar;

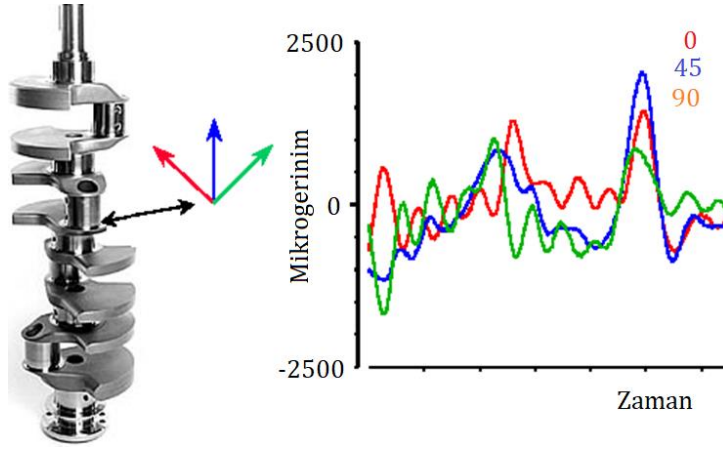
- Oransal yükleme durumu (proportional loading) (şekil 3.3)
- Oransal olmayan yükleme durumu (Non-proportional loading) (şekil 3.4)



Şekil 3.3. Oransal yükleme durumunda iki kuvvet etkisi senkronudur.



Şekil 3.4. Oransal olmayan yükleme durumunda iki kuvvet etkisi açısal farklılık içermektedir.



Şekil 3.5. Krank milinde etkili oransal olmayan yük durumu

İklimsel yükler,

Rüzgar, kar gibi iklimsel olayların makineler üzerindeki etkileri iklimsel kuvvetleri oluşturmaktadırlar. Rüzgar kuvvetleri, yatay yönde etkili olarak kabul edilirler. Makine parçaları üzerinde biriken kar ve buz bazı dönemlerde uzun süre belirli bir kalınlıkta bir tabaka halinde kalmaktadır. Bu kuvvetler her zaman olmasa da bazı durumlarda hesaplara katılmaktadır.

Rüzgâr yükleri

Yük kaldırma sistemlerindeki çelik yapılar üzerinde etkili rüzgâr kuvvetlerinin hesaplanmasında kullanılmakta olan bazı standartlar aşağıda verilmektedir. Hesaplamalarda rüzgârın yatay olarak her taraftan esebileceği ve statik bir kuvvet uyguladığı varsayılır.

- TS 498
- TS EN 1991-1-4 (Eurocode 1)
- F.E.M.1.001-1998.10.01-Heavy Lifting Appliances
- American Society of Civil Engineers (ASCE)

Devam eden bölümde rüzgâr kuvvetlerinin hesaplama yöntemleri, “F.E.M.1.001-1998.10.01-Heavy Lifting Appliances” e uygun olarak aşağıdaki gibi verilmektedir.

1. Adım: Rüzgar basıncının verilen bir rüzgar hızı için hesaplanması:

Dinamik rüzgar basıncı, q esas rüzgar hızına göre aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$q = \frac{\rho v^2}{2} \quad N/m^2$$

Havanın yoğunluğu: $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$,

v : rüzgar hızı (m/s)

2. Adım: Esas rüzgar hızının tespiti: İşletmede rüzgarın en istenmeyen yönden geldiği kabul edilmelidir. Tablo 3.1 de sistem çalışma koşulları için rüzgar etkileri verilmektedir.

Uygulama tipi	Dinamik rüzgar basıncı (N/m ²)	Rüzgar hızı (m/s)
Rüzgarın etkisinden kolayca korunulabilen, düşük rüzgar etkisindeki uygulamalarda	125	14
Açık havada tüm normal vinçlerde	250	20
Aşırı rüzgar etkisinde devam etme zorunluluğu olan uygulamalar için	500	28

Tablo 3.1. Dinamik rüzgar basıncı değerleri.

İşletmede çalışmalar durdurulduktan sonrası için dikkate alınacak rüzgar etkisi, tablo 3.2 de görülmektedir.

Yer seviyesinden yükseklik, (m)	Çalışma dışı durumlarda dinamik rüzgar basıncı (N/m ²)	Çalışma dışı durumlarda rüzgar hızı, (m/s)
0 - 20	800	36
20 - 100	1100	42
100 'den fazla	1300	46

Tablo 3.2. Çalışma dışı durumlarda dinamik rüzgar basıncı değerleri.

3. Adım: Rüzgar kuvvetinin hesaplanması,

Kren sistemindeki çeşitli elemanlar üzerinde etkili olan rüzgar kuvveti aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir.

$$F=A \cdot q \cdot C$$

Burada;

F : Rüzgar kuvveti (N)

A : Rüzgara maruz kalan parçanın efektif alanı (m²)

C : Aerodinamik rüzgar katsayısı (-).

Dayanıklılık ve stabilite ihtiyaçlarının belirlenmesinde toplam rüzgar kuvveti kullanılmalıdır. Kaldırılan yük üzerinde etki eden yatay rüzgâr kuvveti ise aşağıdaki eşitlikten bulunabilir.

$$F=2,5 \cdot A \cdot q \quad (N)$$

Burada;

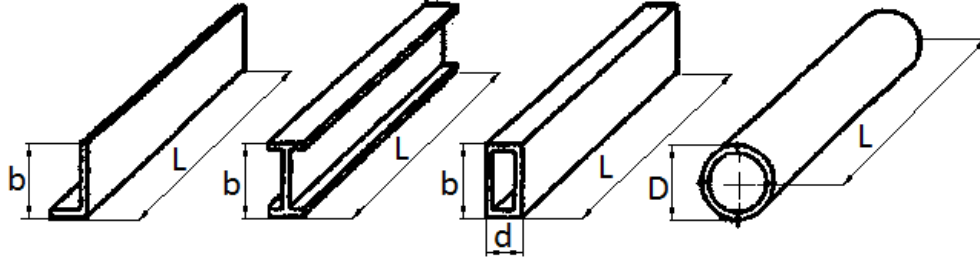
A : Yük üzerindeki katı kısımların maksimum alanı (m²). Bu alanın iyi bilinmediği durumlarda minimum 0,5 m² /ton' luk güvenli rüzgar alanı kabul edilebilir.

Aerodinamik rüzgar katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanarak tablo 3.2 den seçilebilir.

Aerodinamik yeterlilik:

Parçanın uzunluğunun, rüzgarı karşılayan bölümün enine oranıdır. L/b veya L/D olarak alınabilir.

Kafes yapılar da münferit parçaların uzunlukları (L) düğüm noktalarının merkezlerinden alınır.

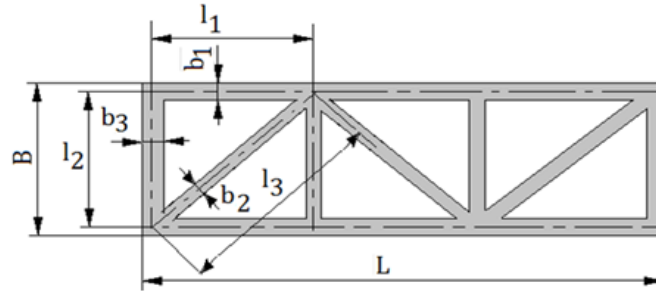


Şekil 3.6. Rüzgar yükü hesaplarında farklı kesitler için aerodinamik yeterlilik.

Doluluk oranı:

Dolu kısımların tüm alana oranı olarak aşağıdaki gibi verilmektedir.

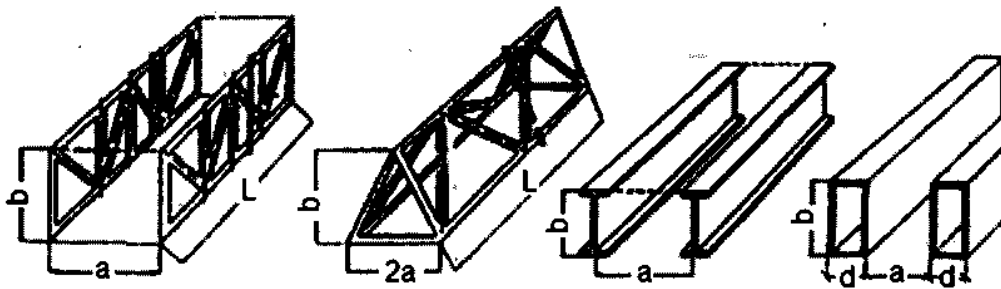
$$\frac{A}{A_e} = \sum \frac{l_i b_i}{L \cdot B}$$



Şekil 3.7. Rüzgar etkisinde bir yapının doluluk oranı.

Aralık oranı:

Karşılıklı kısımlar arası mesafenin, rüzgârı karşılayan bölümün enine oranıdır: a/b veya a/B olarak alınır.



Şekil 3.8. Rüzgar yönüne göre arka arkaya dizilmiş yapıların aralık oranı.

Kesit oranı:

Rüzgârı karşılayan bölümün eninin, rüzgâr akışına paralel bölümün derinliğine oranıdır ve b/d olarak alınır.

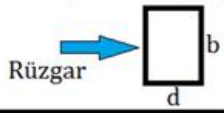
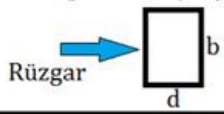
Çoklu çerçeve elemanları:

Paralel çerçeveler ve elemanlar dizildiği ve böylece koruma ortaya çıktığı zaman rüzgârdan koruyan çerçeveye binen yük ve korunmayan parçalardaki yük, uygun şekil katsayısı kullanılarak hesaplanır.

Korunan kısımlardaki azaltma faktörü denem η ile çarpılır.

Aralık oranı a/b	Doluluk oranı A/A _e					
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	>0,6
0,5	0,75	0,40	0,32	0,21	0,15	0,10
1,0	0,92	0,75	0,59	0,43	0,25	0,10
2,0	0,95	0,80	0,63	0,50	0,33	0,20
4,0	1,0	0,88	0,76	0,66	0,55	0,45
5,0	1,0	0,95	0,88	0,81	0,75	0,68
6,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Tablo 3.3. Arka yapılarda azaltma faktörü değerleri

Tip	Tanımlama	Aerodinamik yeterlilik l/b veya l/D							
		5	10	20	30	40	50	50	50
Münferit elemanlar	Hadde profilleri I L U	1,15	1,15	1,3	1,4	1,45	1,5	1,6	1,6
	Kenar uzunlukları 356 mm ye kadar kare kesitli parçalar	1,4	1,45	1,5	1,55	1,55	1,55	1,6	1,6
	Kenar uzunlukları 254 x 457 mm ye kadar dikdörtgen kesitli parçalar	1,05	1,05	1,60	1,65	1,70	1,80	1,80	1,80
	Diğer parçalar	1,30	1,35	1,60	1,65	1,70	1,80	1,80	1,80
	Dairesel kesitli parçalar D.v _s < 6 m ² /s D.v _s ≥ 6 m ² /s	0,60 0,60	0,70 0,65	0,80 0,70	0,85 0,70	0,90 0,75	0,90 0,80	0,90 0,80	0,90 0,80
Tip	Tanımlama	b/d	Aerodinamik yeterlilik l/b veya l/D						
			5	10	20	30	40	50	50
Münferit elemanlar	Kenar uzunlukları 356 mm den büyük kare kesitli ve 254 x 457 mm den büyük dikdörtgen kesitli parçalar 	2	1,55	1,75	1,95	2,10	2,20	2,20	2,20
		1	1,40	1,55	1,75	1,85	1,90	1,90	1,90
		0,5	1,0	1,20	1,30	1,35	1,40	1,40	1,40
		0,25	0,80	0,90	0,90	1,0	1,0	1,0	1,0
Münferit elemanlar	Kenar uzunlukları 356 mm den büyük kare kesitli ve 254 x 457 mm den büyük dikdörtgen kesitli parçalar 	2	1,55	1,75	1,95	2,10	2,20	2,20	2,20
		1	1,40	1,55	1,75	1,85	1,90	1,90	1,90
		0,5	1,0	1,20	1,30	1,35	1,40	1,40	1,40
		0,25	0,80	0,90	0,90	1,0	1,0	1,0	1,0
Tip	Tanımlama	Aerodinamik yeterlilik l/b veya l/D							
		5	10	20	30	40	50	50	50
Tekli kafes çerçeveler	Düz parçalar	1,70							
	Dairesel parçalar D.v _s < 6m ² /s D.v _s > 6m ² /s	1,10 0,80							
Makina Dairesi vs.	Dikdörtgen yapılar	1,10							

Tablo 3.4. Aerodinamik katsayılar.

Özdeş çerçeveler ve elemanlar eşit aralıklarla ardı ardına dizildiği zaman koruma etkisi dokuzuncu çerçeveye kadar artar daha sonra sabit kalır.

1. çerçevenin üzerinde: $F_1 = A \cdot q \cdot C$
2. çerçevenin üzerinde: $F_2 = \eta \cdot A \cdot q \cdot C$
3. ve 8. çerçevelerde üzerinde: $F_1 = \eta^{n-1} A \cdot q \cdot C$
- 9 ve sonra gelen çerçevelerin üzerinde: $F_1 = \eta^8 A \cdot q \cdot C$

Kar yükleri,

Kar yükleri makina tasarımında çoğunlukla dikkate alınmaz. Ancak bazı sistemlerde kar yükleri aşağıdaki standartlar dikkate alınarak analizlerde kullanılmaktadır.

- TS 498
- TS EN 1991-1-3 (Eurocode 1)
- F.E.M.1.001-1998.10.01-Heavy Lifting Appliances
- American Society of Civil Engineers (ASCE)
- FEM standartlarına göre kar yükleri asmalı köprülü krenler ve döner krenlerde ihmal edilebilir.

Deprem yükleri,

Standartlar,

Dünyada ve ülkemizde en çok kullanılmakta olan temel deprem ile ilgili standartlar aşağıdaki gibidir.

- Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği-2018
- International Building Code (IBC-2012)
- American Society of Civil Engineers (ASCE 7)
- Uniform Building Code 97
- Eurocode-8
- American Petroleum Institute (API)
- National Fire Protection Association (NFPA 13)

ASCE 7 veya Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği-2018 e göre sismik analizin temelleri

ASCE 7, IBC 2012 veya Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği-2018 standartlarında, deprem analizleri aşağıdaki gibi üç farklı sistem yapısı için ayrı ayrı incelenmektedir.

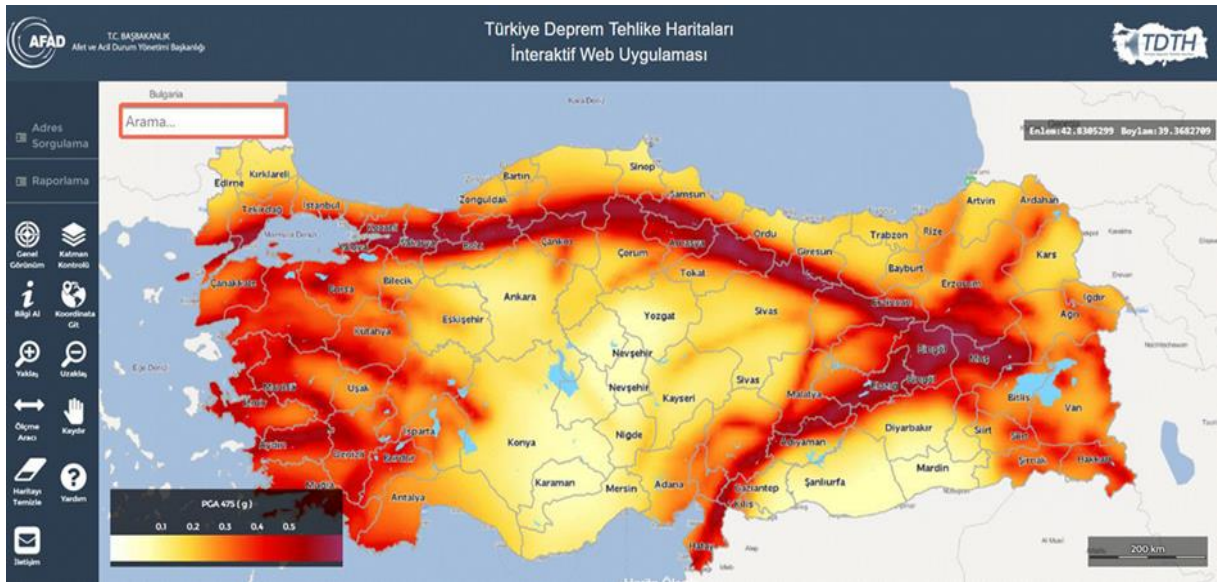
- Binalar (Buildings)
- Bina olmayan yapılar (Nonbuilding structures)

- Yapısal olmayan elemanlar (Nonstructural components)

Buna göre binaların içinde bulunan kazanlar, kompresörler, tesisatlar vb. bir çok makina sistemleri için deprem analizleri, yapısal olmayan elemanlar grubunda değerlendirilerek analizleri buna göre yapılmalıdır.

Deprem haritası.

Türkiye en kritik deprem bölgelerinden birindedir. Son olarak 1996 yılında hazırlanan Türkiye'nin deprem tehlike haritası güncellenerek Mart 2018 tarih ve 30364 sayılı (mükerrer) Resmi Gazete' de yayımlanmıştır. Deprem haritası sorgulama <https://tdth.afad.gov.tr> adresinden yapılabilmektedir (şekil 3.9).

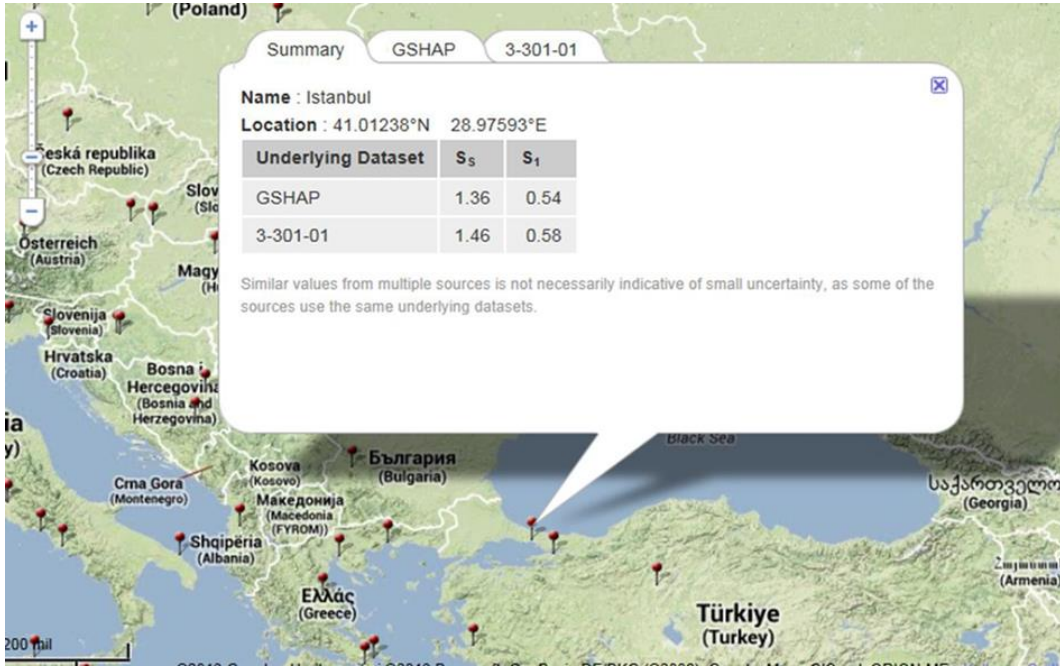


Şekil 3.9. Türkiye deprem haritası

AFAD'ın koordinasyonunda ODTÜ, Boğaziçi, Akdeniz, Çukurova, Sakarya Üniversiteleri ve Maden Tetkik Arama (MTA) Genel Müdürlüğü ile birlikte hazırlanan yeni haritayla, risk değerlendirmesi sadece fay hattına göre değil, zemin yapısı da göz önünde bulundurularak yapılmıştır.

Riski belirtmek için, deprem bölgesi tanımında belirtilen 1. derece, 2. derece şeklindeki sistem kalktı, yerini Avrupa ve Amerika'da kullanılan "ivme" yöntemi aldı.

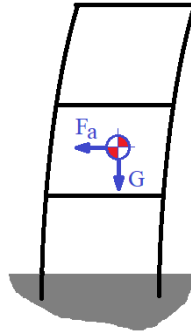
Uluslararası işlerde incelenen bölgeler için deprem haritası farklı kaynaklardan da tedarik edilebilmektedir (şekil 4.10).



Şekil 3.10. Dünya geneli için hazırlanmış olan deprem haritası

Depremin etkisi,

Deprem kuvveti yapı üzerinde veya yapıda bulunan elemanlar üzerinde yatay ve düşey yönlerde etkilidir (şekil 3.11).



Şekil 3.11. Deprem kuvveti yapının veya yapısal elemanların ağırlık merkezinde yatay ve düşey yönlerde etkilidir. Yapının ağırlığı (G) arttıkça deprem kuvvetinin etkisi de artar.

Deprem kuvveti, hesaplanan konstrüksiyonun ağırlık merkezinden etkili olarak hesaplara dâhil edilmektedir. Depremin etkisi gerçekte dinamikdir, sürekli değişen frekans ve genliğe sahip titreşimler şeklinde kendini hissettirir. Sismik veya proses kaynaklı titreşimlerin yalıtımı yapılarak dinamik değişimlerin yıkıcı etkilerini azaltmak mümkündür.

Yapısal olmayan elemanlar için deprem analizi

ASCE 7, IBC 2012 veya Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği-2018 standartlarına göre binalar için deprem analizi aşağıdaki adımlarla gerçekleştirilmektedir,

Adım 1. İvme parametrelerinin bulunması

Bu amaçla deprem bölgesi saptanmalıdır (Tablo 3.5).

Devlet /Şehir	S _s	S ₁	Devlet /Şehir	S _s	S ₁
Türkiye			İran		
Adana	0,62	0,28	Tebriz	1,65	0,75
Ankara	0,62	0,28	Tahran	1,65	0,75
İstanbul	1,65	0,75	İrak		
İzmir	1,65	0,75	Bağdat	1,24	0,56
Karamürsel	1,24	0,56	Basra	0,31	0,14

Tablo 3.5.İvme parametreleri (Kaynak, IBC 2012 tablo 2-4). Türkiye için ivme parametreleri <https://tdth.afad.gov.tr/> adresindeki deprem haritalarından alınabilir. Burada; S_s: Kısa periyot harita spektral ivme katsayısı, (boyutsuz), S₁: 1.0 saniye periyot için harita spektral ivme katsayısı, (boyutsuz)

Adım 2. Zemin türünün saptanması

Altı farklı zemin tipi söz konusudur. Deprem analizinin yapılacağı bölgenin zemin tipi jeolojik etüdler sonucunda belirlenmektedir.

Yerel Zemin Sınıfı	Zemin Cinsi	Üst 30 metrede ortalama		
		$(V_s)_{30}$ [m/s]	$(N_{60})_{30}$ [darbe/30 cm]	$(c_u)_{30}$ [kPa]
ZA	Sağlam, sert kayalar	> 1500	–	–
ZB	Az ayrılmış, orta sağlam kayalar	760 – 1500	–	–
ZC	Çok sıkı kum, çakıl ve sert kil tabakaları veya ayrılmış, çok çatlaklı zayıf kayalar	360 – 760	> 50	> 250
ZD	Orta sıkı – sıkı kum, çakıl veya çok katı kil tabakaları	180 – 360	15 – 50	70 – 250
ZE	Gevşek kum, çakıl veya yumuşak – katı kil tabakaları veya $PI > 20$ ve $w > \% 40$ koşullarını sağlayan toplamda 3 metreden daha kalın yumuşak kil tabakası ($c_u < 25$ kPa) içeren profiller	< 180	< 15	< 70
ZF	Sahaya özel araştırma ve değerlendirme gerektiren zeminler: 1) Deprem etkisi altında çökme ve potansiyel göçme riskine sahip zeminler (sıvılaştırılabilir zeminler, yüksek derecede hassas killeri, göçebilir zayıf çimentolu zeminler vb.), 2) Toplam kalınlığı 3 metreden fazla turba ve/veya organik içeriği yüksek killeri, 3) Toplam kalınlığı 8 metreden fazla olan yüksek plastisiteli ($PI > 50$) killeri, 4) Çok kalın (> 35 m) yumuşak veya orta katı killeri.			

Tablo 3.6.Zemin sınıfları.

Adım 3. Yerel zemin etki katsayıları, F_s ve F₁ in bulunması

Spektral ivme katsayıları ve zemin tipine göre tablolardan alınır (Tablo 3.7) ve (Tablo 3.8).

Yerel Zemin Sınıfı	Kısa periyot bölgesi için Yerel Zemin Etki Katsayısı F_s					
	$S_s \leq 0.25$	$S_s = 0.50$	$S_s = 0.75$	$S_s = 1.00$	$S_s = 1.25$	$S_s \geq 1.50$
ZA	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
ZB	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
ZC	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2
ZD	1.6	1.4	1.2	1.1	1.0	1.0
ZE	2.4	1.7	1.3	1.1	0.9	0.8
ZF	Sahaya özel zemin davranış analizi yapılacaktır (Bkz.16.5).					

Tablo 3.7.Kısa periyot bölgesi için yerel zemin etki katsayıları.

Yerel Zemin Sınıfı	1.0 saniye periyot için Yerel Zemin Etki Katsayısı F_1					
	$S_1 \leq 0.10$	$S_1 = 0.20$	$S_1 = 0.30$	$S_1 = 0.40$	$S_1 = 0.50$	$S_1 \geq 0.60$
ZA	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
ZB	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
ZC	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.4
ZD	2.4	2.2	2.0	1.9	1.8	1.7
ZE	4.2	3.3	2.8	2.4	2.2	2.0
ZF	Sahaya özel zemin davranış analizi yapılacaktır (Bkz.16.5).					

Tablo 3.8.1,0 saniye periyot için yerel zemin etki katsayıları.

Adım 4. Bina önem katsayısının, I_p tespiti

Bina önem katsayısı bina kullanım amacına uygun olacak şekilde tablo 3.9 den alınır.

Bina Kullanım Sınıfı	Binanın Kullanım Amacı	Bina Önem Katsayısı (I)
BKS = 1	Deprem sonrası kullanımı gereken binalar, insanların uzun süreli ve yoğun olarak bulunduğu binalar, değerli eşyanın saklandığı binalar ve tehlikeli madde içeren binalar a) Deprem sonrasında hemen kullanılması gerekli binalar (Hastaneler, dispanserler, sağlık ocakları, itfaiye bina ve tesisleri, PTT ve diğer haberleşme tesisleri, ulaşım istasyonları ve terminalleri, enerji üretim ve dağıtım tesisleri, vilayet, kaymakamlık ve belediye yönetim binaları, ilk yardım ve afet planlama istasyonları) b) Okullar, diğer eğitim bina ve tesisleri, yurt ve yatakhaneler, askeri kışlalar, cezaevleri, vb. c) Müzeler d) Toksik, patlayıcı, parlayıcı, vb. özellikleri olan maddelerin bulunduğu veya depolandığı binalar	1.5
BKS = 2	İnsanların kısa süreli ve yoğun olarak bulunduğu binalar Alışveriş merkezleri, spor tesisleri, sinema, tiyatro, konser salonları, ibadethaneler, vb.	1.2
BKS = 3	Diğer binalar BKS=1 ve BKS=2 için verilen tanımlara girmeyen diğer binalar (Konutlar, işyerleri, oteller, bina türü endüstri yapıları, vb.)	1.0

Tablo 3.9.Bina kullanım sınıfları ve bina önem katsayıları.

Adım 5. Deprem kuvveti arttırma katsayısı (a_p) ve taşıyıcı sistem davranış katsayısının (R_p) tespiti

Katsayılar makina veya tesis tipine göre tablo 3.10 dan alınmaktadır.

Tesisat tipi	a_p	R_p
Havalandırma sistemleri, ısıtma, soğutma boruları	2,5	3,0
Asılı elektrik kablo tepsileri	2,5	6,0

Tablo 3.10. Deprem kuvveti arttırma katsayısı(a_p) ve taşıyıcı sistem davranış katsayısının (R_p).

Adım 6. Tasarım spektral ivme katsayısının (S_{DS}) tespiti

$$S_{DS} = S_S F_S$$

Adım 7. Yapısal olmayan elemanlar için yatay deprem yükü,

Yapısal olmayan elemanlar üzerinde etkili yatay deprem yükünün, F_p hesaplanmasında aşağıdaki formül kullanılmaktadır.

$$F_p = \frac{0,4 a_p S_{DS} W_p}{\left(\frac{R_p}{I_p}\right)} \left(1 + 2 \frac{z}{h}\right) \quad (N)$$

Yatay deprem yükünün minimum ve maksimum olarak alabileceği değerler ilgili standartlara göre aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$0,3 S_{DS} I_p W_p \leq F_p \leq 1,6 S_{DS} I_p W_p$$

Yapısal olmayan elemanlar üzerinde düşey yönde de deprem yükünün, F_v etkili olduğu değerlendirilerek ASCE 7-05 Eq. 12.4.3 e göre aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$F_v = 0,2 S_{DS} W_p \quad (N)$$

Bu formüllerde:

W_p : Elemanın ağırlığı, N

z : ekipmanın bulunduğu yükseklik, m

h : bina yüksekliği, m

Deprem analizinde deplasman kontrolü

Her düğüm noktası için yatay yer değiştirmelerin hesaplanarak uygunlukları aşağıdaki gibi kontrol edilmektedir.

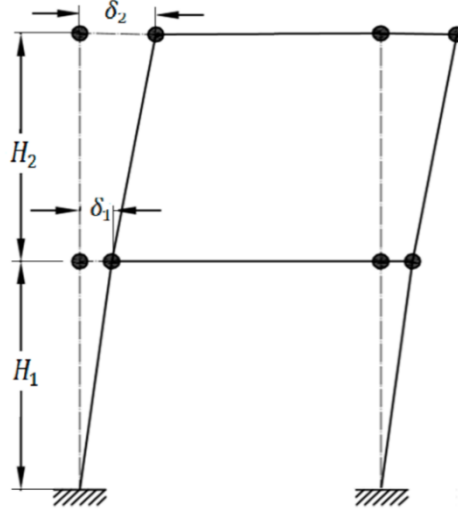
Tipik (X) deprem doğrultusu için yapısal olmayan eleman ve donanımla ilgili etkin

görelî kat ötelemesi, $\delta_e^{(x)}$ aşağıdaki denklemi sağlamalıdır.

$$\delta_e^{(x)} \leq (h_x - h_y) \frac{\delta_{i,max}^{(x)}}{h_i}$$

Denklemden izin verilen maksimum öteleme değeri yazılarak formül aşağıdaki gibi uygulanır.

$$\frac{h}{\delta} \leq 250$$



Şekil 3.12. Boru destek sistemlerinde deprem etkisi ile oluşan ötelemeler.

4. Statik zorlamalar için tasarım

Statik analizde deformasyonların sabit hızda ve yavaş değiştiği kabul edilir.

Minimum doğal frekansın $1/3$ 'ünden daha küçük frekansta zorlayıcı titreşim etkisindeki yapılarda veya sabit ivme durumlarında konu ile ilgili standartlar da incelenerek analiz "quasi-statik" olarak değerlendirilir. Yani atalet kuvvetleri hesaplanarak, bunlar sanki birer statik yükmüş gibi yapıya uygulanarak, statik yapılabilir.

Emniyetsizliğe yol açan statik zorlama durumları:

- a. Dış kuvvetlerin etkisi: Kopma, kırılma
- b. Deplasmanların etkisi: Geometri bozulması, ikinci mertebe etkileri

Statik zorlamalarda oluşan deformasyonlarda makine parçaları birden kırılır.

Kırılan kesitlerindeki amorf, pütürlü yüzeyler statik zorlamalardaki kırılmaların tipik sonucudur (şekil 4.1).



Şekil 4.1. Statik zorlama sonucu kırılma.

Bu bölüm kapsamında yapılarda mekanik iç yükler irdelenmektedir.

Statik analizlerde iç yükler iki şekilde hesaplanabilmektedir, bunlar;

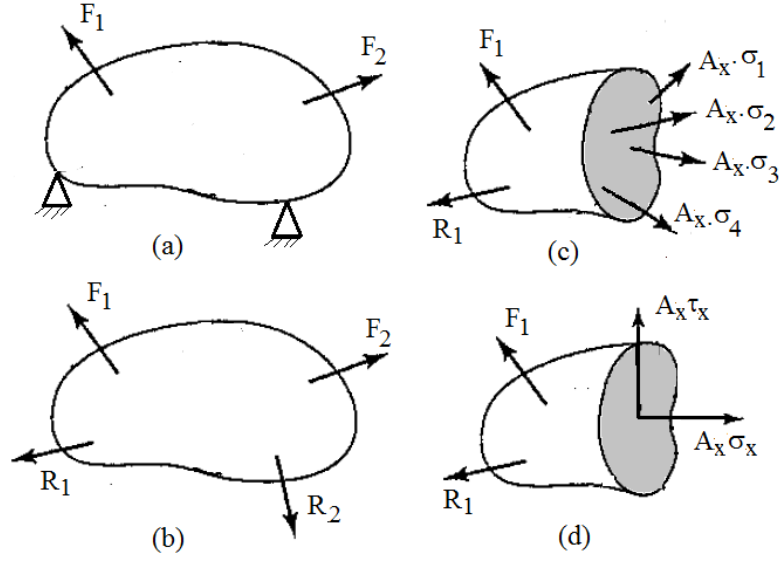
- a. Kesin hesaplama yöntemleri
- b. Yaklaşık hesap yöntemleri

4.1. Kesin analiz teknikleri ile iç yüklerin hesaplanması

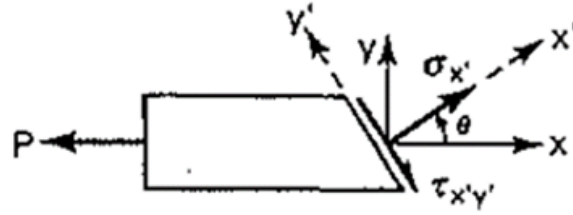
Bir cisme etki eden dış yükler, mekanik içyükleri oluşturmaktadır (şekil 4.2). Buna göre statik zorlamalarda dış yükler ile iç yükler her zaman denge halindedir.

Mekanik iç yükler aşağıdaki başlıklarda toplanmaktadır,

- Normal gerilmeler (Çekme ve eğilme gerilmeleri)
- Kayma gerilmeleri (Kesilme gerilmeleri ve burulma gerilmeleri)



Şekil 4.2. Mekanik iç yükler bir cisme etkiyen mekanik dış yüklerden dolayı oluşmaktadır. (a) Dış kuvvetler etkisinde parça, (b) Serbest cisim diyagramı, (c) Dış kuvvetler, iç kuvvetlerle dengelenmektedir, (d) İç kuvvetler toplamda kesit düzlemine dik bir normal gerilme ve kesit düzlemi içinde bir kayma gerilmesi şeklinde iki bileşenle ifade edilebilmektedir.



Şekil 4.3. Eksenel yönde zorlanan bir elemanın herhangi eğimdeki bir kesitinde oluşan gerilmeler.

Eksenel yönde zorlanan bir elemanın herhangi eğimdeki bir kesitinde oluşan normal ve kayma gerilmeleri dege denklemleri kullanılarak hesaplanmaktadır (şekil 4.3).

Normal gerilme,

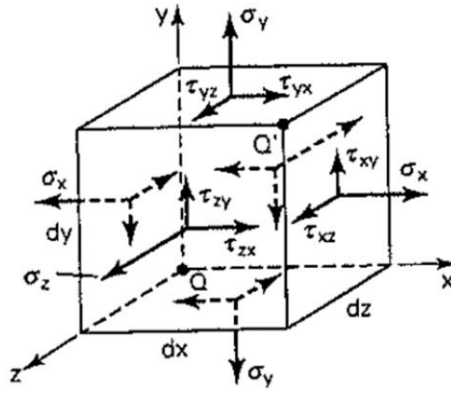
$$\sigma_{x'} = \frac{P \cos \theta}{A_{x'}} = \sigma_x \cos^2 \theta$$

Kayma gerilmesi,

$$\tau_{x'y'} = -\frac{P \sin \theta}{A_{x'}} = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta$$

- θ açısı 0° veya 180° olduğunda $\sigma_{x'}$ maksimumdur (σ_{max}).
- θ açısı 45° veya 135° olduğunda $\tau_{x'y'}$ maksimumdur (τ_{max}).

Genel gerilme durumunda bir yapısal elemanın herhangi bir yerinde etkili gerilmeler şekil 4.4 de görülmektedir.



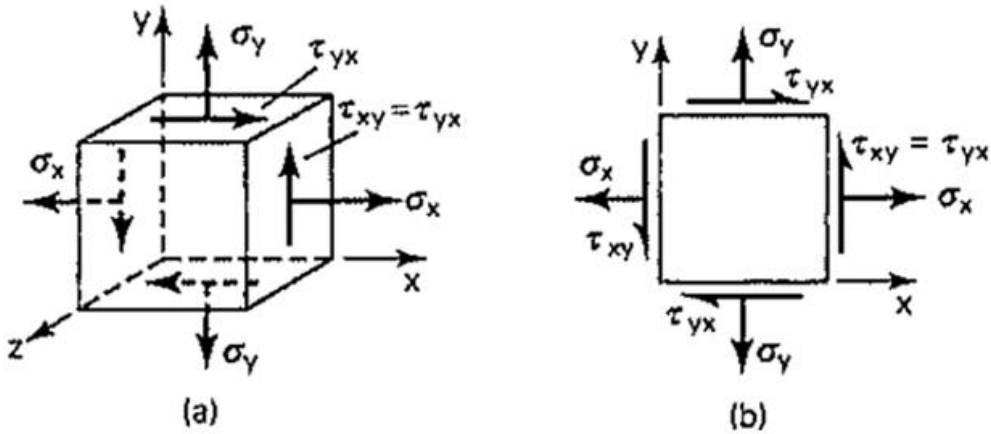
Şekil 4.4. Üç boyutlu genel gerilme durumu

Burada gerilme matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

İki boyutlu (düzlemsel) gerilme durumu şekil 4.5 de görülmektedir.



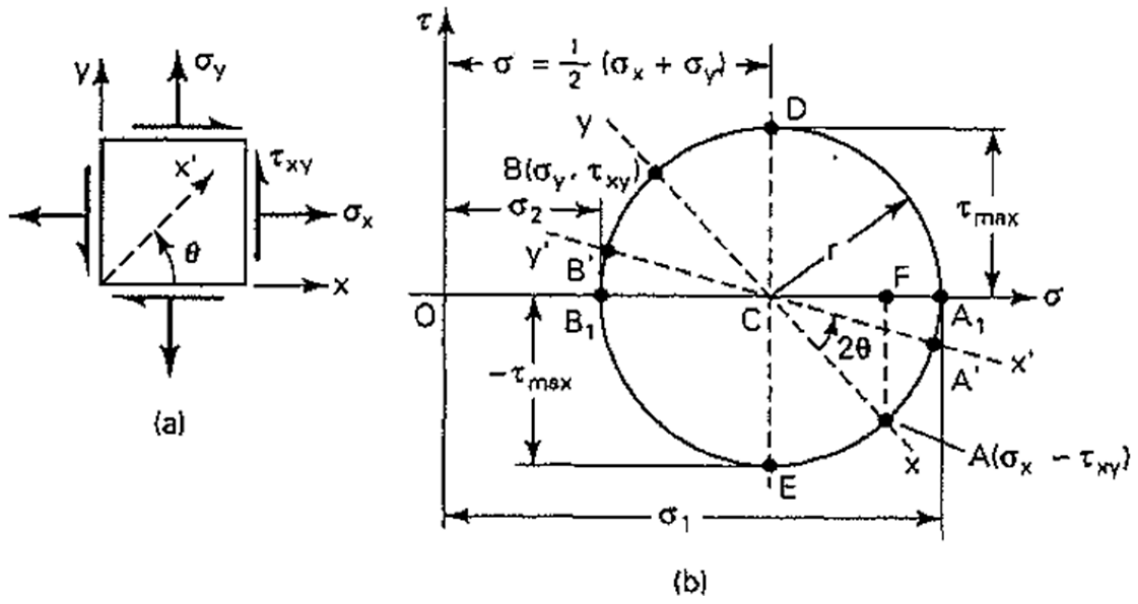
Şekil 4.5. Düzlemsel (iki boyutlu) gerilme durumu

Düzlemsel gerilme durumunda gerilme matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

Asal gerilmeler ve etkili gerilmelerle ilişkisi, Mohr gerilme dairesi;

İki boyutlu gerilme halinde, Mohr gerilme dairesinde, etkili gerilmelerle asal gerilmeler arasındaki ilişki şekil 4.6 da verilmektedir.

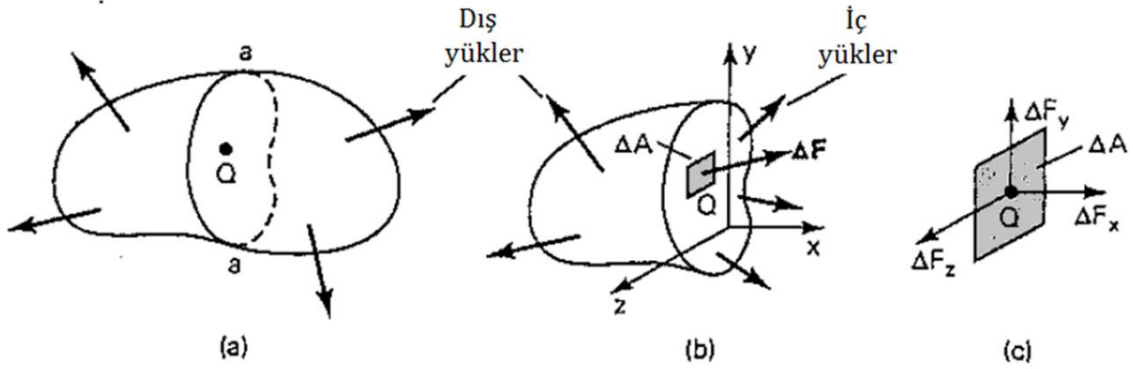


Şekil 4.6. Düzlemsel (iki boyutlu) gerilme durumunda Mohr gerilme dairesi. Burada; Mevcut (etkili) gerilmeler, $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ve asal gerilmeler; $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{max}$ olarak verilmektedir.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]}$$

Çekme, eğilme, kesme ve burulma gerilmelerinin hesabı

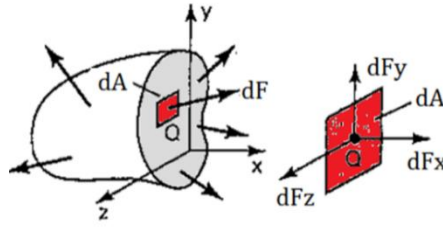


Şekil 4.7. Dış yüklerin kesit üzerindeki herhangi bir alanda etkisi.

Normal gerilmeler; $\sigma_x = \frac{dF_x}{dA}$

Kayma gerilmeleri; $\tau_{xy} = \frac{dF_y}{dA}$ ve $\tau_{xz} = \frac{dF_z}{dA}$

Çekme veya basma gerilmesi,



Şekil 4.8. Herhangi bir kesitte çekme veya basma gerilmesi kesite dik kuvvetlerin etkisi ile oluşur.

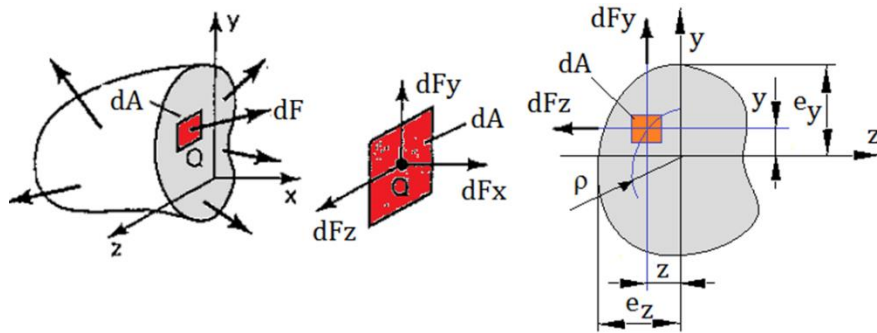
$$\sigma_{\text{ç,b}} = \frac{\int dF_x}{\int dA} = \frac{F_1}{A}$$

Burada,

F_1 : x yönünde, tüm A alanında etkili toplam çekme veya basma kuvveti.

Çekme veya basma gerilmesinin A kesit alanında dağılımı homojendir.

Eğilme gerilmesi



Şekil 4.9. Eğilme gerilmesi kesitte etkili eğilme momenti etkisi ile oluşur.

$$\sigma_x = \frac{dF_x}{dA} \quad , \quad dM_z = dF_x y \quad , \quad \sigma_x = \frac{dM_z}{y \cdot dA} \quad , \quad \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_x} = \frac{e_y}{y}$$

Yukarıdaki denklemlerden eğilme momenti bulunur.

$$dM_z = \sigma_{\text{max}} \cdot y^2 dA / e_y$$

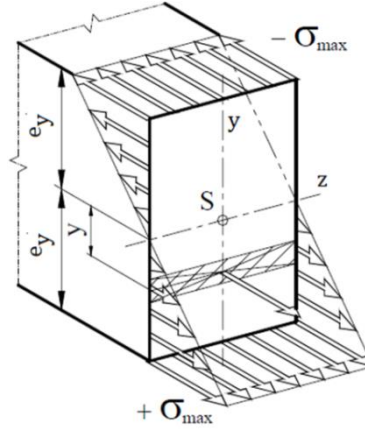
Her iki tarafın integrali alınarak parçanın kenarında oluşan maksimum eğilme gerilmesi yazılır.

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_z e_y}{\int y^2 dA} = \frac{M_z}{W_z}$$

Burada;

Kesit atalet momenti, $I_z = \int y^2 dA$

Mukavemet momenti, $W_z = I_z / e_y$

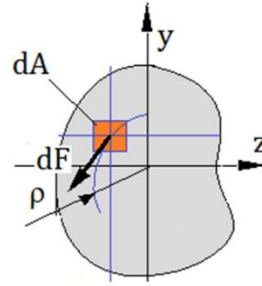


Şekil 4.10. Simetrik bir kesit için eğilme gerilmesi dağılımı

y eksenine yönünde eğilme momenti M_y hesaplara katılarak diğer yönde de eğilme gerilmesi ayrıca hesaplanabilir.

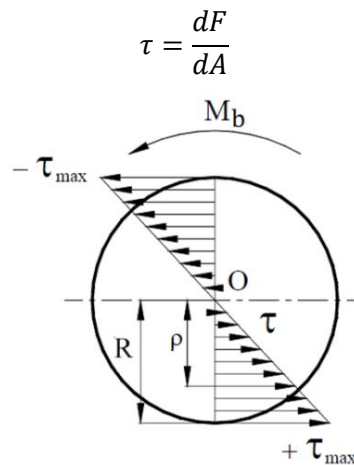
Burulma gerilmesi

dF_y ve dF_z burulma momenti (tork) etkisi oluşturmaktadır. Bu kuvvetleri eğrilik yarıçapına dik dF kuvvetine indirgeyelim.



Şekil 4.11. Simetrik bir kesit için eğilme gerilmesi dağılımı

Daha önce de yazıldığı gibi kayma gerilmesi;



Şekil 4.12. Dairesel kesitte burulma gerilmesi dağılımı

Burulma momenti, $dM_b = dF \cdot \rho = \tau \cdot \rho \cdot dA$ ayrıca, $\tau_{max}/\tau = R/\rho$

$$dM_b = \tau_{max} \rho^2 dA/R$$

Her iki tarafın integrali alınarak maksimum burulma gerilmesi hesaplanabilir.

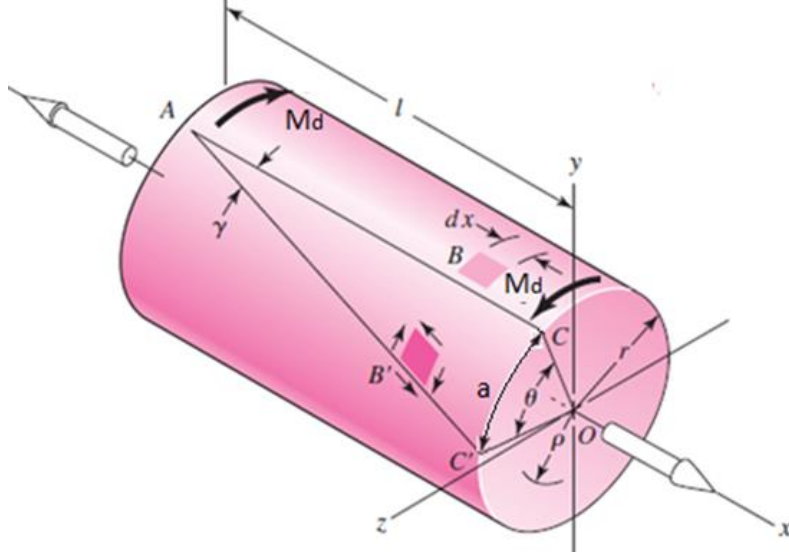
$$\tau_{max} = \frac{M_b R}{\int \rho^2 dA} = \frac{M_d \cdot R}{I_p} = \frac{M_b}{W_p}$$

Burada;

Kesit atalet momenti, $I_p = \int \rho^2 dA$

Mukavemet momenti, $W_p = I_p / R$

Burulma açısı hesabı,



Şekil 4.13. İçi dolu bir milde θ burulma açısı. Burada: G: Malzemenin kayma modülü, E: Elastisite modülü, ν : Poisson oranı)

Genel olarak elastik bölge içinde burulma gerilmesi aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\tau = G \cdot \gamma$$

Yukardaki içi dolu mil için verilmekte olan burulma gerilmesi formülü burada yerine yazılacak olursa,

$$\frac{M_d \cdot r}{I_p} = G \cdot \gamma$$

Burada;

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

Burulma açısı, aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

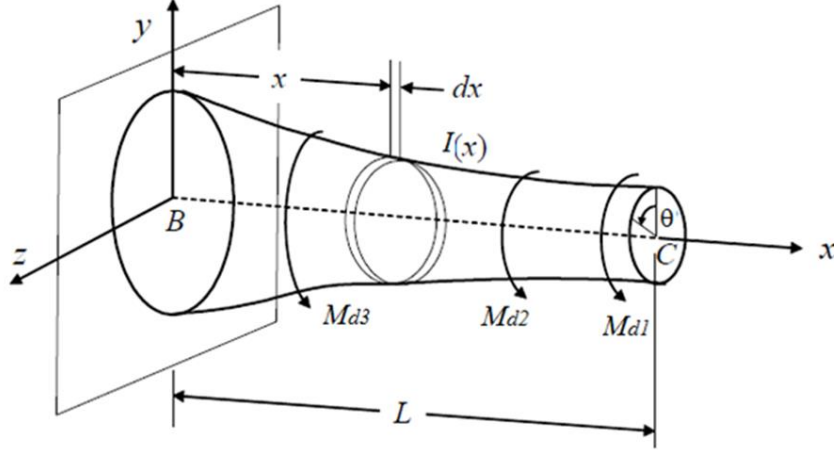
$$a = \gamma \cdot L = r \cdot \theta \text{ olarak yazılacak olursa, } \frac{M_d \cdot r}{I_p} = G \cdot \theta \cdot \frac{r}{L}$$

$$\theta = \frac{M_d \cdot L}{G \cdot I_p}$$

Kesit çapları farklı (faturalı) bir eleman için burulma açısı aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\theta = \sum_{i=1}^n \frac{M_{di} \cdot L_i}{G_i \cdot I_{pi}}$$

Sürekli değişken kesite sahip bir milin burulma açısını ise aşağıdaki gibi verilmektedir,



Şekil 4.14. Sürekli değişken kesite sahip bir milin burulması.

$$d\theta = \gamma \frac{dx}{\rho} \quad \text{Hook kanununa göre, } \gamma = \frac{\tau}{G}$$

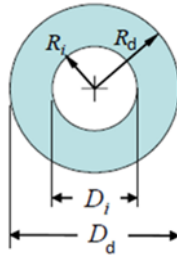
$$\tau = M_{dx} \frac{\rho}{I(x)} \quad \text{buradan; } d\theta = \frac{M_{dx}}{GI(x)} dx$$

Buna göre değişken kesitli bir milin burulmasında en genel formülasyon aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\theta = \int_0^L \frac{M_{dx}}{GI(x)} dx$$

Kalın cidarlı içi boş elemanların burulma gerilmesi ve burulma açısı formülleri içi dolu dairesel kesitli miller gibidir. Tek farklılık kesit atalet momenti hesaplamalarında ortaya çıkmaktadır.

Bir elemanın kalın cidarlı olarak kabul edilmesi için genelde elemanın et kalınlığı için $t > r/10$ şartı aranmaktadır.



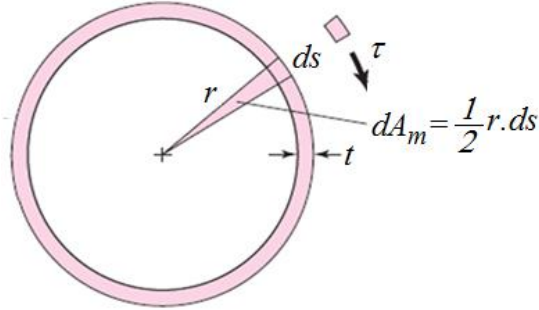
Şekil 4.15. Kalın cidarlı içi boş bir mil.

İçi boş silindirik eleman için kesit atalet momenti,

Bir elemanın ince cidarlı olarak kabul edilmesi için genelde $t \leq r/10$ olmalıdır.

$$I_p = \int_{R_i}^{R_d} 2\pi\rho^3 d\rho = \frac{\pi(R_d^4 - R_i^4)}{2} = \frac{\pi(D_d^4 - D_i^4)}{32}$$

İnce cidarlı elemanların burulma gerilmesi aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.



Şekil 4.16. İnce cidarlı bir elemanı.

$$F = \int \tau \cdot t \cdot ds \quad M_d = F \cdot r$$

$$M_d = \oint \tau \cdot t \cdot r \cdot ds = (\tau \cdot t) \cdot \oint r \cdot ds = 2A_m t$$

Burulma gerilmesi,

$$\tau = \frac{M_d}{2A_m t}$$

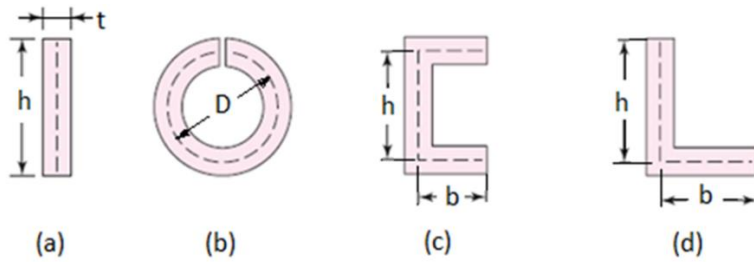
Burulma açısı,

$$\theta = \frac{M_d L}{4A_m^2 G} \oint \frac{ds}{t}$$

$$\oint \frac{ds}{t} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta s}{t}\right)_i = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R_m}{t}$$

$$L_m = \frac{2\pi R_m}{t} \text{ olarak tanımlanırsa, } \theta = \frac{M_d L L_m}{4A_m^2 G}$$

Açık kenarlı ince cidarlı elemanlar için burulma gerilmesi aşağıdaki gibi verilmektedir,



Şekil 4.17. Açık kenarlı ince cidarlı elemanlar.

Açık kenarlı et kalınlığı sabit elemanların burulmasına ait formüller genel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\text{Burulma gerilmesi; } \tau = 3 \cdot M_d / \sum B t^2$$

$$\text{Burulma açısı; } \theta = \frac{3.M_d.L}{G.\sum Bt^3} = \frac{\tau.L}{G.t}$$

Burada, B değerleri şekillere göre aşağıdaki gibi alınmaktadır.

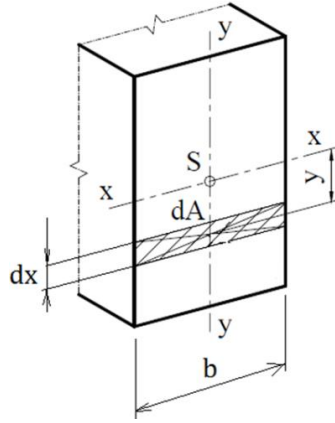
- Şekil 4.17-a için; $B=h$
- Şekil 4.17-b için; $B=p.D$
- Şekil 4.17-c için; $B=h+2b$
- Şekil 4.17-d için; $B=h+b$

Kesme gerilmesi

Basit kesme halinde;

$$\tau_{xy} = \frac{dF_y}{dA} \quad \text{buradan, } \tau_k = \frac{F}{A}$$

Eğilme etkisindeki cisimlerde kesme gerilmesi,



Şekil 4.18. Kesme kuvvetlerinin etkili olduğu kesit.

$$\tau b dx = \int_{y_1}^c \frac{dM y}{I} dA \quad \tau = \frac{1}{b \cdot d \cdot I} \int_{y_1}^c \left[\frac{dM}{dx} \right] y dA$$

$$Q = \frac{dM}{dx} \quad \tau = \frac{Q}{Ib} \int_{y_1}^c y dA \quad S = \int_{y_1}^c y dA$$

$$\tau = \frac{QS}{Ib}$$

4.2. Yaklaşık analiz teknikleri ile iç yüklerin hesaplanması

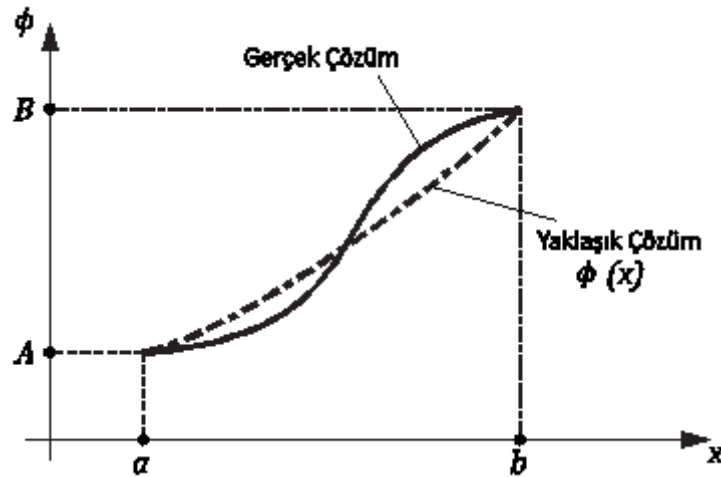
Mühendislik analizlerinde süreklilik problemlerinin çözümü için yaklaşık yöntemler , ihmal edilebilir hata miktarı ile karmaşık problemlerin çözümlerini mümkün kılmak veya uzun işlem zamanlarını azaltmak için geliştirilmektedir. Bu yöntemlerden en çok kullanılanlar aşağıda verilmektedir, bunlar;

- Sonlu elemanlar yöntemi, (Finite element methods) (FEM)
- Sonlu farklar yöntemi, (Finite difference methods) (FDM): Bu yöntem, sınır elemanlar ve sınır hacimler yöntemleri ile birlikte termal ve akışkan problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.

- Sınır elemanlar yöntemi, (Boundary element methods) (BEM): Akustik, gürültü problemlerinin çözümünde yaygın olarak kullanılır.
- Sonlu Hacimler Yöntemi, (Finite volume method) (FVM): Sonlu farklar yöntemine oldukça benzer. Bu yöntem, özellikle hesaplamalı akışkanlar mekaniği problemlerinde kullanılır.
- Ayırık elemanlar yöntemi, (Discrete element method) (DEM): En iyi uygulaması parçacık veya toz malzeme akış analizidir.

Bu bölümde temel olarak sonlu elemanlar yöntemi tanıtılmaktadır.

a. Ritz metodu



Şekil 4.19. Rayleigh – Ritz yaklaşımı

Fiziksel bir olayı sürekli ortamda ifade eden diferansiyel denklemin aşağıdaki gibi verildiğini kabul edelim.

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = -f(x)$$

Burada $\phi(x)$ fonksiyonunu aradığımızı düşünelim.

Sınır koşulları aşağıdaki gibi olsun.

$$\phi(a) = A, \quad \phi(b) = B$$

$f(x)$ fonksiyonu kapalı bir aralıkta (a, b) sürekli bir fonksiyon olsun (şekil 6.1).

Bu yöntemin temel yaklaşımı $\phi(x)$ fonksiyonunu minimum yapan değeri bulmaktır.

$$J(\phi) = \int_a^b \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 - f(x) \cdot \phi(x) \right] dx$$

Ritz metoduna göre çözümü verecek fonksiyonun aşağıdaki gibi olduğunu düşünelim.

$$\phi(x) \cong C_1 \psi_1(x) + C_2 \psi_2(x) + \dots + C_n \psi_n(x), \quad a \leq x \leq b$$

b. Galerkin metodu

Galerkin metodu “*weighted residuals*” ın bir versiyonudur.

Örneğin herhangi bir diferansiyel denklemin yaklaşık çözümü aşağıda verildiği gibi olsun.

$$T_R = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

Burada a_i bilinmeyen sabitlerdir.

Gerçek çözüm T ve hata veya artık miktarı ise R olarak verilmiş ise doğal olarak aşağıdaki eşitlik yazılabilmektedir.

$$R = T - T_R$$

Bu eşitlikte bilinmeyen değerler aşağıdaki integrasyon ile bulunabilmektedir.

$$\int_{\Omega} W_i(x). R(x_i a_i). dV = 0$$

Burada w_i , ifadesi a_i bilinmeyen sabitleri ile ilişkilidir.

c. Sonlu elemanlar yöntemi

Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak süreklilik problemlerinin yaklaşık çözümleri aşağıdaki adımlarla bulunabilmektedir.

1. adım; Bir bölge belirli sayıdaki sonlu elemanlara ayrılır. Her eleman için düğüm noktalarının koordinatları i, j, k belirlenerek her noktaya ve her elemana numaralar atanır.

2. adım; Fiziksel olayı ifade eden diferansiyel denklemler $\phi(x, y)$, yazılır.

3. adım; Bir sonlu eleman için değişimi ifade eden alan fonksiyonunu (deplasman, sıcaklık vb.) oluşturma. Burada $\phi(x, y)$ denklemlerinin çözümü olan alan fonksiyonu $\phi^e(x, y)$ tanımlanır.

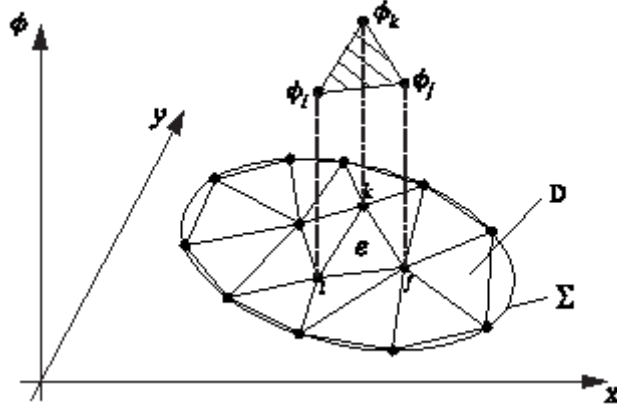
$$\phi^e(x, y) = \beta_1^e + \beta_2^e x + \beta_3^e y$$

4. Adım; Bir sonlu elemanın uc düğüm noktalarındaki değişim, ϕ_i, ϕ_j, ϕ_k (deplasman, sıcaklık vb.) vektörleri oluşturulur. Her elemanın uc düğüm noktalarının fiziksel değişimleri ϕ_i, ϕ_j, ϕ_k aşağıdaki gibi belirlenmiş olsun.

$$\phi_i = \beta_1^e + \beta_2^e x_i + \beta_3^e y_i$$

$$\phi_j = \beta_1^e + \beta_2^e x_j + \beta_3^e y_j$$

$$\phi_k = \beta_1^e + \beta_2^e x_k + \beta_3^e y_k$$



Şekil 4.20. D bölgesi sonlu elemanlara ayrılmış durumdadır. Her eleman için düğüm noktalarının koordinatları

Her elemanın uc düğüm noktalarının fiziksel değişimleri matris formuna dönüştürülürse aşağıdaki denklemler yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1^e \\ \beta_2^e \\ \beta_3^e \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1^e \\ \beta_2^e \\ \beta_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{bmatrix}$$

Buradan , $\beta_1^e, \beta_2^e, \beta_3^e$ değerleri ϕ_i, ϕ_j, ϕ_k cinsinden bulunarak $\phi^e(x, y)$ eşitliğinde yazılırsa alan fonksiyonu sonlu elemanın uc düğüm noktalarının deplasmanlarına bağlı olarak elde edilir.

$$\phi^e(x, y) = \frac{a_i + b_i + c_i y}{2\Delta} \phi_i + \frac{a_j + b_j + c_j y}{2\Delta} \phi_j + \frac{a_k + b_k + c_k y}{2\Delta} \phi_k$$

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j, \quad b_i = y_j - y_k, \quad c_i = x_k - x_j$$

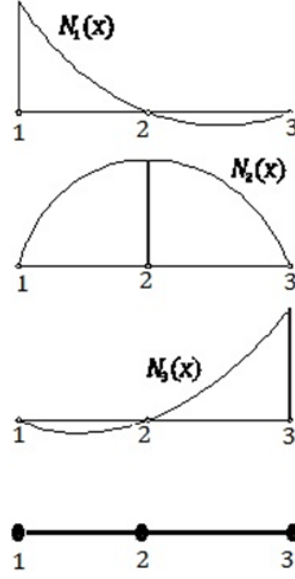
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}$$

5. adım; Şekil fonksiyonlarını bulma. Burada şekil fonksiyonları, alan fonksiyonu ile sonlu elemanın düğüm noktalarındaki değişimler (deplasman, sıcaklık vb.) arasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır.

Denklem sonlu elemanlar terminolojisinde aşağıdaki gibi kısaltılarak ifade edilmektedir.

$$\phi^e(x, y) = N_i \phi_i + N_j \phi_j + N_k \phi_k$$

Burada N_i, N_j, N_k elemanın şekil fonksiyonlarıdır ve sayısal değerleri bir sonlu eleman üzerinde temsil ettikleri noktada 1 diğer noktalarda ise 0 olmaktadır.



Şekil 4.21. Bir boyutlu ve 3 noktaya sahip bir sonlu eleman üzerinde 3 adet şekil fonksiyonu ve bunların değerleri.

Buna göre,

$$\phi^e(x, y) = [N^e] \cdot \{\phi^e\}$$

Burada alan fonksiyonu $\phi^e(x, y)$, şekil fonksiyonları ve eleman uçlarının fiziksel değerleri cinsinden yazılmaktadır.

Şekil fonksiyonları için farklı polinom kabulleri de yapılmaktadır. Sonlu eleman modelinin serbestlik derecesini ve her noktasının fiziksel değişimini ifade eden şekil fonksiyonlarının seçimi modelle bütünlük arz eder ve analiz işlemlerindeki performansı belirler. Şekil fonksiyonları polinomlar olarak yazılabilirler. Ancak invers matris alma işlemleri zaman alır. Lagrange şekil fonksiyonları, daha hassas sonuçlar verirler ancak daha uzun analiz zamanlarına ve bazı çözüm sıkıntılarına yol açmaktadırlar. Serendipity elemanda, normalized koordinatlara göre şekil fonksiyonları doğrudan elde edilebilmektedir ve ticari yazılımlara daha uygundur.

Bu aşamada denklem sisteme göre düzenlenerek elemanın katılık matrisi belirlenir ve dış etkiler ile eleman uçlarındaki fiziksel değişimler ilişkilendirilir.

Elemanın şekil katsayıları, bunların türev ve integralleri kullanılarak eleman katılık matrisi belirlenir.

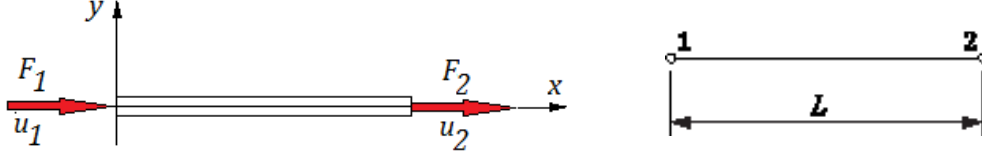
Eleman katılık matrisleri kullanılarak sistem katılık matrisi yazılır ve böylece sonlu elemanlar yönteminin karakteristik çözüm denklemi oluşturulur.

6. Adım; Sistemin sınır koşulları tanımlanır. Bu aşamada özellikle dışardan gelen etkilere (kuvvet, ısı vb.) ait vektör oluşturulmaktadır.
7. Adım; Sistem denklemi farklı matematiksel yöntemler kullanılarak çözülür ve böylece elemanın uçlarındaki fiziksel değişimler belirlenir.

Sonlu elemanlar yönteminde kullanılmakta olan çözüm yaklaşımlarının karşılaştırılması

Doğrudan yaklaşım ile çözüm

Şekil 4.22' de görüldüğü gibi, bir boyutlu , noktada bir serbestlik dereceli elemanı ele alalım. Eleman her iki ucunda etkili çekme kuvvetlerinin etkisi altında olsun. Bu eleman için sonlu elemanlar yöntemini doğrudan yaklaşım ile uygulayalım.



Şekil 4.22. Bir boyutlu, noktada bir serbestlik dereceli, çekme çubuğu.

Kuvvetler etkisi altında çekilmekte olan elemanın gerinim değeri aşağıdaki gibi verilebilmektedir.

$$\varepsilon = \frac{u_1 - u_2}{L}$$

Hook kanununa göre gerilme aşağıdaki gibidir.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = \frac{F}{A}$$

Denklemler düzenlenerek, kuvvetler bulunabilir.

$$F_1 = \frac{EA}{L} (u_1 - u_2), \quad F_2 = -F_1$$

$$F_2 = -\frac{EA}{L} (u_1 - u_2)$$

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

Böylelikle sonlu elemanlar yönteminin karakteristik denklemi bulunur.

$$\{F\} = [K] \cdot \{u\}$$

Enerji yöntemi ile çözüm

Sonlu elemanlar yöntemindeki çözüm yaklaşımlarını karşılaştırabilmek için,şekil 4.22' de verilmekte olan örneği, toplam enerji yaklaşımı ile çözelim.

Kuvvetler etkisi altındaki mekanik bir sistemde için toplam enerji aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$E_t = \frac{1}{2} \cdot \int_V \sigma \cdot \varepsilon \cdot dV - F_1 u_1 - F_2 u_2$$

Burada,

Hacimsel değişim, $dV = A \cdot dx$

Gerinim, $\varepsilon = \frac{u_1 - u_2}{L}$

Gerilme, $\sigma = E \cdot \varepsilon$

$$E_t = \frac{1}{2} \cdot \int_0^L \frac{E (u_1 - u_2)^2}{L^2} A dx - (F_1 u_1 + F_2 u_2)$$

İntegrasyon işlemi sonucunda elemanın toplam enerjisi bulunur,

$$E_t = \frac{EA}{2L} \cdot (u_1 - u_2)^2 - (F_1 u_1 + F_2 u_2)$$

Toplam enerjiyi minimum yapan değerler bulunarak aşığıdaki denklemlere ulaşılmaktadır.

$$\frac{\partial E_t}{\partial u_1} = \frac{EA}{L} \cdot (u_1 - u_2) - F_1 = 0$$

$$\frac{\partial E_t}{\partial u_2} = -\frac{EA}{L} \cdot (u_1 - u_2) - F_2 = 0$$

Bu denklemler matris formunda yazılarak sonlu elemanlar yönteminin karakteristik denklemi bulunmaktadır.

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

$$\{F\} = [K] \{u\}$$

İnterpolasyon fonksiyonu ile çözüm

Şekil 4.22' de verilmekte olan örneği, interpolasyon fonksiyonları yaklaşımı ile çözelim. Bu durumda elemanın uc düğüm noktalarının deplasmanlarının doğrusal olduğunu kabul ederek alan fonksiyonu aşığıdaki gibi 1. mertebeden bir polinom olarak yazılabilmektedir.

$$u(x) = A + Bx$$

Uc düğüm noktalarının deplasmanları, alan fonksiyonunda, bu noktaların koordinatları yerlerine yazılarak bulunabilmektedir.

$$u_1 = A + Bx_1$$

$$u_2 = A + Bx_2$$

Bu denklemler kullanılarak alan fonksiyonu uç düğüm noktalarının deplasmanları cinsinden aşığıdaki gibi yazılabilir.

$$A = \frac{x_2}{L} u_1 - \frac{x_1}{L} u_2, \quad B = -\frac{1}{L} u_1 + \frac{1}{L} u_2$$

$$u(x) = \frac{x_2 - x}{L} u_1 + \frac{x - x_1}{L} u_2$$

Bu denklem için şekil fonksiyonları aşağıdaki gibi tanımlanarak alan fonksiyonu, uc düğüm noktalarının deplasmanları ve şekil fonksiyonlarına bağlı olarak ifade edilebilmektedir.

$$N_1 = \frac{x_2 - x}{L}, \quad N_2 = A = \frac{x - x_1}{L}$$

$$u(x) = N_1 u_1 + N_2 u_2$$

Buradan gerilme değeri, alan fonksiyonu ile bağlantılı olarak yazılabilmektedir.

$$\varepsilon = \frac{du(x)}{dx} = \frac{dN}{dx} u = B \cdot u$$

$$B = \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right], \quad \sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\sigma = E \cdot B \cdot u$$

Mekanik eleman için gerinim enerjisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$E = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon \cdot dV = \frac{1}{2} \int_V (u^T B^T E B u) dV$$

Gerinim enerjisi ifadesi düzenlenecek olursa, aşağıdaki denklem elde edilir.

$$E = \frac{1}{2} u^T \left[\int_V (B^T E B) dV \right] u$$

Dış kuvvetlerin yaptığı iş aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$W = F_1 u_1 + F_2 u_2 = \{u^T\} \{F\}$$

İrdelenen durumda dış kuvvetlerin yaptığı iş gerinim enerjisine eşittir.

$$E = W$$

Yukarıdaki denklemler kullanılarak eşitlik aşağıdaki duruma getirilebilmektedir.

$$\frac{1}{2} u^T \left[\int_V (B^T E B) dV \right] u = u^T F$$

Bu denklemde her iki tarafın türevleri alınarak aşağıdaki denklem bulunur.

$$\frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{1}{2} u^T \left[\int_V (B^T E B) dV \right] u \right] = \frac{\partial}{\partial u} (u^T F)$$

$$\left[\int_V B^T E B dV \right] u = F$$

Yukarıdaki denklem sonlu elemanlar yönteminin, karakteristik çözüm denklemine benzetilecek olursa katılık matrisi bulunur.

$$K = \int_V B^T E B dV$$

Burada B matrisi açık olarak yerine yazılarak,

$$K = \int_0^L \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ 1 \\ +\frac{1}{L} \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 1 \\ 1 & L \end{bmatrix} A dx$$

$$K = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Böylece, sonlu elemanlar yönteminin karakteristik çözüm denklemi elde edilir.

$$\{F\} = [K] \{u\}$$

Varyasyonel fonksiyon kullanımı ile çözüm

Şekil 4.22' de verilmekte olan örneği, varyasyonel yaklaşım ile çözelim. Bir fonksiyonun varyasyonunda küçük artımlarda fonksiyonun değeri değişmez (şekil 4.23).

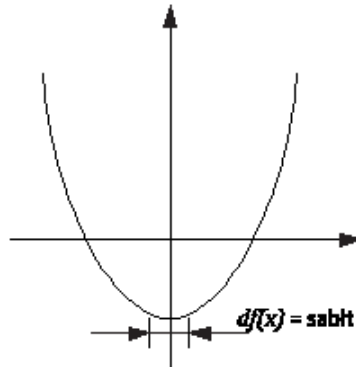
İncelenmekte olan örnekte alan fonksiyonu olarak $f(x) = u(x)$ alınmalıdır.

Bir boyutlu sistemlerde, fonksiyonun varyasyonu için aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$J(f) = \int_V \frac{1}{2} \left[\alpha \left(\frac{df}{dx} \right)^2 + \beta f^2 - 2\gamma f \right] dV$$

Buna göre, denklem $u(x)$ fonksiyonu için düzenlenecek olursa,

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{du(x)}{dx} E \cdot \frac{du(x)}{dx} A \cdot dx - \int_0^L u(x) p \cdot A \cdot dx$$



Şekil 4.23. Bir $f(x)$ fonksiyonunun varyasyonu.

Yukarıda verilmekte olan varyasyon denklemi matris formunda düzenlenerek varyasyon fonksiyonu oluşturulur.

$$\frac{du(x)}{dx} = \frac{dN}{dx} \cdot u$$

$$J(u) = \frac{A}{2} \int_0^L u^T \left[\frac{dN}{dx} \right]^T E \left[\frac{dN}{dx} \right] u \, dx - A \int_0^L u^T N^T p \, dx$$

$$J(u) = \frac{A}{2} \int_0^L [u_1 u_2] \begin{bmatrix} dN_1/dx \\ dN_2/dx \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} dN_1/dx & dN_2/dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} dx - A \int_0^L [u_1 u_2] \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} p \, dx$$

$$\frac{\partial J(u)}{\partial u} A \int_0^L \left[\frac{dN}{dx} \right]^T E \left[\frac{dN}{dx} \right] u \, dx - A \int_0^L N^T p \, dx = 0$$

$$EA \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{1}{L^2} & -\frac{1}{L^2} \\ -\frac{1}{L^2} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} dx = A \int_0^L \begin{bmatrix} (L-x)/L \\ x/L \end{bmatrix} p \, dx$$

Böylece sonlu elemanlar yönteminin karakteristik denklemi aşağıdaki gibi bulunur.

$$EA \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \frac{ApL}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Burada, $F = A \cdot p \cdot L$ kuvvet ifadesidir.

Sonlu elemanlar yönteminde Ritz metodunun kullanımı ile çözüm

Şekil 4.22' de verilen bir boyutlu ve noktada bir serbestlik dereceli, eleman için Ritz metodunu kullanarak, sonlu elemanlar yönteminin karakteristik çözüm denklemini oluşturunuz.

Doğrusal değişim kabulü ile eleman alan fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$u^e(x) = N_1 u_1 + N_2 u_2$$

Bu denkleme Ritz metodunu uygulayacak olursak aşağıdaki eşitlikler yazılabilmektedir.

Genel eşitlik aşağıdaki gibidir.

$$J(\phi) = \int_a^b \left[\frac{1}{2} \left(\frac{du}{dx} \right)^2 - f(x)u(x) \right] dx$$

Genel eşitliği birim elemana uygularsak aşağıdaki denklem yazılabilmektedir.

$$J^e(u) = \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{1}{2} \left([N_1' N_2'] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \right)^2 - f(x) \cdot [N_1 N_2] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \right] dx$$

Burada elemanın $u^e(x)$ alan fonksiyonunu minimum yapan değerler, elemanın uc düğüm noktalarının fiziksel değişimlerine göre bulunabilir.

$$\frac{\partial J^e(u)}{\partial u_1} = \int_{x_1}^{x_2} \left(N_1' [N_1' N_2'] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} - f(x) N_1 \right) dx = 0$$

$$\frac{\partial J^e(u)}{\partial u_2} = \int_{x_1}^{x_2} \left(N_2' [N_1' N_2'] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} - f(x) N_2 \right) dx = 0$$

Buna göre sonlu elemanlar yönteminin karakteristik denklemine benzetim yapılacak olursa eleman için aşağıdaki eşitliğe ulaşılır.

$$[K^e] \cdot \{u^e\} = \{F^e\}$$

Burada ;

$$[K^e] = \int_{x_1}^{x_2} \begin{bmatrix} N_1' N_1' & N_1' N_2' \\ N_2' N_1' & N_2' N_2' \end{bmatrix} \cdot dx$$

$$\{u^e\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

$$\{F^e\} = \int_{x_1}^{x_2} \begin{Bmatrix} f(x) N_1 \\ f(x) N_2 \end{Bmatrix} dx$$

Burada $[K^e]$ elemanın katılık matrisidir.

F^e : Dış etkiler

u^e : Elemanın uçlarındaki fiziksel etkiler

Sonlu elemanlar yönteminde Galerkin metodunun kullanımı ile çözüm

Şekil 4.22' de verilmekte olan elemanın, galerkin yaklaşımını kullanarak sonlu elemanlar yöntemiyle analizini yapılması için aşağıdaki çözüm tarzı benimsenmektedir. Verilmekte olan sonlu eleman için Hook kanununa göre aşağıdaki ifadeler yazılabilmektedir.

$$\sigma(x) = E \varepsilon(x)$$

$$\varepsilon(x) = \frac{du(x)}{dx}$$

Bu iki denklemden aşağıdaki eşitlikler yazılabilmektedir.

$$\frac{d\sigma(x)}{dx} = E \frac{d\varepsilon(x)}{dx}$$

$$\frac{d\sigma(x)}{dx} = E \frac{d^2 u(x)}{dx^2} = 0$$

Noktada bir serbestlik dereceli bu eleman için alan fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$u(x) = N_1 u_1 + N_2 u_2$$

Bir boyutlu, noktada bir serbestlik dereceli eleman için şekil fonksiyonları aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$N_1 = 1 - \frac{x}{L}, \quad N_2 = \frac{x}{L}, \text{ buradaki ifadeler, } x_1 = 0 \text{ ve } x_2 = L \text{ kabul edilerek yazılmıştır.}$$

Galerkin yöntemine göre aşağıdaki denklem yazılabilmektedir.

$$\int_{\Omega} w_i(x) \cdot R(x_i a_i) \cdot dV = 0$$

Bu denklemde w_i ifadesi, sonlu elemanlar yönteminde şekil fonksiyonlarına karşılık gelmektedir.

$R(x_i a_i)$ şeklinde verilmekte olan gerçek çözüm ile yaklaşık çözüm arasındaki hata ifadesi ise

bizim örneğimizde, $\frac{d\sigma(x)}{dx}$ şeklinde verilebilir. Bu durumda integral sonlu elemanlar

yaklaşımına uygun ifadelerle yeniden oluşturulacak olursa aşağıdaki eşitlik bulunmaktadır.

$$\int_V N_i \left(E \frac{d^2 u}{dx^2} \right) dV = 0 \quad \text{veya, } V = A x \text{ olduğuna göre,}$$

$$\int_0^L N_i \left(E \frac{d^2 u}{dx^2} \right) A dx = 0 \quad \text{yazılabilmektedir. Burada, } i = 1, 2 \text{ olarak alınabilir.}$$

Bu integralin çözümünde kısmi integrasyon kuralı uygulanabilmektedir.

$$A E N_i \frac{du}{dx} \Big|_0^L - \int_0^L A E \frac{dN_i}{dx} \frac{du}{dx} dx = 0$$

Bu eşitlik aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\int_0^L A E \frac{dN_i}{dx} \frac{du}{dx} dx = A E N_i \frac{du}{dx} \Big|_0^L$$

$x = 0$ için $N_1 = 1$ ve $N_2 = 0$ ayrıca $x = L$ için $N_1 = 0$ ve $N_2 = L$ olduğu için aşağıdaki ifadeler yazılabilmektedir.

1 no' lu düğüm noktası için,

$$A E \int_0^L \frac{dN_1}{dx} \frac{d}{dx} (N_1 u_1 + N_2 u_2) dx = -A E \frac{du}{dx} = -A E \varepsilon = -A \sigma$$

Burada, $F_1 = -A \sigma$

2 no' lu düğüm noktası için,

$$A E \int_0^L \frac{dN_2}{dx} \frac{d}{dx} (N_1 u_1 + N_2 u_2) dx = A E \frac{du}{dx} = A E \varepsilon = A \sigma$$

Burada, $F_2 = -A \sigma$

Bu ifadeler sonlu elemanlar yönteminin karakteristik çözüm ifadesini oluşturacak şekilde düzenlenerek aşağıdaki gibi yazılabilir.

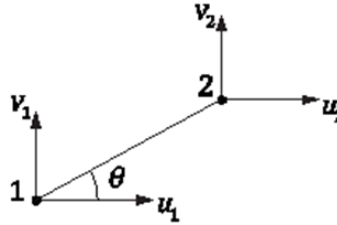
$$AE \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{dN_1}{dx} \frac{dN_1}{dx} & \frac{dN_1}{dx} \frac{dN_2}{dx} \\ \frac{dN_2}{dx} \frac{dN_1}{dx} & \frac{dN_2}{dx} \frac{dN_2}{dx} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} dx = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

İntegral işlemi yapıldıktan sonra düğüm noktalarının deplasmanları aşağıdaki gibi bulunmaktadır.

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

Bir boyutlu noktada iki serbestlik dereceli elemanlar ve bunlardan oluşan sistemlerin analizi.

Bu tip bir sonlu eleman çubuklar genelde kafes kiriş sistemlerde karşımıza çıkmakta olup bu elemanlar moment taşımazlar ve katılık matrisleri de aşağıdaki gibi verilmektedir.



Şekil 4.24. Bir boyutlu noktada iki serbestlik dereceli sonlu eleman.

$$k = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}$$

$$c = \cos \theta \quad s = \sin \theta$$

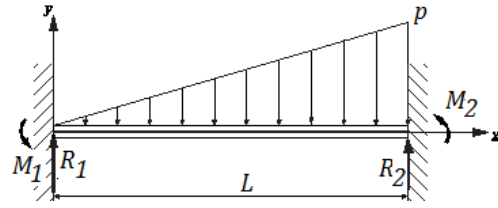
Sonlu elemanda oluşan gerilme ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\sigma = \frac{E}{L} \begin{bmatrix} -c & -s & c & s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

Sonlu elemanlar yönteminde kuvvet kabulleri

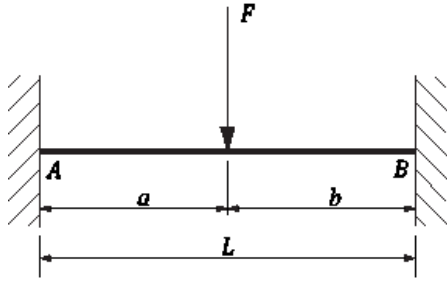
Sonlu elemanlar yönteminde, kuvvet ve momentler elemanın düğüm noktalarına indirgenir.

Aşağıda farklı kuvvet durumları için indirgemenin nasıl yapılması gerektiği açıklanmaktadır.



$$M_1 = PL^2/30 \quad , \quad R_1 = 3PL/20$$

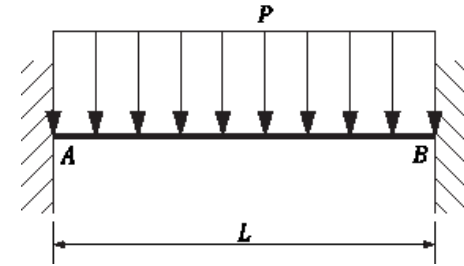
$$M_2 = -PL^2/20 \quad , \quad R_2 = 7PL/20$$



$$M_A = \frac{Fab^2}{L^2} \quad , \quad M_B = \frac{Fba^2}{L^2}$$

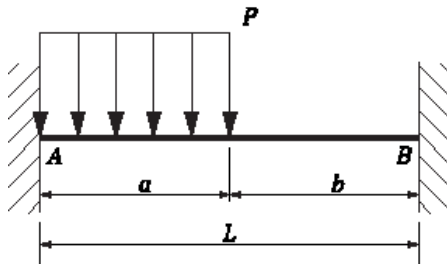
$$R_A = \frac{Fb^2}{L^3} (3a + b)$$

$$R_B = \frac{Fa^2}{L^3} (a + 3b)$$



$$M_A = M_B = \frac{pL^2}{12}$$

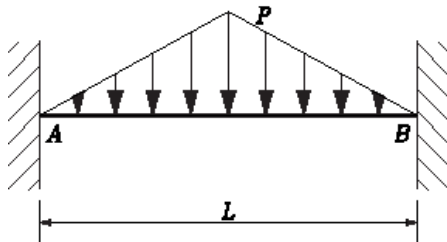
$$R_A = R_B = \frac{pL}{2}$$



$$M_B = \left(\frac{Pa^3}{12L^2}\right)(4L - 3a)$$

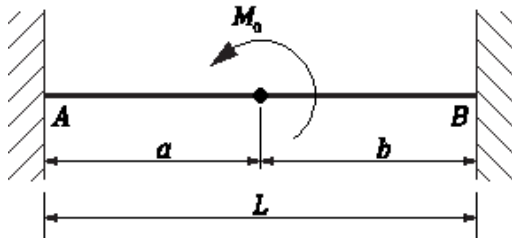
$$R_A = \left(\frac{Pa}{2L^3}\right)(a^3 - 2a^2L + 2L^3)$$

$$R_B = \left(\frac{Pa^3}{2L^3}\right)(2L - a)$$



$$M_A = M_B = \frac{5pL^2}{96}$$

$$R_A = R_B = \frac{pL}{4}$$



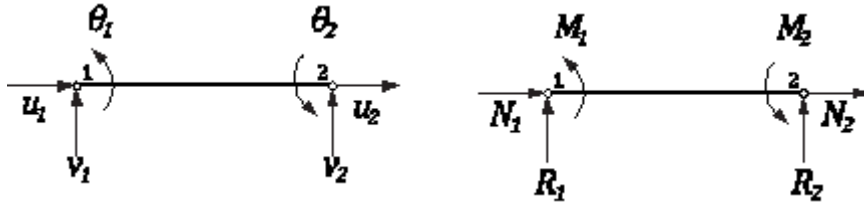
$$R_A = R_B = \frac{6M_0ab}{L^3}$$

$$M_A = \frac{M_0b}{L^2} (3a - L)$$

$$M_B = \frac{M_0a}{L^2} (3b - L)$$

Şekil 4.25. Bir eleman üzerinde etkili farklı dış kuvvetlerin düğüm noktalarına indirgenmesi.

Bir boyutlu noktada üç serbestlik dereceli sistemler,



Şekil 4.26. Bir boyutlu noktada üç serbestlik dereceli sonlu eleman.

Bu tip elemanlar kiriş eleman olarak da bilinmekte olup böyle bir sonlu eleman için katılık matrisi aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$K = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 12C_2 & 6C_2L & 0 & -12C_2 & 6C_2L \\ 0 & 6C_2L & 4C_2L^2 & 0 & -6C_2L & 2C_2L^2 \\ -C_1 & 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & -12C_2 & -6C_2L & 0 & 12C_2 & -6C_2L \\ 0 & 6C_2L & 2C_2L^2 & 0 & -6C_2L & 4C_2L^2 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \frac{EA}{L}, \quad C_2 = \frac{EI}{L^3}$$

4.3. Statik zorlamalarda yapısal elemanların dayanımın kontrolü

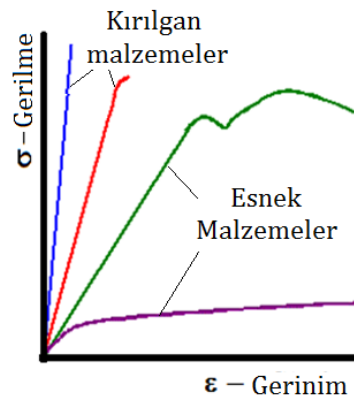
Statik dayanım için tasarımda temel olarak iki farklı tip emniyet kontrolü yapılmaktadır, bunlar;

- Dayanım kontrolü
- Deplasman (sehim) kontrolü

a. Dayanım kontrolü,

Dayanım kontrollerinde malzemelerin kırılmalığına bağlı olacak şekilde iki farklı kontrol yaklaşımı benimsenmektedir, bunlar;

- Esnek malzemeler için emniyet kontrolleri
- Kırılmal malzemeler için emniyet kontrolleri



Şekil 4.27. Kırılmal (brittle) malzemeler, esnek (ductile) malzemelere göre yüksek dayanıma sahip olabilirler. Ancak esneme değerleri çok küçük bir aralıkta değişmektedir.

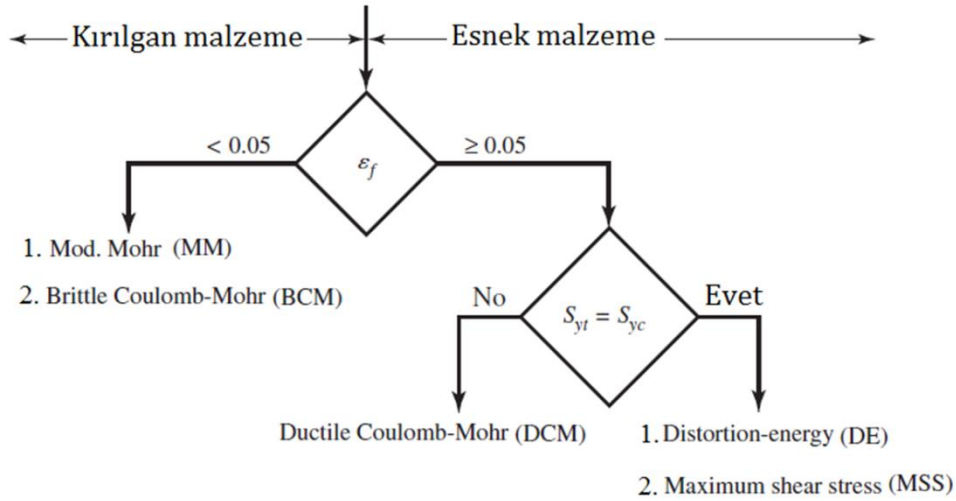
Akma sınırına göre emniyet kontrolleri,

Statik analizlerde emniyet katsayısının akmaya göre hesaplanmasında, iki temel yaklaşım söz konusudur, bunlar;

- Çelik, alüminyum, bakır gibi elastik uzama değerleri yüksek malzemeler, $\varepsilon_f \geq 0,05$
- Kır döküm gibi kırılğan malzemeler, $\varepsilon_f < 0,05$

Emniyet katsayısı hesaplama yöntemini seçme:

Elastik gerinim değerine (ε) göre emniyet katsayısı hesaplama yöntemi aşağıdaki şekil 4.28 e göre seçilmektedir.

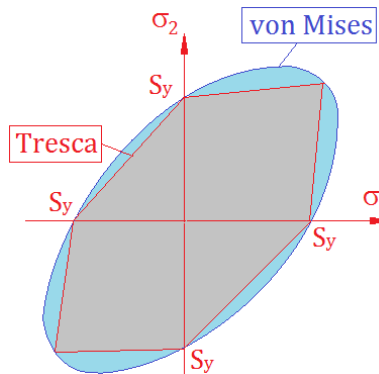


Şekil 4.28. Statik analizlerde emniyet katsayısı hesaplama yönteminin malzemeye göre değerlendirilmesi.

Esnek malzemeler için emniyet katsayısı:

Birçok çelik tipi için elastik sınır gerinim değeri $\varepsilon \geq 0,05\%$ olup bu elastik malzemeler için emniyet katsayısının belirlenmesinde öncelikle çekme ve basma yönlerinde akma gerilmelerinin farklı olup olmadıklarına bakılmaktadır.

- Deformasyon Enerjisi (Distortion energy) Yöntemi;



Şekil 4.29. Deformasyon enerjisi (von Mises) ve maksimum kayma gerilmesi (Tresca) hipotezlerinin geometrik olarak karşılaştırılması.

Bu yöntemde eşdeğer gerilme Von Misses yaklaşımı ile hesaplanarak emniyet katsayısı bulunur.

Von Misses hipotezine göre asal gerilmeler cinsinden toplam gerilme, (metal malzemeler),

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{0,5}$$

veya, mevcut gerilmeler cinsinden toplam gerilme,

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)]^{0,5}$$

Emniyet katsayısı,

$$S = \frac{\sigma_{AK}}{\sigma_v}$$

Polimer malzemeler, basma dayanımı çekmeden fazla olan malzemeler için Von Misses hipotezinin uyarlanmış hali aşağıda verilmektedir.

$$\sigma_v = \frac{1}{2m} \left[\pm \frac{1+m}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{0,5} + (m-1)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \right]$$

Burada; m = Basmada akma dayanımı/Çekmede akma dayanım

- Maksimum kayma gerilmesi yöntemi;

Eşdeğer gerilme maksimum kayma gerilmesi hipotezine göre hesaplanarak emniyet katsayısı bulunur.

Mohr gerilme hipotezine uygun olarak asal gerilmeler σ_1 ve σ_2 olarak hesaplanmış olsun. Buna göre maksimum kayma gerilmesi;

$$\tau_{max} = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right|$$

Buna göre, malzemenin akma gerilmesi, σ_{AK} ise, emniyet katsayısı aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$S = \frac{\sigma_{AK}}{2 \cdot \tau_{max}} \quad \text{veya} \quad S = \frac{\sigma_{AK}}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

- Esnek malzemeler için Coulomb - Mohr yöntemi;

Asal gerilmeler $\sigma_1 \geq \sigma_2$ olarak hesaplanmış olsun.

Malzemenin çekme yönünde akma sınırı, σ_{AKc} ve basma yönünde, σ_{AKb} ise emniyet katsayısı;

$$S = \frac{1}{\frac{\sigma_1}{\sigma_{AKc}} - \frac{\sigma_2}{\sigma_{AKb}}}$$

Kırılğan malzemeler ($\epsilon < 0,05\%$) için statik kontrol esasları;

- a. Düzeltilmiş Mohr (Modifier Mohr) hipotezi
- b. Kırılğan Coulomb-Mohr (Brittle) hipotezi

Akma sınırı tespit edilemeyen malzemelerde, genelde maksimum gerilmeler kriter olarak kullanılmaktadır.

Dökme demir gibi kırılğan malzemeler için emniyet katsayısının belirlenmesinde genelde kullanılabilecek düzeltilmiş Mohr yöntemi açıklanacaktır.

- Düzeltilmiş Mohr hipotezine göre emniyet katsayısının bulunması;

Bu kontrolde emniyet katsayısı üç farklı hal değerlendirilerek aşağıdaki işlemlere göre bulunur.

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \text{ veya } \sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \text{ ve } \left| \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right| \leq 1 \text{ ise } S = \frac{\sigma_{kc}}{\sigma_1}$$

$$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \text{ ve } \left| \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right| > 1 \text{ ise } S = \frac{\sigma_{kb} \cdot \sigma_{kc}}{(\sigma_{kb} - \sigma_{kc}) \cdot \sigma_1 - \sigma_{kc} \sigma_2}$$

$$0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \text{ ise } S = -\frac{\sigma_{kb}}{\sigma_2}$$

Akma sınırına göre kontrollerde emniyet katsayısı değerleri:

Makine tasarımında kullanılabilecek emniyet katsayılarının ilgili uluslararası standartlara göre saptanması gerekmektedir.

➤ **Yapısal tasarımlarda Eurocode ve AISC 360-10 standartlarına göre emniyet katsayıları ve emniyet kontrolü,**

Yapılar üzerinde etkili yük kombinasyonları bölümünde tablo 4.11 e göre yük kombinasyonlarının kullanıldığı statik analizlerde ASD ve LRFD tasarım yöntemleri arasındaki en belirgin fark kıyaslama gerilmesidir.

ASD yönteminde malzemenin akma sınırı, belli bir katsayı ile azaltılarak malzemenin tasarım gerilmesi ile kıyaslanır ve yükleme kombinasyonlarında her hangi bir arttırıcı katsayı kullanılmaz.

$$\sigma_t \leq \frac{S_{AK}}{\Omega}$$

Burada;

σ_t : Dış kuvvetler etkisi ile sistemde oluşan toplam gerilme,

S_{AK} : Malzemenin akma dayanımı,

Ω : Emniyet katsayısı, (tablo 5.3)

LRFD yönteminde ise kıyaslama malzeme akma sınırına göre yapılır ve yükleme kombinasyonlarında yükleri arttırıcı katsayılar kullanılır.

$$\sigma_t \leq \phi S_{AK}$$

Burada;

ϕ : Dayanım azaltma katsayısı, (tablo 4.1)

Sınır Dayanım		ASD Ω , güvenlik katsayıları	LRFD ϕ , dayanım katsayıları
Çekme	Akma	1.67	0.90
	Kırılma	2.00	0.75
Basınç		1.67	0.90
Eğilme		1.67	0.90
Kayma		1.67	0.90
Eğilmeli burulmalı burkulma		1.67	0.90
Köşe kaynak		2.00	0.75
Tam nüfuziyetli küt kaynak		Esas metalle aynı	Esas metalle aynı
Kısmi nüfuziyetli küt kaynak	çekmede	1.88	0.80
	basınçta	1.88	0.80
	kaymada	2.00	0.75
Bulonlar		2.00	0.75

Tablo 4.1. Ω , emniyet katsayıları ve ϕ , dayanım azaltma katsayıları (AISC 360-10)

Eurocode 3 e göre elastik analizlerde emniyet kontrolünde ise kısmi emniyet katsayısı kullanılmaktadır.

$$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_z + 3\tau_x^2} \leq \frac{S_{AK}}{\gamma_{Mx}}$$

Burada, γ_{Mx} kısmi emniyet faktörleri aşağıdaki gibi verilmektedir.

Dayanım hesaplarında kısmi emniyet katsayısı, $\gamma_{M0} = 1,0$

Stabilite, (burkulma vb) hesaplarında emniyet katsayısı, $\gamma_{M1} = 1,0$

Birleşimlerin (kaynak, cıvata) hesaplarında kısmi emniyet katsayısı, $\gamma_{M2} = 1,25$

Farklı yüklerin konstrüksiyonlarda etkili olduğu durumlarda en olumsuz durumu belirlemek için yük kombinasyonları kullanılmaktadır. Böylelikle emniyet faktörlerinin yanı sıra dış yükler de özelliklerine göre ayrı ayrı çoğaltma faktörleri ile artırılmaktadır. Burada örnek olarak deprem yüklerinin etkili olduğu bir sistem için farklı standartlara göre düzenlenmiş olan yük kombinasyonları verilmektedir (tablo 4.2 ve tablo 4.3).

Temel ASD yük kombinasyonları	Temel LRFD yük kombinasyonları
G	1.4G
G + L	1.2G + 1.6L
G $\pm$ 0.7Ex	0.9G $\pm$ 1.0Ex
G $\pm$ 0.7Ey	0.9G $\pm$ 1.0Ey
G $\pm$ 0.7Ez	0.9G $\pm$ 1.0Ez
G + 0.75L $\pm$ 0.75(0.7Ex)	1.2G + L $\pm$ 1.0Ex
G + 0.75L $\pm$ 0.75(0.7Ey)	1.2G + L $\pm$ 1.0Ey
G + 0.75L $\pm$ 0.75(0.7Ez)	1.2G + L $\pm$ 1.0Ez

Tablo 4.2. ASCE standartlarına göre temel yük kombinasyonları. Burada; G: Ölü ağırlıklar, L: Canlı yükler, Ex, Ey, Ez: x,y ve z yönlerinde deprem yükleri

Ulusal Deprem Yönetmeliği ve TS648	EUROCODE standardına göre temel
G	1.35G
G + L	1.35G + 1.5L
G + L + Ex ± 0.3Ey	G ± Ex
G + L ± 0.3Ex ± Ey	G ± Ey
0.9G ± Ex ± 0.3Ey	G + 0,3L ± Ex
0.9G ± 0.3Ex ± Ey	G + 0,3L ± Ey

Tablo 4.3. EUROCODE ve TS648 standartlarına göre temel yük kombinasyonları

➤ **DIN 15018 veya FEM-1998.10.01 (*Federation Of Materials Handling*) standardına göre emniyet katsayıları ve kontrolü,**

Bu standarda göre emniyet kontrolü ASD esasına uygun olacak şekilde yapılmaktadır. Yani yükler, yük katsayıları ile çoğaltılmamakta, elde edilen toplam gerilme belirli bir emniyet katsayısına bölünmektedir.

$$M(\sigma_G + \psi\sigma_L + \sigma_H) \leq \sigma_{AK}/S$$

Bu denklemde,

M: İşletme koşullarına bağlı gerilme yükseltme katsayısı. Genel amaçlı hesaplamalarda 1 alınır.

σ_G : Ağırlık yüklerinden oluşan gerilmelerin toplamı

σ_L : Kaldırılan yükten oluşan gerilmelerin toplamı

σ_H : Yatay yüklerden oluşan gerilmelerin toplamı

ψ : Dinamik faktör. Burada sistem üzerinde kaldırılan yükün kütlesinden dolayı etkili olan dinamik yükler statik yaklaşımla bir katsayıya indirgenmektedir. Ortalama hız değerleri için dinamik faktör 1,15 alınmaktadır. Yüksek hızlarda ilgili standarda bakılması doğrudur.

S: Emniyet katsayısı. Kren çelik yapılarının statik analizlerinde, rüzgar kuvvetlerinin hesaplara katılmadığı analiz durumlarında (1. Yükleme hali), emniyet katsayısı S=1,5 olarak verilmektedir.

➤ **Standartlarda belirtilmeyen analizler için emniyet katsayısının tespiti,**

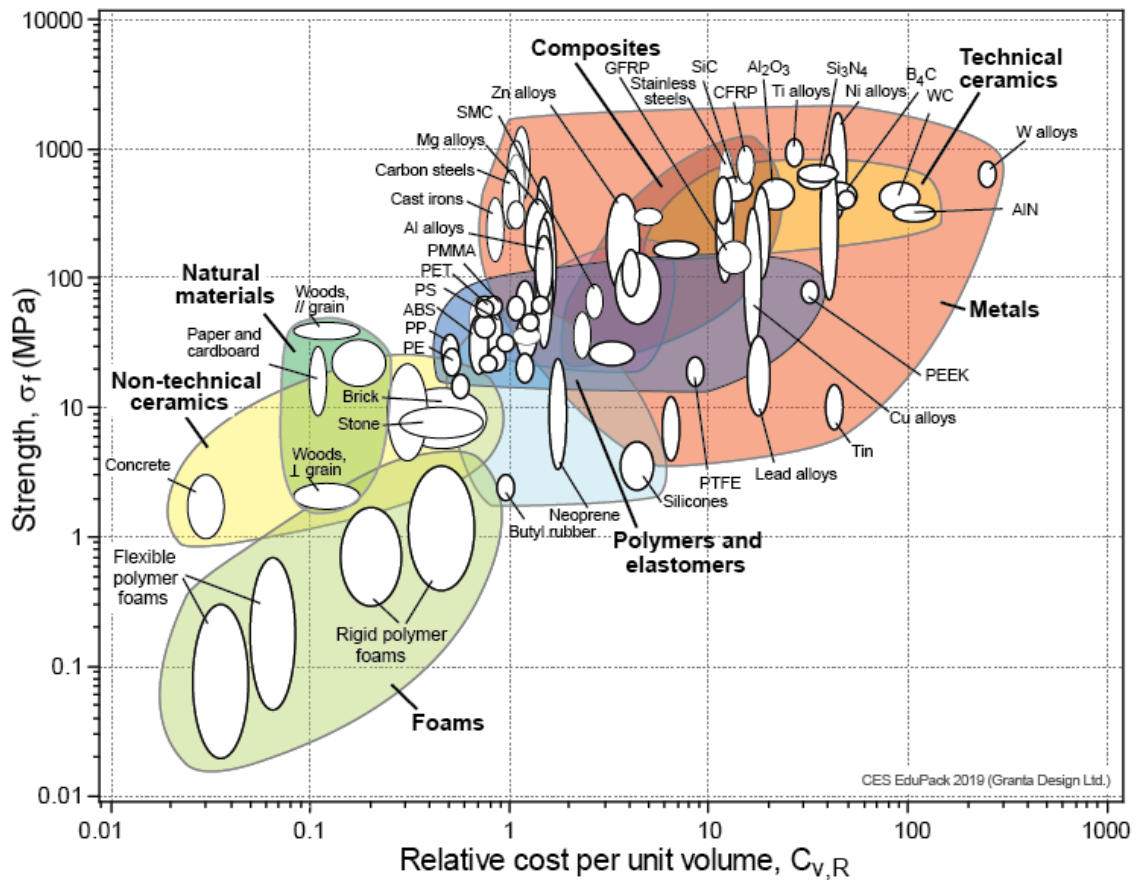
Bu durumda mühendislik tecrübelerine uygun olacak şekilde emniyet katsayısı tablo 4.4 den alınmaktadır.

Makine çalışma koşulları	Emniyet katsayısı, S
Koşulların belirgin olduğu uygulamalarda	1,5 - 2,0
Genel amaçlı tasarımlarda	2,0 - 2,5
Mekanik özellikleri tam olarak belirlenmemiş, kırılğan malzemeler için	2,5 - 3,0
Koşulların belirsiz olduğu uygulamalarda	3,0 - 4,0
Genel olarak sadece burkulma zorlamaları durumunda	$\geq 5,0$

Tablo 4.4. Emniyet katsayılarının ilgili standartlarda belirtilmediği durumlar için tablodaki emniyet katsayısı değerleri tavsiye edilebilir

Gerilme yığılmaları ve dayanım

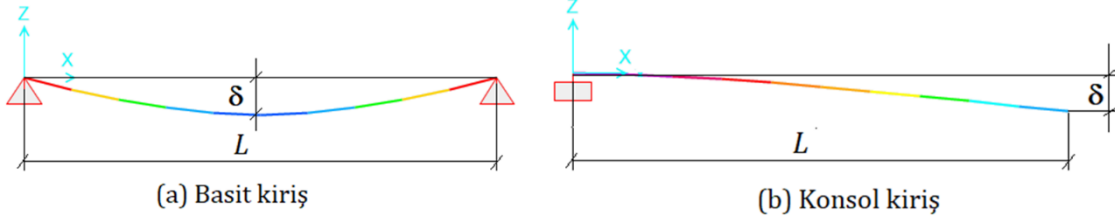
Bir elemanda kuvvet hatlarının yön değiştirdiği bölgelerde gerilme artış göstermektedir. Statik yükleme durumlarında sünek malzemelerde bu artış çoğunlukla dikkate alınmaz. Ancak, kırılğan malzemelerde yükleme statik olsa bile gerilme yığılmasının dikkate alınması gereklidir. Dinamik yükleme halinde ise gerilme yığılması bütün durumlarda dikkate alınır (Bkz. bölüm 9.3).



Şekil 4.30. Malzemelerin dayanım - fiyat karşılaştırması.

b. Statik dayanım için tasarımda deplasman kontrolü,

Bazı tasarımlarda yapısal elemanların deplasmanlarının belirli bir değeri aşması istenmemektedir. Yuklerden dolayı yapıda oluşacak yerdeğiştirmenin belirli sınırlar altında kalması durumudur.



Şekil 4.31. Kirişlerde esneme şekilleri

Örneğin genel olarak makina montaj işlemlerinde kullanılmakta olan kirişler için kabul edilebilir deplasman değerleri aşağıda verilmektedir.

Basit kirişler için izin verilen esneme değeri,

$$\delta \leq \frac{L}{200}$$

Konsol kirişler için izin verilen esneme değeri,

$$\delta \leq \frac{L}{150}$$

4.4. Statik zorlamalarda cıvatalı bağlantıların dayanım kontrolü

EUROCODE 3 e göre cıvatalı bağlantıların tasarımında hesap esasları ile ilgili standartlar;

- EN ISO 898-1, Çelik bağlantı elemanlarının mekanik özellikleri— Bölüm 1: Cıvatalar, vidalar ve saplamalar (ISO 898-1:1999)
- EN 20898-2, Bağlantı elemanlarının mekanik özellikleri— Bölüm 2: Somunlar ve kırılma yükleri — Kalın dişli (ISO 898-2:1992)
- EN ISO 3506-1, Paslanmaz çelikten bağlantı elemanlarının mekanik özellikleri— Bölüm 1: Cıvatalar, vidalar ve saplamalar (ISO 3506-1:1997)
- EN ISO 3506-2, Paslanmaz çelikten bağlantı elemanlarının mekanik özellikleri— Bölüm 2: Somunlar (ISO 3506-2:1997)

a. Cıvata malzemeleri ve mekanik özellikleri

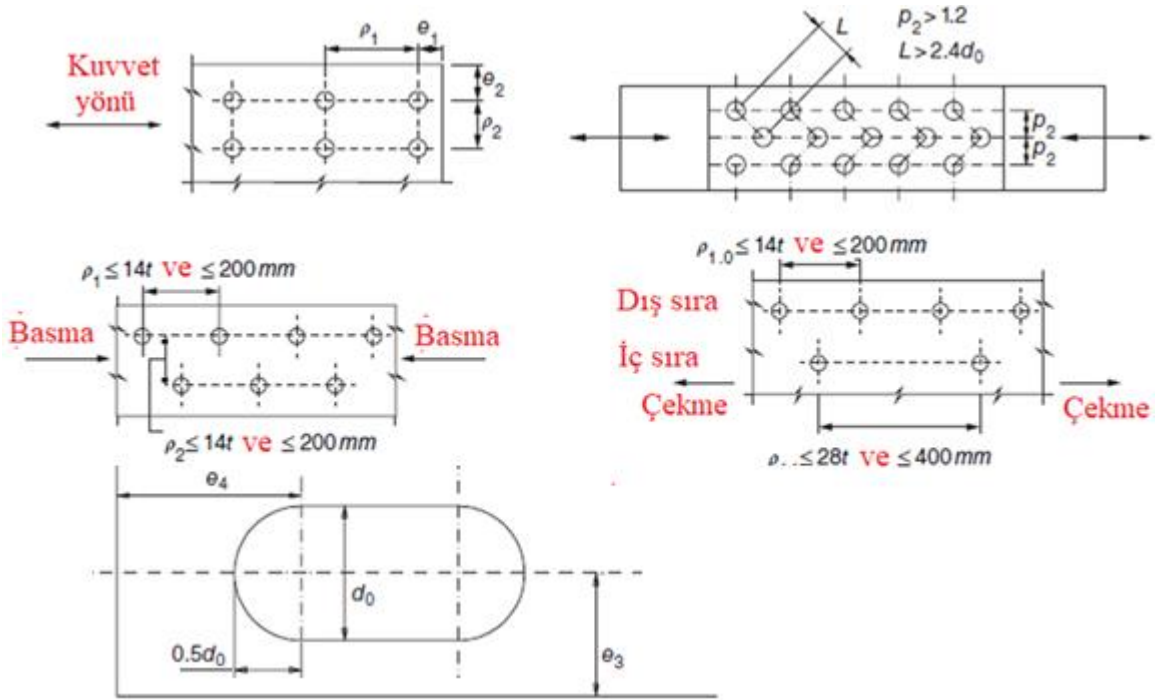
Avrupa standartlarında cıvata sınıfları, malzemelerine bağlı olarak belirlenmektedir (tablo 4.5).

Tabloda görüldüğü gibi cıvata malzemesinin kodunun ilk sayısı 100 ile çarpılarak MPa cinsinden çekme dayanımı ve ilk iki kodun birbirleri ile çarpılması sonucunda bulunan rakkam 10 ile çarpılarak ise MPa cinsinden akma sınırı bulunmaktadır.

Cıvata sınıfları	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9
f_{yb}	240	320	300	400	480	640	900
f_{ub}	400	400	500	500	600	800	1000

Tablo 4.5 – Cıvataların karakteristik akma gerilmeleri, f_{yb} ve çekme dayanımları, f_{ub} , (MPa)

b. Geometrik sınırlamalar



Şekil 4.32. Konstrüksiyonlarda çok cıvatalı bağlantılar için uyulması gereken civata aralıkları.

Burada civata minimum mesafeleri, $e_1=e_2=1,2d_0$, $e_3=e_4=1,5d_0$, $p_1=2,2d_0$, $p_2=2,4d_0$ maksimum civata mesafeleri ise, $e_1=e_2=(4t+40)$ mm, $p_1=p_2=\min(14t; 200)$ mm.

Cıvataların delik çapları için tavsiye edilen değerler tablo 4.6 dan alınabilir.

Civata anma ölçüsü	Civata hatvesi, h	Delik çapı d_0		
M6	1,25	6,4	6,6	7
M8	1,50	8,4	9	10
M10	1,50	10,5	11	12
M12	1,75	13	13,5	14,5
M16	2,00	17	17,5	18,5
M20	2,50	21	22	24

Tablo 4.6. Civata delik çapları için tavsiye edilen değerler. Tabloda verilmekte olan cıvataların hatveleri ISO 724 (DIN 13 T1) standardına uygundur.

c. Çekme ve kesme yükleri altında cıvataların dayanımı

- Cıvatalarda çekme dayanımı, $F_{t,Rd}$

$$F_{t,Rd} = k_2 f_{ub} \frac{A_s}{\gamma_{M2}}$$

Burada;

$\gamma_{M2} = 1,25$ (Emniyet katsayısı)

f_{ub} :Cıvatanın maksimum dayanım gerilmesi

A_s :Cıvatanın gerilme alanı,

Cıvata gerilme alanı ISO cıvatalar için aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$A_s = 0,7854(d - 0,9382h)^2$$

Burada,

d: Cıvatanın anma çapı

h: Cıvatanın hatvesi

Gömme başlı cıvata için, k_2	0,63
Diğer tüm cıvatalar için, k_2	0,9

Tablo 4.6 – k_2 katsayıları tablosu.

- Cıvatalarda kesme dayanımı, $F_{v,Rd}$

$$F_{v,Rd} = \alpha_v f_{ub} n_{sp} \frac{A_s}{\gamma_{M2}}$$

Burada;

n_{sp} : Kesme düzlemi sayısı

Cıvata sınıfları	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9
α_v	0,6	0,5	0,6	0,5	0,5	0,6	0,5

Tablo 4.8 – α_v katsayıları tablosu.

- Çekme ve kesme yüklerinin birlikte etkili olması durumu,

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1,4F_{t,Rd}} \leq 1$$

Burada,

$F_{t,Ed}$: Bağlantıda etkili çekme kuvveti,

$F_{v,Ed}$: Bağlantıda etkili kesme kuvveti.

- Cıvata deliğinde ezilme dayanımı, $F_{b,Rd}$

$$F_{b,Rd} = k_1 \alpha_b f_{ub} \frac{dt}{\gamma_{M2}}$$

Kenar cıvatalar için katsayılar,

$$k_1 = \min(2,8 \frac{e_2}{d_0} - 1,7 ; 2,5)$$

$$\alpha_b = \min(\frac{e_1}{3d_0} ; \frac{f_{ub}}{f_u} ; 1,0)$$

İç cıvatalar için katsayılar,

$$k_1 = \min(1,4 \frac{p_2}{d_0} - 1,7 ; 2,5)$$

$$\alpha_b = \min(\frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4} ; \frac{f_{ub}}{f_u} ; 1,0)$$

Burada, $k_1 \alpha_b > 1,5$ ise, $k_1 \alpha_b = 1,5$ kullanılır.

4.5. Statik zorlamalarda kaynaklı bağlantıların dayanım kontrolü

Kaynak Bağlantılarının EUROCODE 3 Standardına Uygun Tasarımında kaynaklı parçaların kalınlığı, kontrol için uygulanacak standardı belirlemektedir (tablo 4.9).

Malzeme kalınlığı	Geçerli olan standart
$\geq 4 \text{ mm}$	EN 1993-1-8
$< 4 \text{ mm}$	EN 1993-1-3
Kutu Profil $\geq 2,5 \text{ mm}$	EN 1993-1-7

Tablo 4.9. Kaynaklı parçaların kalınlığına göre uygulanacak standartlar.

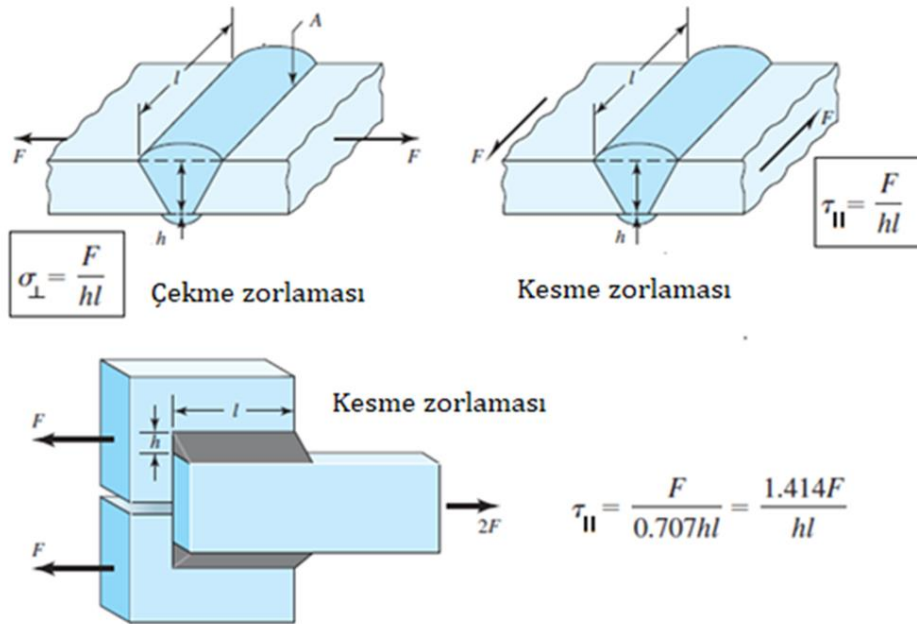
Kaynak dikişinin kalınlığı ise kaynak edilecek parçaların minimum kalınlığına ve diğer bazı faktörlere bağlı olarak saptanmaktadır (tablo 4.10).

Kaynak dikişi kalınlığı, a	Açıklamalar
$0,4 t$	Sadece kesme zorlaması varsa
$0,5 t$	Elastik analiz durumu
$0,7 t$	Plastik analiz durumu
$0,9 t$	Payandasız yapılarda

Tablo 4.9. Kaynak dikişi kalınlığının seçimi.

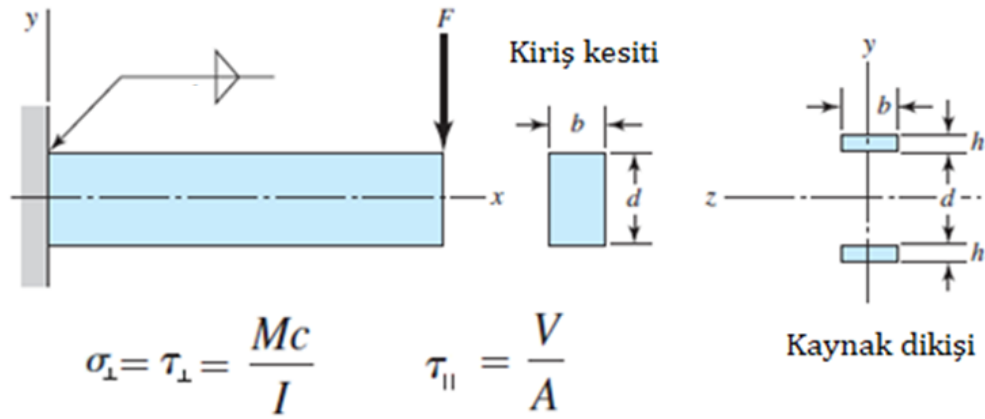
a. Kaynak dikişlerinde oluşan iç yüklerin hesaplanması,

Çekme ve kesme gerilmelerinin hesaplanması,



Şekil 4.33. Çekme ve kesme gerilmeleri etkisindeki kaynak dikişleri.

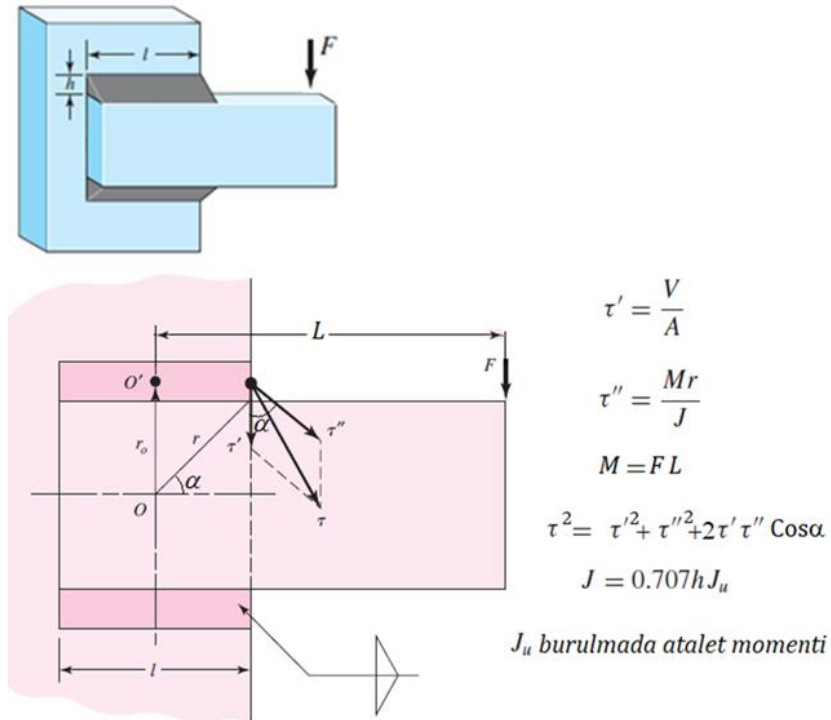
Eğilme gerilmesinin hesaplanması,



Şekil 4.34. Eğilme gerilmesi etkisindeki kaynak dikişleri. Alın kaybaklarında, $h=a$, köşe kaynaklarında, $h = a\sqrt{2}$.

Burulma gerilmesinin hesaplanması,

Kaynak dikişleri üzerinde etkili dış yükler farklı şekillerde burulma zorlamalarına yol açabilmektedir. Şekil 4.35 de bunlardan birine ait örnek görülmektedir. Burada F yükü kaynak dikişinde kesme ve burulma zorlamalarını birlikte oluşturmaktadır.



Şekil 4.35. Burulma gerilmesi etkisindeki kaynak dikişleri.

Gerilmelerin birleştirilmesi,

Kaynak dikişlerinde etkili normal ve kayma gerilmeleri aşağıdaki gibi birleştirilmektedir.

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{II}^2)}$$

b. Statik zorlamalar altındaki kaynak dikişlerinde dayanım kontroller

Eurocode 3 kontrollerinde kaynak dikişinin dayanımı, kaynaklanan parçaların çekme dayanımı (ultimate strength), f_u ile ilişkilidir. Buna göre üç farklı kontrol söz konusudur, bunlar;

- Toplam gerilme için kontrol

$$\sigma_t \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

Burada;

$\gamma_{M2} = 1,25$ (Emniyet katsayısı)

β_w : Malzemeye bağlı korelasyon faktörü, tablo 4.10.

- Normal gerilme için kontrol,

$$\sigma_{\perp} \leq 0,9 \frac{f_u}{\gamma_{M2}}$$

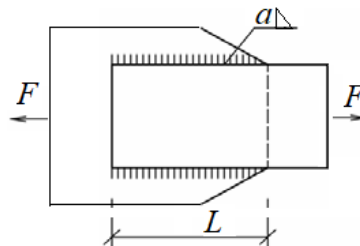
- Kayma gerilmesine göre kontrol,

$$\tau_t \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

Standartlar ve çelik kaliteleri			Korelasyon faktörü
EN 10025	EN 10210	EN 10219	β_w
S 235 S 235 W	S 235 H	S 235 H	0,8
S 275 S 275 N/NL S 275 M/ML	S 275 H S 275 NH/NLH	S 275 H S 275 NH/NLH S 275 MH/MLH	0,85
S 355 S 355 N/NL S 335 M/ML S 355 W	S 355 H S 355 NH/NLH	S 355 H S 355 NH/NLH S 355 MH/MLH	0,9
S 420 N/NL S 420 M/ML		S 420 MH/MLH	1,0
S 420 N/NL S 460 M/ML S 460 Q/QL/QLI	S 460 NH/NLH	S 460 NH/NLH S 460 MH/MLH	1,0

Tablo 4.10. Kaynak yapılacak parçanın malzemesine bağlı korelasyon faktörü (EN 1993-1-8)

Örnek 1. Kaynak dikişine paralel kesme ile zorlanan bağlantı.

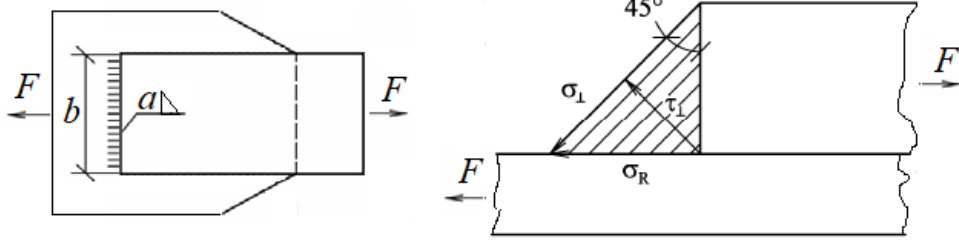


$$\sigma_{\perp} = \tau_{\perp} = 0$$

$$\tau_{II} = \frac{F}{2aL}$$

$$\tau_{II} \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

Örnek 2. Kaynak dikişine dik kesme ile zorlanan bağlantı.

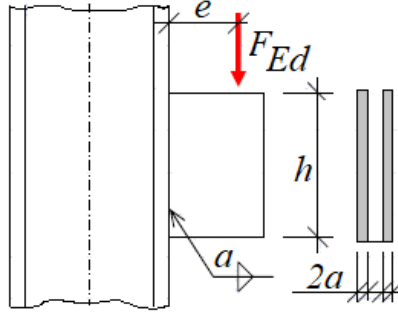


$$\tau_{II} = 0$$

$$\sigma_R = \frac{F}{ab} \rightarrow \sigma_{\perp} = \tau_{\perp} = \frac{\sigma_R}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3\tau_{\perp}^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

Örnek 3. Eğilme etkisindeki bir konsol plaka ile kolon arasındaki kaynak bağlantısı.

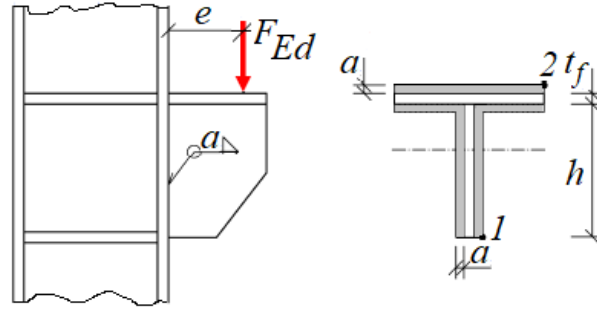


$$\sigma_R = \frac{M_{Ed}}{W_k} = \frac{F_{Ed}e}{2 \frac{1}{6} ah^2} \rightarrow \sigma_{\perp} = \tau_{\perp} = \frac{\sigma_R}{\sqrt{2}} = \frac{M_{Ed}}{\sqrt{2} W_k}$$

$$\tau_{II} = \frac{F_{Ed}}{2ah}$$

$$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{II}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

Örnek 4. Eğilme etkisindeki bir T profil kiriş ile kolon arasındaki kaynak bağlantısı.



$$\tau_{II} = \frac{F_{Ed}}{2ah}$$

$$\sigma_R = \frac{M_{Ed}}{W_k} \rightarrow \sigma_{\perp} = \tau_{\perp} = \frac{\sigma_R}{\sqrt{2}} = \frac{M_{Ed}}{\sqrt{2} W_k}$$

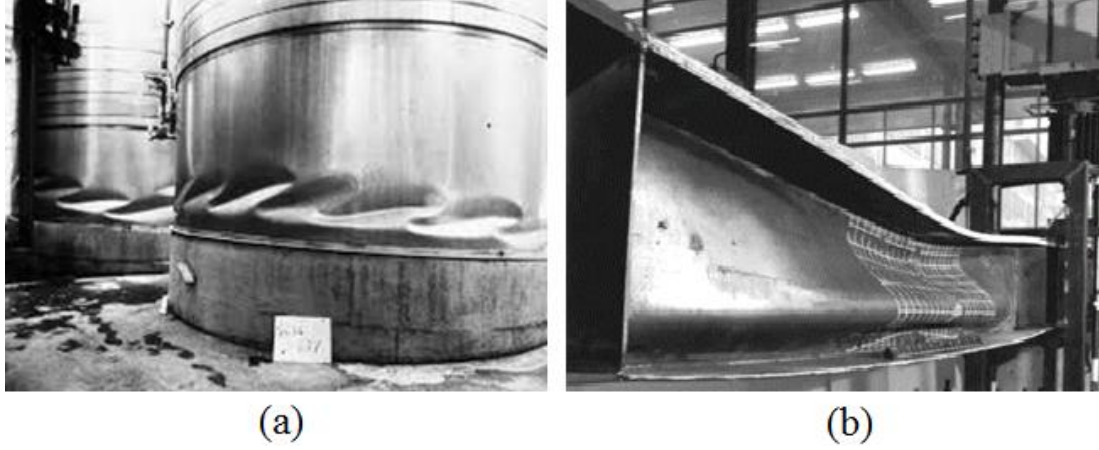
1 noktasında etkili gerilmeler: $\tau_{II}, \tau_{\perp}, \sigma_{\perp}$

2 noktasında etkili gerilmeler: $\tau_{\perp}, \sigma_{\perp}$

Not: 1 ve 2 noktalarında σ_R değerleri farklıdır.

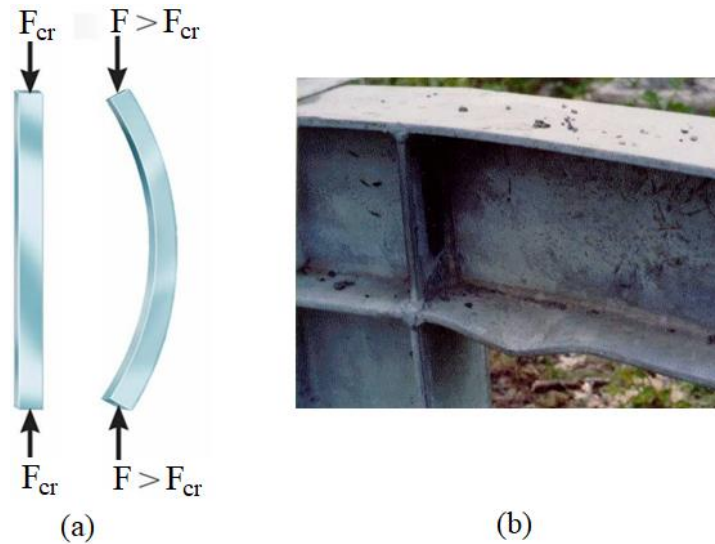
5. Burkulma zorlamaları için tasarım

Burkulma, ince cidarlı olan veya boyunun kesit alanına oranı büyük olan bir yapıda, mevcut bir basma yükünün hafif bir şekilde artması nedeniyle aniden oluşan büyük bir deformasyon olarak tanımlanabilir. Bu olay normalde yapının dayanım yüklerinin altında oluşmaktadır.



Şekil 5.1. Burkulma tipleri, (a) İnce saclarda buruşma, (b) Bir kirişte oluşan burkulma. Gereğinden yüksek gerilmelerin etkisi altında narin makine parçalarının burkulması veya ince sac yüzeylerinin buruşması söz konusudur. Bu durumda burkulma kontrolü gerekli olmaktadır. Çelik kiriş yapılarında burkulma iki tipte oluşmaktadır, bunlar;

- Genel burkulma.
- Yerel burkulma



Şekil 5.2. Kiriş ve kolonlarda burkulma. Burada (a) Genel burkulma, (b) yerel burkulma.

5.1. Burkulma analizinde iç yüklerin hesaplanması

Kolonlarda veya çubuk elemanlarda basma yükü etkisindeki burkulma;

						
K	0.50	0.70	1.00	1.00	2.00	2.00

Şekil 5.3. Basit burkulma durumunda burkulma boyu katsayısı, K.

Kritik burkulma yükü

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

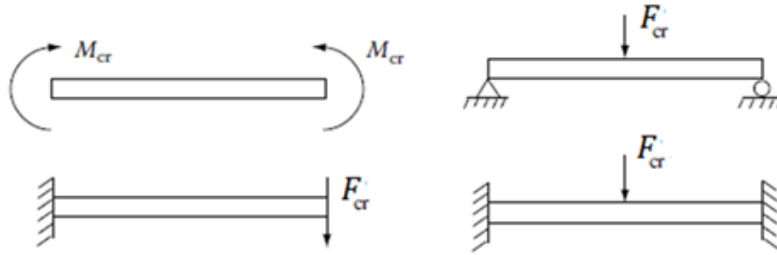
Burada;

E: Malzemenin elastiklik modülü

I: Burkulma etkisindeki parçanın en kesitindeki minimum atalet momenti,

L: Basmaya zorlanan elemanın boyu.

Kolonlarda veya kirişlerde eğilme yükü etkisindeki burkulma;



Şekil 5.4. Kolon ve kiriş yapılarında burkulma yükleri.

Yükleme durumu	Kritik yük faktörü, κ
1. Serbest uçlarda moment	0,524
2. Ankastre kiriş ucunda kuvvet	0,669
3. Basit destekli kiriş ortasında kuvvet	2,280
4. İki ucu ankastre kiriş ortasında kuvvet	26,60

Tablo 5.1. Eğilme etkisindeki burkulmada kritik yük faktörü.

Kritik burkulma yükü

$$F_{cr} = \kappa \left(\frac{hb^3}{l^2} \right) \left[1 - 0,63 \left(\frac{b}{h} \right) EG \right]^{1/2}$$

Burada;

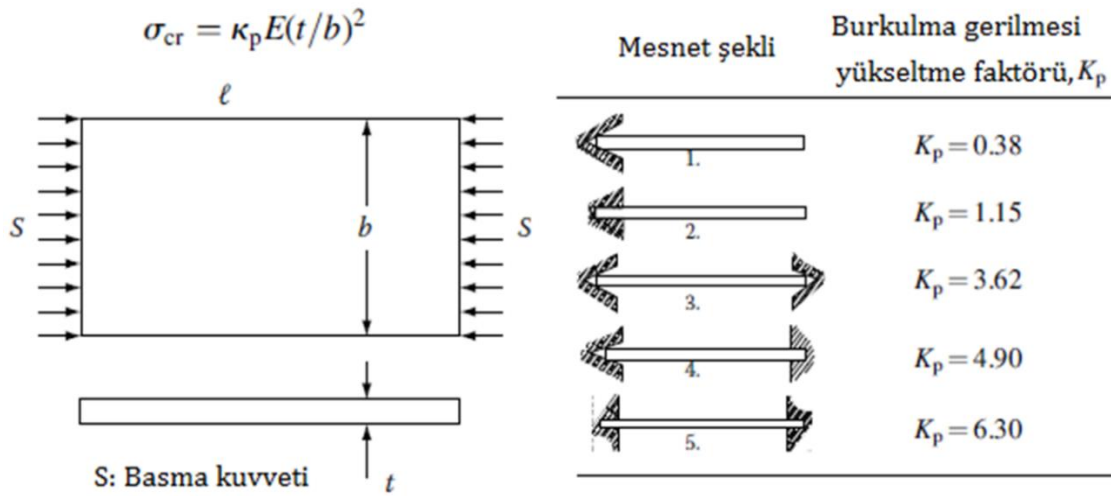
G: Malzemenin kayma modülü

b,h: Burkulma etkisindeki parçanın en kesitindeki en ve boy değerleri,

L: Burkulma etkisindeki parçanın boyu.

κ : Kritik burkulma yükü faktörü

Plaka sac şeklinde elemanlarda burkulma,



Şekil 5.5. İnce plaklarda oluşan buruşmalar burkulma tiplerinden biridir.

5.2. Burkulmada tasarımın dayanımı

Basitleştirilmiş dayanım değerlendirme yöntemi,

Bu yöntemde hesaplanan iç kuvvet uygun bir emniyet katsayısına bölünerek dayanım kontrolleri yapılmaktadır. Burada emniyet katsayısı tecrübelerle belirlenmektedir.

Örneğin bir hidrolik silindirin burkulma analizinde emniyet katsayısı, $S=2,5 - 3,5$ arasında seçilir. Buna göre silindir üzerinde etkili maksimum tasarım yükü, $F \leq S \cdot F_{cr}$ olarak saptanmaktadır.

Eurocode 3 e göre dayanımın hesaplanması

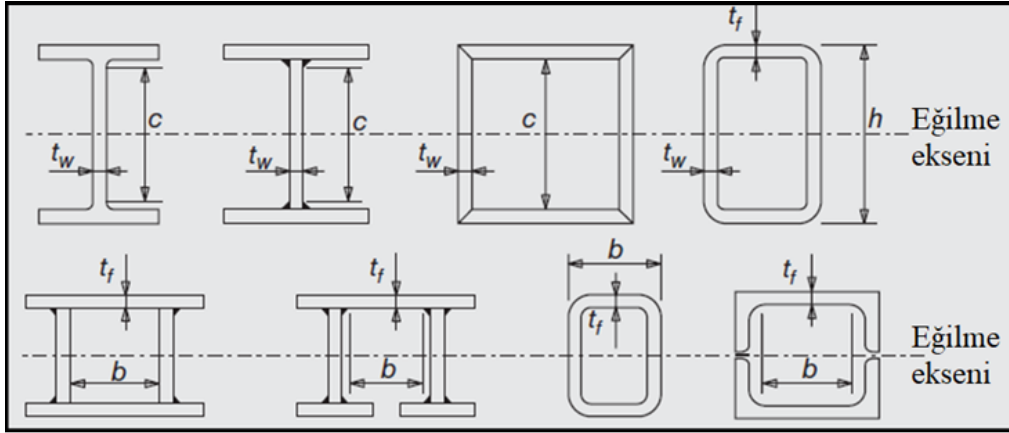
Kontrol 1: Elemanların narinlik sınırı uygunluğuna göre kontrol,

$$KL/r \leq 200$$

Burada r elemanın minimum atalet yarıçapıdır. $r = \sqrt{I/A}$

Kontrol 2: Basma dayanımına göre kontrol,

İlk olarak analizi yapılacak elemanın kesit sınıfı belirlenir. Eurocode 3 standardına göre 4 kesit sınıfı belirlenmiştir. Tasarımı yapılan elemanın hangi kesit sınıfında olduğu tablo 5.2, 5.3, 5.4 ve 5.5 e göre değerlendirilmektedir.

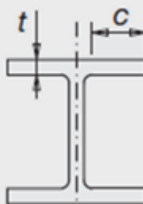
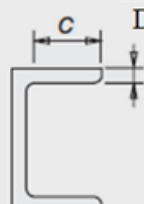
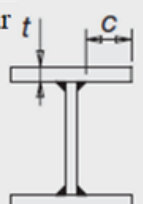
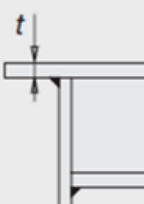


Tablo 5.2. Kesitin değerlendirilmesinde temel parametreler (EN 1993-1-1)

Kesit sınıfı	Eğilme durumu	Basma durumu	Eğilme ve basma durumu
Elemanda gerilme dağılımı			
1	$c/t \leq 72 \epsilon$	$c/t \leq 33 \epsilon$	$a > 0.5$ için $c/t \leq 396 \epsilon / (13 a - 1)$ $a < 0.5$ için $c/t \leq 36 \epsilon / a$
2	$c/t \leq 83 \epsilon$	$c/t \leq 38 \epsilon$	$a > 0.5$ için $c/t \leq 456 \epsilon / (13 a - 1)$ $a < 0.5$ için $c/t \leq 41.5 \epsilon / a$
Elemanda gerilme dağılımı			
3	$c/t \leq 124 \epsilon$	$c/t \leq 42 \epsilon$	$\psi > -1$ için $c/t \leq 42 \epsilon / (0.67 + 0.33\psi)$ $\psi \leq -1^a$ için $c/t \leq 62 \epsilon (1 - \psi) \sqrt{-\psi}$
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y 235 275 355 420 460 ϵ 1.00 0.92 0.81 0.75 0.71		
^a $\psi \leq -1$ Hem basma gerilmesi $\sigma < f_y$ için ve hemde çekme gerinimi $\epsilon_y > f_y/E$ için geçerlidir.			

Tablo 5.3. Kesitin gövde kısmına göre değerlendirme (EN 1993-1-1)

Kesit sınıfı	Basma etkisindeki flanş	Eğilme ve basma etkisindeki flanş	
		Basma tipi	
		Basma tipi	Çekme tipi

			
1 $c/t_f \leq 9 \epsilon$ 2 $c/t_f \leq 10 \epsilon$	1 $c/t_f \leq 9 \epsilon/\alpha$ 2 $c/t_f \leq 10 \epsilon/\alpha$	1 $c/t_f \leq 9 \epsilon/\alpha \sqrt{\alpha}$ 2 $c/t_f \leq 10 \epsilon/\alpha \sqrt{\alpha}$	1 $c/t_f \leq 9 \epsilon/\alpha \sqrt{\alpha}$ 2 $c/t_f \leq 10 \epsilon/\alpha \sqrt{\alpha}$
3 $c/t_f \leq 14 \epsilon$ $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	3 $c/t_f \leq 21 \cdot \epsilon \cdot k_{\sigma}^{0.5}$ $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	3 $c/t_f \leq 21 \cdot \epsilon \cdot k_{\sigma}^{0.5}$ $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	3 $c/t_f \leq 21 \cdot \epsilon \cdot k_{\sigma}^{0.5}$ $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$
	f_y 235 275 355 420 460 ϵ 1.00 0.92 0.81 0.75 0.71		

^a k_{σ} için EN 1993-1-5 e bakınız

Tablo 5.4. Kesitin flanş kısmına göre değerlendirme (EN 1993-1-1)

Kesit sınıfı	Köşebent	Boru kesit	Kesit eğilme ve/veya basma etkisinde	Basma gerilmesi pozitif olarak gösterilmiştir

1 $d/t \leq 50 \epsilon^2$ 2 $d/t \leq 70 \epsilon^2$ 3 $d/t \leq 90 \epsilon^2$	1 $h/t \leq 15 \epsilon$ 2 $\frac{b+h}{2t} \leq 11.5 \epsilon$	1 $d/t \leq 50 \epsilon^2$ 2 $d/t \leq 70 \epsilon^2$ 3 $d/t \leq 90 \epsilon^2$	1 $d/t \leq 50 \epsilon^2$ 2 $d/t \leq 70 \epsilon^2$ 3 $d/t \leq 90 \epsilon^2$	1 $d/t \leq 50 \epsilon^2$ 2 $d/t \leq 70 \epsilon^2$ 3 $d/t \leq 90 \epsilon^2$
	f_y 235 275 355 420 460 ϵ 1.00 0.92 0.81 0.75 0.71 ϵ^2 1.00 0.85 0.66 0.56 0.51			

Not: $d/t > 90 \epsilon^2$ için EN 1993-1-6 ya bakınız.

$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$

Tablo 5.5. Diğer bazı kesitler için kesit sınıfları (EN1993-1-1).

İkinci olarak, basma etkisindeki elmanların dayanım kontrolünde, elemanın üzerinde etkili aksenal basma kuvveti, N_{Ed} nin tasarım dayanım değeri, $N_{b,Rd}$ den küçük olduğu kontrol edilir.

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$$

Tasarım dayanım değeri kesit sınıflarına bağlı olacak şekilde verilmektedir.

Kesit sınıfı 1,2 ve 3 için,

$$N_{b,Rd} = \chi \frac{Af_y}{\gamma_{M1}}$$

Kesit sınıfı 4 için,

$$N_{b,Rd} = \chi \frac{A_{eff}f_y}{\gamma_{M1}}$$

Burada kısmi emniyet katsayısı, $\gamma_{M1} = 1,0$, parçanın toplam kesit alanı, A ve net kesit alanı, A_{eff} olarak verilmektedir.

Dayanım azaltma faktörü tablo 5.6 dan seçilmektedir. Ara değerler için doğrusal interpolasyon yapılabilir.

$\bar{\lambda}$	a_0	a	b	c	d
0.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.3	0.9859	0.9775	0.9641	0.9491	0.9235
0.4	0.9701	0.9528	0.9261	0.8973	0.8504
0.5	0.9513	0.9243	0.8842	0.8430	0.7793
0.6	0.9276	0.8900	0.8371	0.7854	0.7100
0.7	0.8961	0.8477	0.7837	0.7247	0.6431
0.8	0.8533	0.7957	0.7245	0.6622	0.5797
0.9	0.7961	0.7339	0.6612	0.5998	0.5208
1.0	0.7253	0.6656	0.5970	0.5399	0.4671
1.1	0.6482	0.5960	0.5352	0.4842	0.4189
1.2	0.5732	0.5300	0.4781	0.4338	0.3762
1.3	0.5053	0.4703	0.4269	0.3888	0.3385
1.4	0.4461	0.4179	0.3817	0.3492	0.3055
1.5	0.3953	0.3724	0.3422	0.3145	0.2766
1.6	0.3520	0.3332	0.3079	0.2842	0.2512
1.7	0.3150	0.2994	0.2781	0.2577	0.2289
1.8	0.2833	0.2702	0.2521	0.2345	0.2093
1.9	0.2559	0.2449	0.2294	0.2141	0.1920
2.0	0.2323	0.2229	0.2095	0.1962	0.1766
2.1	0.2117	0.2036	0.1920	0.1803	0.1630
2.2	0.1937	0.1867	0.1765	0.1662	0.1508
2.3	0.1779	0.1717	0.1628	0.1537	0.1399
2.4	0.1639	0.1585	0.1506	0.1425	0.1302
2.5	0.1515	0.1467	0.1397	0.1325	0.1214
2.6	0.1404	0.1362	0.1299	0.1234	0.1134
2.7	0.1305	0.1267	0.1211	0.1153	0.1062
2.8	0.1216	0.1182	0.1132	0.1079	0.0997
2.9	0.1136	0.1105	0.1060	0.1012	0.0937
3.0	0.1063	0.1036	0.0994	0.0951	0.0882

Tablo 5.6. Dayanım azaltma faktörü, χ değerleri. Burada, $\bar{\lambda}$: Boyutsuz narinlik katsayısı, a_0 , a , b , c , d : Burkulma eğrisi tiplerini ifade eden harfler.

Boyutsuz narinlik katsayısı, $\bar{\lambda}$ aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

Elastik kritik burkulma yükü, $N_{cr} = F_{cr}$ olarak bölümün başında hesaplanmıştı, buna göre; Kesit sınıfı 1,2 ve 3 için,

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} \quad veya \quad \bar{\lambda} = \frac{KL}{r} \frac{1}{\lambda_1}$$

Kesit sınıfı 4 için,

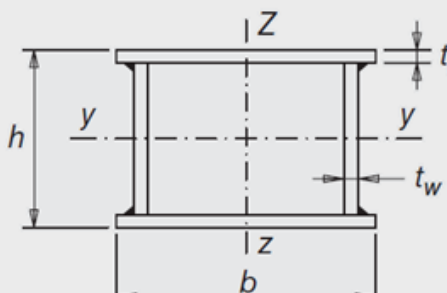
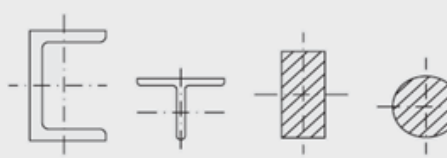
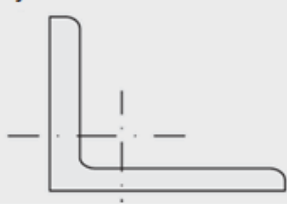
$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff}f_y}{N_{cr}}} \quad veya \quad \bar{\lambda} = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{A_{eff}}{A}}$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9\varepsilon$$

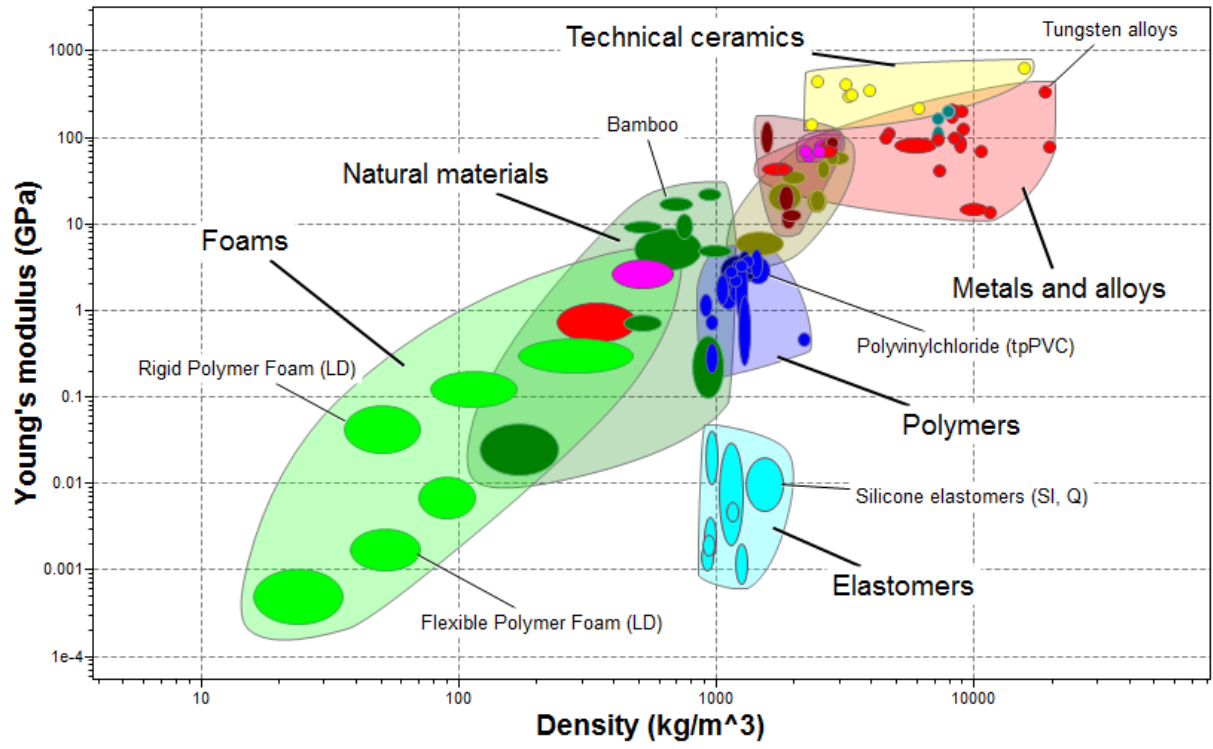
Burada, Malzemenin akma sınırı, f_y ve elastiklik modülü, E olarak verilmektedir.

$\bar{\lambda} \leq 0,2$ veya $N_{Ed}/N_{cr} \leq 0,04$ ise burkulmanın etkisi ihmal edilebilir.

Burkulma eğrisi tipleri tablo 5.7 den seçilmektedir.

Kesit şekli	Sınırlar	Eksen	Burkulma eğrisi tipi	
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Kaynaklı kutu şeklinde kesitler	Aşağıdakiler hariç tümü	—	b	b
	Kaynak kalınlığı	—	c	c
	$a > 0.5 t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$			
U, T ve diğer katı kesitler		—	c	c
				
Köşebentler		—	b	b
				

Tablo 5.7. Burkulma eğrisi tipleri.



Şekil 5.6. Young modülü burkulma dayanımında en önemli parametrelerden biridir. Yüksek Young modülü ve düşük yoğunluklu malzemeler daha hafif ve dayanıklı tasarımlar için önemlidir.

6. Statik zorlamalar için tasarımda kırılma mekaniğinin kullanılması

Bu tip tasarım kontrolleri genelde seramik, cam gibi kırılğan malzemelerde tercih edilmektedir. Klasik tasarım ile kırılma mekaniği tasarımının karşılaştırılması;

- a. Klasik tasarım, malzemenin elastik bölgede hiç kırılmadan güvenle kullanılabileceğini esas alır. Aşağıda verildiği gibi bir çok durumda malzeme σ_{ak}'nın altındaki gerilmelerde de kırılabilmektedir.
 - Yön değiştiren yükler
 - Sürünme
 - Darbeli yükler
 - Çok büyük çatlak içermesi durumu
- b. Klasik yöntemde, malzemenin sünek - gevrek davranış değişimleri dikkate alınmaz.
 - Oda sıcaklığında sünek olan malzeme, düşük sıcaklıklarda gevrek davranış gösterir.
 - Statik yüklemde sünek olan malzeme darbeli yüklemelerde gevrek davranış gösterir.
 - Çentiksiz malzeme sünek davranış gösterirken, çentikli malzeme gevrek davranış gösterir.
- c. Klasik tasarım malzeme içindeki çatlağın varlığını dikkate almaz. Sadece emniyet katsayısını büyük almak suretiyle kırılmayı önleyebileceğini kabul eder.
 - Klasik yöntemde '**Kırılma tokluğu**' diye bir terim yoktur. Oysa kırılma mekaniğine göre kırılma; önce atom düzeyinde başlar, taneler üzerinden ilerler ve sonuçta kırılma ile son bulur. Kırılma tokluğu yük altında malzemenin çatlak yayılmasına karşı direncini ifade eder. Tasarımda kırılma tokluğu sınır değerlerinin aşılması sonucunda statik veya dinamik kırılmalar söz konusu olmaktadır. Malzemelerin türüne bağlı olarak iki tip kırılma söz konusudur, bunlar;
 - Gevrek kırılma; Dökme demir gibi kırılğan malzemelerin kırılması.
 - Esnek kırılma; Çelik, alüminyum ve bir çok metal malzemenin kırılması.

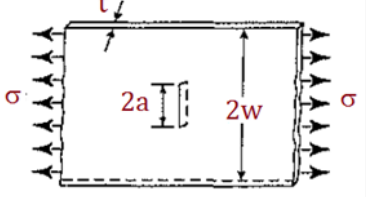
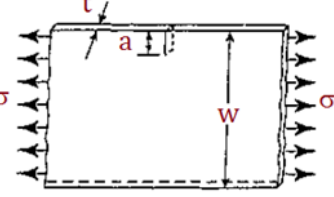
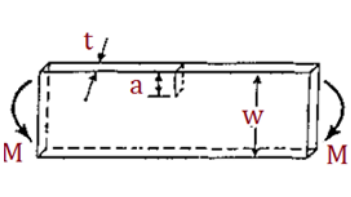
6.1. Kırılma mekaniğinde dış yük,

Kırılma mekaniğinde dış yük olarak kırılma noktasında etkili bölgesel gerilme yığılması, K hesaplanmaktadır.

$$K = \lambda \sigma \sqrt{\pi a} \quad (MPa\sqrt{m})$$

Burada:

σ: Normal gerilme, λ: (Çatlak boyu/Parça eni) değerine bağlı geometrik faktör, (λ değeri tablodan alınabilir) a: Yarım çatlak boyu.

a/w			
	λ değerleri		
	(a)	(b)	(c)
0,1	1,01	1,12	1,02
0,2	1,03	1,37	1,06
0,3	1,06	1,74	1,16
0,4	1,11	2,11	1,32
0,5	1,19	2,83	1,62
0,6	1,30	3,55	2,10

Şekil 6.1. λ değeri tablosu. Burada; (a) Çekme etkisinde uzun bir plakada orta kısımda çentik olması hali, (b) Çekme etkisinde uzun bir plakada kenarda çentik olması hali, (c) Eğilme etkisinde bir kirişte kenarda çentik olması hali.

6.2. Kırılma mekaniğinde dayanım

Kırılma mekaniği analizlerinde malzemelerin testlerle saptanmış kırılma tokluğu değerleri dayanım sınırı olarak kabul edilmektedir.

Metaller	σ_{AK}	K_c
	MPa	MPa. $\sqrt{m}$
Çelik- AISI 4340	1503	59
Paslanmaz çelik- AISI 403	690	77
Poli-stiren (PS)	25-60	0,7-1,1
Poli-karbonat (PC)	62,1	2,2
Aluminyum- 2024-T3	345	44
Aluminyum- 7075-T651	495	24
Aluminyum- 2024-T851	444	23
Titanyum- Ti-6Al-4V	910	55
Titanyum- Ti-6Al-6V	1149	66

Tablo 6.1. Bazı metaller için akma dayanımı ve kırılma tokluğu (plane strain fracture toughness) değerleri.

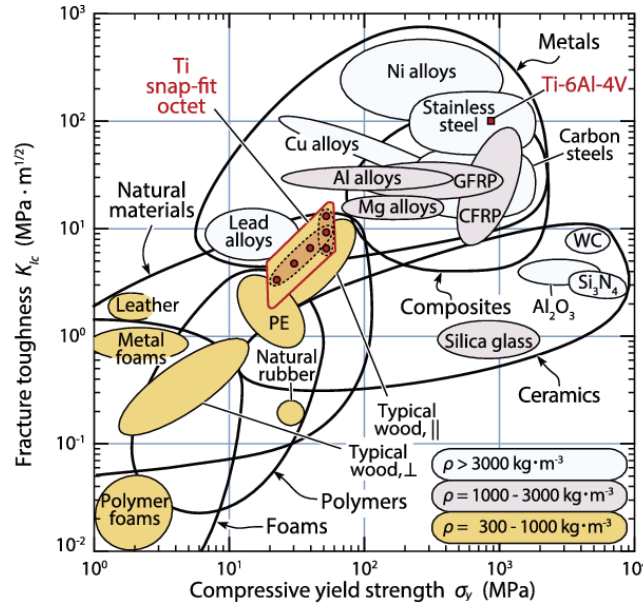
Kırılmaya göre emniyet faktörü, S aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$S = \frac{K_c}{K} = \frac{K_c}{\lambda \sigma \sqrt{\pi a}}$$

Burada: K_c :Malzemenin (plain stress) kırılma tokluğu (fracture toughness) değeri. Test parçasının kalınlığı çatlak ölçülerinden küçükse bu değer tercih edilir.

Kalın parçalar (plain strain) için K_c yerine, kalınlıktan bağımsız K_{Ic} kırılma tokluğu değeri kullanılmaktadır.

Bu bölümde tasarımın koşullarına göre ayrıca 1,5 ile 2 arasında bir emniyet faktörü hesaplara dahil edilmektedir.



Şekil 6.2. Kırılma tokluğu- dayanım ve yoğunluk ilişkisi. Kaynak, Ashby M. F., Materials Selection in Mechanical Design.

Kırılma tokluğunu saptamak için test metodu: ASTM E399, “Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness K_{Ic} of Metallic Materials”

Örnek 6.1. Bir uçağın gövdesi alüminyum- 7075-T651 malzemeden yapılmıştır. Kaynak bölgelerinde plakaların kenarlarında 1 mm lik çatlaklara rastlanmaktadır. Gövde üzerinde etkili en büyük gerilme 300 MPa olduğuna göre bu koşullarda statik kırılma mekanikine göre emniyet kontrolünü yapınız. ($\lambda = 2,1$ ve emniyet katsayısı $S = 1$ alınacaktır.)

$$K = \lambda \sigma \sqrt{\pi a} \leq \frac{K_{Ic}}{S}$$

$$2,1 \times 300 \sqrt{\pi \times 1 / 1000} = 23,5 \leq 24 / S \text{ (MPa } \sqrt{m} \text{)}$$

Bu örnekte emniyet katsayısı, $S = 24 / 23,5 = 1,02$ olmaktadır ve verilenlere göre gövde yapısının kırılmaya göre emniyetli olduğu anlaşılmaktadır.

Örnek 6.2. Küre şekilli bir basınçlı kapta çatlak sonucu gaz kaçağı oluşmaması için iç basıncın üst sınırını tespit ediniz.

Küresel kabın çevresinde etkili gerilme,

$$\sigma = \frac{pR}{2t} \leq \sigma_{AK}$$

$$K_{1c} = \lambda \sigma_{AK} \sqrt{\pi a} \quad \text{sızdırma olmaması için, } a = t$$

Bu iki denklem kullanılarak,

$$p = \frac{2}{\lambda^2 \pi R} \cdot \frac{K_{1c}^2}{\sigma_{AK}}$$

Örnekler için; Fatigue and fracture examples, sayfa ,3 Example L11a – AA7074-T8,

https://www.le.ac.uk/eg/mct6/teaching/EG2101-L21a_RT2014.pdf

7. Çarpma etkisi için tasarım

Bir parçanın sabit bir yapıya çarpması veya hareketli iki parçanın çarpışması makina tasarımında sıklıkla karşılaşılmakta olan proseslerdir. Çarpma veya çarpışma prosesinde kütlelerin sahip olduğu enerjinin transferi oluşabilecek hasar oranı üzerinde önemlidir. Bazı tasarımlarda çarpma sonucu enerjinin transferi yönlendirilir. Böylece yapının belirli bir bölgesinde yaptırılan deformasyonla kinetik enerji, deformasyon enerjisine dönüştürülerek çarpışmanın zararlı etkisi azaltılmaktadır.

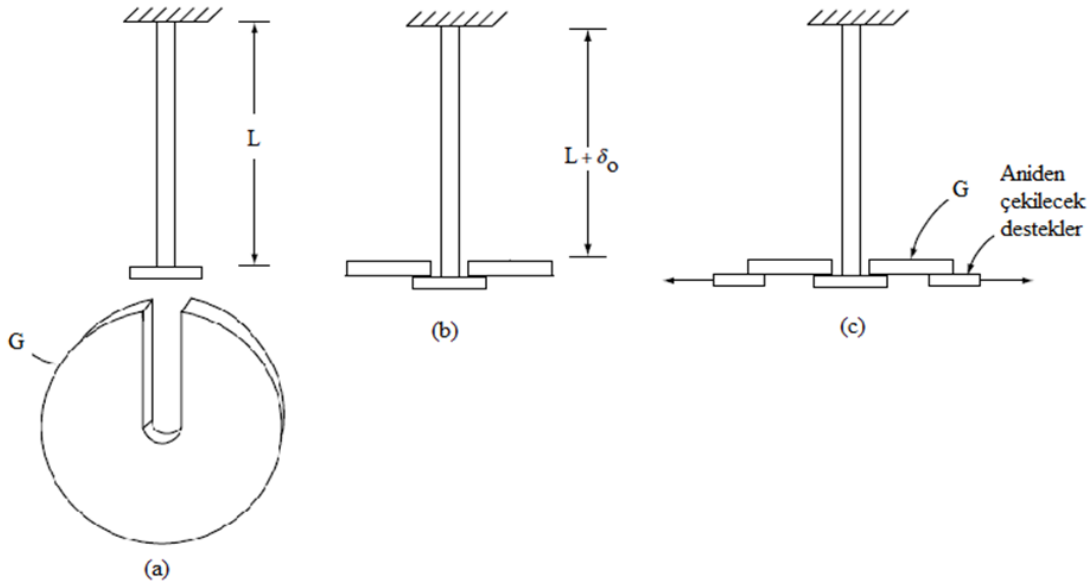
7.1. Çarpma tasarımında iç yükler

- a. Enerji transferi yöntemi,
 - Ani etkili ağırlık kuvveti
 - Düşen bir ağırlığın çarpma etkisi
 - Yatay hareket eden bir kütlenin çarpma etkisi durumu
 - Çarpmanın etkisini azaltma
- b. Elastik çarpmada gerilme yayılımı teorisi

a. Çarpma analizlerinde enerji transferi yöntemi,

Ani etkili ağırlık kuvveti,

Düşey bir çubuk üzerinde G ağırlığının ani etkisini sağlamak için destekler birden yana doğru çekilmektedir (şekil 8.1).



Şekil 7.1. Düşey bir çubuk üzerinde G ağırlığının ani etkisini sağlamak için test düzeneği. Düşey çubuğun katılık değerini, k aşağıdaki gibi yazmak mümkündür.

$$\delta_0 = \frac{GL}{AE} \quad G = k\delta_0$$

Bu iki denklemden,

$$k = \frac{AE}{L}$$

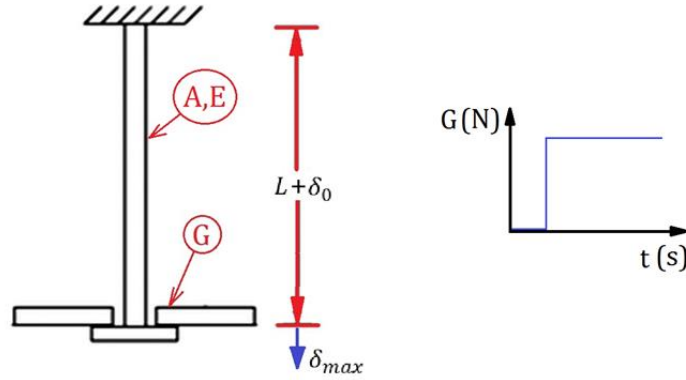
Burada;

δ_0 : G ağırlığı etkisi ile çubuktaki statik çökme değeri.

A: Çubuğun kesit alanı

E: Çubuk malzemesinin elastiklik modülü

Bu olayda dış kuvvetin yaptığı işin enerjiye dönüştüğü değerlendirilerek,



Şekil 7.2. Düşey bir çubuk üzerinde ani ağırlık etkisinin mühendislik modeli

$$G \delta_{max} = \frac{1}{2} k \delta_{max}^2$$

$$\delta_{max} = \frac{2GL}{EA} = 2\delta_0$$

$$\sigma_{max} = 2\sigma_0$$

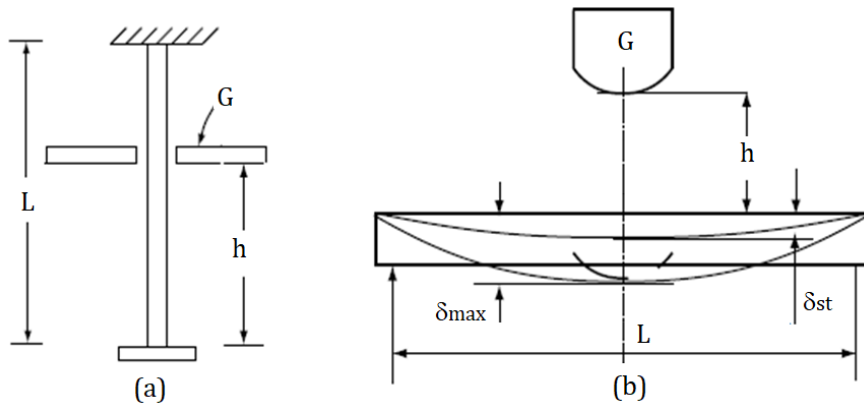
Burada;

δ_{max} : Destekler yana çekildikten sonra düşey çubukta maksimum uzama miktarı,

σ_0 : Çubuk üzerinde G ağırlığı etkisi ile oluşan statik çekme gerilmesi.

σ_{max} : Çubuk üzerinde etkili dinamik gerilme

Düşen bir ağırlığın çarpma etkisi



Şekil 7.3. G ağırlığının h yüksekliğinden düşmesi durumu. (a) Bir çubuk üzerine G ağırlığının düşmesi. (b) Bir kiriş üzerine G ağırlığının düşmesi

Bir makine parçası üzerine belirli bir h yüksekliğinden bir G ağırlığının düştüğü değerlendirilsin (şekil 8.3). G ağırlığının düşmesi sonucunda oluşan dinamik gerilme ile statik gerilmenin ilişkisi aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$Gh + G\delta_{max} - \frac{1}{2}k\delta_{max}^2 = 0$$

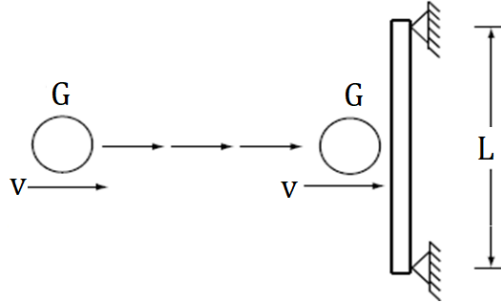
$$\delta_{max}^2 - \frac{2G}{k}\delta_{max} - \frac{2G}{k}h = 0$$

$$\delta_{max}^2 - 2\delta_0\delta_{max} - 2\delta_0h = 0$$

$$\delta_{max} = \delta_0 \left[1 + \left(1 + \frac{2h}{\delta_0} \right)^{0,5} \right]$$

$$\sigma_{max} = \sigma_0 \left[1 + \left(1 + \frac{2h}{\delta_0} \right)^{0,5} \right]$$

Yatay hareket eden bir kütlenin çarpma etkisi



Şekil 7.4. G ağırlığında bir kürenin yatay hareket esnasında bir kirişe çarpması.

G ağırlığında m kütlesindeki cismin v hızı ile hareketinde sahip olduğu kinetik enerji,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

G ağırlığının kirişe vurması sonrası kirişte oluşan elastik deformasyon enerjisi (potansiyel enerji),

$$E_p = \frac{1}{2}k\delta_{max}^2$$

Enerjinin korunumu prensibi dikkate alınacak olursa,

$$E_k = E_p$$

Kirişin G yükü etkisinde esnemesi,

$$\delta_0 = \frac{GL^3}{48EI}$$

Kirişin katılık değeri,

$$k = \frac{48EI}{L^3}$$

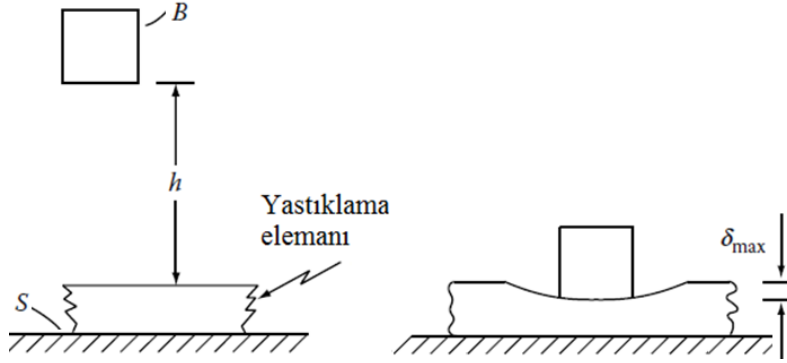
Bu eşitliklerden kirişin maksimum esneme değeri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır,

$$\delta_{max} = v\sqrt{\delta_0/g} = \delta_0(v/\sqrt{g\delta_0})$$

Elastik analizde esneme değerlerinin gerilmelerle orantılı olduğu değerlendirilerek, kiriş üzerinde çarpma sonucu etkili olan maksimum gerilme aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\sigma_{max} = \sigma_0(v/\sqrt{g\delta_0})$$

Çarpmanın etkisini azaltma,



Şekil 7.5. B cisminin h yüksekliğinden düşmesi.

Çarpma bölgesine yerleştirilecek bir yastıklama elemanı, (yumuşak zemin vb.) ile çarpma etkisi azaltılabilmektedir (şekil 7.5).

Eğer maksimum kuvvet ile orantılı değişen yay katsayısına sahip bir yastıklama elemanı kullanılacak olursa kuvvet deplasman ilişkisi aşağıdaki gibi verilebilir.

$$F_{max} = k\delta_{max}$$

$$mgh - mg\delta_{max} = \frac{1}{2}k\delta_{max}^2$$

$$k\delta_{max} = \frac{2mg(h + \delta_{max})}{\delta_{max}} = F_{max} = ma_{max}$$

$$\frac{a_{max}}{g} = \frac{2(h + \delta_{max})}{\delta_{max}}$$

b. Elastik çarpmada gerilme yayılımı teorisi

Bir boyutlu bir çubuk eleman üzerinde bir uçtan diğerine gerilmenin yayılımı konum, ve zamana bağlıdır.

$$\sigma = \sigma(x, t)$$

Wasley' e göre aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\sigma = \rho CV(x, t)$$

Burada;

ρ : Yoğunluk

C: Malzemede sesin yayılma hızı

V: Bir cisim çarpması sonrasında çubuğun boyca değişiminin hızı.

Buna göre sesin yayılım hızı farklı ortamlara göre aşağıdaki gibi verilebilir.

Çubuk eleman,

$$C = \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/2}$$

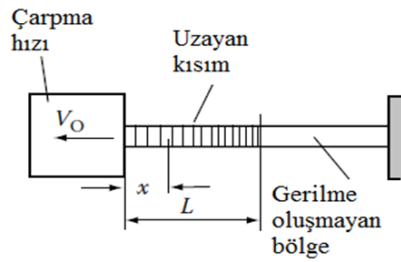
Plaka ve silindir,

$$C = \left[\frac{E}{(1 - \nu^2)\rho} \right]^{1/2}$$

Elastik sürekli ortam,

$$C = \left[\frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)\rho} \right]^{1/2}$$

Elastik çarpma,



Şekil 7.6. Birden artan V_0 çarpma hızı ile çekmeye zorlanan çubuk.

Çubuk üzerinde çarpışma dalgasının yayılım mesafesi ile zaman ilişkisi aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$L = C \cdot t$$

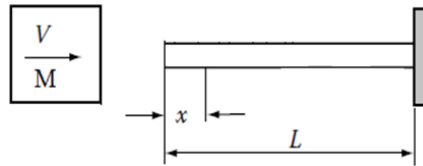
$$\delta = \varepsilon \cdot L = V_0 \cdot t$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \frac{V_0 \cdot t}{L} = E \frac{V_0}{C}$$

$$E = \rho \cdot C^2$$

$$\sigma = \rho \cdot C \cdot V_0$$

Bir kirişe bir kütlenin eksenel yönde çarpması



Şekil 7.7. Çubuk elemana çarpan m kütlesi, eleman üzerinde zamana bağlı gerilme değişimi oluşturmaktadır.

Çarpma kuvveti,

$$F = Ma$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$A \cdot \sigma = M \frac{dv}{dt}$$

Buradan Wasley' e göre aşağıdaki eşitlik,

$$\sigma = \rho \cdot C \cdot v$$

Sesin yayılım hızı, C yukarıda tanımlanmıştır. Bu ifadelerden M kütesinin hareket hızı v aşağıdaki gibi yazılır.

$$v = \frac{\sigma}{\sqrt{\rho \cdot E}}$$

Bu eşitlikten kiriş üzerindeki gerilme hesaplanmaktadır.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \frac{1}{\sqrt{\rho \cdot E}}$$

$$M \frac{d\sigma}{dt} \frac{1}{\sqrt{\rho \cdot E}} + A \cdot \sigma = 0$$

$$\sigma = \sigma_0 \exp[-A \sqrt{\rho \cdot E} / M] t$$

Burada,

σ_0 : t=0 anındaki gerilme

7.2. Çarpma etkisindeki tasarımlarda dayanım

Genelde akma sınırı düşük olan metaller, yüksek olanlardan daha yumuşaktır. Ancak yumuşak metaller ani değişen zorlamalar karşısında daha zor kırılırlar (Tablo 7.1). Yüksek akma dayanımına sahip kırılğan metallerde ise ani yüklerde kırılma daha kolay gerçekleşmektedir. Tekrar eden dinamik yükler altında düşük akma dayanımına sahip yumuşak metaller akma sınırlarını arttırma eğilimi gösterirler.

Metallerin dinamik dayanımı			
Malzeme	Statik dayanım (Mpa)	Dinamik dayanım (Mpa)	Çarpma hızı (m/s)
2024 Alüminyum (tavlanmış)	450	473	>60
Magnezyum alaşımları	300	350	
Tavlanmış bakır	205	250	
302 Paslanmaz çelik	640	764	
SAE 4140 çelik	930	1041	50

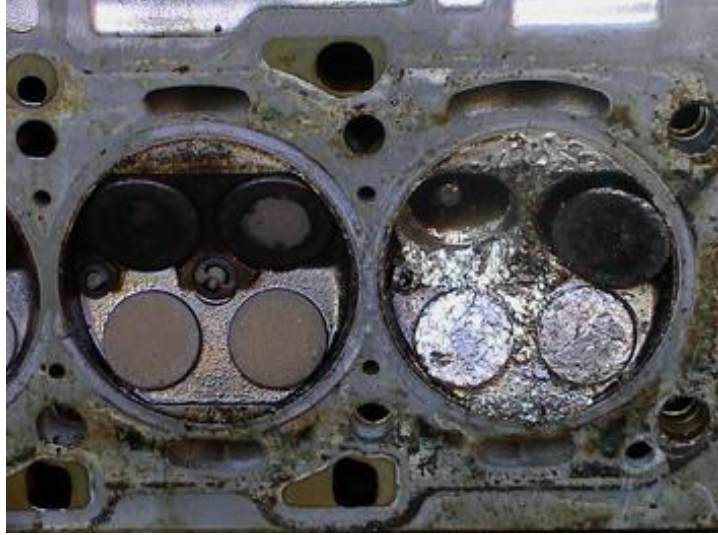
Tablo 7.1. Hızlı yüklemenin akma dayanımı üzerindeki etkisi

8. Termomekanik zorlamalar için tasarım

Bir yapı elemanının ısınması veya soğuması, genleşme veya büzölmelerle sonuçlanmaktadır.

Bu genleşme veya büzölmeler aşağıdaki koşullarda gerilmelere neden olurlar,

- Dış kuvvetler genleşme veya büzölmeyi sınırlarsa
- Elemanın şekli genleşme veya büzölmeye izin vermezse



Şekil 8.1. İçten yanmalı bir motorun silindir kafa bölgesinde termal ve mekanik gerilmeler sonucu oluşan hasar.

8.1. Termomekanik zorlamalarda iç yükler

Termal genleşme

Sıcaklık artışına bağılı olarak bir yapı elemanının hacminde oluşan artıştır.

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\alpha\Delta T$$

Burada:

- V : Hacim
- T : Sıcaklık
- α : Çizgisel termal genleşme katsayısı

Termal şok

Termal şok hasarı örnekleri;

- Motor kapak contalarında ana hasar sebebidir.
- Antik döküm ocakların ayak ve gövdelerinde
- Yangınların söndürölmesi esnasında duvarlarda

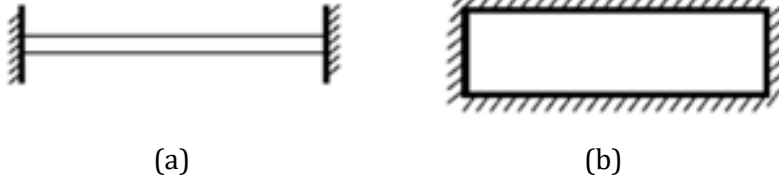
Malzeme	Çizgisel termal genleşme katsayısı α , (10^{-6} C^{-1})
Aluminyum	23.1
Titanyum	8.6
Magnezyum	26
Nikel	13
Bakır	17
Cam	8.5
PVC	52
Demir	11.8
Yapı çeliği	10.8
Paslanmaz çelik	10.1 ~ 17.3

Tablo 8.1. Çeşitli malzemeler için termal genleşme katsayısı α .

Termal gerilmeler

Termal gerilmeler ısınan bir parçanın dışardan sınırlanması veya parça üzerine uygulanan bölgesel ısıtmalar sonucu oluşabilmektedir.

a. Dış sınırlamalar durumunda termal gerilmeler;



Şekil 8.2. Kiriş ve plakalarda termal gerilmeler sınırlamalara ve geometriye bağlıdır.

Burada (a) İki ucu sınırlanmış kiriş, (b) Dört kenarından sınırlanmış plaka.

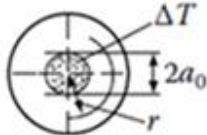
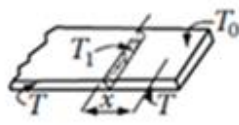
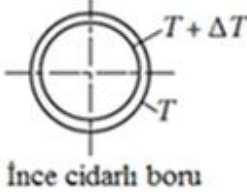
Sıcaklık artması durumunda, kirişte oluşacak termal gerilme,

$$\sigma = \alpha E \Delta T \quad (MPa)$$

Plakada oluşacak termal gerilme,

$$\sigma = \frac{\alpha E \Delta T}{(1 - \nu)} \quad (MPa)$$

b. Farklı diğer durumlar için termal gerilmeler;

1. Genel olarak katı cisimler 	Yüzeye birden uygulanan bölgesel termal şok Yüzey tabakalarında basma gerilmesi etkisi $\sigma = \alpha E \Delta T / (1 - \nu).$
2. Merkezinde a_0 yarıçapındaki bölgeden ısıtılan ince cidarlı disk 	Isıtılan bölgede maksimum gerilme : $\sigma = \alpha E \Delta T / 2.$ Dış bölgede radyal gerilme: $\sigma_r = \alpha E \Delta T a_0^2 / S r^2$ (basma) Dış bölgede teğetsel gerilme: $\sigma_b = -\sigma_r$ (çekme) $r = a_0$ için maksimum kesme gerilmesi : $\sigma_s = \alpha E \Delta T / 2.$
3. $x=0$ enindeki bölgenin üniform ısıtılması 	x kenarı boyunca çekme gerilmesi: $\sigma_x = E \alpha (T - T_0).$ Maksimum çekme gerilmesi: $\sigma = E \alpha (T_1 - T_0).$ Plakanın yarısında maksimum basma gerilmesi: $\sigma_c = -E \alpha (T_1 - T_0).$
4.  İnce cidarlı boru	Çevredeki maksimum gerilme: $\sigma = \alpha E \Delta T / 2 (1 - \nu)$ (iç yüzeyler basma, dış yüzeyler çekme) Boru boyunca maksimum gerilme: $\sigma = \alpha E \Delta T / 2 (1 - \nu)$ (iç yüzeyler basma, dış yüzeyler çekme)

Şekil 8.3. Genel olarak oluşabilecek termal gerilme durumları ve formüller.

8.2. Termomekanik zorlamalar için tasarımda dayanım

Termal gerilmelere karşı dayanım,

Bu tip gerilmeler oluştuğunda statik analize göre dayanım kuralları geçerlidir, yani malzemelerin akma sınırının aşılması esastır.

Tasarımcı bu aşamada ayrıca emniyet katsayısı kullanabilir.

Termal şok analizlerinde dayanım,

Termal şok sıcaklığın birden değişebildiği aralıktır. Bu değer termal şok testlerinde $15^\circ\text{C} / \text{dak}$ olarak uygulanmaktadır. Bir yapı elemanının termal şok koşullarında dayanabileceği maksimum sıcaklık, malzemenin mekanik özelliklerine bağlıdır.

$$T_{max} = \frac{\sigma_u (1 - \nu)}{\alpha E} \quad (^\circ\text{C})$$

Burada;

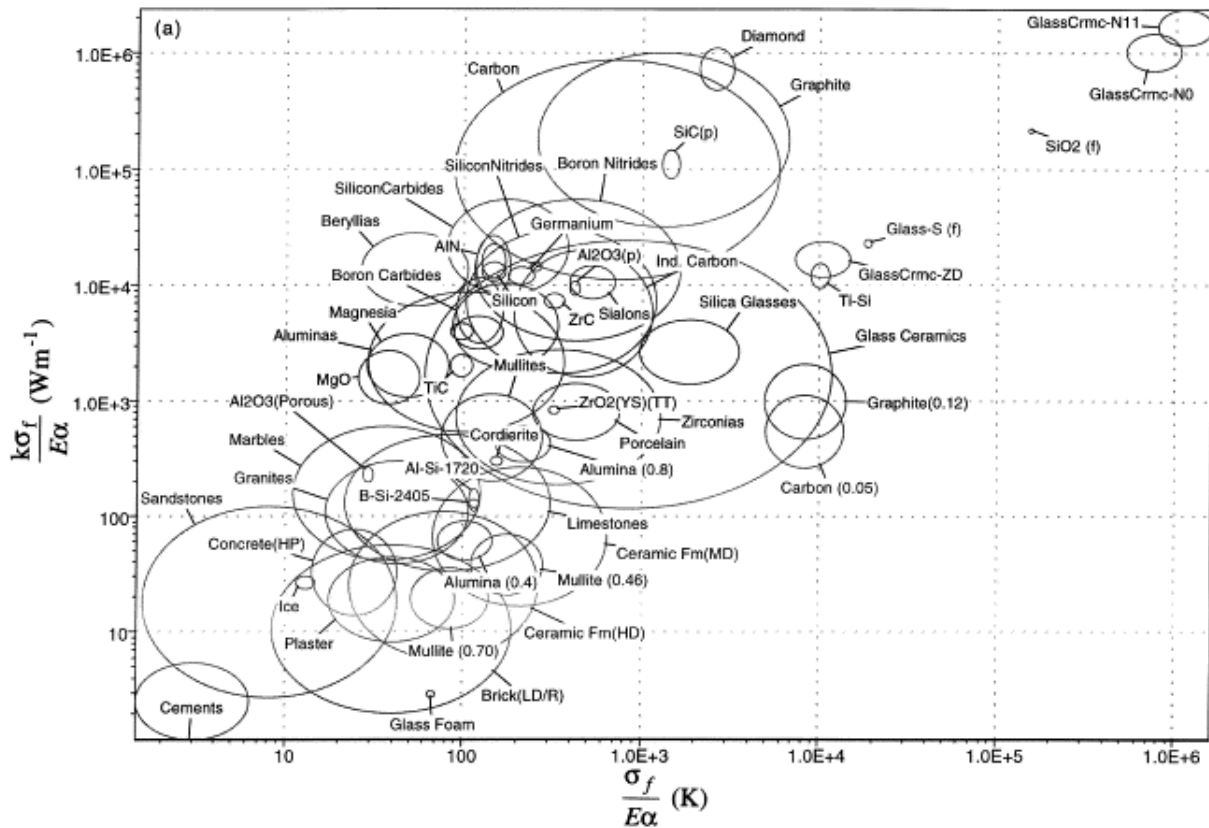
σ_u : Malzemenin maksimum gerilme sınırı

E : Elastiklik modülü

ν : Poisson oranı

Termal gerilme indeksi

Malzemelerde termal şok dayanımını bulmak için farklı öneriler mevcuttur. Bunların biri de, Prof. Mike Ashby tarafından önerilmekte olan termal gerilme indsidir.



Şekil 8.4. Malzemelerin termal şok dayanımları.

Termal gerilme indeksinin hesaplanabilmesi için aşağıdaki formül kullanılmaktadır.

$$TSI = \frac{\sigma_u k}{\alpha E} \quad (W/m)$$

Burada;

k: Termal iletkenlik (W/mK)

Örnek 7.1. Piriç malzemeden yapılmış, L boyunda, iki ucu mafsallı bağlantı ile sınırlanmış çubuk eleman üzerinde oluşan gerilmenin -172 MPa sınır değerini aşmaması için çalışma sıcaklığının maksimum değeri ne olmalıdır. Ortam sıcaklığı 20 °C olarak değerlendirilmektedir.

Pirinç için,

$$\alpha = 20 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$E = 100 \text{ GPa}$$

$$\sigma = E\alpha(T - T_0)$$

$$T = T_0 - \frac{\sigma}{E\alpha} = 20 - \frac{-172}{100 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-6}} = 106 \text{ } ^\circ\text{C}$$

9. Temas durumları için tasarım

Özellikle eğrisel yüzeyli makina parçalarının birbirleri ile temasında, temas yüzeyinin küçük olması sebebi ile oldukça büyük yüzey gerilmeleri (Hertz gerilmeleri) oluşmaktadır. Bu gerilmeler yüzey aşınmalarına yol açmaktadır. Ancak burada kısa zaman aralığında deformasyonlara sebep olan gerilmeler yüzey altında oluşan ve bu bölgelerde kırılmalara neden olan kesme gerilmeleridir.

9.1. Temas durumunda iç yüklerin analizi

Yuvarlak cisimlerde yüzey basıncı, (Hertz basıncı)

Temas halindeki parçalarda bağıl hareketler nedeniyle yüzeylerde aşınmalar ve yüzey altında çatlaklar şeklinde deformasyonlar oluşur.

a. İki küresel yüzeyin teması

Temas noktasındaki yüzeyin yarıçapı,

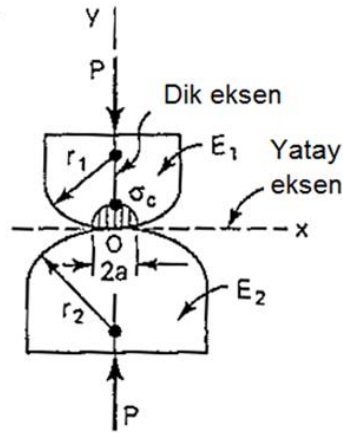
$$a = 0,88. \left[\frac{P. (E_1 + E_2) r_1 r_2}{E_1 E_2 (r_1 + r_2)} \right]^{1/3}$$

Burada

E_1, E_2 : Malzemelerin elastiklik modülü

r_1, r_2 : Kürelerin yarıçapları

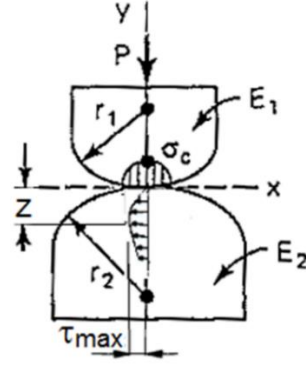
P: Basma kuvveti



Şekil 9.1. İki kürenin temas durumunda maksimum temas basıncı ve ezilen yüzey çapı (2a).

Maksimum temas basıncı,

$$\sigma_c = 1,5. \frac{P}{\pi. a^2}$$



Şekil 9.2. İki kürenin temas durumunda maksimum kayma gerilmesi ve bunun etkili olduğu derinlik, z.

İki kürenin eksenlerinin bölgesel deformasyon nedeni ile bağlı deplasmanı,

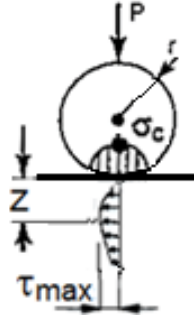
$$\delta = 0,77 \left[P^2 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)^2 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/3}$$

Burada maksimum kayma gerilmesi ve yüzeyden derinliği aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\tau_{max} = 0,3. \sigma_c$$

$$z = 0,47. a$$

Küre temasının özel hali küre ile düzlemin temas durumudur.



Şekil 9.3. Bir küre ile düzlemin teması durumu.

Bu durum için temas yüzeyi yarıçapı, maksimum temas basıncı gerilmesi ve küre eksenini deplasmanı aşağıdaki gibi verilmektedir.

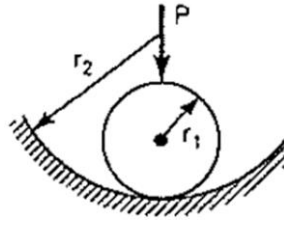
Burada $r_1 = r$ ve $r_2 = \infty$, $E_1 = E_2 = E$

$$a = 0,88 \left[\frac{2Pr}{E} \right]^{1/3}$$

$$\sigma_c = 0,62 \left[\frac{2PE^2}{4r^2} \right]^{1/3}$$

$$\delta = 1,54 \left[\left(\frac{P^2}{2E^2r} \right)^2 \right]^{1/3}$$

Küre temasının diğer bir özel hali şekilde verilmektedir.



Şekil 9.4. Bir küre ile eğrisel düzlemin teması

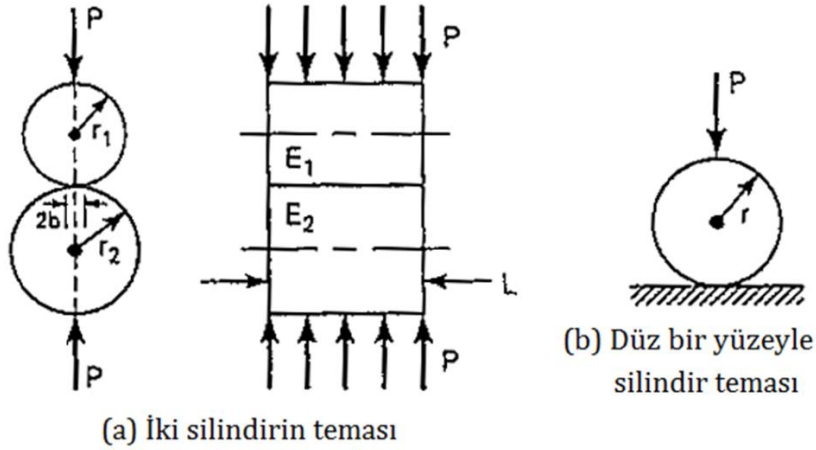
Bu durum için, $r_1 = -r_2$ ve $E_1 = E_2 = E$

$$a = 0,88 \left[\frac{2Pr_1r_2}{E(r_2 - r_1)} \right]^{1/3}$$

$$\sigma_c = 0,62 \left[PE^2 \left(\frac{r_2 - r_1}{2r_1r_2} \right) \right]^{1/3}$$

$$\delta = 1,54 \left[\left(\frac{P^2(r_2 - r_1)}{2E^2r_1r_2} \right)^2 \right]^{1/3}$$

b. Silindirik yüzey teması



Şekil 9.5. Silindirik yüzey temas durumları.

Silindir-silindir temas durumu için temas yüzeyinin b genişliği ve maksimum temas basıncı gerilmesi aşağıdaki gibi verilmektedir.

Burada temas alanı 2b eninde L boyunda bir dikdörtgendir.

$$b = \left[\frac{4Pr_1r_2}{\pi L(r_1 + r_2)} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]^{1/2}$$

$$\sigma_c = \frac{2P}{\pi bL}$$

Burada maksimum kayma gerilmesi ve yüzeyden derinliği aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\tau_{max} = 0,3. \sigma_c$$

$$z = 0,7 . a$$

Silindir-düzlem yüzey temas durumu için temas yüzeyinin b genişliği ve maksimum temas basıncı gerilmesi aşağıdaki gibi verilmektedir.

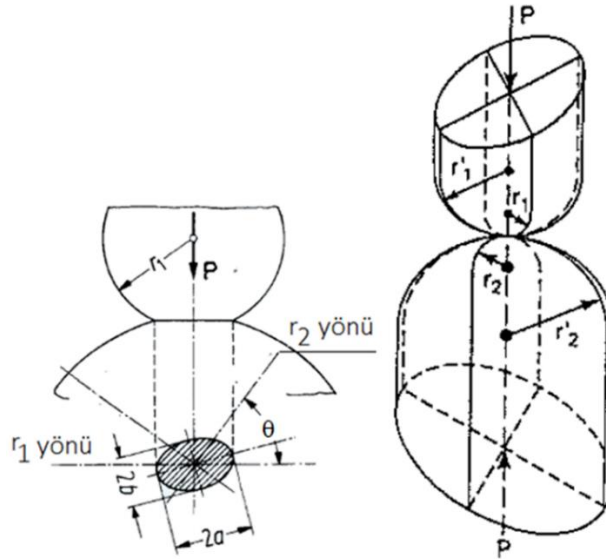
Burada da temas alanı 2b eninde L boyunda bir dikdörtgendir. İki cisim aynı malzemeden yapılmış olarak kabul edilmekte $r_1 = r$ ve $r_2 = \infty$, $E_1 = E_2 = E$ kabul edilmektedir.

$$b = 1,52 \left[\frac{Pr}{EL} \right]^{1/2}$$

$$\sigma_c = 0,418 \left[\frac{PE}{Lr} \right]^{1/2}$$

c. Farklı radyusta iki yüzeyin temas durumu (genel hal)

Eğri yüzeyin minimum ve maksimum radyus değerleri, üstteki cisim için r_1 ve r'_1 iken alttaki cisim için r_2 ve r'_2 olarak verilmektedir.



Şekil 9.6. İki yüzeyin temasında genel durum.

θ açısı ise r_1 ve r_2 düzlemleri arasındaki açı değeri olarak tanımlansın.

Maksimum temas gerilmesi, aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\sigma_c = \frac{1,5P}{\pi ab}$$

$$a = c_a \sqrt[3]{\frac{P.m}{n}}, b = c_b \sqrt[3]{\frac{P.m}{n}}$$

Burada m ve n değerleri,

$$m = \frac{4}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1'} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2'}} \quad , \quad n = \frac{4E}{3(1-\nu^2)}$$

c_a ve c_b sabitleri α açısına bağlı olarak tablodan alınabilir.

$$\cos \alpha = \frac{B}{A}$$

Burada,

$$A = \frac{2}{m}$$

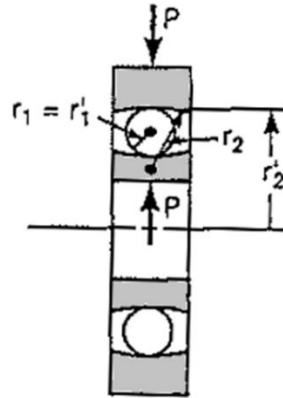
$$B = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1'} \right)^2 + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2'} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1'} \right) \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2'} \right) \cos 2\theta \right]^{1/2}$$

$\alpha(\text{degree})$	c_a	c_b	$\alpha(\text{degree})$	c_a	c_b
20	3.778	0.408	60	1.486	0.717
30	2.731	0.493	65	1.378	0.759
35	2.397	0.530	70	1.284	0.802
40	2.136	0.567	75	1.202	0.846
45	1.926	0.604	80	1.128	0.893
50	1.754	0.641	85	1.061	0.944
55	1.611	0.678	90	1.000	1.000

Tablo 9.1. α açısına bağlı olarak c_a ve c_b sabitleri.

Burada r_1, r_1' ve r_2, r_2' radyuslarının işaretleri bunların eğrilik merkezlerinin cismin içinde veya dışında olması ile ilişkilidir.

Eğer eğrilik merkezleri eğrinin dışında ise işaret negatif olarak değerlendirilmelidir.



Şekil 9.7. Bir rulmanlı yatakta rulmanda r_1, r_1' pozitif iken r_2, r_2' negatif işarete sahip olacaktır.

Burada maksimum kayma gerilmesi aşağıdaki gibi verilmektedir.

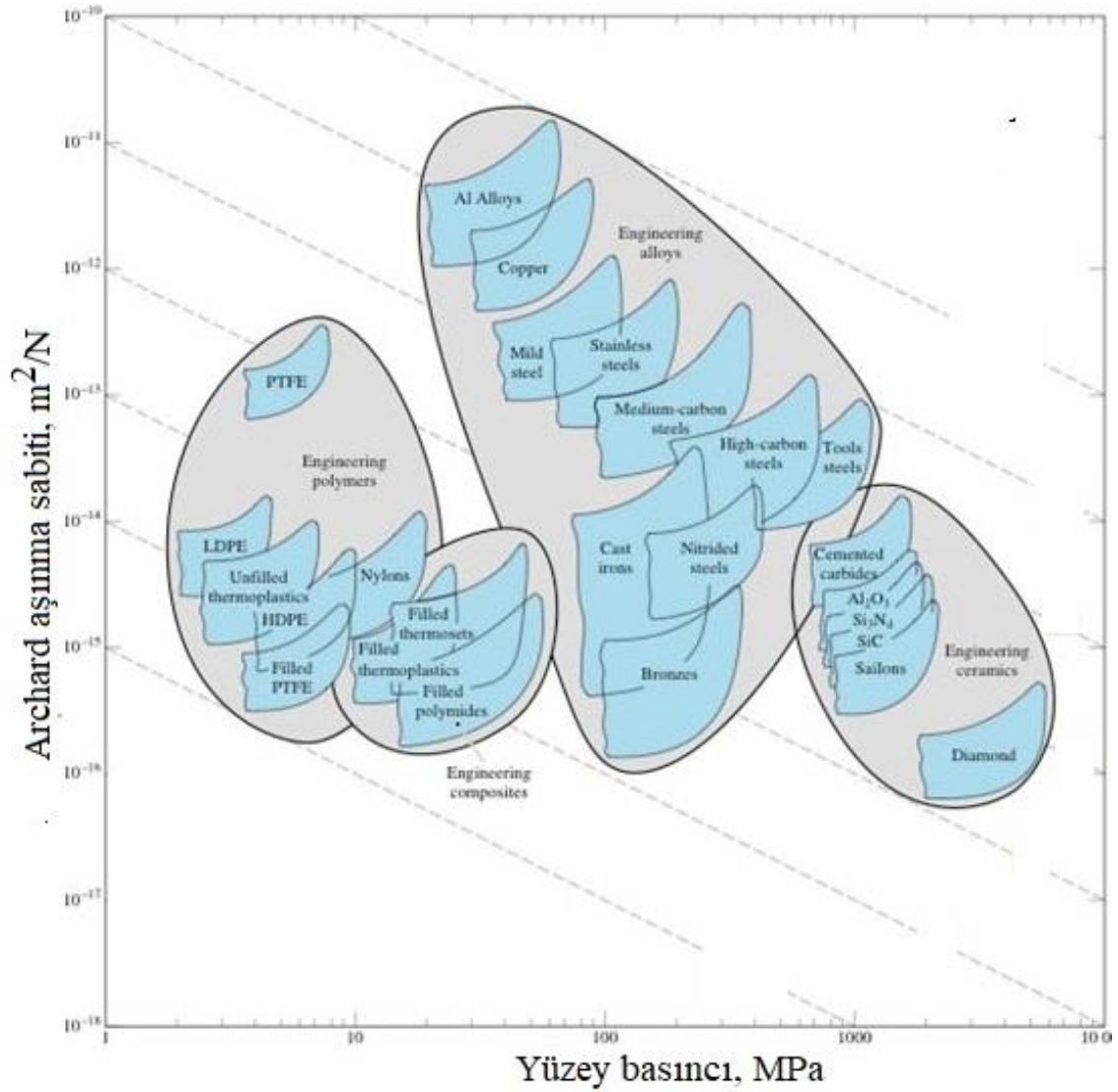
$$\tau_{max} = 0,3. \sigma_c$$

9.2. Temas tasarımında dayanım

Temas tasarımında dayanım iki farklı duruma göre değerlendirilmektedir,

- Parçalarda z derinliğinde maksimum değere ulaşan kayma gerilmesi, τ_{max} nedeni ile yüzey altı çatlakları oluşmasını engellemek. Bu amaçla uygun sertliği ve sertlik derinliği seçilerek bu deformasyonlar engellenmektedir.
- Parça yüzeylerinde oluşan Hertz gerilmeleri, σ_c sebebi ile yüzeylerde oluşabilecek erken aşınmaları engellemek. Bunu yapabilmek için yüzey sertliği artırılmakta veya yüzeyler sertleştirilmektedir. Şekil 9.8 e göre, σ_c yüzey gerilmesi etkisindeki bir malzemenin aşınma derinliği aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$W = K A \sigma_c \text{ (mm)}$$



Şekil 9.8. Malzemelerde yüzey basıncı- aşınma sabiti ilişkisi.

10. Yorulma dayanımı için tasarım

Değişken yüklerin etkisi altında malzemenin iç yapısındaki değişikliklere yorulma ve elemanın kopuncaya kadar dayandığı süreye de ömür adı verilir. Yorulmanın çarpışma yorulması (impact fatigue), temas yorulması (contact fatigue), aşınma yorulması (fretting fatigue), korozyon yorulması gibi bir çok çeşidi mevcuttur.

Makine parçalarının statik olarak emniyetli görülen yükler altında zaman içinde oluşabilecek deformasyonlarını önleme amacıyla yorulma analizleri yapılmaktadır. Burada etkili olan kuvvetler zamana bağlı olarak değişken şiddete sahiptirler. Bu nedenle, makine parçalarında kaynaklı bölgeler veya delikler, kama kanalları gibi yerlerde başlangıçta oluşmuş olan kılcal çatlaklar ilerlemeye başlarlar. Giderek büyüyen çatlaklar malzeme kesitinin küçülmesine ve sonuçta da kırılmalara veya deformasyonlara sebep olurlar.

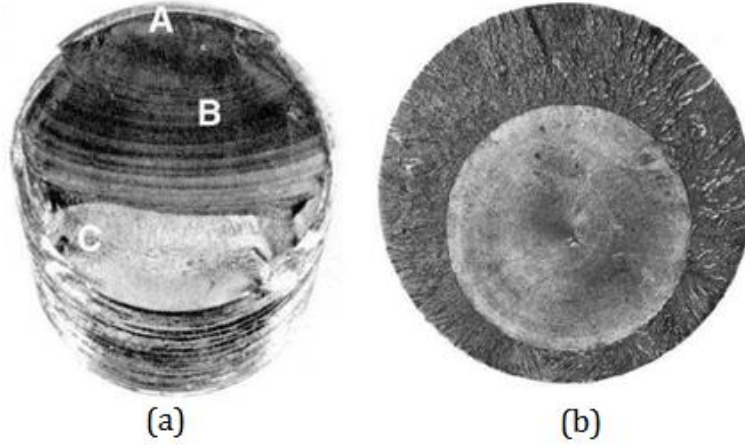


Şekil 10.1. Bir motor milinin yorulma kırılması ve yorulma kırılmasının sahfları.

Statik olarak kırılan bir parçanın kırılmadan önce eğilerek uyarı verdiğini görülebilir, fakat dinamik gerilmeler uyarı vermez ve bir anda gerçekleşir. Bu yüzden daha tehlikelidir.

Yorulma kırılması gevrek kırılma gibi boyun vermeden ve gerilme yüzüne dik düz bir yüzey oluşursa da aslında gevrek kırılmadan farklı olarak 3 aşamadan oluşmaktadır.

- En zayıf noktada plastik şekil değiştirme ile birkaç mikro çatlak oluşur. Bu çatlaklar bu noktada gözle görülemeyecek seviyededir.
- Mikro çatlaklar makro çatlaklara genişleyerek siyah, ara ara beyaz dalgalı bir görünüm oluşturur.
- Artık malzemede çatlakların olduğu kesit statik yükü kaldıramayacak ve ani bir kırılma sonucunda beyaz parlak bir görüntü oluşturulacaktır. Bu son kırılma gevrek, sünek yada her ikisi şeklinde oluşabilir.



Şekil 10.2. Burada şekil (a)' da bir civatada tek yönlü tekrarlanan eğilmeden oluşan yorulma kırılması. Kırılma A noktasında başlayıp B'ye genişlemiş ve C bölgesinde ani kırılma gerçekleşmiştir. Şekil (b)'de ise 200 mm çapında bir biyel kolunda yorulma kırılması görülmektedir.

Yorulmaya karşı tasarım aşamasında alınabilecek tedbirler

- Doğru malzeme seçme veya ısıl işlemlerle mevcut malzemede mukavemeti artırma
- Doğru imalat yöntemi seçme
- Kalıntı gerilimleri azaltma
- İyi hazırlanmış dış yüzey seçme
- Doğru geometri seçme gerilme yığılmalarından kaçınma

Yorulma için tasarımda hatalar,

- Yanlış malzeme seçimi
- Yanlış geometri, gerilme yığılmalarına yol açma
- Kalıntı gerilmeler
- Kötü dış yüzey
- Kaplamalar

Metallerde Yorulma

Metal malzemelerde de yorulma hâdisesi kaçınılmazdır ve meydana gelen yorulma tam geri dönüşlü değildir. Yorulmaya başlamış bir metal, gerekli tedbir alınmaksızın, ne kadar süre çalışmadan bekletilirse bekletilsin, çok az miktarda kendini toplama hâli hariç tekrar çalışmaya başladığı andan itibaren yorulma kaldığı yerden devam edecektir.

Polimerlerde Yorulma

Polimerlerin yorulma davranışları metaller kadar anlaşılamamıştır.

Polimerlerin molekül ağırlığı, çapraz bağlanma derecesi, kristallik derecesi ve ısı etki gibi faktörler yorulma davranışını etkilemektedir.

Naylon gibi polimerler nispeten yüksek mukavemete sahip olmalarına rağmen düşük akma sınırı ve sertlik, zayıf yorulma performansına neden olmaktadır.

Kompozitlerde Yorulma

Lif takviyeli polimer matrisli kompozitler tekrarlı yüklemeye olduğundan daha çabuk hasara uğramaktadır. Polimer matrisli kompozitlerde yorulma performansını etkileyen faktörler;

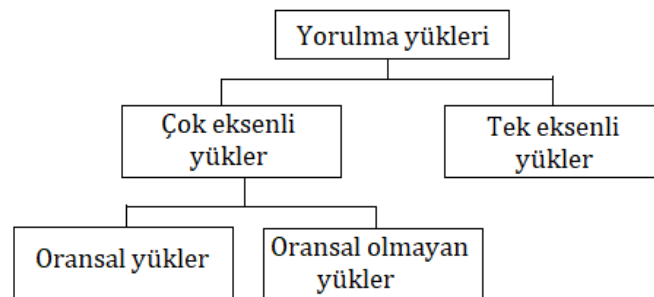
- Takviyelerin şekil değiştirmesi,
- Takviyelerin çok yönlü olması,
- Dokunmuş çapraz kat takviyeler gibi özelliklerdir.

Yorulma analizi prosesi;

Klasik yöntem aşağıdaki gibi oluşmaktadır (Şekil 10.3). Burada geometrik özellikler bilgisayar ortamında oluşturulan model ve bu modele uygulanan mesh'leme gibi yöntemler ile tanımlanmaktadır. Yükleme durumu oldukça önemlidir, yapılar üzerinde düzenli yükler etkili olabileceği gibi gelişigüzel yüklemeler de söz konusu olabilmektedir.

Makine parçalarında yorulmaya yol açan temel dış yükler ve etkileri;

- Termal yükler, sünme yorulmasına ((Creep-fatigue) yol açarlar.
- Korozyon yükleri sonucunda korozyon yorulmaları oluşmaktadır. Bu yorulmaların anlaşılması son derece zordur.
- Mekanik yüklerin etki şekline göre yorulma tipleri aşağıdaki gibi verilmektedir,
 - ✓ Genel değişken kuvvetler etkisinde yorulma
 - ✓ Çarpışma yorulması (impact fatigue)
 - ✓ Temas yorulması (contact fatigue)
 - ✓ Aşınma yorulması (fretting fatigue)



Şekil 10.3. Genel değişken kuvvetler etkisinde yorulma

Tek eksenli ve çok eksenli oransal yükleme halleri için tasarımda kullanılabilecek teknikler geliştirilmiştir. Ancak çok eksenli oransal olmayan yükleme durumu için araştırmalar devam etmektedir.



Şekil 10.4. Çok eksenli yorulma test düzeneği.

Çok eksenli gerilme durumunda düzeltme faktörü kullanılmaktadır. Bu faktörün bulunmasında ise eşdeğer gerilme-gerinim yaklaşımı kullanılmaktadır. Bu yaklaşımın temel mantığına göre, çok eksenli gerilme durumunda belirli bir elastiklik modülüne uygun olacak şekilde deformasyonlar oluşmaktadır. Bu modülün büyüklüğü yeterince uygunsa tek eksenli durumda da aynı modülde deformasyon oluşacaktır. Mekanik modül asal gerilmelerden, asal kayma gerilmelerinden veya distorsiyon enerjisinden bulunabilmektedir. Burada çok eksenli yükleme altında eşdeğer bir gerilme veya gerinim modülü hesaplanarak tek eksenli yüklemeye uygulanmaktadır. Bu yaklaşımda von Mises veya Tresca hipotezleri kullanılmaktadır. Eşdeğer (bir-eksenli) gerinim durumu tercih edildiğinde aşağıdaki denklem kullanılmaktadır.

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_1}{|\sigma_1|(1 + \nu)\sqrt{2}} \cdot [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]^{0,5}$$

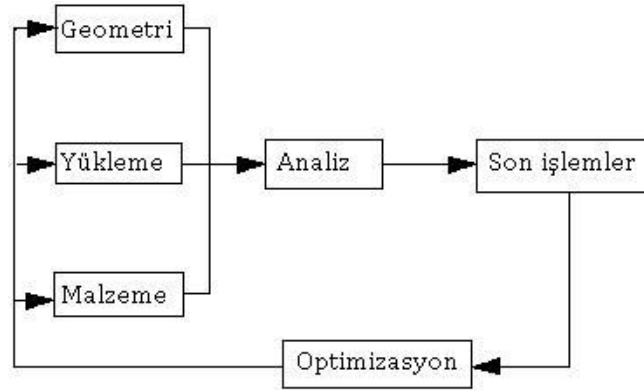
Değişken kuvvetler etkisinde temel yorulma kabulleri,

Makine parçalarında tasarım analizlerinde yorulma deformasyonlarının temel olarak iki şekilde olduğu varsayılmaktadır bunlar,

- a. Düzgün ve çentikli parçalar: Parçalarda başlangıçta çatlak yoktur, ancak malzeme hataları, yüzey işlemleri, yanlış geometri gibi faktörlerin etkisi ile çatlaklar oluşmaktadır. Sonuçta bu çatlaklar ilerleyerek yorulma kırılmalarına yol açmaktadır.

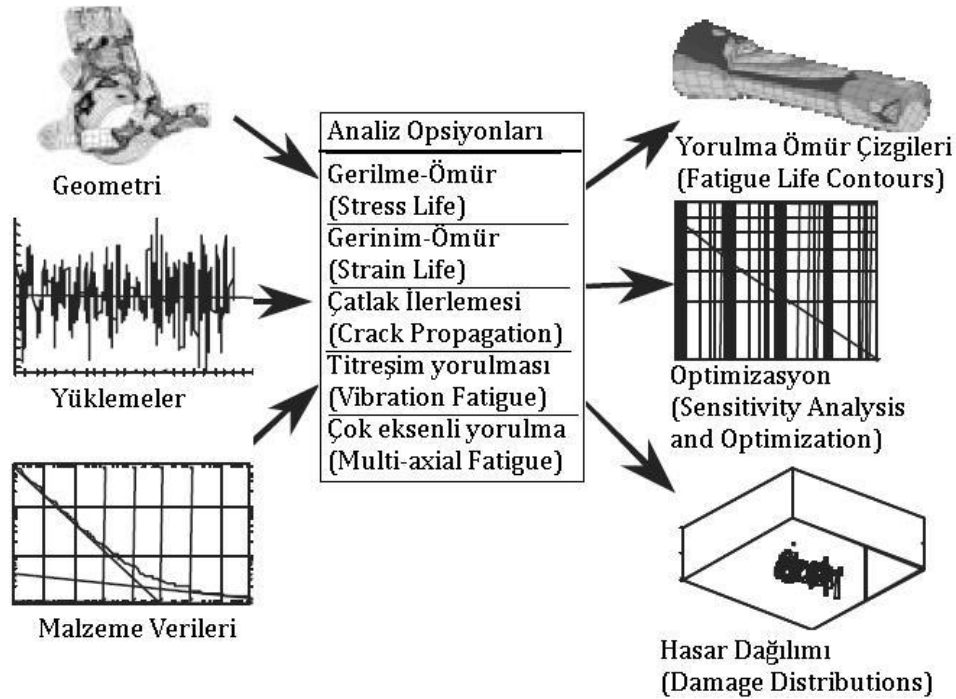
- b. Çatlaklı parçalar: Parçalarda çatlaklar vardır ve değişken yük etkileri ile çatlaklar ilerleyerek yorulma kırılmalarına yol açmaktadır.

Malzeme özellikleri, elastiklik modülü, S-N diyagramları gibi detaylar içermektedir. Analiz işlemleri sonucunda gerilme-zaman veya gerinim-zaman değerleri oluşturulmaktadır.



Şekil 10.5. Yorulma analizinde klasik proses.

Bu aşamadan sonra istenirse boyut, şekil veya topoloji optimizasyonları veya hasar dağılımları gibi değerlendirmeler yapılmaktadır .



Şekil 10.6. Yorulma analizi akış şeması

Yorulma analizlerinde beş adım mevcuttur, bunlar;

- Yorulma analizi tipi seçimi (Fatigue Analysis Type, Stress Life, Strain Life)
- Yükleme durumu seçimi (Loading Type).

- Ortalama gerilme etkisi için yöntem seçimi (Mean Stress Effects).
- Çok eksenli gerilme düzeltmeleri (Multiaxial Stress Correction).
- Yorulma düzeltme faktörü seçimi (Fatigue Modification Factor).

Yorulma Ömrü Metodları

Makine tasarımı ve analizlerinde üç temel yorulma ömür metodu (fatigue-life methods) kullanılmaktadır. Bunlar aşağıda verilmektedir.

- Gerinim-ömür metodu (Strain-life methods)
- Lineer-elastik kırılma mekaniği metodu (Linear-elastic fracture mechanics method)
- Gerilme-ömür metodu (Stress-life methods)

Bu yöntemler, ömür tespitinde belirli bir yükleme şiddetinde parçada deformasyon oluşuncaya kadarki yükleme tekrarı sayısını (çevrim sayısı), N temel almaktadırlar. Yükleme tekrarı sayısı, $1 \leq N \leq 10^3$ gibi az olursa bu tip prosese düşük tekrarlı yorulma (low-cycle fatigue) olarak değerlendirilmektedir. Yüksek tekrarlı yorulma (high-cycle fatigue) ise $N > 10^3$ yorulma tekrarı durumlarında geçerlidir.

Gerilme ömür metodunda gerilme seviyesi esas alınmaktadır. Bu metod temelde düşük tekrarlı yorulma durumlarında kullanışlıdır. Ancak gerilme ömür yöntemi iyi bilinen geleneksel bir yöntemdir ve birçok tasarım uygulamasında kullanımı kolay olduğu için yeterince veri ile desteklenirse yüksek tekrarlı yorulma uygulamaları içinde kullanılmaktadır.

Gerinim ömür yöntemi, bölgesel alanlarda daha detaylı plastik deformasyonların yapılabilmesi amacıyla kullanılmaktadır. Bu yöntemde ömür tayininde gerilmeler ve gerinimler değerlendirilmektedir. Bu yöntem özellikle düşük tekrarlı yorulma uygulamaları için çok kullanışlıdır.

Kırılma mekaniği metodu zaten tespit edilmiş bir çatlak olduğunu varsayarak hareket eder. Daha sonra bu çatlağın varolan gerilme yoğunluğu ile ne kadar genişleyeceğini tahmin eder. Bu yöntem büyük yapılarda kontrol ve gözlem programlarının birleşmesi ile pratik bir şekilde kullanılabilir.

10.1. Gerinim-Ömür Yaklaşımı (The strain-life, ϵ -N approach)

Bu yaklaşım yorulmanın doğasını anlamak için en gelişmiş yaklaşımdır. Bu metodun önemi yorulmanın doğasını anlamaya sağlayacağı katkılardır.

Yorulma kırılmaları her zaman bir çentik ya da gerilme yoğunluğunun olduğu yerden başlar ve plastik deformasyon ile büyür ve sınırlarını genişletir. Yorulma kırılmasında bu deformasyonlar

1910 yılında Bairstow, Bauschinger Teorisi üzerine yaptığı deneylerde, demir ve çeliğin elastik limitinin uygulanan gerilmenin türüne bağlı olarak azalıp veya artabildiğini göstermiştir. Karşılıklı uygulanan gerilme döngülerinde tavllanmış çeliğin elastiklik sınır artma eğilimi gösterirken, soğuk çekme çelikte bu sınırın azaldığı görülmüştür.

R. W. Landgraf ise düşük devirli yorulmalarda yüksek dayanımlı çelikler için gerilme-gerinim tabloları oluşturmuştur. Şekil 10.8 de görüldüğü gibi karşılıklı tekrarlanan yüklerde parçanın dayanımının azaldığı görülür. Ama önceden dediğimiz gibi bazı parçalarda dayanımın arttığıda görülmüştür.

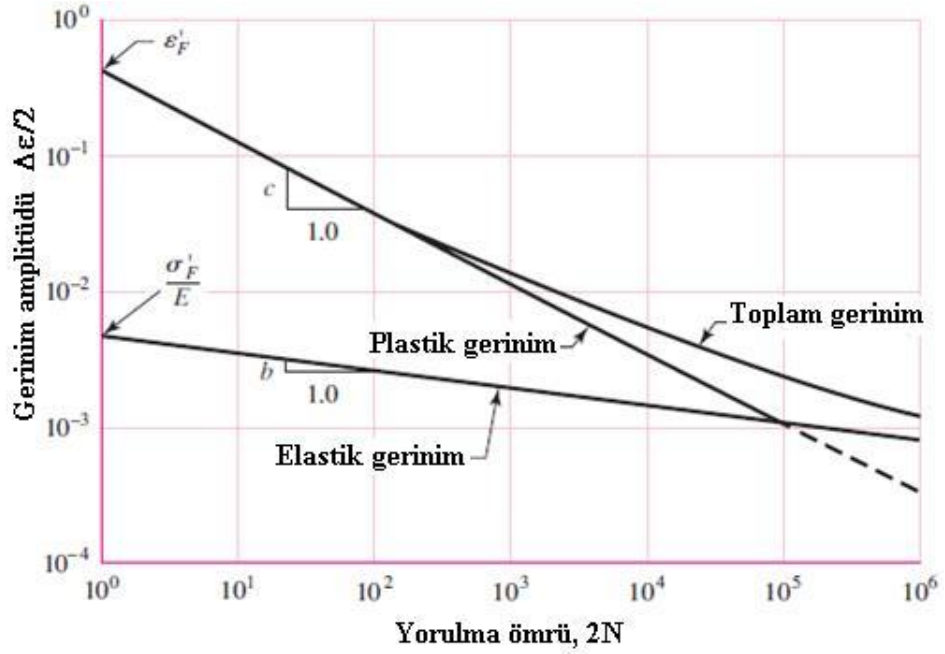
1975' de SAE Fatigue Design and Evaluation Steering Committee tarafından açıklanan bir araştırmaya göre de karşılıklı uygulanan dinamik kuvvetlerde yorulma ömrünün genellikle $(\Delta\epsilon/2)$ ilişkili olduğu görülmüştür.

Toplam gerinim elastik ve plastik gerinimlerden oluşmaktadır. Toplam genliğimiz ise bu toplam gerininin yarısı olarak alınabilir.

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_e}{2}$$

Bir başka şekilde ifade edecek olursak bu denklemi gerinim genlikleri şeklinde aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_e$$



Şekil 10.8. Sıcak haddelenmiş SAE 1020 çeliğinin yorulma ömrü-gerinim ilişkisi

Plastik uzama eğrisinin denklemi;

$$\varepsilon_p = \varepsilon'_F \cdot (2N)^c$$

Elastik uzama eğrisinin denklemi;

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_a}{E} = \frac{\sigma'_F}{E} \cdot (2N)^b$$

Burada;

σ'_F : Yorulma dayanım sabiti (fatigue strength coefficient)

b : Yorulma dayanım üsteli (fatigue strength exponent)

ε'_F : Yorulma süneklik sabiti (fatigue ductility coefficient)

c : Yorulma süneklik üsteli (fatigue ductility exponent)

σ_a : Gerçek gerilme genliği

Malzeme	Sertlik HB	Çekme Gerilmesi S _{ut} MPa	Elastiklik Modülü E GPa	Yorulma Dayanımı σ _f MPa	Kırılmada Gerçek Gerinim ε _f	Yorulma Dayanımı Üsteli b	Yorulma Süneklik Sabit ε _f	Yorulma Süneklik Üsteli c
A538A (b)	405	1515	185	1655	1.10	-0.065	0.30	-0.62
A538B (b)	460	1860	185	2135	0.82	-0.071	0.80	-0.71
A538C (b)	480	2000	180	2240	0.81	-0.07	0.60	-0.75
AM-350 (c)		1315	195	2800	0.74	-0.14	0.33	-0.84
AM-350 (c)	496	1905	180	2690	0.23	-0.102	0.10	-0.42
Gainex (c)		530	200	805	0.86	-0.07	0.86	-0.65
Gainex (c)		510	200	805	1.02	-0.071	0.86	-0.68
H-11	660	2585	205	3170	0.40	-0.077	0.08	-0.74
RQC-100 (c)	290	940	205	1240	0.56	-0.07	0.66	-0.69
RQC-100 (c)	290	930	205	1240	1.02	-0.07	0.66	-0.69
10B62	430	1640	195	1780	0.89	-0.067	0.32	-0.56
1005-1009	90	360	205	580	1.3	-0.09	0.15	-0.43
1005-1009	125	470	205	515	1.09	-0.059	0.30	-0.51
1005-1009	125	415	200	540	1.02	-0.073	0.11	-0.41
1005-1009	90	345	200	640	1.6	-0.109	0.10	-0.39
1015	80	415	205	825	1.14	-0.11	0.95	-0.64
1020	108	440	205	895	0.96	-0.12	0.41	-0.51
1040	225	620	200	1540	0.93	-0.14	0.61	-0.57
1045	225	725	200	1225	1.04	-0.095	1.00	-0.66
1045	410	1450	200	1860	0.72	-0.073	0.60	-0.70
1045	390	1345	205	1585	0.89	-0.074	0.45	-0.68
1045	450	1585	205	1795	0.81	-0.07	0.35	-0.69
1045	500	1825	205	2275	0.71	-0.08	0.25	-0.68
1045	595	2240	205	2725	0.52	-0.081	0.07	-0.60
1144	265	930	195	1000	0.51	-0.08	0.32	-0.58

Kaynak: ASM Metals Reference Book, 2nd ed.

Tablo 10.1. Bazı metal türleri için yorulma parametreleri.

Buradan toplam gerilim genliği denklemini düzenlersek;

$$\epsilon = \epsilon'_F \cdot (2N)^c + \frac{\sigma'_F}{E} \cdot (2N)^b$$

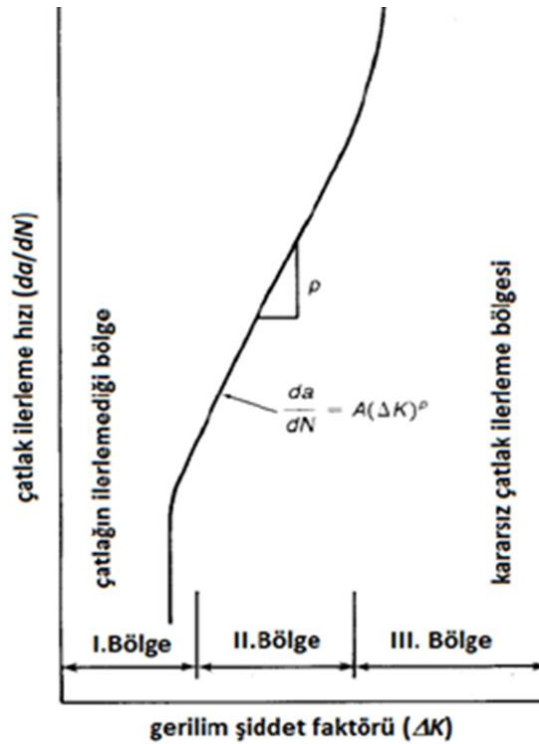
Bu denklem de bize toplam gerilim genliği ile yorulma ömrü arasındaki ilişkiyi gösterir (Manson-Coffin ilişkisi). Burada ki b,c gibi katsayılar gerilme-ömür analizinde bahsedilenlerden farklıdır ve Tablo 10.1 de verilmektedir.

Uygulanan kuvvetin parça üstünde oluşturduğu gerinimin genliği ve diğer karakteristikleri bilindiği takdirde bu denklemin gayet bilimsel bir yeri olduğunu görüyoruz. Ancak bu denklem şu an için tasarımcıya çok az fayda sağlar. Sorun çentik ve düzensizlik olan bölgelerde gerilim nasıl bulunacağıdır. Şu an bunu gösteren mevcut bir tablo ya da diagram yoktur. Sonlu elemanlar yöntemi ile yakın bir zamanda akademik alanda bu düzensizlikler ile ilgili katsayıların

bulunacağı beklenmekle birlikte, sonlu elemanlar yöntemi ile halihazırda yaklaşık olarak gerinim analizi yapılabilmektedir.

10.2. Doğrusal elastik yorulma kırılması mekaniği analizi için tasarım

Yorulma kırılmasının ilk aşamasında çatlak tanecikler arasında kaymalar, dislokasyonlar oluşur. Çatlağın ilerlemeye başladığı 2. aşamada çatlak elektron mikroskobu ile gözlenebilecek seviyeye gelir. Son kırılmada 3. aşamada olur. Burada çatlağın olduğu bölgedeki genlik dahil gerilme yoğunluğu $K_I = K_{Ic}$ kritik gerilme yoğunluğuna ulaşır ve çatlaktan kalan kesit yükü kaldıramayarak ani bir kırılma meydana gelir. Örneğin bir alüminyum parça için çatlak ömrünün %85-90' ı 1. aşamada, %5-8' i, 2. aşamada ve %1-2' si 3. aşamada geçer (Şekil 10.9).



Şekil 10.9. Çatlak ilerlemesi.

Gerilme yığılması faktörü; $\Delta K = \beta \cdot \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$

Paris denklemi:
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

Gerilme yığılması faktörü Paris denkleminde yerine yazılarak integral alınacak olursa, ömür bulunur.

$$\int dN = \int \frac{da}{C(\Delta K)^m}$$

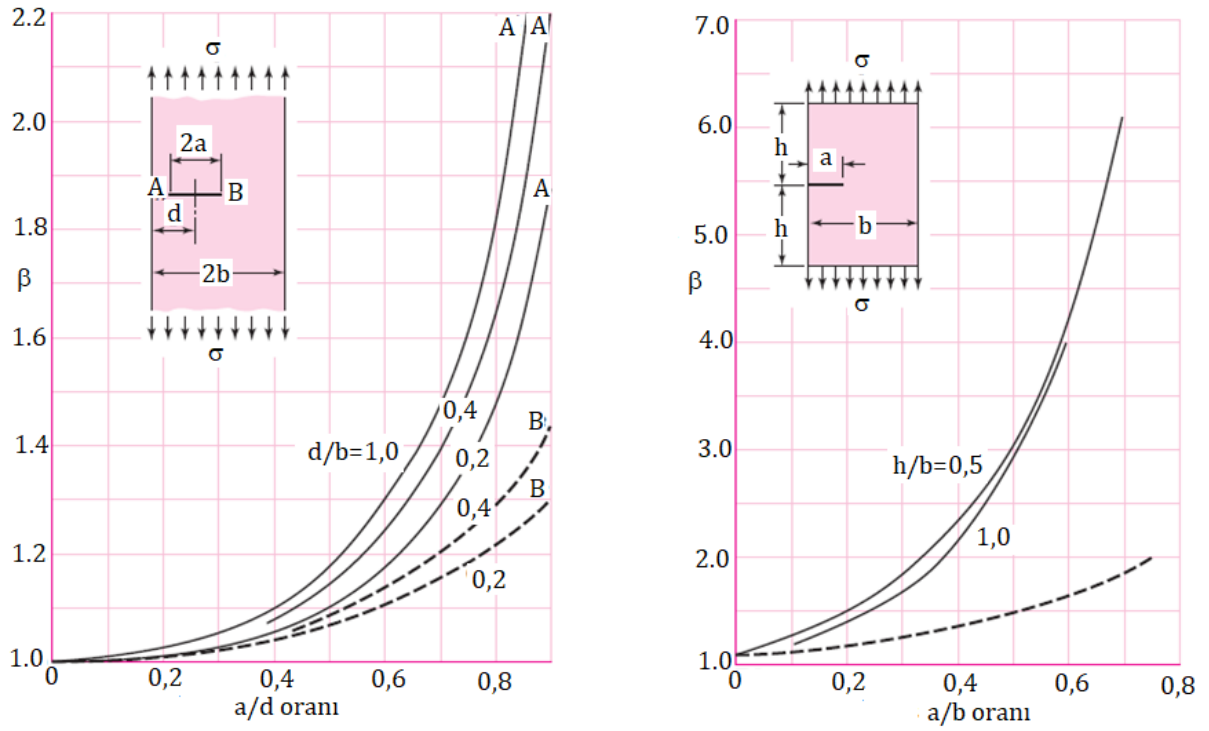
$$N = \frac{1}{C Q^m \pi^{m/2} (\Delta \sigma)^m} \frac{a_0^{(1-m/2)} - a_{cr}^{(1-m/2)}}{(m/2 - 1)}$$

Burada;

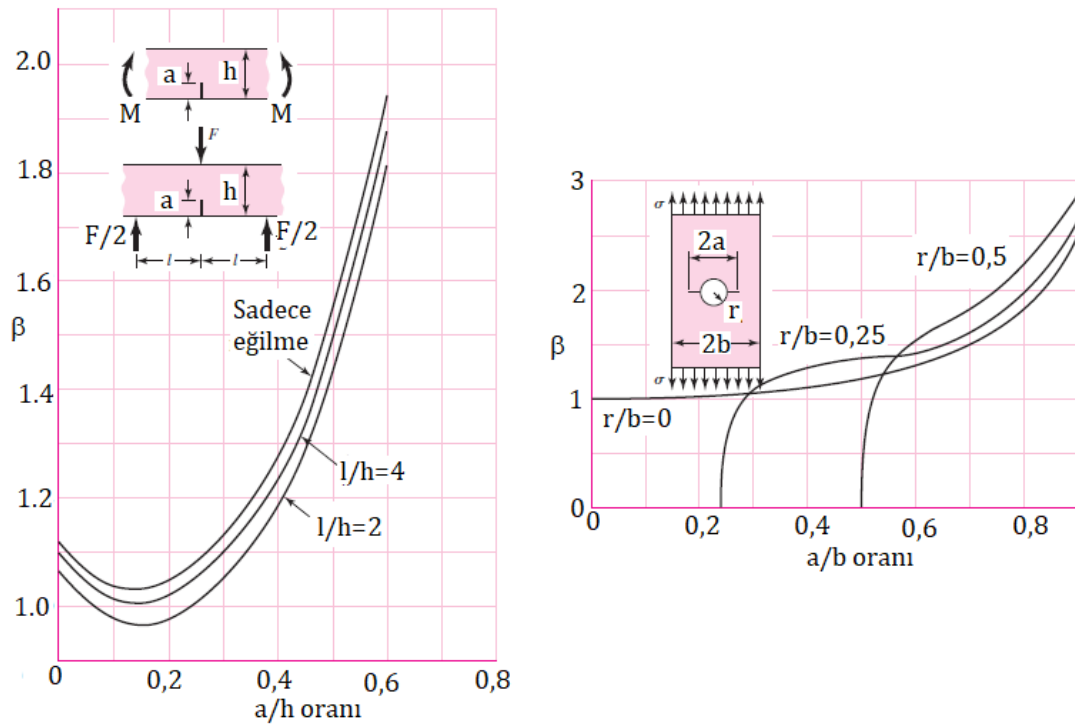
N : a_0 başlangıç çatlak boyundan a_{cr} kritik çatlak boyuna ulaşınca kadar gerilme tekrarı sayısıdır.

C ve m değerleri Tablo 10.2 den alınmaktadır.

Gerilme yığılması düzeltme faktörü, β Şekil 10.10, Şekil 10.11 ve Şekil 10.12 dan alınabilir.

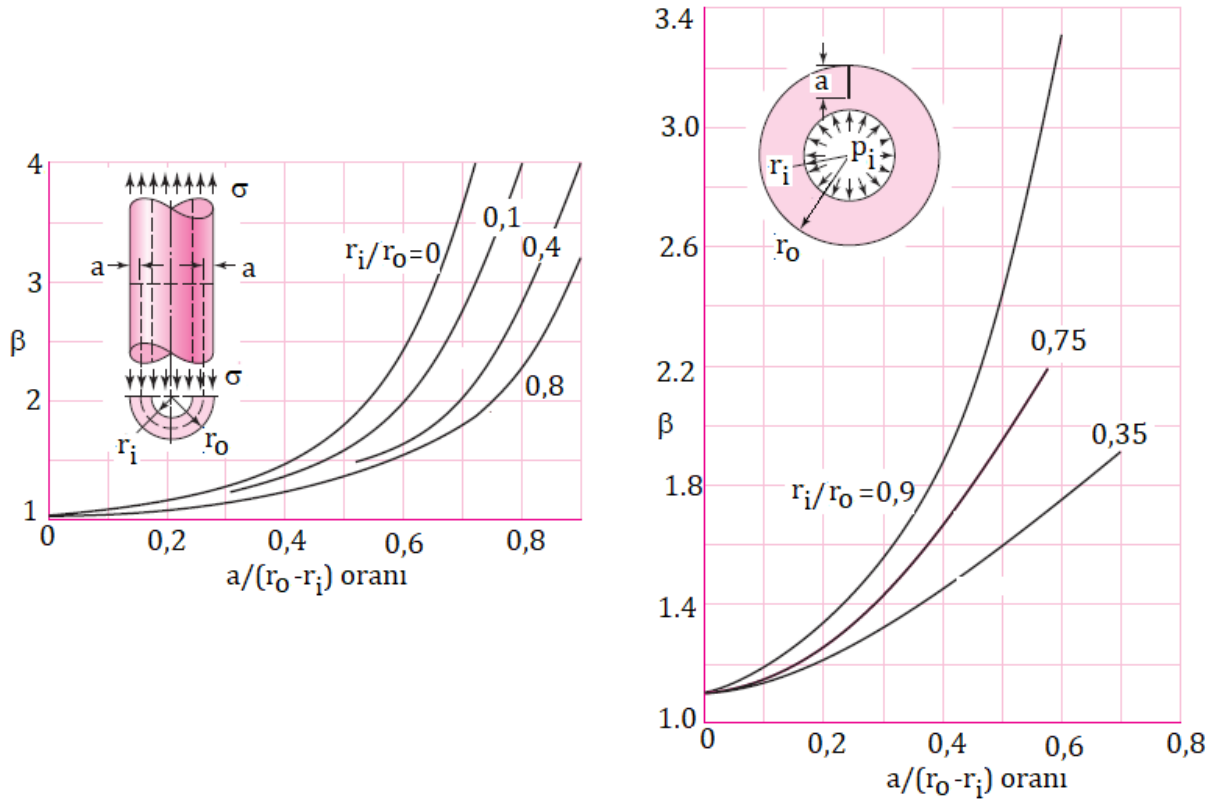


Şekil 10.10. Kuvvet yönüne dik çatlaklarda gerilme yığılması düzeltme faktörü, β



Şekil 10.11. Eğilme veya dairesel boşluk şeklinde çatlak için gerilme yığılması düzeltme faktörü,

β



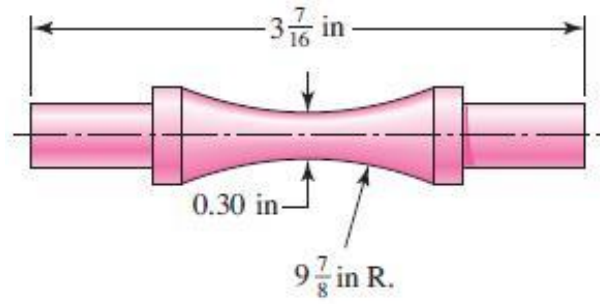
Şekil 10.12. İçi boş silindirik yapılarda gerilme yığılması düzeltme faktörü, β

Malzeme	$C, \frac{m/cycle}{(MPa\sqrt{m})^m}$	m
Ferritic-perlitik çelikler	$6.89(10^{-12})$	3.00
Martenzitik çelikler	$1.36(10^{-10})$	2.25
Ostenitik çelikler	$5.61(10^{-12})$	3.25
Aluminyum	$1.00(10^{-12})$	3.00
Nikel	$4.00(10^{-12})$	3.30
Titanyum	$1.00(10^{-11})$	5.00

Tablo 10.2. C değerleri tablosu.

10.3. Gerilme-Ömür Yaklaşımı (The stress-life, S-N approach)

Bu yaklaşımda tekrar eden ve değişen kuvvet ve genliklerde malzemenin dayanımını ölçme mantığı ile gerçekleşir. Kırılmanın meydana geldiği devir sayısından bir grafik çıkarılır. Bu yorulma deneyleri için kullanılan en yaygın makine R.R.Moore' un yüksek hızlı çubuk döndürme makinasıdır. Şekil 5.31' de görülen çubuk eksenel hiçbir kuvvet olmadan sadece eğilme kuvveti altında döndürülür. Bunun dışında burulma kuvvetleri ve dalgalı (değişken) kuvvetler için yorulma testi makinaları da vardır.

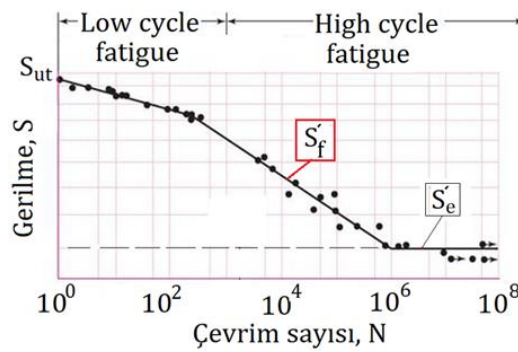


Şekil 10.13. Moore' un test parçasının geometrisi

Malzeme Dayanım Sınırı,

Bir malzemenin yorulma dayanımı tablosunu çıkarmak için bir çok deney yapılır. İlk deney malzemenin statik olarak maksimum dayanabileceği yükte yapılır ve kuvvet giderek azaltılır.

Kuvvet ve devir olarak çizilen tablo yarı ya da tam logaritmik olarak çizilir. Ferritik metallerde ve alaşımlarda eğri belli bir devir sayısından sonra yatay olarak devam eder. Bu tür eğriler Wöhler eğrisi olarak da adlandırılır (Şekil 10.14).



Şekil 10.14. Bir çelik malzeme için S-N (gerilme-ömür) diyagramı

Bir deney malzemesi ile gerçek bir parça aynı özelliklere sahip olsa bile geometriden dolayı S-N diyagramında farklılıklar olacaktır. Çeliklerde Şekil 10.15' de görüldüğü gibi eğri bir noktadan sonra asimtotik olmaktadır. Bunun anlamı eğrinin kırılma noktasından sonra kuvvet ne kadar yüksek bir çevrim sayısında uygulanırsa uygulansın parça kırılmayacaktır. Yapılan deneysel çalışmalara göre bu sürekli mukavemet değeri çelikler için aşağıdaki gibi verilebilir.

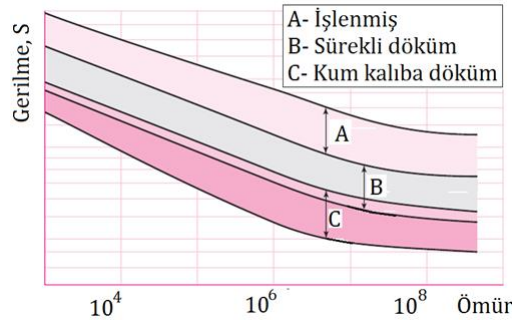
$$S'_e = \begin{cases} 0,504S_{ut} & S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa} \\ 700 \text{ MPa} & S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases}$$

Ferritik olmayan metallerde ve metal dışı alaşımlarda böyle kesin bir yorulma limiti yoktur.

Malzeme	Sürekli dayanım değeri	Çevrim sayısı
Magnezyum alaşımları	$Se = 0.35S_{ut}$	10^8
Bakır alaşımları	$0.25S_{ut} < Se < 0.50S_{ut}$	
Nikel alaşımları	$0.35S_{ut} < Se < 0.50S_{ut}$	
Alüminyum alaşımları	$Se = 0.45S_u$ ($S_{ut} \leq 330$ MPa)	
Titanyum alaşımları	$0.45S_{ut} < Se < 0.65S_{ut}$	10^7
Demirler	$Se = 130$ MPa ($S_u > 330$ MPa)	10^6
	$Se = 0.4S_u$ ($S_{ut} \leq 410$ MPa)	
	$Se = 165$ MPa ($S_u > 410$ MPa)	

Tablo 10.3. Çelikler dışında bazı malzemeler için sürekli mukavemet değeri;

Şekil 10.15' de işlenmiş alaşımlar hariç genelde tüm alüminyum alaşımlarında sürekli mukavemet değerinin 262 N/mm² (38ksi)' nin altında olduğu görülmektedir.



Şekil 10.15. Alüminyum alaşımlarının S-N bandı

Alüminyumun tek bir yorulma limiti olmadığı için ömür olarak belli bir çevrim sayısı seçilir. Bir uygulamada $N=5 \times 10^8$ yükleme tekrarı yorulma dayanımı için yeterli görülmektedir.

Genelde $N = 10^3$ çevrim sayısına kadar düşük çevrimli yorulma (low cycle fatigue) ve sonrasında yüksek çevrimli yorulma (high cycle fatigue) olarak adlandırılmaktadır.

Süreksizden(Sonlu Ömür), sürekli muvakevet(Sonsuz Ömür) bölgesine geçiş kesin olarak bulunamamakla birlikte çelikler için 10^6 ile 10^7 devir aralığında olduğu söylenebilir.

Bir mühendis açısından yapılan her tasarımda yorulma kontrolü yapmak zorunlu bir durumdur. Ancak gerilme-ömür yaklaşımı ile daha fazla ilerlemek gereksizdir. Çünkü ampirik formülleri oluşturmadan önce yorulmanın nasıl oluştuğunu, mekanizmasını anlamaya çalışmak daha doğru olacaktır.

Genel zorlama durumunda yorulma dayanımı ömür ilişkisi

$N = 1$ ile 10^3 arasında olan, düşük yükleme tekrarlı yorulmalarda (low-cycle fatigue), yorulma dayanımının, S_f maksimum çekme gerilmesi dayanımından, S_{ut} farkının çok az olduğu söylenebilir. Ancak değişen yükleme tekrarlarında bu durum değişmektedir.

Şekil 10.16' da verilmekte olan f değeri aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$f = \frac{\sigma'_F}{S_{ut}} (2 \cdot 10^3)^b$$

SAE yaklaşımına göre $H_B \leq 500$ için, yorulma gerilmesi aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\sigma'_F = S_{ut} + 345 \text{ MPa}$$

Gerçek bir makine parçası için aşağıdaki indirgemeyi yapabiliriz.

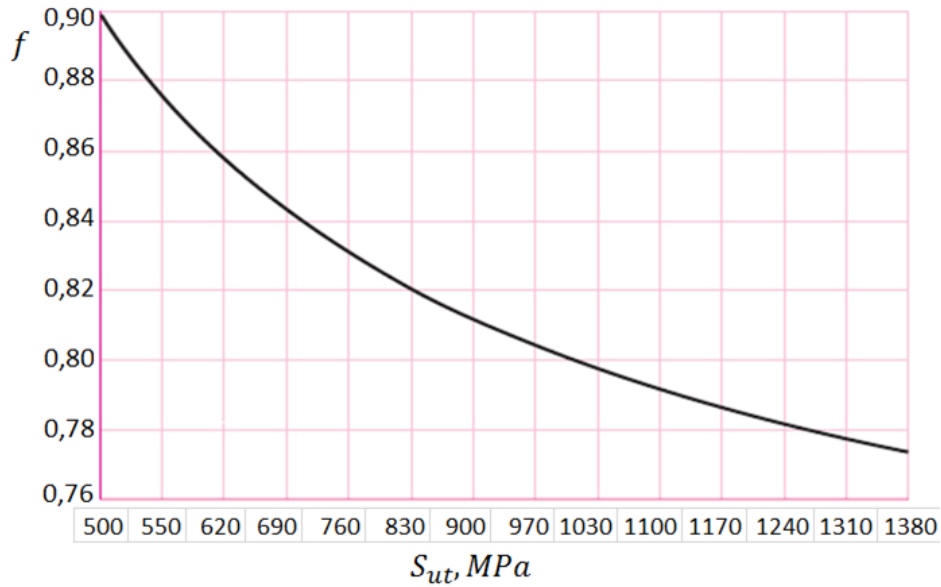
$$S'_e = 0,5 \cdot S_{ut}$$

b katsayısı içinde yukardaki denklemde dayanım sınırı için yükleme tekrarı sayısı, N_e , dayanım sınırı S'_e yi kullanırsak;

$$b = -\frac{\log(\sigma'_F/S'_e)}{\log(2N_e)} = -\frac{\log[(S_{ut} + 345)/(0,5 \cdot S_{ut})]}{\log(2N_e)}$$

Burada $N_e = 10^6$ ile 10^7 arasında bir değer alınır.

Şekil 5.34 deki gibi f değerini 10^3 devirde farklı gerilmelerde tekrar tekrar bularak bir $f - S_{ut}$ gerilme mukavemeti diyagramı elde edebiliriz. $S_{ut} < 500 \text{ MPa}$ ise $f = 0,9$ alınabilmektedir.



Şekil 10.16. $f - S_{ut}$ diyagramı, (10^3 çevrim sayısı içindir).

Bir makine parçası için genelde yorulma dayanım gerilmesi aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$S_f = a \cdot N^b$$

Burada N kırılmanın gerçekleşeceği devir sayısı iken a ve b sabitleri 10^3 ve 10^6 devirlerde belirlenmiştir.

$$a = \frac{(f \cdot S_{ut})^2}{S_e}$$

$$b = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{f \cdot S_{ut}}{S_e}\right)$$

Parça üzerinde etkili bir σ_a gerilemesi için kırılmanın gerçekleşeceği yükleme tekrarı sayısı aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir.

$$N = \left(\frac{\sigma_a}{a} \right)^{1/b}$$

Malzemelerin Sürekli Mukavemet Değerinin Azaltılması

Sürekli mukavemet değeri, S'_e kontrollü bir ortamda standart numunelerle yapılan testlerden elde edilmektedir. Ancak gerçek dayanım sınırı, S_e malzeme, çevre, yüzey kalitesi gibi ampirik katsayılar dikkate alınarak bulunur.

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

Burada;

k_a – yüzey kalitesi faktörü;

k_b – boyut faktörü;

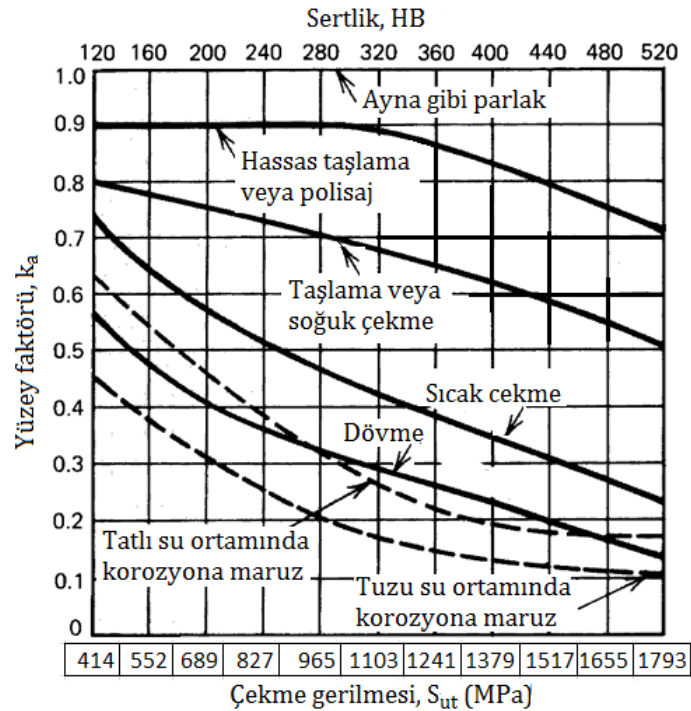
k_c – yük faktörü;

k_d – sıcaklık faktörü;

k_e – güvenlik faktörü;

k_f – diğer faktörler

k_a – yüzey kalitesi faktörü



Tablo 10.4. k_a yüzey kalitesi faktörü.

k_b – şekil ve boyut faktörü

Dairesel kesitli dönen mil durumunda,

a. Burulma ve eğilme zorlamalarında

$$2,79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \quad k_b = 1,24d^{-0,107} = \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,107}$$

$$51 < d \leq 254 \text{ mm} \quad k_b = 1,51d^{-0,157} = \left(\frac{d}{13,8}\right)^{-0,157}$$

b. Çekme, basma zorlamalarında, $k_b = 1$

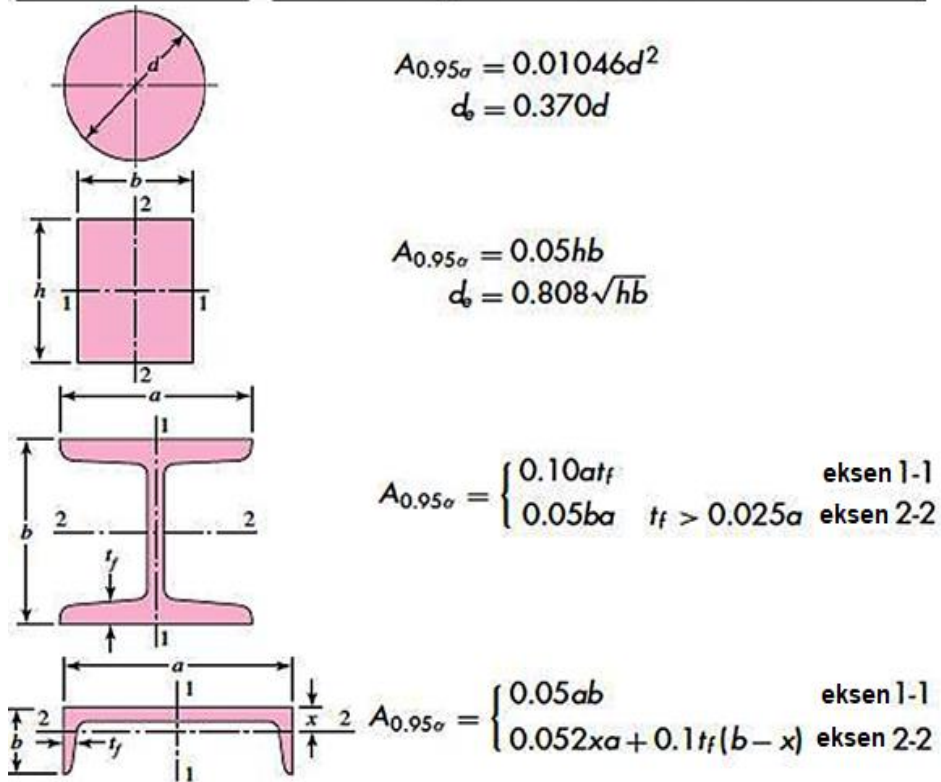
Diğer durumlarda k_b - şekil ve boyut faktörü eşdeğer çap yaklaşımı ile saptanır.

Silindirik miller için eşdeğer çaplar aşağıda verilmektedir.

	Dönen mil	Sabit mil
İçi dolu mil	$d_e = d$	$d_e = 0,37 \cdot d$
İçi boş mil	$d_e = \frac{\pi}{4}(d_d^2 - d_i^2)$	$d_e = 0,37 \cdot \frac{\pi}{4}(d_d^2 - d_i^2)$

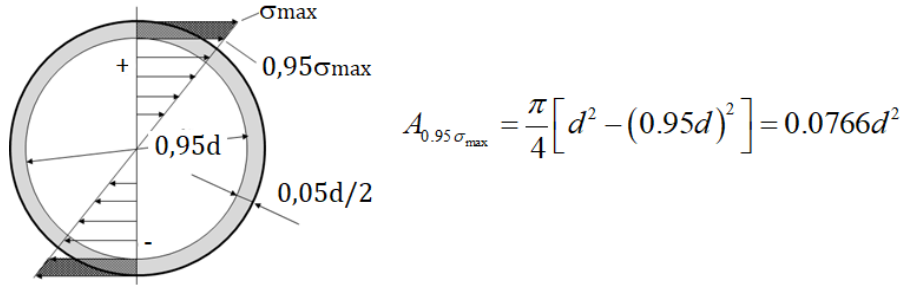
Tablo 10.5. k_b şekil ve boyut faktörü için eşdeğer çaplar.

Temel alan değeri; $A_{0,95\sigma} = \frac{\pi}{4}[d^2 - (0,95d)^2] = 0,0766d^2$



Şekil 10.17. Farklı kesitler için şekil faktörü

Silindirik miller dışındaki kesitlerde eşdeğer çap gerilmenin %95'inin olduğu alana göre saptanmaktadır.



Şekil 10.18. Silindirik kesit için gerilmenin %95 inin oluştuğu alan ve eşdeğer çap.

k_c – yük faktörü

Yükün uygulanma biçimine göre değişmektedir (tablo 5.12).

Gerilme tipi	Eğilme gerilmesi	Eksenel gerilme	Burulma gerilmesi
k_c faktörü	1,00	0,85	0,59

Tablo 10.6. Yük faktörü tablosu

k_d – sıcaklık faktörü

Bu faktörü işlem sıcaklığındaki gerilme mukavemetinin oda sıcaklığındaki gerilme mukavemetine oranı belirler. Bu da Tablo 10.7 den işlem sıcaklığına göre seçilebilir.

Sıcaklık °C	20	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
S_T/S_{RT}	1,000	1,010	1,020	1,025	1,020	1,000	0,975	0,943	0,900	0,843	0,768	0,672	0,549

Kaynak 1: E. A.Brandes (ed.), Smithells Metal,Reference Book, 6th ed.,Butterworth, London, 1983.

Kaynak 2: ANSI/ASME B106. 1M-1985 shaft standard.

Tablo 10.7. Karbon çelikleri ve alaşımlı çelikler için sıcaklıklara göre k_d değerleri. Burada, S_T çalışma sıcaklığında çekme dayanımı. S_{RT} oda sıcaklığındaki çekme dayanımı.

Bu tablodaki değerler aşağıdaki polinoma uygundur.

Eğer sıcaklık Fahrenheit (°F) olarak girilirse aşağıdaki formül geçerlidir.

$$k_d = 0,975 + 0,432 \cdot 10^{-3} \cdot T_F - 0,115 \cdot 10^{-5} \cdot T_F^2 + 0,104 \cdot 10^{-8} \cdot T_F^3 - 0,595 \cdot 10^{-12} \cdot T_F^4$$

Eğer sıcaklık Celsius (°C) olarak girilirse aşağıdaki formül geçerlidir.

$$T_F = (1,8 \cdot T_C + 32)$$

k_e – güvenilirlik faktörü

Dayanım değerleri %100 kesinlik içermeyen bir dağılıma sahiptir. Bundan dolayı güvenilirlik faktörü kullanılmaktadır (Tablo 10.8).

Güvenirlik, %	50	90	95	99	99,9	99,99	99,999	99,9999
Güvenirlik faktörü, k_e	1	0,897	0,868	0,814	0,753	0,702	0,659	0,62

Kaynak : E. B. Haugen and P. H. Wirsching, "Probabilistic Design," *Machine Design*, vol. 47, no. 12, 1975

Tablo 10.8. Güvenirlik faktörleri. Burada değerler dayanım sınırlarından %8 sapma ile verilmektedir.

k_f – diğer faktörler

k_f faktörü her zaman mevcut olmamakla birlikte bir hatırlatıcı olarak konulmuştur. Bu faktör gerçek dayanım limitini azaltacağı gibi arttırabilir bu faktörleri aşağıdakilerden herhangi birisi olabilir ve duruma göre belli bir k_f değeri seçilebilir.

Korozyon

Korozif ortamlarda çalışırken parçanın yorulma limiti yoktur. Her an yorulma kırılması gerçekleşebilir. Yapılması gereken aşağıdaki faktörler göz önüne alınarak korozif etkiyi en aza indirmeye çalışmaktır.

- Ortalama veya Statik gerilme
- Dinamik gerilme
- Elektrolit yoğunluğu
- Malzeme özellikleri
- Sıcaklık
- Çevrim frekansı
- Parça etrafındaki akışların miktarı
- Bölgesel çatlaklar

Elektrolitik Kaplamalar,

Krom, nikel ve kadmiyum gibi metal kaplamalar dayanım sınırlarını % 50 'ye kadar düşebilir. Öyle ki bazen kaplama işlemini iptal etmek gerekebilir. Çinko kaplamanın yorulma dayanımına etkisi yoktur. Düşük alaşımlı çeliklerde oksidasyon eğilme için dayanım limitini % 39'a kadar düşürürken burulmada bir etkisi yoktur.

Metal püskürtme,

Metal püskürtme yüzey kalitesini düşürerek çatlak oluşumuna sebebiyet verebilir. Bu da yorulma dayanımını % 14 kadar düşürür.

Çevrim Frekansı,

Her ne kadar yorulma ömrü zamandan bağımsız düşünülse de frekansa bağlı bir hale gelebilir. Normal koşullarda olmasa bile yüksek korozyon ve sıcaklıklarda frekans önem kazanır. Yüksek sıcaklıklarda frekans ne kadar düşükse çatlağın ilerlemesi o kadar artar, ömür de bağlı olarak azalır.

Gerilme yığılması ve çentik hassasiyeti

Gerilme yığılması faktörü, K_f değeri, K_t' nin indirgenmiş hali olarak ve çentik hassasiyeti, q' ya bağlı olarak aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1)$$

Çelikler ve 2024 alüminyum alaşımlarının zorlama şekline bağlı olarak Şekil 10.19 ve Şekil 10.20’ de çentik hassasiyeti, q değerleri verilmektedir.

Dökme demir için çentik hassasiyeti çok düşüktür. Genelde tüm dökme demirler için q=0,20 değeri tavsiye edilmektedir.

Aşağıdaki denklem Neuber eşitliği olarak bilinmektedir ve grafikler bu eşitliği temel alarak oluşturulmaktadır.

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{a/r}}$$

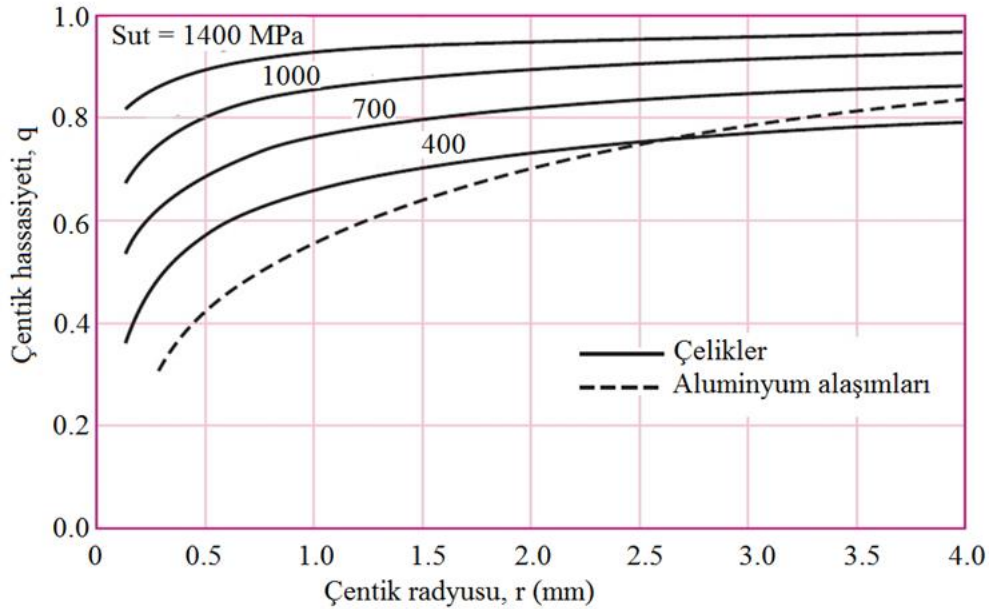
Burada $\sqrt{a}$ Neuber sabiti olarak bilinmektedir ve bu bir malzeme sabitidir ve aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sqrt{a} = 1,239 - 2,25 \cdot (10^{-3}) \cdot S_{ut} + 1,60 \cdot (10^{-6}) \cdot S_{ut}^2 - 4,10 \cdot (10^{-10}) \cdot S_{ut}^3$$

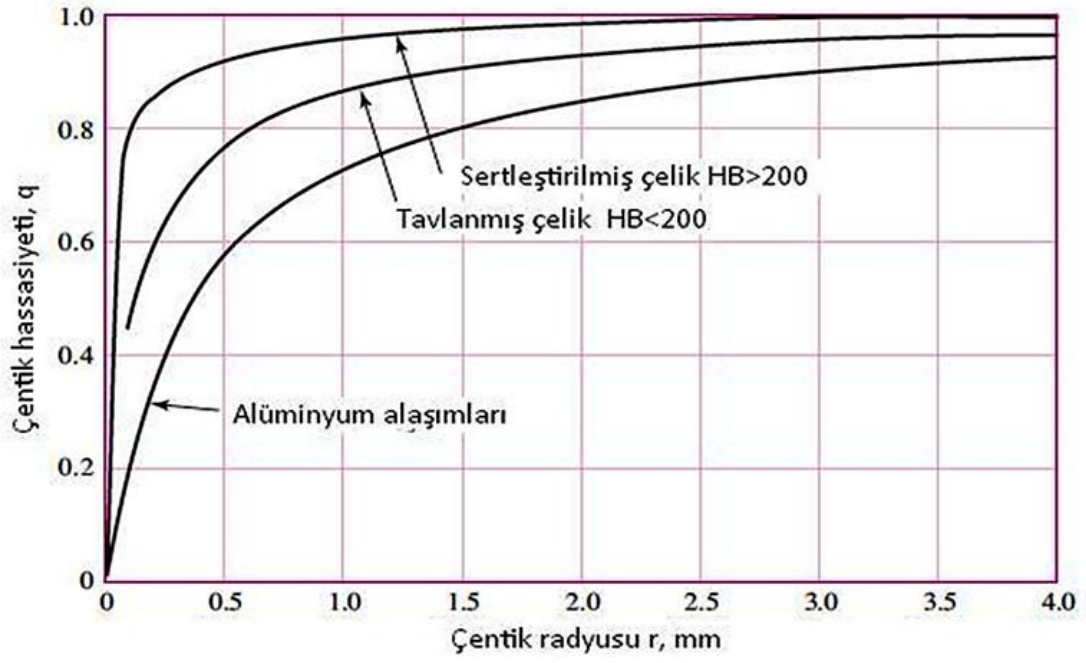
Buradan çentik hassasiyeti aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

Genelde tablolarda verilmekte olan, deneysel belirlenmiş değerlerin doğruluk oranı daha yüksektir.

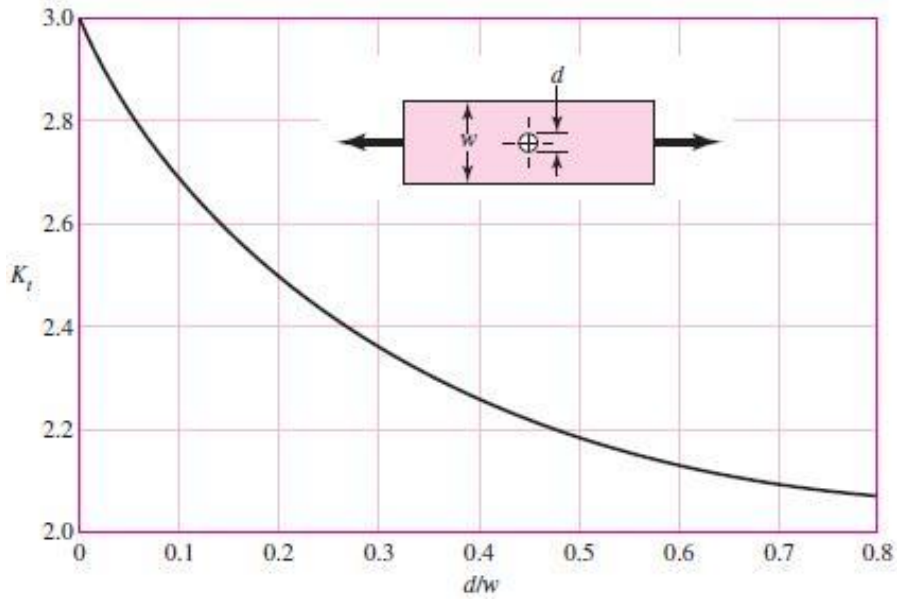


Şekil 10.19. Çekme ve eğilme zorlamaları için çentik hassasiyeti, q değerleri

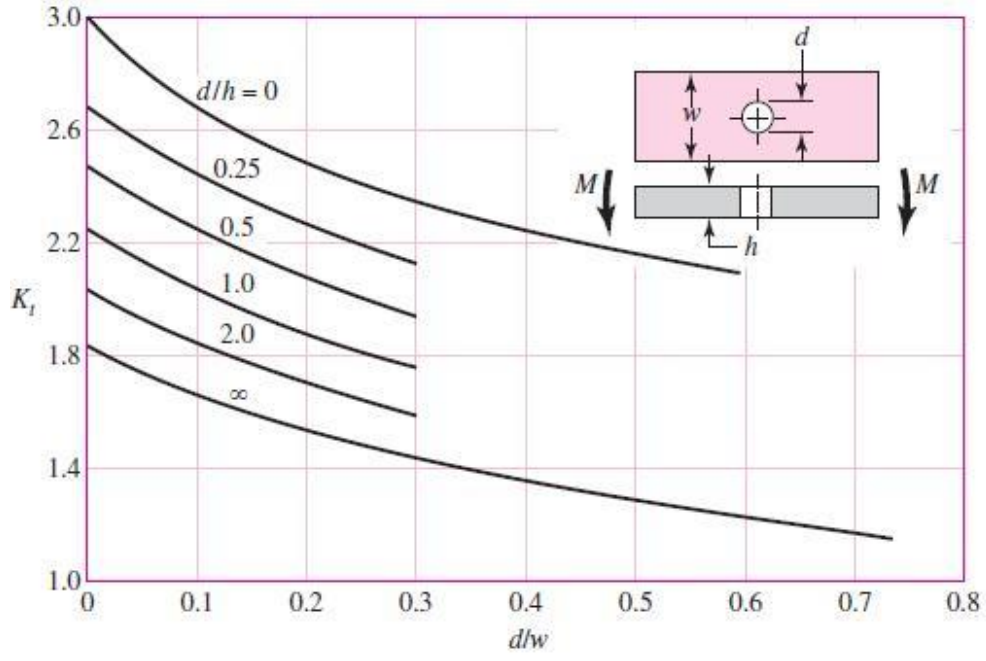


Şekil 10.20. Kayma zorlamaları için çentik hassasiyeti, q değerleri.

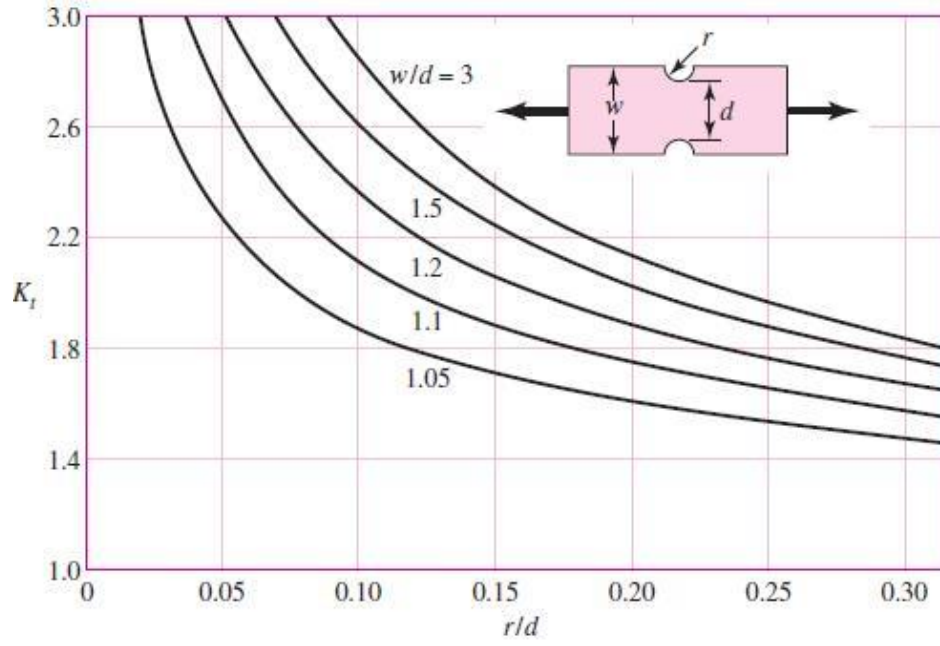
Teorik gerilme yığılması değerleri K_t



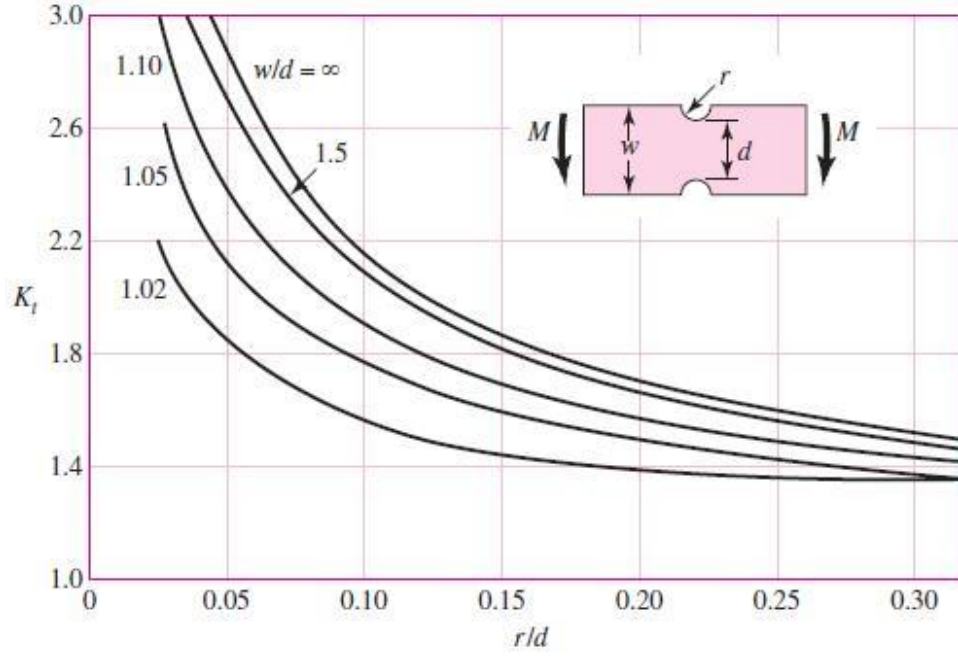
Şekil 10.21. Çekme veya basmaya çalışan t kalınlığındaki delikli bir eleman için teorik gerilme yığılması değerleri.



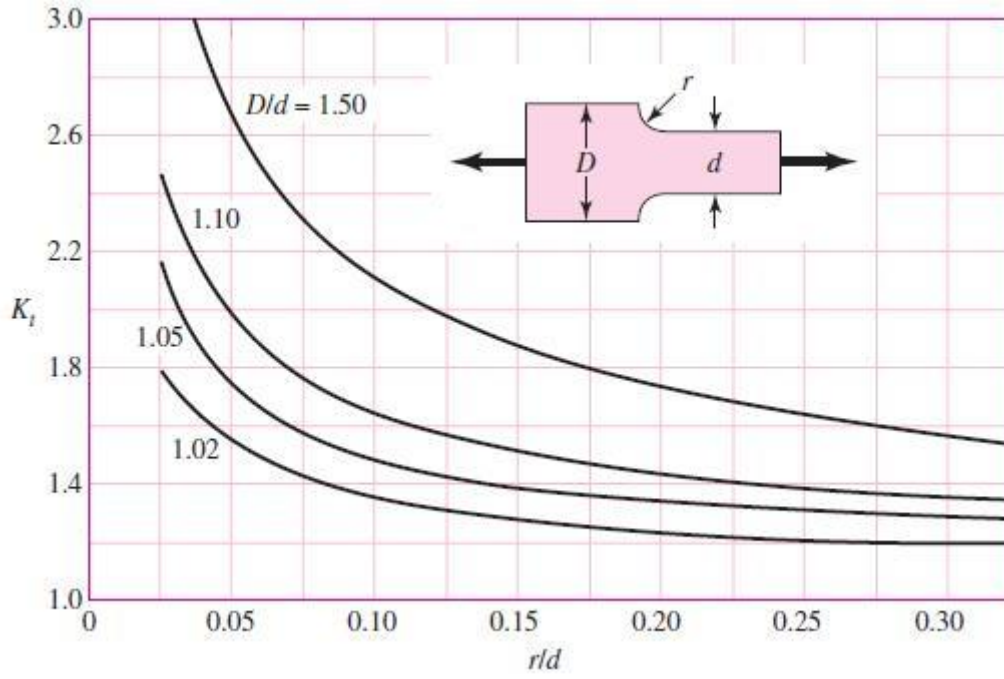
Şekil 10.22. Eğilmeye çalışan ortası delikli dikdörtgen bir eleman için teorik gerilme yığılması.



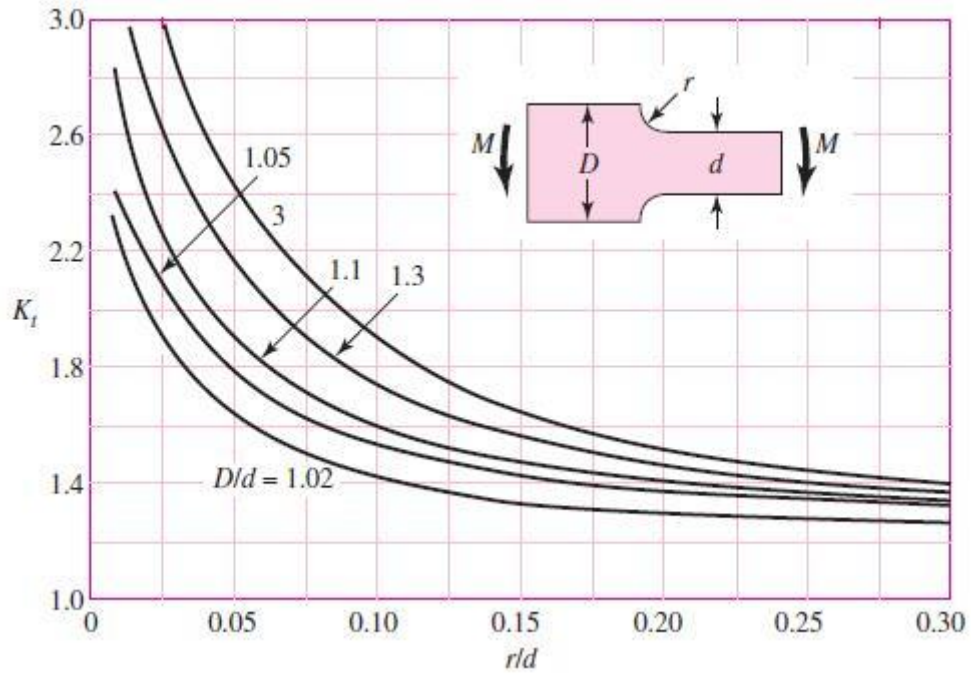
Şekil 10.23. Çekme basmaya çalışan t kalınlığında çentikli bir eleman için teorik gerilme yığılması.



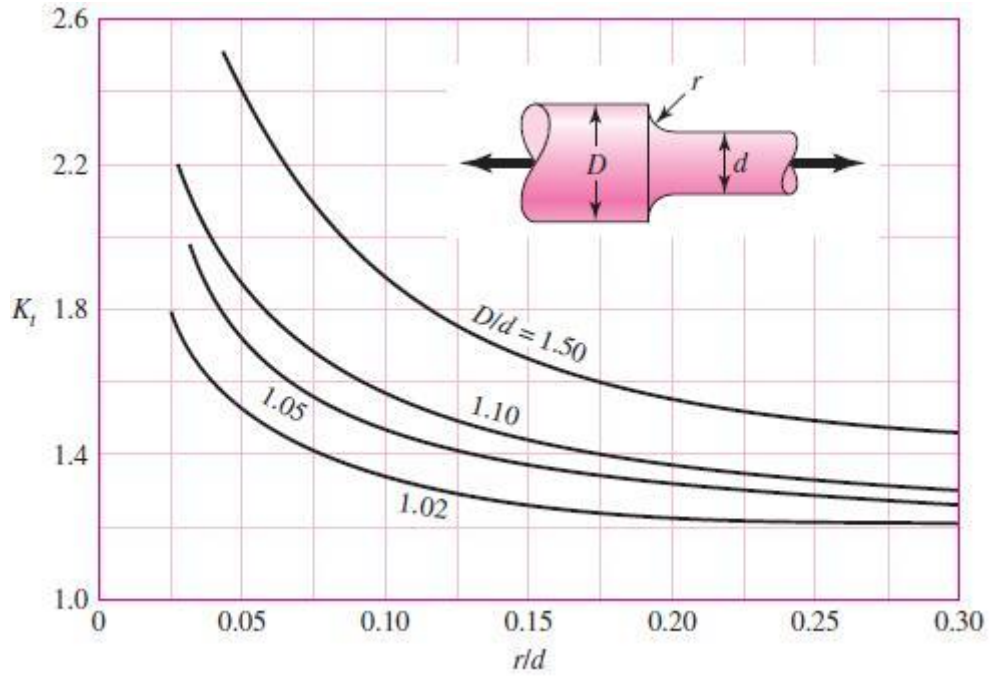
Şekil 10.24. Eğilmeye çalışan çentikli dikdörtgen bir eleman için teorik gerilme yığılması.



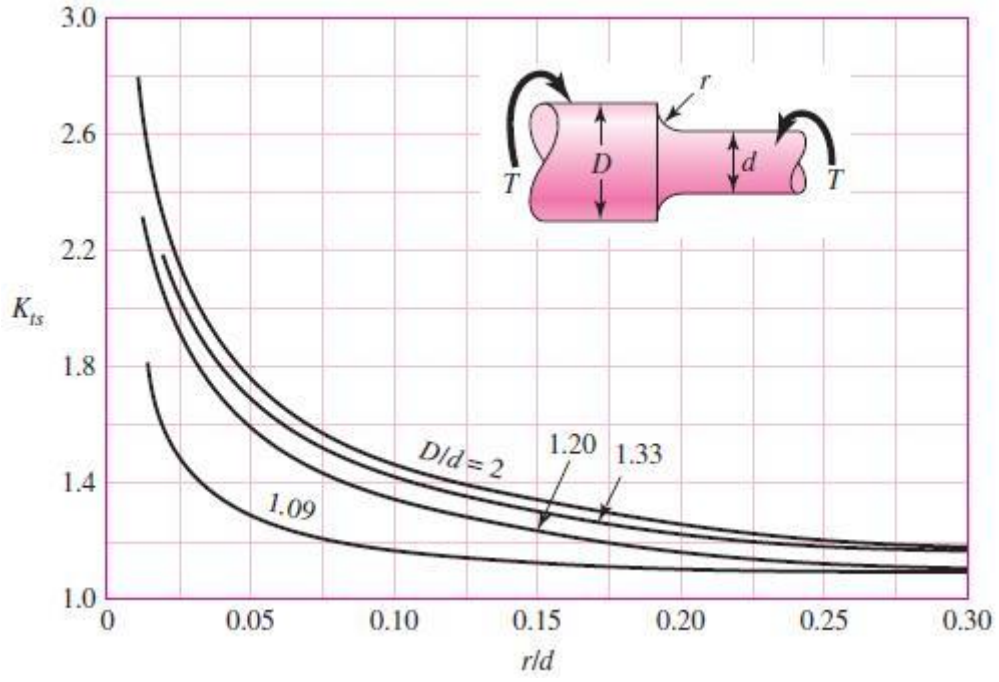
Şekil 10.25. Çekme basmaya çalışan t kalınlığında faturalı plaka için teorik gerilme yığılması.



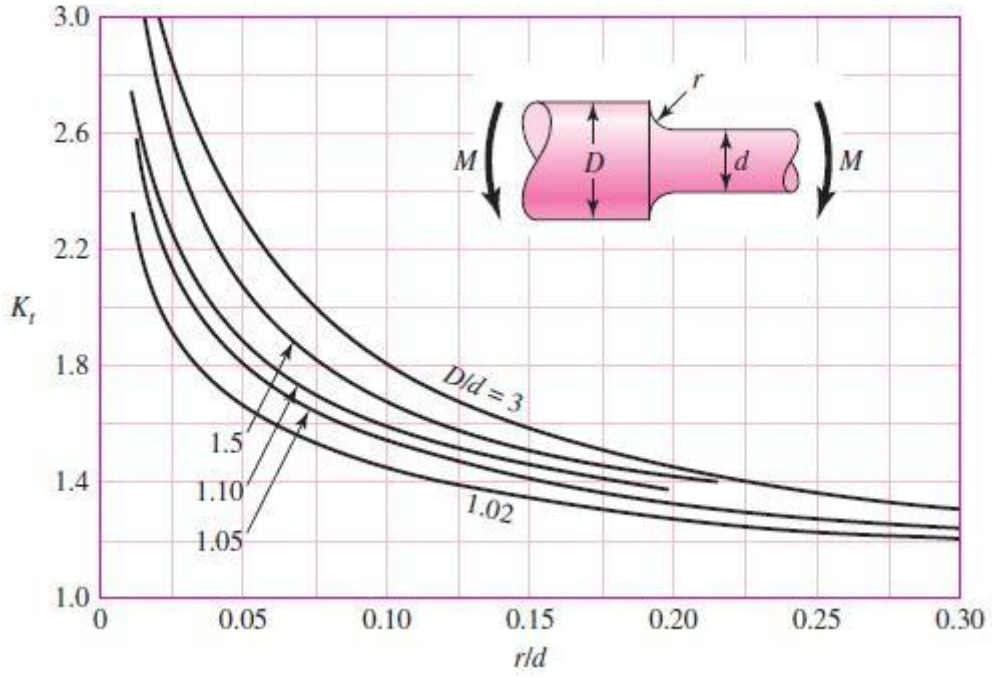
Şekil 10.26. Eğilmeye çalışan t kalınlığında faturalı plaka için teorik gerilme yığılması.



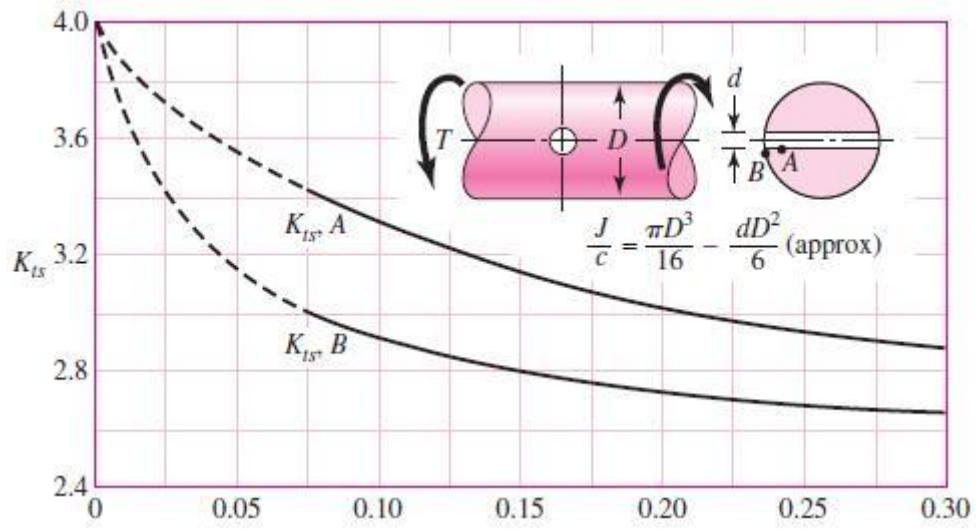
Şekil 10.27. Çekme veya basmaya çalışan faturalı mil için teorik gerilme yığılması.



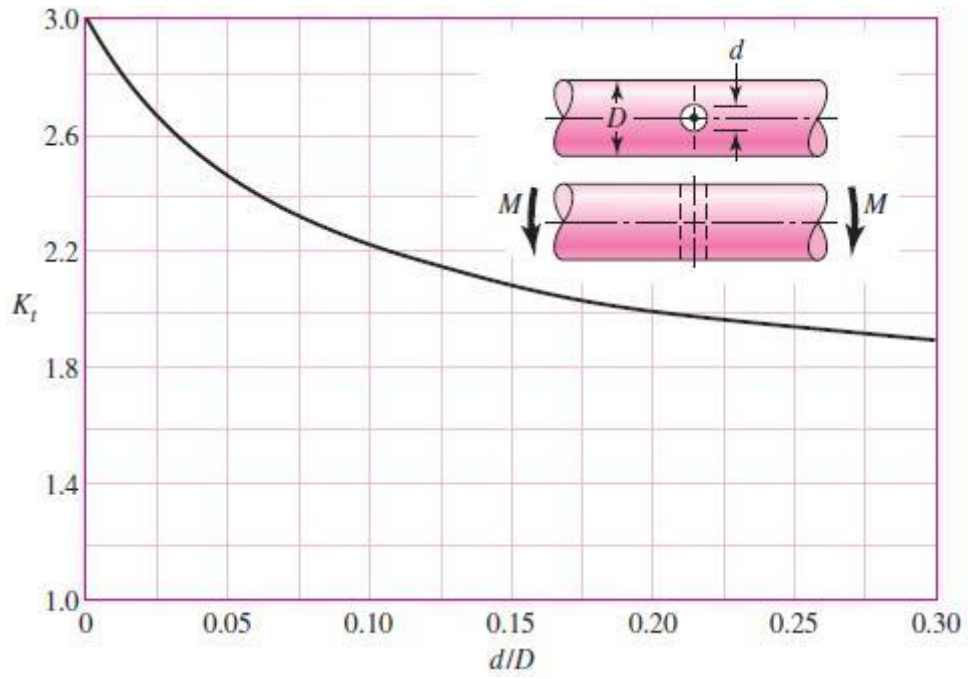
Şekil 10.28. Burulmaya çalışan faturalı mil için teorik gerilme yığılması.



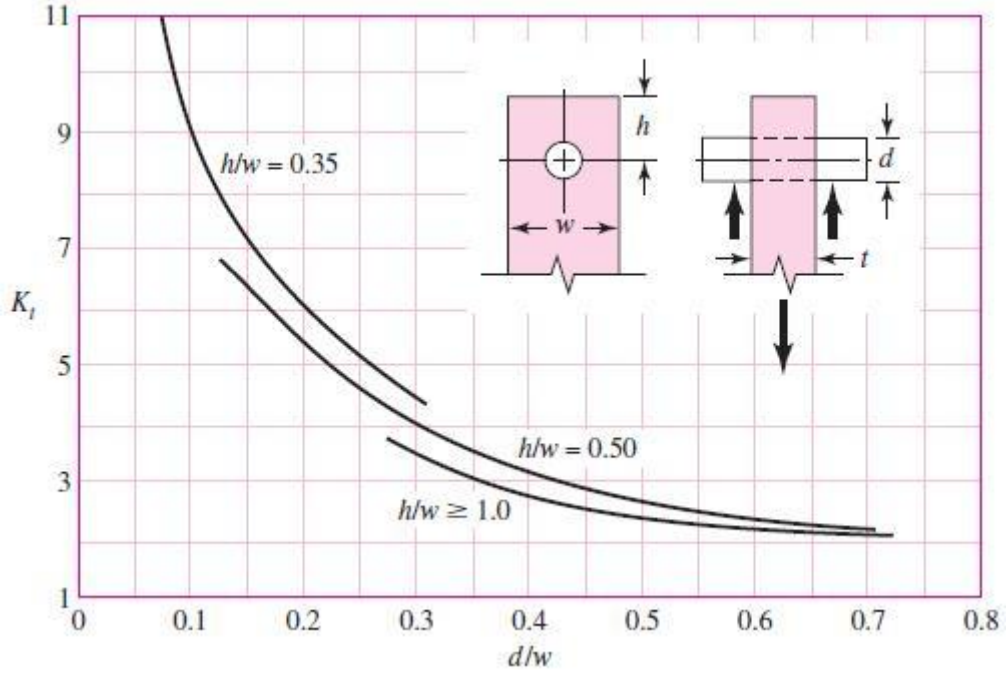
Şekil 10.29. Eğilmeye çalışan faturalı mil için teorik gerilme yığılması.



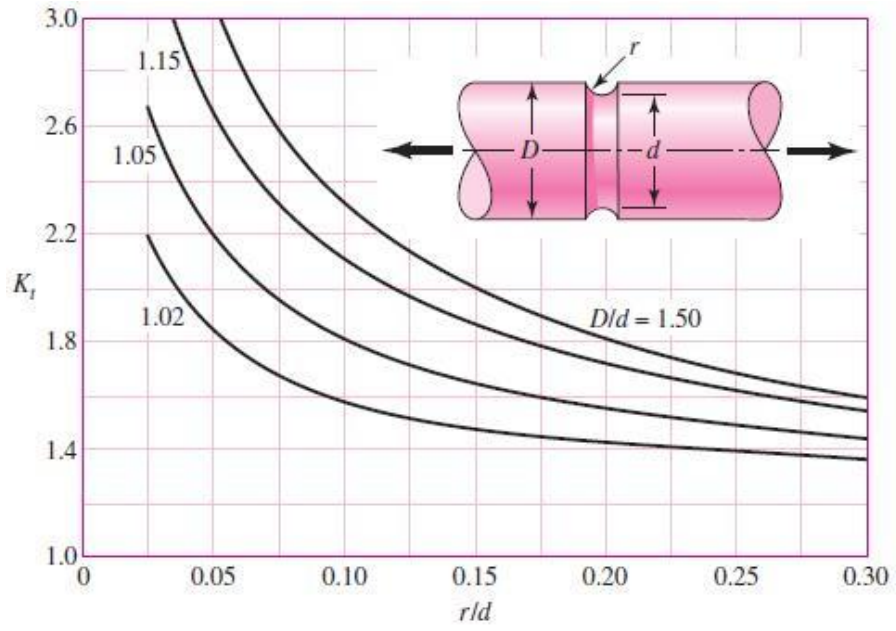
Şekil 10.30. Burulmaya çalışan delik bir mil için teorik gerilme yığılması.



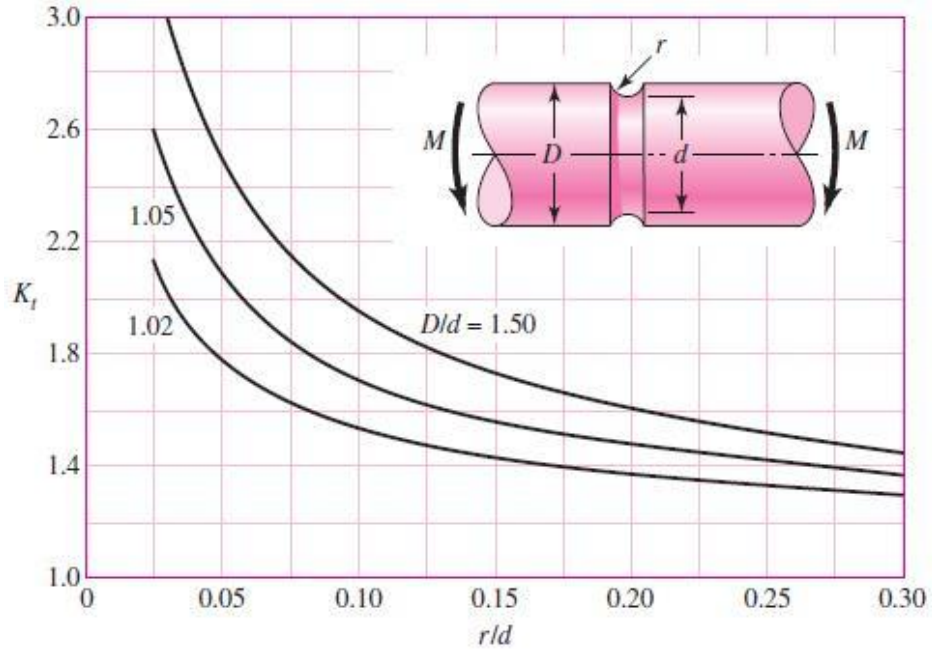
Şekil 10.31. Eğilmeye çalışan delik bir mil için teorik gerilme yığılması.



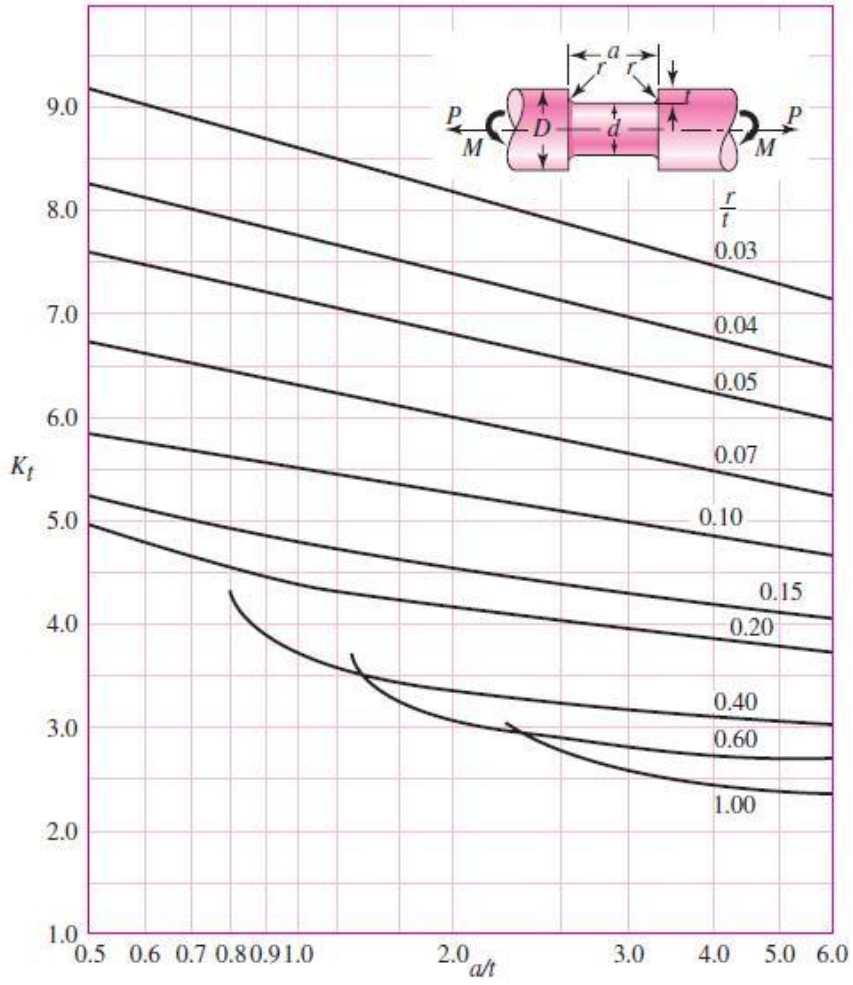
Şekil 10.32. Bir pim tarafından çekme uygulanan delik bir eleman için teorik gerilme yığılması.



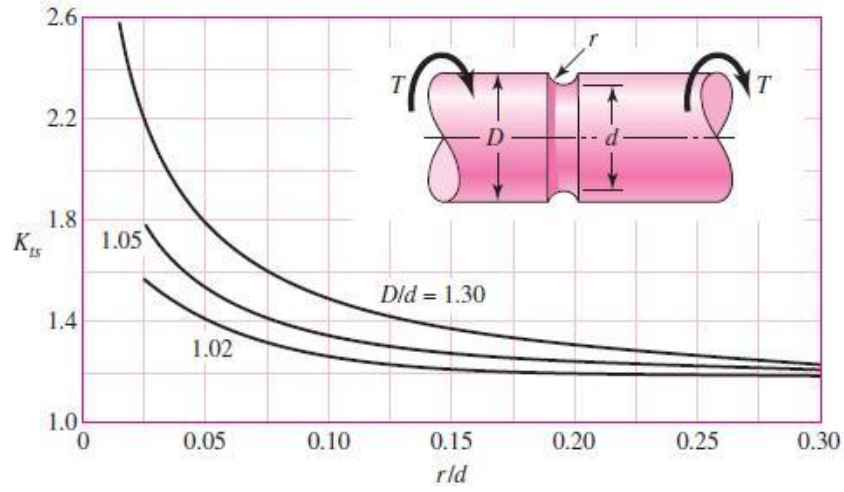
Şekil 10.33. Çekmeye çalışan çevresi oluklu bir mil için teorik gerilme yığılması.



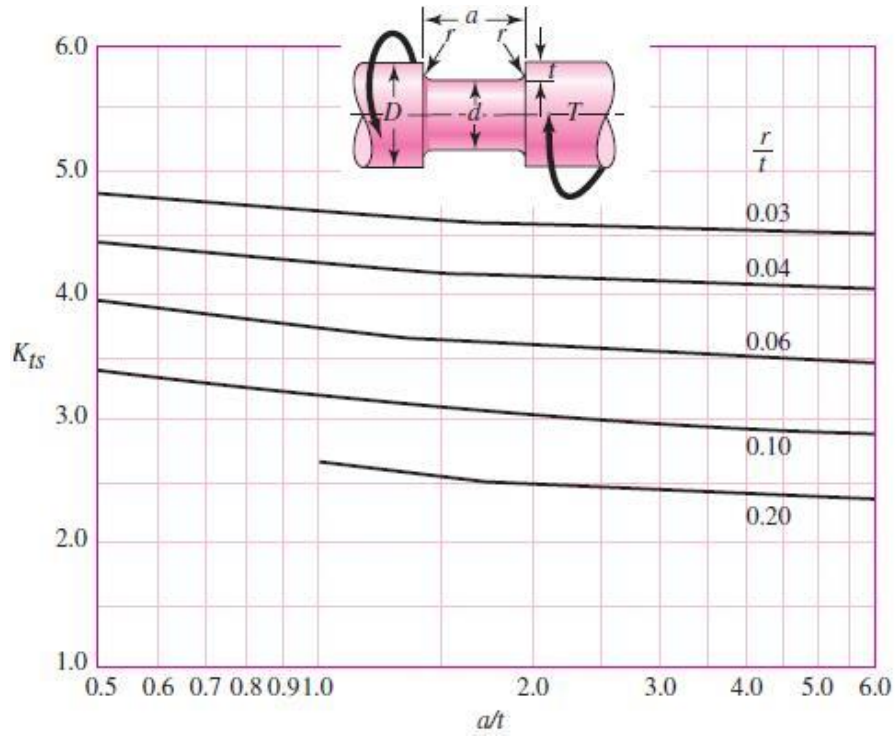
Şekil 10.34. Eğilmeye çalışan çevresi oluklu bir mil için teorik gerilme yığılması.



Şekil 10.35. Çekme ve/veya eğilmeye çalışan şekildeki gibi bir mil için teorik gerilme yığılması.



Şekil 10.36. Burulmaya çalışan çevresi oluklu bir mil için teorik gerilme yığılması.



Şekil 10.37. Burulmaya çalışan şekildeki gibi bir mil için teorik gerilme yığılması.

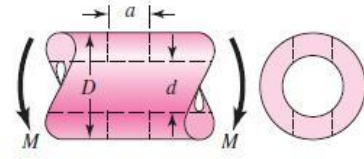
İçi boş delikli bir milin eğilme zorlamasında gerçek gerilme delik sebebiyle azalmaktadır.

$$\sigma_0 = M/W_{net}$$

$$W_{net} = \frac{\pi \cdot A}{32 \cdot D} (D^4 - d^4)$$

Tabloda $d/D=0$ değeri içi dolu mil anlamına gelmektedir.

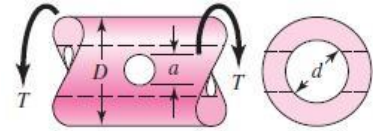
d/D						
	0,9		0,6		0	
a/D	A	K _t	A	K _t	A	K _t
0.050	0.92	2.63	0.91	2.55	0.88	2.42
0.075	0.89	2.55	0.88	2.43	0.86	2.35
0.10	0.86	2.49	0.85	2.36	0.83	2.27
0.125	0.82	2.41	0.82	2.32	0.80	2.20
0.15	0.79	2.39	0.79	2.29	0.76	2.15
0.175	0.76	2.38	0.75	2.26	0.72	2.10
0.20	0.73	2.39	0.72	2.23	0.68	2.07
0.225	0.69	2.40	0.68	2.21	0.65	2.04
0.25	0.67	2.42	0.64	2.18	0.61	2.00
0.275	0.66	2.48	0.61	2.16	0.58	1.97
0.30	0.64	2.52	0.58	2.14	0.54	1.94



Şekil 10.38. Eğilmeye çalışan şekildeki gibi içi boş mil için eğilme gerilmesi azaltma faktörü ve teorik gerilme yığılması.

$$\tau = \frac{T \cdot D}{2 \cdot J_{net}}$$

$$J_{net} = \frac{\pi \cdot A}{32} (D^4 - d^4)$$



d/D										
	0,9		0,8		0,6		0,4		0	
a/D	A	K _{ts}	A	K _{ts}	A	K _{ts}	A	K _{ts}	A	K _{ts}
0.05	0.96	1.78							0.95	1.77
0.075	0.95	1.82							0.93	1.71
0.10	0.94	1.76	0.93	1.74	0.92	1.72	0.92	1.70	0.92	1.68
0.125	0.91	1.76	0.91	1.74	0.90	1.70	0.90	1.67	0.89	1.64
0.15	0.90	1.77	0.89	1.75	0.87	1.69	0.87	1.65	0.87	1.62
0.175	0.89	1.81	0.88	1.76	0.87	1.69	0.86	1.64	0.85	1.60
0.20	0.88	1.96	0.86	1.79	0.85	1.70	0.84	1.63	0.83	1.58
0.25	0.87	2.00	0.82	1.86	0.81	1.72	0.80	1.63	0.79	1.54
0.30	0.80	2.18	0.78	1.97	0.77	1.76	0.75	1.63	0.74	1.51
0.35	0.77	2.41	0.75	2.09	0.72	1.81	0.69	1.63	0.68	1.47
0.40	0.72	2.67	0.71	2.25	0.68	1.89	0.64	1.63	0.63	1.44

Şekil 10.39. Burulmaya çalışan şekildeki gibi içi boş mil için burulma gerilmesi azaltma faktörü ve teorik gerilme yığılması.

Değişken yüklerin yapısı ve ortalama gerilmenin etkisi

Değişken yükler çeşitli şekillerde görülmektedirler (şekil 5.58). Şekil 5.58' deki gerilmeleri aşağıdaki gibi isimlendirmek mümkündür,

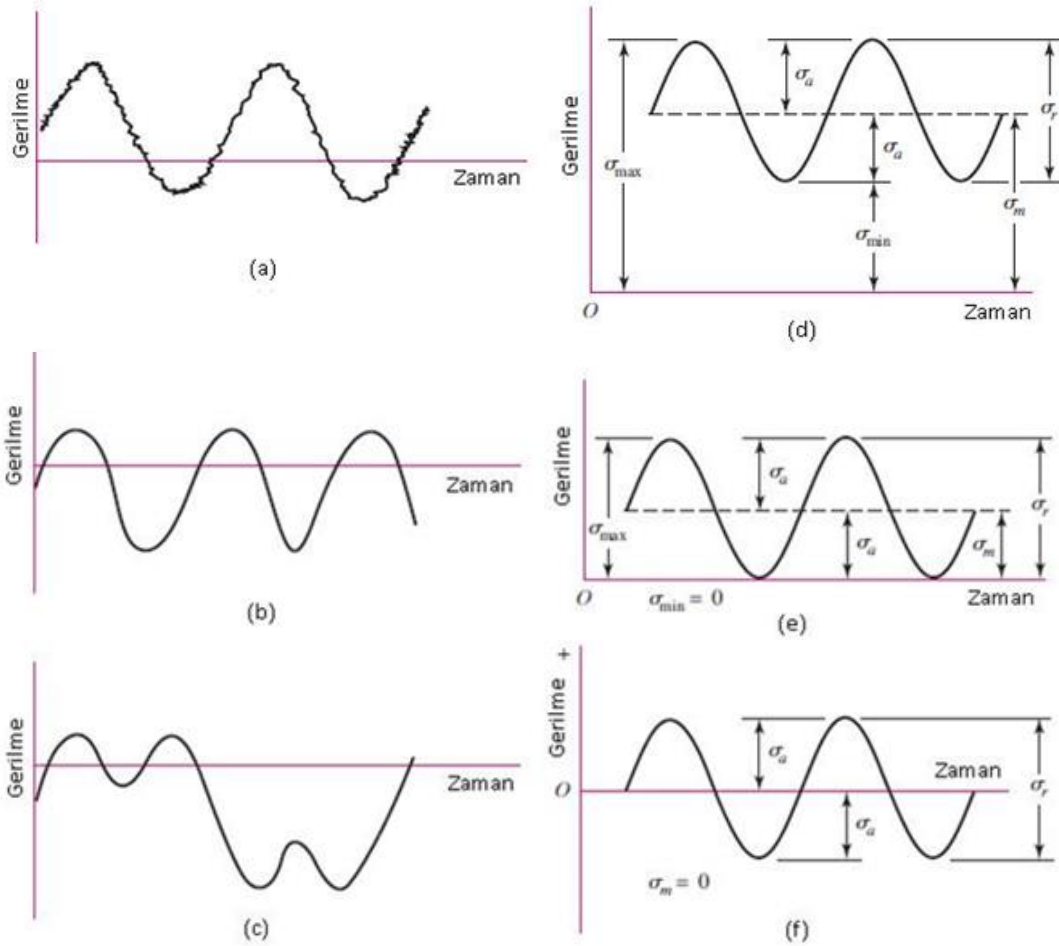
$$\text{Ortalama gerilme; } \sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\text{Gerilme genliği; } \sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

$$\text{Maksimum gerilme; } \sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$$

$$\text{Minimum gerilme; } \sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a$$

Analiz tipi seçimi (*Stress life veya Strain life*) ve yükleme şeklini tayin ettikten sonra ortalama gerilme düzeltmesinin (Mean stress correction) kullanılıp kullanılmamasına karar verilmektir.



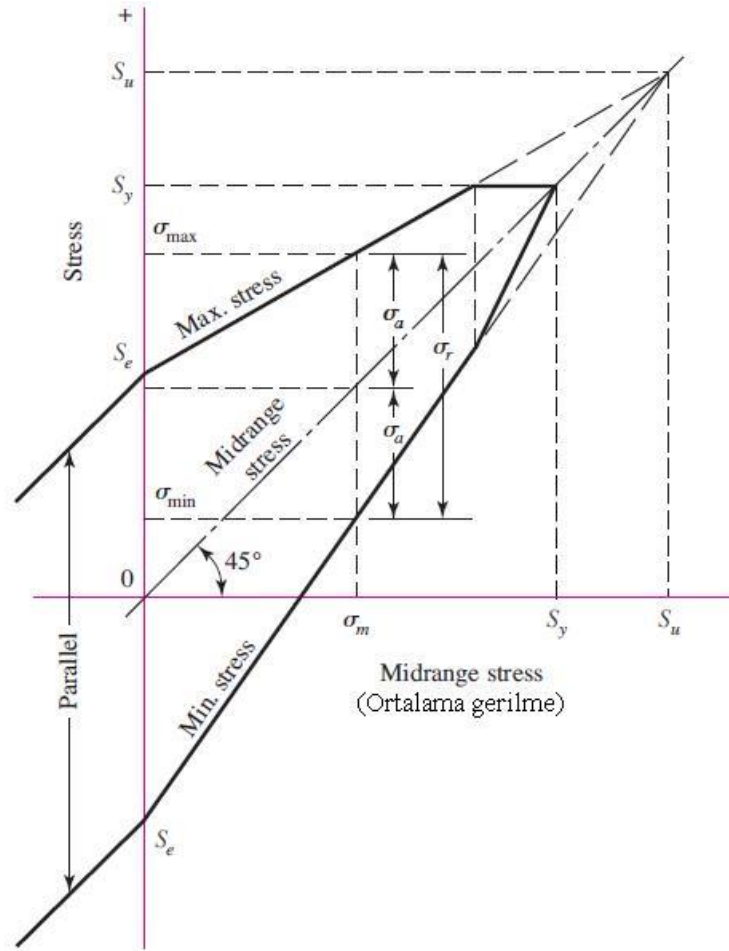
Şekil 10.40. Gerilme-zaman ilişkileri. Burada, (a) yüksek frekansta dalgalanmalara sahip değişken gerilme, (b) ve (c) Genel değişken gerilme durumları, (d), (e) ve (f) farklı sinuzoidal değişken gerilme durumları.

Malzemelerin yorulma ile ilgili özellikleri test düzeneklerinde genellikle tam değişken (Fully reversed) sabit genlikli (Constant amplitude) testlerde elde edilir. Ancak pratikte bu tür ideal

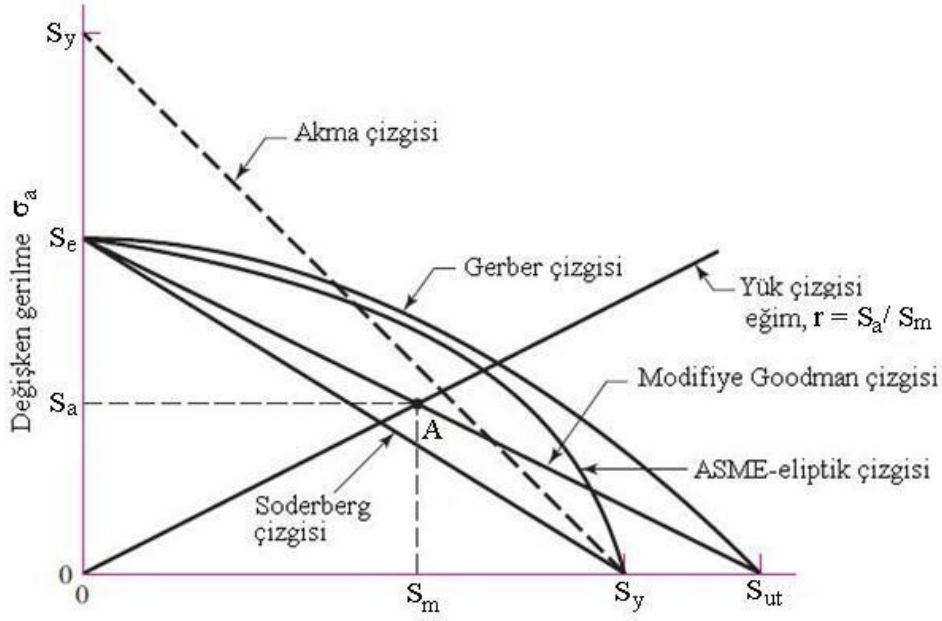
sabit genlikli, tam değişken yüklemelerin olması oldukça nadirdir. Yükleme tam değişkenden farklı ise o zaman ortalama gerilme mevcuttur ve hesaplanması gereklidir.

Ortalama gerilmeleri hesaplamak için Soderberg, Goodman, Gerber, ASME-eliptik gibi teoriler kullanılmaktadır.

Şekil 10.41 gerilme hesaplamaları için düzenlenerek, bilgisayar analizlerinde daha kullanışlı hale getirilmektedir (Şekil 10.42). Şekil 10.42 da izotropik malzemelerin yorulma değerleri üzerine birçok araştırmacının ileri sürdüğü fikirler toplu olarak görölmektedir.



Şekil 10.41. Modifiye Goodman diyagramı.



Şekil 10.42. Farklı araştırmacıların yorulma grafiği önerilerinin toplu gösterilmesi.

Şekil 10.42' da verilmekte olan yorulma eğrileri, $S_a = n \cdot \sigma_a$ ve $S_m = n \cdot \sigma_m$ olarak alındığında aşağıdaki denklemler yazılabilmektedir. Burada n emniyet katsayısıdır.

- Soderberg eğrisi, düşük sünekliğe sahip malzemeler için daha uygundur.

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n} \quad \text{emniyet faktörü; } n = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y}}$$

- Goodman eğrisi, gevrek (kırılgan) malzemeler için daha uygundur.

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad \text{yük doğrusu; } r = \frac{S_a}{S_m} \quad \text{buradan } S_a = \frac{r \cdot S_e \cdot S_{ut}}{r \cdot S_{ut} + S_e}$$

Emniyet katsayısı,

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}}$$

- Gerber eğrisi, sünek malzemeler için daha uygundur.

$$\frac{n \cdot \sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n \cdot \sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad , \quad r = \frac{S_a}{S_m} \quad , \quad S_a = \left(\frac{r^2 \cdot S_{ut}^2}{2 \cdot S_e} \right) \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot S_e}{r \cdot S_{ut}} \right)^2} \right]$$

Emniyet katsayısı,

$$n = \frac{1}{2} \left(\frac{S_{ut}}{\sigma_m} \right)^2 \frac{\sigma_a}{S_e} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot S_e \cdot \sigma_m}{S_{ut} \cdot \sigma_a} \right)^2} \right]$$

Burada, $\sigma_m > 0$

- ASME-eliptik eğrisi (ANSI/ASME Standard B106.1M-1985 bu yöntemi kullanmaktadır)

Yorulma kriterine göre,

$$\left(\frac{n \cdot \sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{n \cdot \sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1 \text{ yük doğrusu; } r = \frac{S_a}{S_m} \text{ buradan } S_a = \sqrt{\frac{r^2 \cdot S_e^2 \cdot S_y^2}{r^2 \cdot S_y^2 + S_e^2}}$$

Emniyet katsayısı,

$$n = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2}}$$

- Smith-Dolan yorulma kriteri ; Yaygın kullanımı dökme demir gibi kırılğan malzemelerdir.

$$\frac{S_a}{S_e} = \frac{1 - S_m/S_{ut}}{1 + S_m/S_{ut}} \text{ veya tasarımda kullanılan hali ile, } \frac{n \cdot \sigma_a}{S_e} = \frac{1 - n\sigma_m/S_{ut}}{1 + n\sigma_m/S_{ut}}$$

Farklı yüklemelerin birleştirilmesi

Farklı zorlamaların oluşması halinde eşdeğer gerilme Von Mises hipotezine göre aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\sigma' = (\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2)^{1/2}$$

Buna göre, eğilme gerilmesi, aksenal gerilme ve burulma gerilmelerinin birlikte uygulanması halinde değişken bir zorlamanın genliği ve ortalama değeri aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$\sigma'_a = \left\{ \left[(K_f)_{eğilme} (\sigma_a)_{eğilme} + (K_f)_{eksenel} \frac{(\sigma_a)_{eksenel}}{0,85} \right]^2 + 3 \cdot \left[(K_{fs})_{burulma} (\tau_a)_{burulma} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

$$\sigma'_m = \left\{ \left[(K_f)_{eğilme} (\sigma_m)_{eğilme} + (K_f)_{eksenel} (\sigma_m)_{eksenel} \right]^2 + 3 \cdot \left[(K_{fs})_{burulma} (\tau_m)_{burulma} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

Burada;

$(K_f)_{eksenel}$; Eksenel zorlamalar için gerilme yığılması faktörü

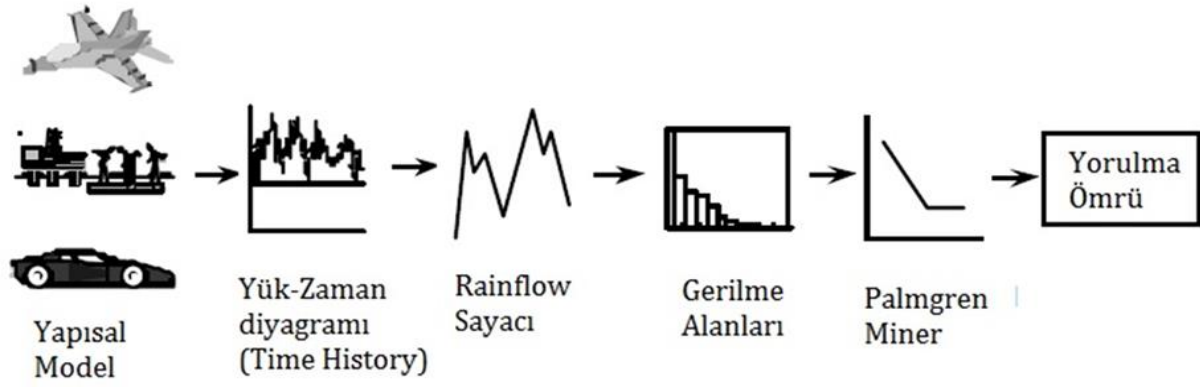
$(K_f)_{eğilme}$; Eğilme zorlamaları için gerilme yığılması faktörü

$(K_{fs})_{burulma}$; Burulma zorlamaları için gerilme yığılması faktörü

Birleşik gerilme hesaplamalarında sürekli mukavemet değeri, S_e hesaplanırken, düzeltme faktörleri olan k_a , k_b ve k_c değerleri eğilmeye göre alınır. Burulma için yük faktörü von Mises yönteminde birleşik gerilme halinde, $k_c = 1$ olarak hesaplara katılır.

10.4. Genel gerilme değişimlerinde birikimli yorulma kırılmaları

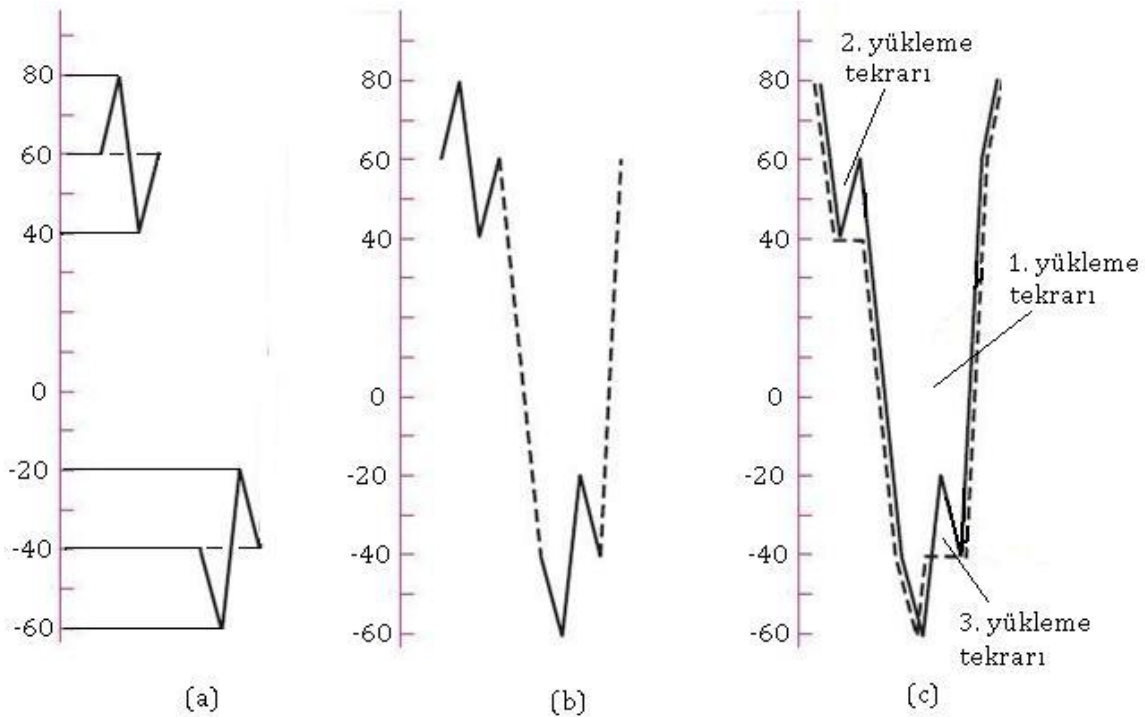
Makineler zamana göre farklı davranışlar gösteren yüklerin etkisinde kalabilirler. Bu durumda nasıl değerlendirme yapılacağı bu bölümde verilmektedir.



Şekil 10.43. Genel kuvvet değişimlerinde yorulma analizi akış şeması

Rainflow çevrim sayaç metodu düzensiz bir yükleme-zaman akışını, yorulma hesaplarında kullanmak için uygun bir çevrime dönüştürmek için geliştirilen bir tekniktir. Bu tekniğin uygulanması için bir çok yazılım mevcuttur.

Tam değişken bir gerilme tekrarında gerilmelerin 60, 80, 40 ve 60 MPa olarak ve ikinci tekrar durumunda da, -40, -60, -20 ve -40 MPa olarak değiştiğini varsayalım (Şekil 10.44-a).



Şekil 10.44. Değişken zorlamaların değerlendirilmesi.

Burada Şekil 10.44-b' de grafik kesikli çizgilerle tamamlanmıştır. Şekil 10.44-c' de ise tüm bölge 3 farklı yükleme tekrarı olarak irdelenmektedir.

1. Yükleme tekrarında gerilmeler +80 MPa ile -60 MPa arasında değişmektedir. 2. Yükleme durumunda gerilmeler +60 MPa ve +40 MPa arasında değişmektedir. 3. Yükleme durumunda ise gerilmeler -20 MPa ve -40 MPa arasında değişmektedir. Bu değerlendirme aşağıdaki gibi bir tablo halinde gösterilebilir.

Bu yöntem yükleme tekrarı sayma yöntemlerine yol açar. Rain-flow counting yöntemi bu yöntemin bir versiyonudur.

Yükleme tekrarı numarası	σ_{max}	σ_{min}	σ_a	σ_m
1	80	-60	70	10
2	60	40	10	50
3	-20	-40	10	-30

Tablo 10.9. Şekil 10.44 de verilmekte olan değişken zorlama durumunda gerilmeler ve yükleme tekrarlarının tanımlanması

Palmgren-Miner yükleme tekrarı oranı toplama kanunu (Miner kanunu) aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = c$$

Burada, n_i gerilme miktarı σ_i olan yüklemelerin sayısıdır. N_i ise σ_i gerilmesi etkisi ile oluşan kırılmaların sayısıdır. Genelde $0,7 < c < 2,2$ olarak bulunmakta olan c parametresi deneysel olarak saptanmaktadır.

Bir doğrusal hasar yöntemi olarak aşağıdaki formülasyonu kullanabiliriz.

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i}$$

Burada D hasar birikim miktarıdır. Eğer $D=c=1$ ise kırılma gelişmektedir.

10.5. Çok Eksenli Yorulma Analizi (Multi-axial fatigue analysis)

Genelde üç boyutlu uygulamalarda gerilmelerin dokuz bileşeni vardır. Ancak gerilme-ömür, gerinim-ömür veya kırılma mekaniği yaklaşımları sadece belirli bir düzlemde bir normal gerilme veya zaman zaman da bir düzlemde belirli bir doğrultudaki kesme gerilmesi üzerine yoğunlaşmışlardır.

Ayrıca genel durumda bu dokuz gerilme bileşeni zamana bağlı fonksiyonlar şeklinde olabilirler. Bu durumda parça üzerinde bir çok düzlem kırılmaya adaydır.

Yüklemeler genelde üç sınıfta irdelenebilirler.

- Bir eksenli yüklemeler
- Çok eksenli oransal yüklemeler
- Çok eksenli oransal olamayan yüklemeler

Ömür hesapları a'dan c'ye gidildikçe karmaşık hal almaktadır. Bir eksenli ve çok eksenli oransal yükleme halleri için tasarımda kullanılabilecek teknikler geliştirilmiştir. Ancak çok eksenli oransal olmayan yükleme durumu için araştırmalar devam etmektedir.

Çok eksenli gerilme durumunda düzeltme faktörü kullanılmaktadır. Bu faktörün bulunmasında ise eşdeğer gerilme-gerinim yaklaşımı kullanılmaktadır. Bu yaklaşımın temel mantığına göre, çok eksenli gerilme durumunda belirli bir elastiklik modülüne uygun olacak şekilde deformasyonlar oluşmaktadır. Bu modülün büyüklüğü yeterince uygunsa tek eksenli durumda da aynı modülde deformasyon oluşacaktır.

Mekanik modül asal gerilmelerden, asal kayma gerilmelerinden veya distorsiyon enerjisinden bulunabilmektedir. Burada çok eksenli yükleme altında eşdeğer bir gerilme veya gerinim modülü hesaplanarak tek eksenli yüklemeye uygulanmaktadır. Bu yaklaşımda von Mises veya Tresca hipotezleri kullanılmaktadır.

Von Mises yaklaşımı asla gerilmeler için aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_0 = 0,7071 \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

Burada, σ_0 gerilmesi tek bir değer olan akma sınırını aşarsa deformasyon başlar. Aynı ifade gerilme bileşenleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$\sigma_0 = 0,7071 \cdot [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]$$

Eşdeğer (bir-eksenli) gerinim durumu tercih edildiğinde aşağıdaki denklem kullanılmaktadır.

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_1}{|\sigma_1|(1 + \nu)\sqrt{2}} \cdot [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]^{0,5}$$

10.6. Kaynaklı ve cıvatalı bağlantıların yorulmaya göre dayanım kontrolü

Bu bölümde kaynaklı ve cıvatalı bağlantıların EN 1993-1-9 standardına uygun olarak yorulmaya göre dayanım kontrolü anlatılmaktadır.

- Yorulma dayanımı bir dizi $(\log \Delta\sigma_R) - (\log N)$ ve $(\log \Delta\tau_R) - (\log N)$ eğrileri ile verilmektedir. Bu eğrilerdeki referans dayanım değerleri, $\Delta\sigma_C$ ve $\Delta\tau_C$ Tablo 10.11 den Tablo 10.14 e kadar olan tablolarda verilmekte olup, 2 milyon yükleme tekrarı içindir.
- Sabit genlikli zorlamalar için Şekil 10.45 ve 9.46 yardımı ile yorulma dayanımları aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$1,5f_y > \Delta\sigma_R \geq \Delta\sigma_D \text{ veya } N \leq 5 \times 10^6 \text{ için } m = 3 \text{ ve } \Delta\sigma_R^m N_R = \Delta\sigma_C^m 2 \times 10^6 \quad (\text{Şekil 10.45})$$

$$\Delta\sigma_D > \Delta\sigma_R \geq \Delta\sigma_L \text{ veya } N \leq 10^8 \text{ için } m = 5 \text{ ve } \Delta\tau_R^m N_R = \Delta\tau_C^m 2 \times 10^6 \quad (\text{Şekil 10.46})$$

$\Delta\sigma_R$ ve $\Delta\tau_R$: Sınırlı ömür bölgesinde yorulma dayanımının referans değeri,

N_R : $\Delta\sigma_R$ dayanım değeri için tasarımın ömrü,

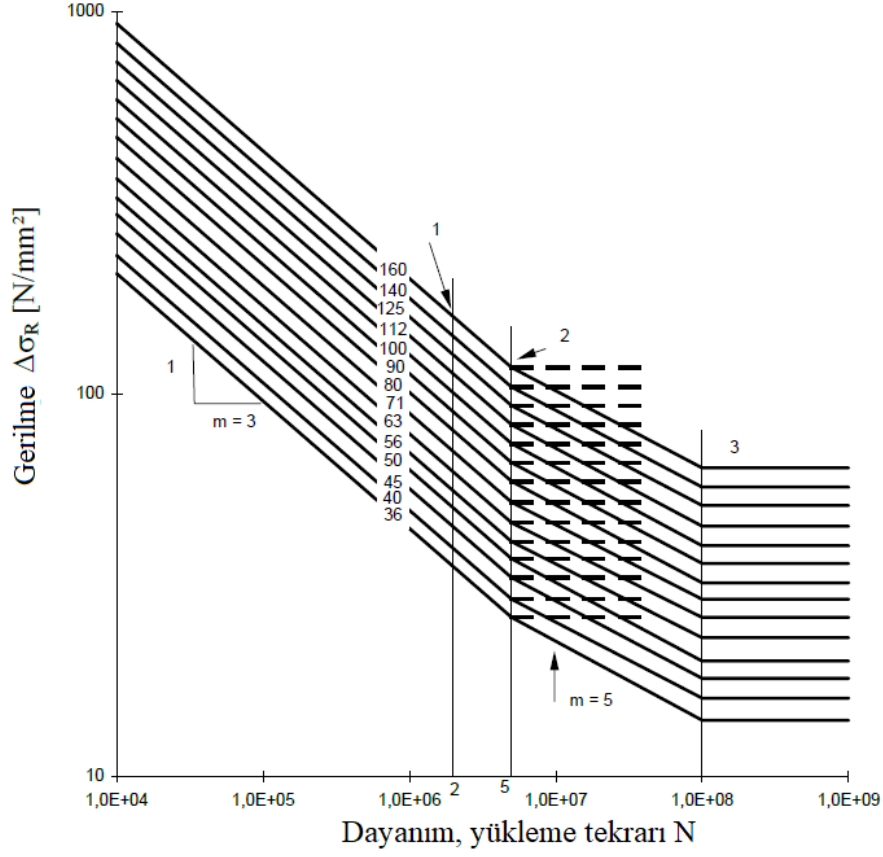
Bu denklemlerden,

$$\Delta\sigma_D = \left(\frac{2 \times 10^6}{5 \times 10^6} \right)^{1/3} \Delta\sigma_C = 0,737 \Delta\sigma_C$$

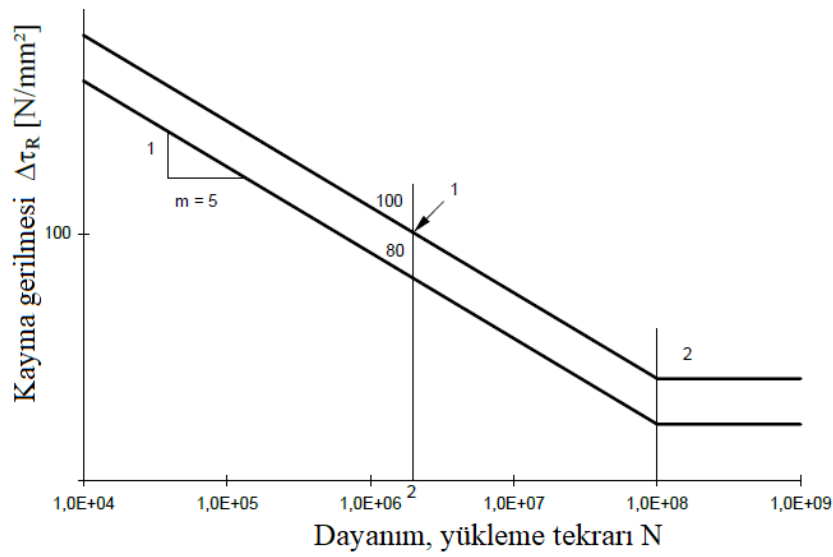
$$\Delta\tau_L = \left(\frac{2 \times 10^6}{10^8} \right)^{1/5} \Delta\tau_C = 0,457 \Delta\tau_C$$

$\Delta\sigma_D$: Şekil 10.45 de 2 nolu noktadaki yükleme tekrarı için yorulma sınır değeri,

$\Delta\tau_L$: Şekil 10.46 de 2 nolu noktadaki yükleme tekrarı için yorulma sınır değeri,



Şekil 10.45. Yorulma dayanımı eğrileri.



Şekil 10.46. Kayma gerilmeleri için yorulma dayanım eğrileri.

- c. Sabit genlikli yorulma sınırı, $\Delta\sigma_D$ nin üstünde ve altında dağılıma sahip gerilmeler için genişletilmiş yorulma dayanımı aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$N \leq 5 \times 10^6 \text{ için } m = 3 \text{ ve } \Delta\sigma_R^m N_R = \Delta\sigma_C^m 2 \times 10^6$$

$$5 \times 10^6 \leq N \leq 10^8 \text{ için } m = 5 \text{ ve } \Delta\sigma_R^m N_R = \Delta\sigma_D^m 5 \times 10^6$$

Sonsuz ömür bölgesinde dayanımın sınır değeri, $\Delta\sigma_L$ aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\Delta\sigma_L = \left(\frac{5 \times 10^6}{10^8} \right)^{1/5} \Delta\sigma_D = 0,549 \Delta\sigma_D$$

Tasarımın yorulma için kontrolü,

- a. Tasarımda dış yüklerin etkisiyle oluşan gerilme, $\Delta\sigma_i$ ye bağlı olarak aşağıdaki koşul sağlanmalıdır. Burada, m eğim değeri, tasarımdan beklenen ömür değeri N_i ile ilişkilidir. $1,5f_y > \Delta\sigma_R \geq \Delta\sigma_D$ veya $\Delta\sigma_D > \Delta\sigma_R \geq \Delta\sigma_L$ kontrolleri ile m değerine karar verilmektedir. Eğim değeri m tasarımın ömür beklentisi bölgesine bağlı olarak 3 veya 5 olarak Şekil 10.45 ve Şekil 10.46 yardımıyla tespit edilmektedir. $\Delta\sigma$ ise bu bölgede tasarımda etkili gerilme genliğini ifade etmektedir.

$$\Delta\sigma_R = \left(\frac{\Delta\sigma_C^m \cdot N_C}{N_R} \right)^{1/m} \text{ ve } \Delta\sigma_{R,red} = \frac{\Delta\sigma_R}{\gamma_{Mf} k_s}$$

$$\Delta\sigma_{R,red} \geq \Delta\sigma_{Design}$$

İndirgenmiş dayanım değerinin hesaplanmasında boyut faktörü, k_s tablolardan alınır. Yorulma dayanımında kısmi emniyet faktörünün, γ_{Mf} belirlenmesinde iki durum dikkate alınmaktadır, bunlar;

- Hasar toleransı yöntemi (Damage tolerant method)
- Emniyetli ömür yöntemi

Değerlendirme yöntemi	Hasarın sonuçları	
	Düşük önemde	Yüksek önemde
Hasar toleransı	1	1,15
Emniyetli ömür	1,15	1,35

Tablo 10.10. Yorulma dayanımı için kısmi faktör, γ_{Mf}

Tasarım gerilmesinin, $\Delta\sigma_{Design}$ bulunmasında, gerilme yığılma faktörü, k_f hesaplara dahil edilmektedir.

$$\Delta\sigma_{Design} = k_f \gamma_{Ff} \Delta\sigma_{E,2}$$

$\Delta\sigma_{E,2}$ ve $\Delta\tau_{E,2}$: Sonsuz ömür bölgesinde tasarımda etkili gerilme genliği,

Gerilme yükseltme faktörü, γ_{Ff} genelde 1,0 alınmaktadır,

Değişken yükler etkisi ile oluşan gerilmeler aşağıdaki koşulları sağlamalıdır.

Normal gerilmeler için kontrol, $\Delta\sigma \leq 1,5 f_y$

Kayma gerilmeleri için kontrol, $\Delta\tau \leq 1,5 f_y / \sqrt{3}$

- b. Yorulmaya neden olan yükler için ikinci olarak aşağıdaki koşullar sağlanmalıdır.

$$\frac{\Delta\sigma_{Design}}{\Delta\sigma_{C,red}} \leq 1,0$$

$$\frac{\Delta\tau_{Design}}{\Delta\tau_{C,red}} \leq 1,0$$

$$\frac{\Delta\sigma_{Design}}{\Delta\sigma_{C,red}} + \frac{\Delta\tau_{Design}}{\Delta\tau_{C,red}} \leq 1,0$$

Buradaki seçime göre yukarıdaki denklemlerde azaltılmış yorulma dayanımı, $\Delta\sigma_{C,red}$ kullanılmaktadır.

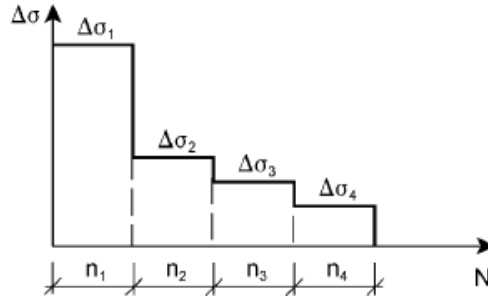
$$\Delta\sigma_{C,red} = \frac{\Delta\sigma_C}{\gamma_{Mf} k_s} \quad \text{ve} \quad \Delta\tau_{C,red} = \frac{\Delta\tau_C}{\gamma_{Mf} k_s}$$

$\Delta\sigma_C$ ve $\Delta\tau_C$: Sonsuz ömür için yorulma dayanımının referans değeri,

- c. Tablo 10.11 den Tablo 10.14 e kadar olan tablolarda verilmekte olan dayanım kategorileri için birleşik zorlama durumunda aşağıdaki koşul yerine getirilmelidir.

$$\left(\frac{\Delta\sigma_{Design}}{\Delta\sigma_{C,red}} \right)^3 + \left(\frac{\Delta\tau_{Design}}{\Delta\tau_{C,red}} \right)^5 \leq 1,0$$

- d. Tasarımda dış yükler geniş bir spektrumda etkili ise yorulma kontrolü aşağıdaki gibi yapılmaktadır.



Şekil 10.47. Tasarımda etkili gerilmeler ve etki süreleri.

Öncelikle tasarımda etkili gerilmeler, $\Delta\sigma_i$ için ayrı ayrı ömür değerleri hesaplanır.

$$N_i = \frac{\Delta\sigma_{C,red}^m \cdot N_C}{\Delta\sigma_i^m}$$

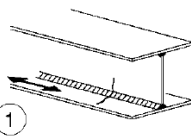
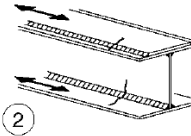
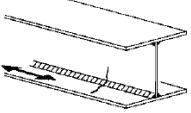
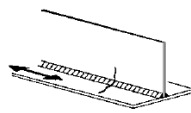
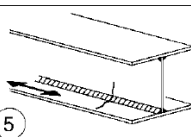
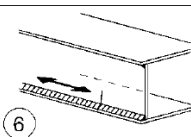
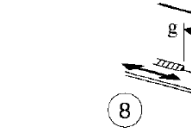
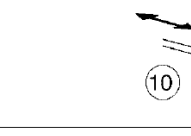
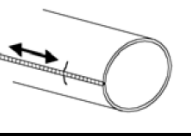
Her gerilme seviyesi için ömür değerleri, n_i saptanarak aşağıdaki kontroller yapılır.

Palmgren-Miner kuralına göre hasar oranı, D;

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} < 1$$

$$\Delta\sigma_{Design} \leq \sqrt[m]{D} \Delta\sigma_{C,red}$$

Burada, $m = 3$ alınmaktadır.

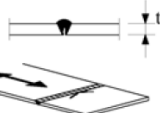
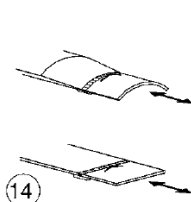
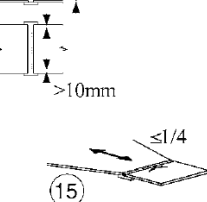
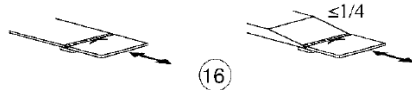
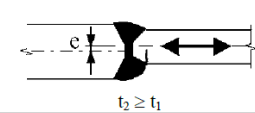
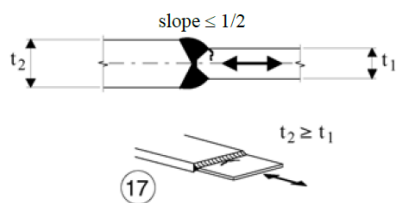
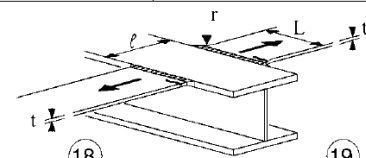
Detail category	Constructional detail	Description	Requirements
125	 	<u>Continuous longitudinal welds:</u> 1) Automatic butt welds carried out from both sides. 2) Automatic fillet welds. Cover plate ends to be checked using detail 6) or 7) in Table 8.5.	<u>Details 1) and 2):</u> No stop/start position is permitted except when the repair is performed by a specialist and inspection is carried out to verify the proper execution of the repair.
112	 	3) Automatic fillet or butt weld carried out from both sides but containing stop/start positions. 4) Automatic butt welds made from one side only, with a continuous backing bar, but without stop/start positions.	4) When this detail contains stop/start positions category 100 to be used.
100	 	5) Manual fillet or butt weld. 6) Manual or automatic butt welds carried out from one side only, particularly for box girders	5), 6) A very good fit between the flange and web plates is essential. The web edge to be prepared such that the root face is adequate for the achievement of regular root penetration without break-out.
100		7) Repaired automatic or manual fillet or butt welds for categories 1) to 6).	7) Improvement by grinding performed by specialist to remove all visible signs and adequate verification can restore the original category.
80		8) Intermittent longitudinal fillet welds.	8) $\Delta\sigma$ based on direct stress in flange.
71		9) Longitudinal butt weld, fillet weld or intermittent weld with a cope hole height not greater than 60 mm. For cope holes with a height > 60 mm see detail 1) in Table 8.4	9) $\Delta\sigma$ based on direct stress in flange.
125		10) Longitudinal butt weld, both sides ground flush parallel to load direction, 100% NDT	
112		10) No grinding and no start/stop	
90		10) with start/stop positions	
140		11) Automatic longitudinal seam weld without stop/start positions in hollow sections	11) Free from defects outside the tolerances of EN 1090. Wall thickness $t \leq 12,5$ mm.
125		11) Automatic longitudinal seam weld without stop/start positions in hollow sections	11) Wall thickness $t > 12,5$ mm.
90		11) with stop/start positions	

For details 1 to 11 made with fully mechanized welding the categories for automatic welding apply.

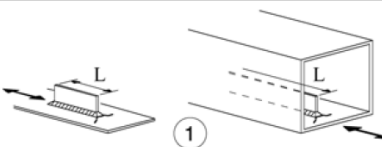
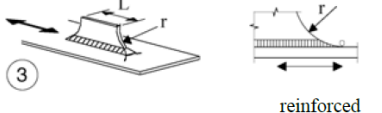
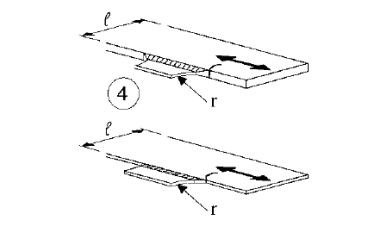
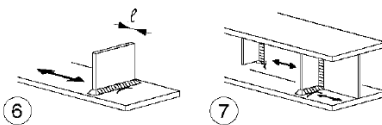
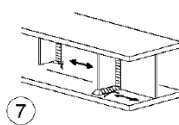
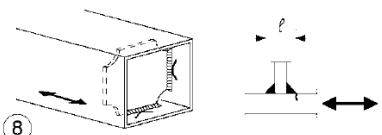
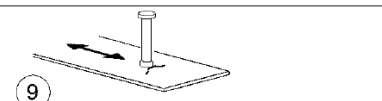
Tablo 10.11. Kaynaklı olarak imal edilmiş konstrüksiyonlarda boyuna kaynak dikişleri.

Detail category	Constructional detail	Description	Requirements
112		<u>Without backing bar:</u> 1) Transverse splices in plates and flats. 2) Flange and web splices in plate girders before assembly. 3) Full cross-section butt welds of rolled sections without cope holes. 4) Transverse splices in plates or flats tapered in width or in thickness, with a slope $\leq 1/4$.	- All welds ground flush to plate surface parallel to direction of the arrow. - Weld run-on and run-off pieces to be used and subsequently removed, plate edges to be ground flush in direction of stress. - Welded from both sides; checked by NDT. <u>Detail 3):</u> Applies only to joints of rolled sections, cut and rewelded.
90		5) Transverse splices in plates or flats. 6) Full cross-section butt welds of rolled sections without cope holes. 7) Transverse splices in plates or flats tapered in width or in thickness with a slope $\leq 1/4$. Translation of welds to be machined notch free.	- The height of the weld convexity to be not greater than 10% of the weld width, with smooth transition to the plate surface. - Weld run-on and run-off pieces to be used and subsequently removed, plate edges to be ground flush in direction of stress. - Welded from both sides; checked by NDT. <u>Details 5 and 7:</u> Welds made in flat position.
90		8) As detail 3) but with cope holes.	- All welds ground flush to plate surface parallel to direction of the arrow. - Weld run-on and run-off pieces to be used and subsequently removed, plate edges to be ground flush in direction of stress. - Welded from both sides; checked by NDT. - Rolled sections with the same dimensions without tolerance differences
80		9) Transverse splices in welded plate girders without cope hole. 10) Full cross-section butt welds of rolled sections with cope holes. 11) Transverse splices in plates, flats, rolled sections or plate girders.	- The height of the weld convexity to be not greater than 20% of the weld width, with smooth transition to the plate surface. - Weld not ground flush - Weld run-on and run-off pieces to be used and subsequently removed, plate edges to be ground flush in direction of stress. - Welded from both sides; checked by NDT. <u>Detail 10:</u> The height of the weld convexity to be not greater than 10% of the weld width, with smooth transition to the plate surface.
63		12) Full cross-section butt welds of rolled sections without cope hole.	- Weld run-on and run-off pieces to be used and subsequently removed, plate edges to be ground flush in direction of stress. - Welded from both sides.

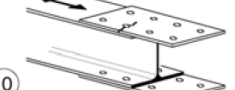
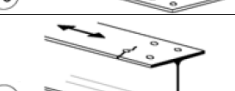
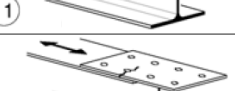
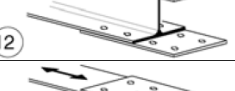
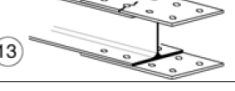
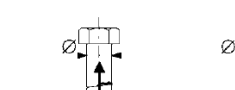
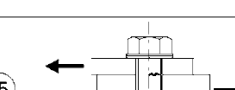
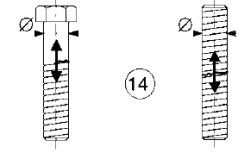
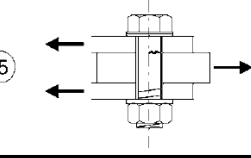
Tablo 10.12. Kaynaklı olarak imal edilmiş konstrüksiyonlarda enine kaynak dikişleri.

Detail category	Constructional detail		Description	Requirements
36			13) Butt welds made from one side only.	13) Without backing strip.
71	size effect for $t > 25\text{mm}$: $k_s = (25/t)^{0.2}$		13) Butt welds made from one side only when full penetration checked by appropriate NDT.	
71	size effect for $t > 25\text{mm}$: $k_s = (25/t)^{0.2}$	 	With backing strip: 14) Transverse splice. 15) Transverse butt weld tapered in width or thickness with a slope $\leq 1/4$. Also valid for curved plates.	Details 14) and 15): Fillet welds attaching the backing strip to terminate $\geq 10\text{ mm}$ from the edges of the stressed plate. Tack welds inside the shape of butt welds.
50	size effect for $t > 25\text{mm}$: $k_s = (25/t)^{0.2}$		16) Transverse butt weld on a permanent backing strip tapered in width or thickness with a slope $\leq 1/4$. Also valid for curved plates.	16) Where backing strip fillet welds end $< 10\text{ mm}$ from the plate edge, or if a good fit cannot be guaranteed.
71	size effect for $t > 25\text{mm}$ and/or generalization for eccentricity: $k_s = \left(\frac{25}{t_1} \right)^{0.2} \left/ \left(1 + \frac{6e}{t_1} \frac{t_1^{1.5}}{t_1^{1.5} + t_2^{1.5}} \right) \right.$ 		17) Transverse butt weld, different thicknesses without transition, centrelines aligned.	
As detail 1 in Table 8.5			18) Transverse butt weld at intersecting flanges.	Details 18) and 19) The fatigue strength of the continuous component has to be checked with Table 8.4, detail 4 or detail 5.
As detail 4 in Table 8.4			19) With transition radius according to Table 8.4, detail 4	

Tablo 10.12 (devam).Kaynaklı olarak imal edilmiş konstrüksiyonlarda enine kaynak dikişleri.

Detail category	Constructional detail		Description	Requirements
80	$L \leq 50\text{mm}$		<u>Longitudinal attachments:</u> 1) The detail category varies according to the length of the attachment L.	The thickness of the attachment must be less than its height. If not see Table 8.5, details 5 or 6.
71	$50 < L \leq 80\text{mm}$			
63	$80 < L \leq 100\text{mm}$			
56	$L > 100\text{mm}$			
71	$L > 100\text{mm}$ $\alpha < 45^\circ$		2) Longitudinal attachments to plate or tube.	
80	$r > 150\text{mm}$		3) Longitudinal fillet welded gusset with radius transition to plate or tube; end of fillet weld reinforced (full penetration); length of reinforced weld $> r$.	<u>Details 3) and 4):</u> Smooth transition radius r formed by initially machining or gas cutting the gusset plate before welding, then subsequently grinding the weld area parallel to the direction of the arrow so that the transverse weld toe is fully removed.
90	$\frac{r}{L} \geq \frac{1}{3}$ or $r > 150\text{mm}$	 L: attachment length as in detail 1, 2 or 3	4) Gusset plate, welded to the edge of a plate or beam flange.	
71	$\frac{1}{6} \leq \frac{r}{L} \leq \frac{1}{3}$			
50	$\frac{r}{L} < \frac{1}{6}$			
40			5) As welded, no radius transition.	
80	$t \leq 50\text{mm}$		<u>Transverse attachments:</u> 6) Welded to plate.	<u>Details 6) and 7):</u> Ends of welds to be carefully ground to remove any undercut that may be present. 7) $\Delta\sigma$ to be calculated using principal stresses if the stiffener terminates in the web, see left side.
				
71	$50 < t \leq 80\text{mm}$		8) Diaphragm of box girders welded to the flange or the web. May not be possible for small hollow sections. The values are also valid for ring stiffeners.	
80			9) The effect of welded shear studs on base material.	

Tablo 10.13. Kaynaklı olarak imal edilmiş konstrüksiyonlarda payandalar.

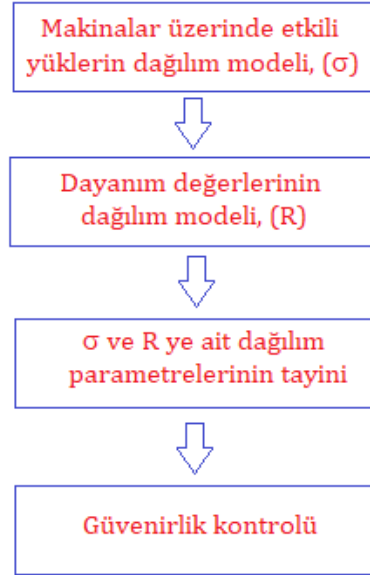
Detail category	Constructional detail		Description	Requirements	
112			8) Double covered symmetrical joint with preloaded high strength bolts.	8) $\Delta\sigma$ to be calculated on the gross cross-section.	<u>For bolted connections (Details 8) to 13)) in general:</u> End distance: $e_1 \geq 1,5 d$ Edge distance: $e_2 \geq 1,5 d$ Spacing: $p_1 \geq 2,5 d$ Spacing: $p_2 \geq 2,5 d$ Detailing to EN 1993-1-8, Figure 3.1
90			8) Double covered symmetrical joint with preloaded injection bolts.	8) ... gross cross-section.	
			9) Double covered joint with fitted bolts.	9) ... net cross-section.	
			9) Double covered joint with non preloaded injection bolts.	9) ... net cross-section.	
			10) One sided connection with preloaded high strength bolts.	10) ... gross cross-section.	
80			10) One sided connection with preloaded injection bolts.	10) ... gross cross-section.	
			11) Structural element with holes subject to bending and axial forces	11) ... net cross-section.	
50			12) One sided connection with fitted bolts.	12) ... net cross-section.	
			12) One sided connection with non-preloaded injection bolts.	12) ... net cross-section.	
50			13) One sided or double covered symmetrical connection with non-preloaded bolts in normal clearance holes. No load reversals.	13) ... net cross-section.	
50	size effect for $t > 30\text{mm}$: $k_s = (30/t)^{0,25}$		14) Bolts and rods with rolled or cut threads in tension. For large diameters (anchor bolts) the size effect has to be taken into account with k_s .	14) $\Delta\sigma$ to be calculated using the tensile stress area of the bolt. Bending and tension resulting from prying effects and bending stresses from other sources must be taken into account. For preloaded bolts, the reduction of the stress range may be taken into account.	
100 m=5			<u>Bolts in single or double shear</u> Thread not in the shear plane 15) - Fitted bolts - normal bolts without load reversal (bolts of grade 5.6, 8.8 or 10.9)	15) $\Delta\tau$ calculated on the shank area of the bolt.	

Tablo 10.14. Cıvatalı birleşimler.

Not: Burada bulunmayan diğer bağlantı tipleri için EN 1993-1-9 dan yararlanılabilir.

11. Güvenirlik temelli tasarım

Güvenirlik herhangi bir parçanın, ürünün, sistemin veya alt sistemin belirli şartlar altında istenilen emniyet seviyesinde, belirlenen süre içinde fonksiyonunu hatasız olarak yerine getirebilme olasılığıdır. Bu nedenle tasarım aşamasında güvenilirlik analizi yapmak uygun olacaktır (şekil 11.1).



Şekil 11.1. Makina tasarımında güvenilirlik analizi

Dağılım modellerini oluşturmak için sürekli ve kesikli rassal olasılık dağılımları kullanılmaktadır.

11.1. Olasılık dağılımları

Güvenirlik analizlerini yapmak için hazarlanan mühendislik modelinde, değişkenlerin dağılımlarının hangi tipte olduğunun belirlenmesi önemlidir. Bu amaçla testler yapılmakta veya önceki tecrübelerden yararlanılmaktadır.

Olasılık dağılımları sürekli veya kesikli olabilmektedir. Burada genel olarak makine mühendisliğinde tasarım analizlerinde kullanılmakta olan sürekli dağılımlar incelenecektir.

Kesikli dağılımlar	Sürekli dağılımlar
Kesikli üniform dağılım	Sürekli üniform dağılım
Bernoulli dağılımı	Normal dağılım
Poisson dağılımı	Üstel dağılım
Hipergeometrik dağılım	Weibull dağılımı
Negatif binom dağılımı	Khi-kare dağılımı

Tablo 11.1. Mühendislik alanında sıklıkla kullanılmakta olan olasılık dağılımlarından bazıları.

Dağılımların genel özellikleri

- **Anakütle, (Evren), (Popülasyon)**

Bir olay için incelenen karakteristiklerle ilgili bütün elemanları içine alan topluluğa anakütle denir.

- **Örnek, (örneklem)**

Anakütleden rastgele çekilen ve üzerinde inceleme yapılan sınırlı elemanlar topluluğuna ise örnek denir.

- **Ortalama (mean)**

Bir sistemde x_i değişkenlerinin sayısı N ise dağılımın ortalama değeri, μ

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Bir sistemden n eleman sayısında bir alt küme örnek alınacak olursa bu alt kümedeki verilerin ortalaması,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- **Mod**

Verilerin içinde frekansı en büyük olan değer mod olarak adlandırılır.

Örnek 7.1. S235 imalat çeliği malzemenin çekme testi sonuçları tabloda verilmektedir. Mod değerini hesaplayınız.

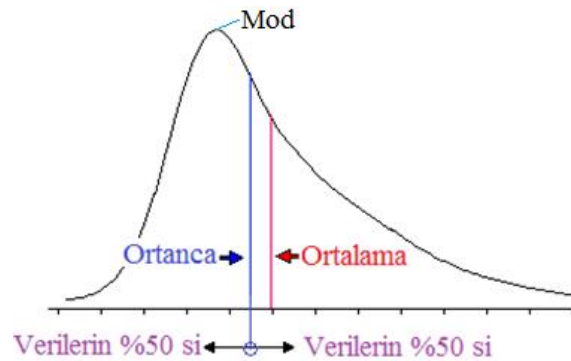
1. Test	2. Test	3. Test	4. Test	5. Test	6. Test	7. Test
233	236	236	234	236	238	235

Tablodan görüldüğü gibi en çok tekrar eden değer (3 kere) olarak mod, 236 N/mm² dir.

- **Ortanca (median)**

Veri sayıları küçükten büyüğe doğru sıralandıktan sonra, n test sayısı olmak üzere, medyan değerinin bu seri içindeki sıra numarası, $M=0,5.(n+1)$

Örnek 7.2. 2,4,6,8 dizisinin medyan pozisyonu 2.5'tir. Bu durumda 2. ve 3. elemanların aritmetik ortalaması yani $(4+6)/2=5$ ortancadır.



Şekil 11.2. Ortalama ve ortanca arasındaki ilişkinin bir dağılım üzerinde görünüşü.

- **Varyans ve standart sapma**

Varyans ve standart sapma bir dağılımda tüm değerlerin ortalama değerden olan farklarının ölçüsüdür.

Burada bir sistem için varyans genelde, D_σ

$$D_\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$$

Bir sistemden n eleman sayısında bir alt küme örnek alınacak olursa bu alt kümedeki verilerin varyansı, s

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Standart sapma varyansın kareköküdür.

- **Varyasyon sabiti,**

Varyasyon katsayısı, C_x ortalamaları farklı olan iki rasgele değişkenin yayılımlarını karşılaştırmamıza imkan verir.

$$C_x = \frac{D_\sigma}{\mu}$$

Örnek 7.3. S235 imalat çeliğinden oluşan bir parça üzerinde yapılmış olan 9 adet testin sonucu tabloda görülmektedir.

Verilen değerlere göre dağılımın ortalamasını, standart sapmasını ve varyasyon sabiti değerini hesaplayınız.

Test verileri	Tekrar sayısı	Hasaplamalar	
x, MPa	f	f.x	f.x ²
235,1	2	470,2	110544,0
238,6	3	715,8	170789,9
240,2	2	480,4	115392,1
241,8	2	483,6	116934,5
	$\Sigma 9$	2150	513660,5

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{9} (2150) = 238,89 \text{ MPa}$$

$$s = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{0,5} = \sqrt{\frac{513660,5 - 2150^2/9}{9-1}} = 2,48 \text{ MPa}$$

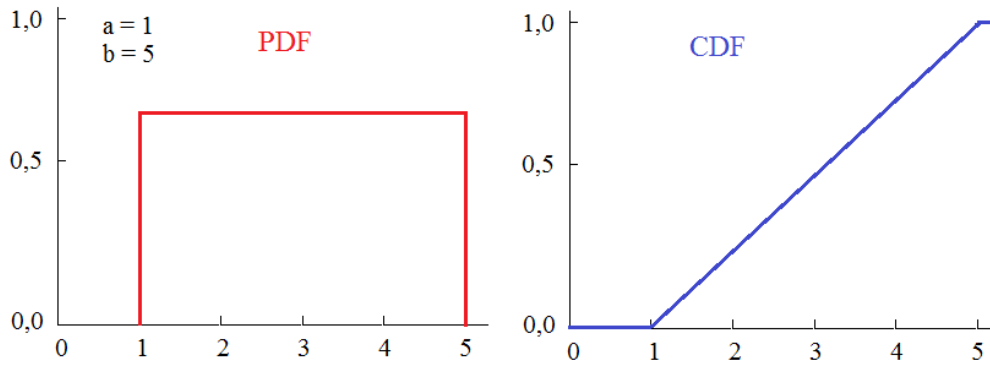
$$C_x = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2,48}{238,89} = 0,010397$$

En çok kullanılan olasılık dağılımları,

a. Üniform dağılım,

a ve b arasında üniform dağılıma sahip x rastgele değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) ve birikimli dağılım fonksiyonu, (CDF) aşağıdaki gibi verilebilir.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$



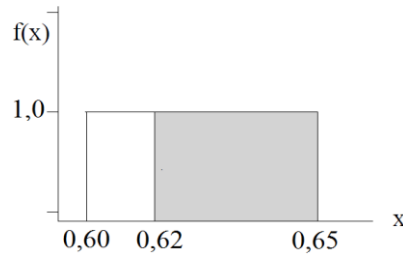
Şekil 11.3. Üniform dağılım için PDF ve CDF eğrileri.

Üniform dağılım için ortalama ve standart sapma değerleri;

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$$

Örnek 7.4. Bir atölyedeki derin çekme presinde üretilen çelik evyelerin saclarındaki incelme oranı başlangıç kalınlığına göre %60 – 65 aralığında homojen dağılım şeklinde olmaktadır. Sac kalınlığındaki incelme oranı %62 den fazla olan evyelerin toplam üretimdeki oranını bulunuz.



$$P(x > 0,62) = (0,65 - 0,62) \times \frac{1}{(0,65 - 0,60)} = 0,60$$

1 yerine 1/(0.65 - 0.6)

b. Normal dağılım,

İstatistiğin tüm alanlarında kullanılan en önemli sürekli olasılık dağılımı normal dağılımdır.

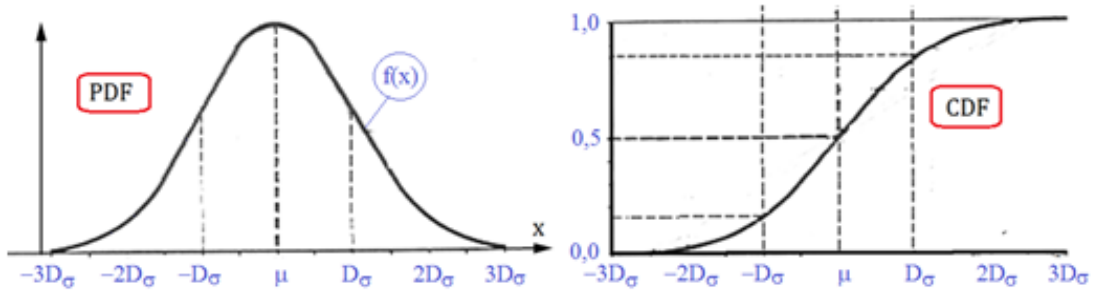
Tüm mühendislik alanlarında da bu dağılıma uyumlu pek çok sistem mevcuttur.

Örneğin üretimden çıkan parçaların imalat ölçüleri bu dağılıma uygun olacak şekilde ortalamanın her iki tarafında olabilmektedir.

$$f(x) = \frac{1}{D_\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{D_\sigma} \right)^2 \right]$$

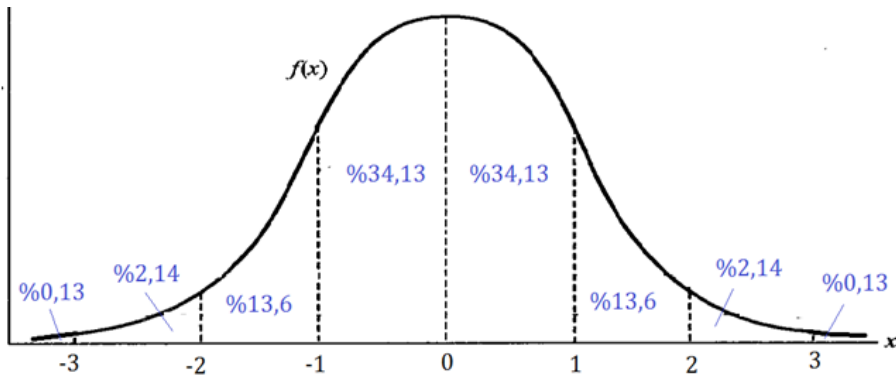
Burada:

- $f(x)$: Olasılık yoğunluğu fonksiyonu



Şekil 11.4. Normal dağılım için PDF ve CDF eğrileri.

Bu diyagramda $\mu=0$ ve $D_\sigma=1$ alınacak olursa standart normal dağılım grafiği elde edilir.



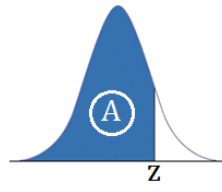
Şekil 11.5. Standart normal dağılım için PDF eğrisi ve olasılık değerleri.

Burada, -3 ile +3 arasındaki rakamlar z veya t değerleri olarak bilinmektedir.

Yatay eksen üzerindeki bir noktanın z değeri, ortalama ile o nokta arasındaki uzaklığın standart sapma cinsinden değeridir.

Örneğin, $z=2$ 'nin anlamı, sağ tarafta o noktanın ortalamaya iki standart sapma uzaklıkta olduğudur.

$$z = \frac{x - \mu}{D_\sigma}$$



Şekil 11.6. Standart normal dağılım için z olasılık değeri (tablo 7.2)

Z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
,0	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
,1	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5743
,2	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
,3	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
,4	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
,5	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
,6	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
,7	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
,8	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
,9	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,0	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,1	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,2	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,3	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,4	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,5	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,6	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,7	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,8	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,9	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,0	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,1	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,2	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,3	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,4	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,5	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,6	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,7	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,8	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,9	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,0	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990
3,1	,9990	,9991	,9991	,9991	,9992	,9992	,9992	,9992	,9993	,9993
3,2	,9993	,9993	,9994	,9994	,9994	,9994	,9994	,9995	,9995	,9995
3,3	,9995	,9995	,9995	,9996	,9996	,9996	,9996	,9996	,9996	,9997
3,4	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9997	,9998

Tablo 11.2. Standart normal dağılım için z değerleri.

Örnek 7.5. Bir atölyede numuneler üzerinde yapılan ölçümler sonucunda tezgahlarda üretilen millerin çap değerlerinin ortalaması 50 mm ve standart sapması 0,1 mm olarak saptanmıştır.

- Üretimden çıkan millerin tam olarak 50 mm olma olasılığını hesaplayınız
- Millerin 50,2 mm ölçüsünden küçük olma, $P(x \leq 50,2)$ olasılığını hesaplayınız.
- Millere 50-0,1/+0,05 mm tolerans tanımlanması durumunda kabul edilebilecek parça sayısının oranını bulunuz ($P(49,9 < x < 50,05)$ olasılığı).

Cevaplar,

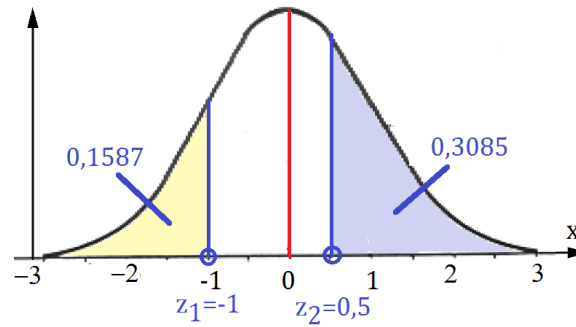
- Mil çaplarını tam olarak 50 mm üretme şansı yoktur. Bu durum eğri üzerinde de görülmektedir. 50 mm ortalama çizgisidir ve bu çizginin altında kalan alan değeri sıfırdır.
- z puanı hesabı

$$z = \frac{x - \mu}{D_\sigma} = \frac{50,2 - 50}{0,1} = 2$$

Tablo 7.2 den $z=2$ için 50,2 mm ölçüsünden küçük mil üretme olasılığı, %97,73 olarak bulunur.

- 49,9 mm ölçüsü için şekil yardımı ile $z_1=-1$ ve 50,05 mm ölçüsü için ise,

$$z_2 = \frac{x - \mu}{D_\sigma} = \frac{50,05 - 50}{0,1} = 0,5$$



Toplam olasılık %100 olduğuna göre, $z_1=1$ ve $z_2=0,5$ çizgileri arasındaki olasılık,

$$P(49,9 < x < 50,05) = 1 - (0,1587 + 0,3085) = 0,5328$$

Buna göre kabul edilebilecek parçaların oranı, %53,28 dir.

Örnek 7.6. Bir mafsallı sistemde görüldüğü gibi 4 adet parçadan oluşmaktadır.

İmalatçıda üretilen parçalar için 1000 adet testte rastgele sayılar üretilmiş ve ölçü değerleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

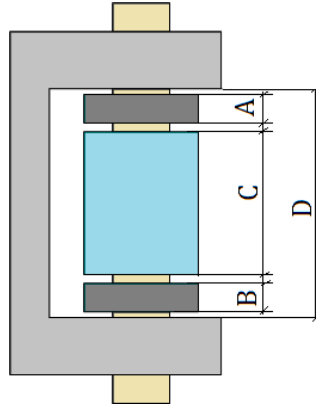
A parçası: $\mu_A = 2,0145$ $D_{\sigma A} = 0,0182$

B parçası: $\mu_B = 2,0085$ $D_{\sigma B} = 0,0245$

C parçası: $\mu_C = 30,0899$ $D_{\sigma C} = 0,1781$

D parçası: $\mu_D = 34,8145$ $D_{\sigma D} = 0,7122$

A+B+C nin D den büyük olma olasılığını bulunuz.



A+B+C nin ortalaması , $\mu_{ABC} = \mu_A + \mu_B + \mu_C = 34,1129$

A+B+C nin standart sapması, $D_{\sigma ABC} = \sqrt{D_{\sigma A}^2 + D_{\sigma B}^2 + D_{\sigma C}^2} = 0,03265$

z sayısı,

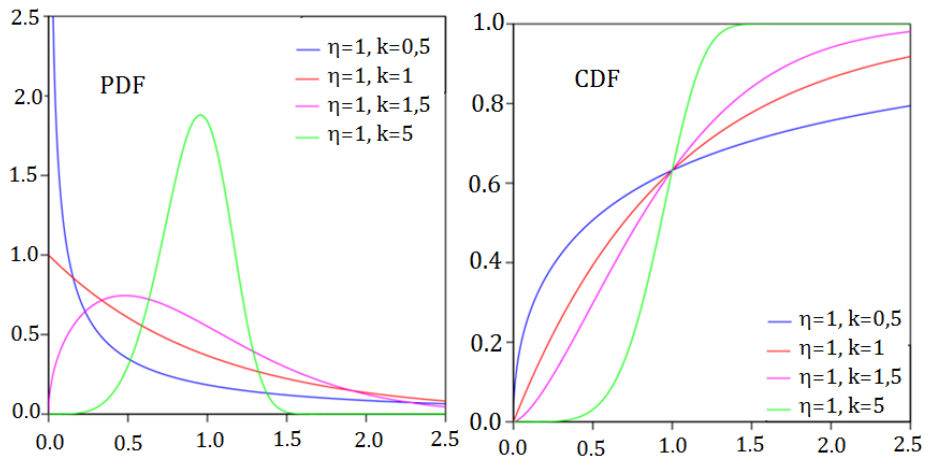
$$z = \frac{\mu_{ABC} - \mu_D}{\sqrt{D_{\sigma ABC}^2 + D_{\sigma D}^2}} = -0,9841$$

A+B+C nin D den büyük olma olasılığı,

$$P = 1 - \Phi(z) = 1 - \Phi(-0,9841) = 0,1635 \text{ veya } \%16,35$$

c. Weibull dağılımı,

Weibull dağılımı, Waloddi Weibull tarafından ilk kez 1939 yılında malzemenin çekme gerilmesinin dağılımını açıklamak için kullanmıştır. Dağılım günümüzde deneysel verilere iyi uyum gösterdiği için güvenilirlik problemlerinin yanı sıra başta yorulma dayanımları olmak üzere malzemelerin mekanik özellikleri, rüzgar enerjisi uygulamaları, stok kontrol ve orman işletmeciliği gibi bir çok alanda yaygın şekilde kullanılmaktadır.



Şekil 11.7. Weibull dağılımı için PDF ve CDF eğrileri.

Weibull dağılım fonksiyonu, (PDF)

$$f(x) = \frac{k}{\eta - x_0} \left(\frac{x - x_0}{\eta - x_0} \right)^{k-1} e^{-[(x-x_0)/(\eta-x_0)]^k}$$

Birikimli dağılım fonksiyonu, CDF,

$$F(x) = \int_{x_0}^x f(x)dx = 1 - e^{-[(x-x_0)/(\eta-x_0)]^k}$$

Dağılımın ortalama değeri,

$$\mu = x_0 + (\eta - x_0)\Gamma(1 + 1/k)$$

Dağılımın standart sapması,

$$D_\sigma = (\eta - x_0)\sqrt{\Gamma(1 + 1/k) - \Gamma^2(1 + 1/k)}$$

Burada,

x_0 : Garanti edilen minimum x değeri.

k : Şekil faktörü,

η : Ölçeklendirme faktörü

n	$\Gamma(n)$	n	$\Gamma(n)$	n	$\Gamma(n)$	n	$\Gamma(n)$
1.00	1.000 00	1.25	.906 40	1.50	.886 23	1.75	.919 06
1.01	.994 33	1.26	.904 40	1.51	.886 59	1.76	.921 37
1.02	.988 84	1.27	.902 50	1.52	.887 04	1.77	.923 76
1.03	.983 55	1.28	.900 72	1.53	.887 57	1.78	.926 23
1.04	.978 44	1.29	.899 04	1.54	.888 18	1.79	.928 77
1.05	.973 50	1.30	.897 47	1.55	.888 87	1.80	.931 38
1.06	.968 74	1.31	.896 00	1.56	.889 64	1.81	.934 08
1.07	.964 15	1.32	.894 64	1.57	.890 49	1.82	.936 85
1.08	.959 73	1.33	.893 38	1.58	.891 42	1.83	.939 69
1.09	.955 46	1.34	.892 22	1.59	.892 43	1.84	.942 61
1.10	.951 35	1.35	.891 15	1.60	.893 52	1.85	.945 61
1.11	.947 39	1.36	.890 18	1.61	.894 68	1.86	.948 69
1.12	.943 59	1.37	.889 31	1.62	.895 92	1.87	.951 84
1.13	.939 93	1.38	.888 54	1.63	.897 24	1.88	.955 07
1.14	.936 42	1.39	.887 85	1.64	.898 64	1.89	.958 38
1.15	.933 04	1.40	.887 26	1.65	.900 12	1.90	.961 77
1.16	.929 80	1.41	.886 76	1.66	.901 67	1.91	.965 23
1.17	.936 70	1.42	.886 36	1.67	.903 30	1.92	.968 78
1.18	.923 73	1.43	.886 04	1.68	.905 00	1.93	.972 40
1.19	.920 88	1.44	.885 80	1.69	.906 78	1.94	.976 10
1.20	.918 17	1.45	.885 65	1.70	.908 64	1.95	.979 88
1.21	.915 58	1.46	.885 60	1.71	.910 57	1.96	.983 74
1.22	.913 11	1.47	.885 63	1.72	.912 58	1.97	.987 68
1.23	.910 75	1.48	.885 75	1.73	.914 66	1.98	.991 71
1.24	.908 52	1.49	.885 95	1.74	.916 83	1.99	.995 81
						2.00	1.000 00

Tablo 11.3. Weibull dağılımı için gama fonksiyonu değerleri.

Tablo 7.3 de verilmekte olan $\Gamma(n)$ değerleri aşağıdaki formülden hesaplanmaktadır.

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{n-1} dx; \Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$$

Örnek 7.7. Bir cıvata bağlantısında ömür fonksiyonu, ölçeklendirme ve şekil parametreleri sırası ile $\eta=22100$ ve $k=2$ olan Weibull dağılımına sahiptir.

- Bağlantı noktasına yeni bir cıvata takılması halinde, 5000 saat çalışma olasılığını hesaplayınız.
- Bu bağlantıda daha önce 5000 saat kullanılmış bir cıvatanın 3000 saat daha dayanma olasılığı nedir.

Çözüm,

a. $P(x>5000) = 1-F(5000)$

$$1 - F(5000) = e^{-(x/\eta)^k} = e^{-(5000/22100)^2} = 0,9501$$

b. $P(x > 8000 | x > 5000)$

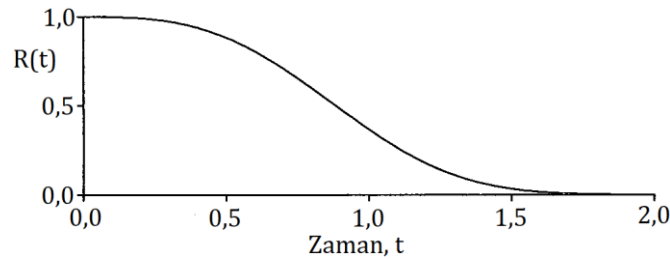
$$P(x > 8000 | x > 5000) = P(x > 5000 | x > 8000) \frac{P(x > 8000)}{P(x > 5000)} = \frac{P(x > 8000)}{P(x > 5000)} = \frac{1 - F(8000)}{1 - F(5000)}$$

$$= \frac{e^{-(8000/22100)^2}}{e^{-(5000/22100)^2}} = 0,9232$$

Bayes Theoremi $P(A | B) = P(B | A) * P(A)/P(B)$

11.2. Güvenirlilik analizi

Güvenirlilik analizleri, ürünün dayanımı, işletmedeki davranışları, arıza mekanizmaları, riskler ve ürün ömür döngüsü hakkında bilgiler verir. Yeni ürünler başlarda görece daha az güvenilirlerdir, yapılan testler ve gözlemlerle güvenilirlik arttırılır. Güvenirlilik gelişimi, belirli bir maksimum seviyeye erişinceye kadar ürün güvenilirliğini arttırmak amaçlanır.



Şekil 11.8. Bir parçanın zamana bağlı güvenirlilik fonksiyonu

Güvenirlilik analizlerinde kullanılmakta olan temel kavramlar,

- Güvenirlilik fonksiyonu, $R(t)$

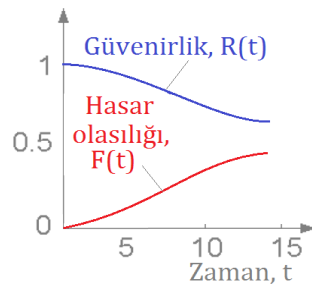
- Hasar olasılığı, $F(t)$
- Hasar oranı fonksiyonu, $\lambda(t)$

Bir makina parçasının hasar olasılığı $F(t)$, daha önce verilmiş olan olasılık yoğunluk fonksiyonundan, (PDF) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$F(t) = \int f(t)dt$$

Güvenirlik fonksiyonu, $R(t)$ aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$R(t) = 1 - F(t)$$



Şekil 11.9. Hasar olasılığı, $F(t)$ ve güvenilirlik fonksiyonu, $R(t)$

Örnek 7.8. Bir yumuşak salmastra için kullanım ömrü Weibull dağılımına uymaktadır.

Salmastranın karakteristik ömür değeri 1500 gün ve hasar eğrisinin şekillendirme faktörü $k=1,5$ ise bir yıllık kullanım süresinde hasar oluşma olasılığını bulunuz.

Çözüm,

Weibull dağılımına göre olasılık yoğunluk fonksiyonunu (PDF) aşağıdaki gibi uyarlamak mümkündür.

$$f(t) = \frac{k}{T} \left(\frac{t}{T} \right)^{k-1} e^{-(t/T)^k}$$

Burada,

T : Karakteristik ömür değeri,

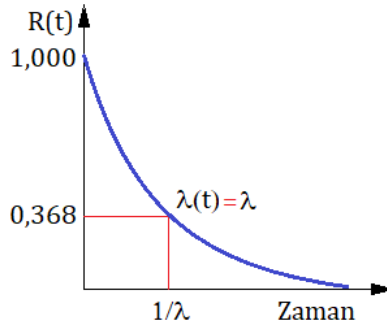
t : Zaman olarak gösterilmektedir.

Hasar olasılığı, $F(t)$ veya birikimli dağılım fonksiyonu CDF aşağıdaki gibi verilebilir.

$$F(t) = \int f(t)dt = 1 - e^{-(t/T)^k}$$

$$F(t) = 1 - e^{-(365/1500)^{1,5}} = 0,113$$

Güvenirlik analizlerinde hasar oranı, $\lambda(t)$ fonksiyonunun tespiti önemlidir (şekil 7.10).



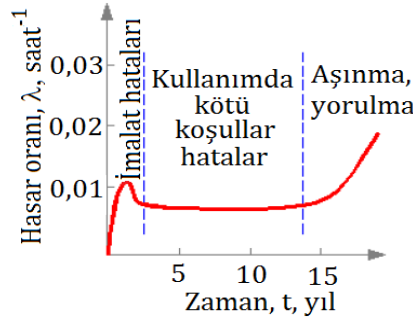
Şekil 11.10. Hasar oranı- güvenilirlik ilişkisi.

Güvenirlik ve hasar oranı ilişkileri,

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$$

Bir makina sisteminin hasar oranı-zaman ilişkisi işletmedeki proseslere bağlıdır (şekil 11.11).



Şekil 11.11. Hasar oranı-zaman eğrisi.

Hasar oranı bilinmeyen sistemlerde bu oran geçmişte olan hasarların kaydedilmesi ile saptanır. Bu yöntemde elektriksel elemanlar için MIL-HDBK-217 ve mekanik elemanlar için NPRD 2011 standartlarına uyulur.

$$\lambda = \lambda_G \pi_Q \pi_S \pi_T$$

Burada;

λ_G : Temel hasar oranı değeri,

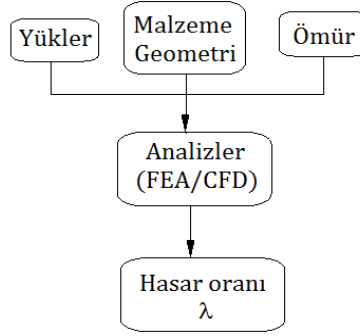
π_Q : Kalite faktörü,

π_S : Gerilme faktörü,

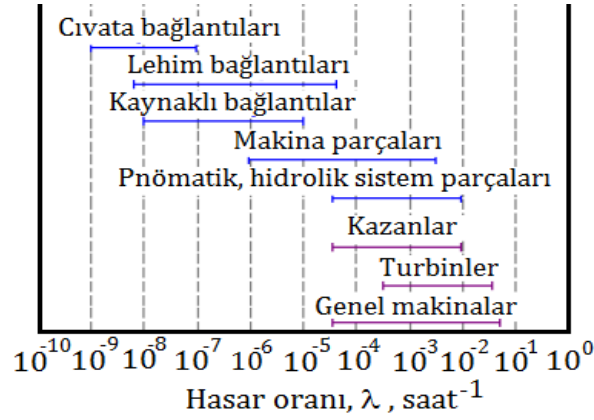
π_T : Sıcaklık faktörü.

Ayrıca hasar oranı, hata modlarını temel alan modelleme yöntemi ile de saptanabilir.

Bu prosesin akış şeması aşağıdaki gibi verilmektedir (şekil 11.13).



Şekil 11.12. Hasar oranının, hata modlarını temel alan modelleme yöntemi saptanması.

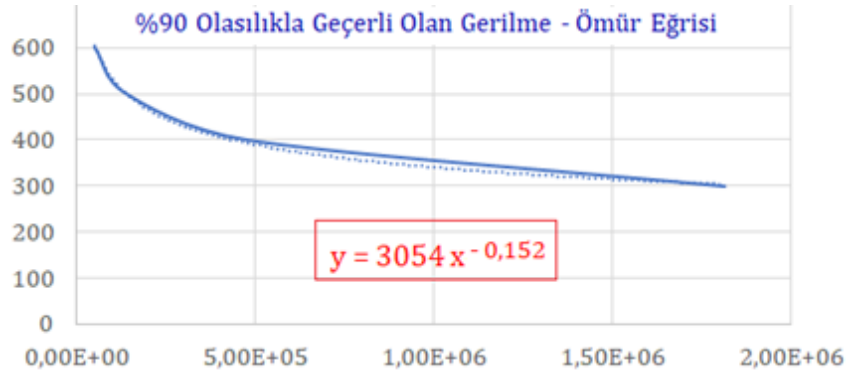


Şekil 11.13. Farklı makina yapıları için hasar oranı.

Örnek 7.9. Bir çelik malzeme için yapılan 20 test sonucunda gerilme ömür değerleri aşağıdaki gibi bulunmuştur. Daha yüksek ömürlerde yapılan testlerde de gerilme değerinin 300 MPa ın altında kaldığı gözlenmiştir. Verilen değerlere uygun olacak şekilde %90 olasılıkla geçerli olacak şekilde gerilme-ömür eğrisini çizin.

σ (N/mm ²)	600	500	400	300
Ömür değerleri	5,00E+04	1,40E+05	4,80E+05	1,80E+06
	5,80E+04	1,44E+05	4,92E+05	1,92E+06
	6,00E+04	1,50E+05	5,04E+05	2,04E+06
	6,10E+04	1,52E+05	5,12E+05	2,12E+06
	6,20E+04	1,54E+05	5,20E+05	2,20E+06

Cevap,

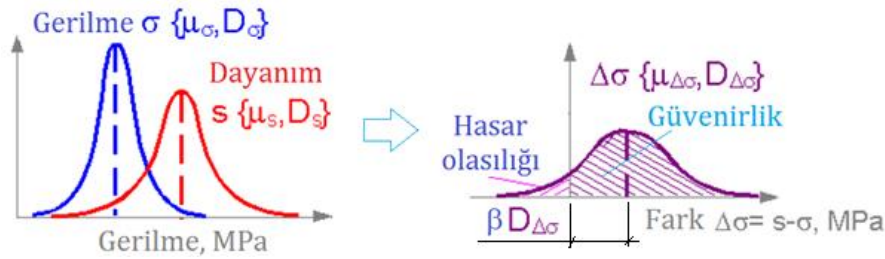


Grafik aşağıdaki tablodan yararlanılarak oluşturulmuştur.

$\sigma(N/mm^2)$	600	$\sigma(N/mm^2)$	500	$\sigma(N/mm^2)$	400	$\sigma(N/mm^2)$	300
5,00E+04	4,699	1,40E+05	5,146	4,80E+05	5,681	1,80E+06	6,255
5,80E+04	4,763	1,44E+05	5,158	4,92E+05	5,692	1,92E+06	6,283
6,00E+04	4,778	1,50E+05	5,176	5,04E+05	5,702	2,04E+06	6,310
6,10E+04	4,785	1,52E+05	5,182	5,12E+05	5,709	2,12E+06	6,326
6,20E+04	4,792	1,54E+05	5,188	5,20E+05	5,716	2,20E+06	6,342
Ort	4,764	Ort	5,170	Ort	5,700	Ort	6,303
ST sapma	0,038	ST sapma	0,017	ST sapma	0,014	ST sapma	0,035
Güvenirlilik	90%	Güvenirlilik	90%	Güvenirlilik	90%	Güvenirlilik	90%
Hata, F	10%	Hata, F	10%	Hata, F	10%	Hata, F	10%
z	-1,28	z	-1,28	z	-1,28	z	-1,28
logx	4,715	logx	5,148	logx	5,682	logx	6,259
x	5,19E+04	x	1,41E+05	x	4,81E+05	x	1,82E+06

Çok sayıda değişkenden oluşan sistemlerde güvenirlilik,

Bir sistemde değişkenlerin hepsi rastgele dağılımlar gösterebilir. Güvenirlilik analizlerinde tüm olasılıkların değerlendirilmesi önemlidir. Bir makina veya makinanın bir parçası belirli bir sınır aşıldığında, gerektiği gibi çalışamazsa, bu sınır, sınır-durum olarak adlandırılır.



Şekil 11.14. Güvenirlilik analizlerinde sınır durum kontrolü.

Genelde sınır durum sistemlerde yük ve dayanım arasında kalan payı ifade etmektedir. Örneğin bir makina parçası üzerinde etkili yük, σ ve parçanın dayanımı, S rastgele dağılıma sahip değişkenler ise sınır durumun ortalaması, $\mu_{\Delta\sigma}$ ve standart sapması, $D_{\Delta\sigma}$ aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\mu_{\Delta\sigma} = \mu_s - \mu_\sigma$$

Burada, μ_s ve μ_σ yük, σ ve parçanın dayanımı, S için ortama değerlerdir.

$$D_{\Delta\sigma} = \sqrt{D_\sigma^2 + D_s^2 - 2\rho_{\sigma s}D_\sigma D_s}$$

Burada, D_σ ve D_s yük, σ ve parçanın dayanımı, S için standart sapma değerlerdir. $\rho_{\sigma s}$ ise etkili yük ve dayanım arasındaki ilişkidir. Eğer bir ilişki yoksa $\rho_{\sigma s} = 0$ alınmaktadır.

Güvenirlik indeksi veya emniyet indeksi β hasar olasılığının ya da bir yapının güvenilirliğinin ölçüsü olup aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

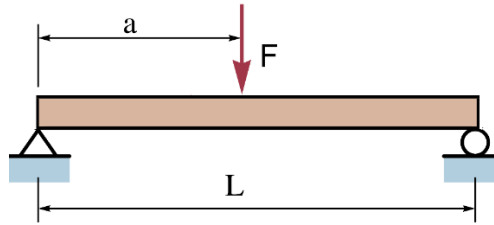
$$\beta = \frac{\mu_{\Delta\sigma}}{D_{\Delta\sigma}}$$

Örnek 7.10. Şekilde verilmekte olan kirişin hasar olasılığını hesaplayınız.

Kirişte etkili yük normal dağılıma sahip olup ortalama değeri, $\mu_F = 5$ kN ve standart sapması, $D_F = 1,0$ kN dur.

Kirişin dayanımının ortalama değeri, $\mu_s = 160$ MPa ve standart sapması $D_s = 15$ MPa dır.

Kirişin uzunluğu, $L = 5$ m, kuvvetin uygulandığı nokta $a = 2,5$ m ve kesit mukavemet momenti, $W = 500$ cm² olarak verilmektedir.



Cevap,

Kiriş üzerinde etkili eğilme gerilmesinin ortalama değeri,

$$\mu_{\sigma} = \frac{\mu_F \cdot L}{4 \cdot W} = \frac{5000 \cdot 5000}{4 \cdot 50000} = 125 \text{ MPa}$$

Kiriş üzerinde etkili eğilme gerilmesinin standart sapması,

$$D_{\sigma} = \frac{D_F \cdot L}{4 \cdot W} = \frac{1000 \cdot 5000}{4 \cdot 50000} = 25 \text{ MPa}$$

Sistemde zorlama ve dayanımın standart dağılıma sahip oldukları göz önüne alınarak bunlar birlikte değerlendirilecek olursa, sonuçta;

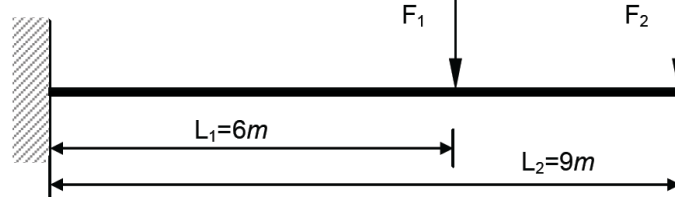
$$\mu_{\Delta} = \mu_s - \mu_{\sigma} = 160 - 125 = 35 \text{ MPa}$$

$$D_{\Delta} = \sqrt{D_{\sigma}^2 + D_s^2} = \sqrt{25^2 + 15^2} = 29,15 \text{ MPa}$$

$$\beta = \frac{\mu_{\Delta}}{D_{\Delta}} = \frac{35}{29,15} = 1,2$$

z değerleri tablosundan $\beta = z = 1,2$ için güvenilirlik değeri, $R = 0,8849$ ya da %88,49 olarak bulunur. Yani hasar olasılığı, $F = \Phi(-\beta) = 1 - R = \%11,51$ dir.

Örnek 7.11. Şekilde görülmekte olan konsol kiriş üzerinde iki adet rastgele değişen yük etkilidir. Verilmekte olan F_1 ve F_2 yüklerin ortalama değerleri ve standart sapmaları sırası ile, $\mu_1 = 20 \text{ kN}$, $D_{\sigma 1} = 4 \text{ kN}$, $\mu_2 = 10 \text{ kN}$, $D_{\sigma 2} = 2 \text{ kN}$ olduğuna göre, bu iki yükün normal dağılıma sahip olduğunu değerlendirerek momentin 235 kNm değerini aşma olasılığını hesaplayınız.



Cevaplar

Eğilme momentinin ortalama değeri,

$$M = F_1 L_1 + F_2 L_2$$

$$\mu_M = \mu_1 L_1 + \mu_2 L_2 = 20 \times 6 + 10 \times 9 = 210 \text{ kNm}$$

Standart sapması,

$$D_{\sigma M} = \sqrt{L_1^2 D_{\sigma 1}^2 + L_2^2 D_{\sigma 2}^2} = \sqrt{6^2 \times 4^2 + 9^2 \times 2^2} = 30 \text{ kNm}$$

Buna göre eğilme momentinin 235 kNm değerini aşmama olasılığı,

$$P(M > 235) = 1 - \frac{235 - \mu_M}{D_{\sigma M}} = 1 - \frac{235 - 210}{30} = 0,20$$

Örnek 7.12. Çelik bir mil için akma gerilmesinin ortalama değeri ve standart sapma değeri, $\sigma_{AK} = N(78,4; 5,90) \text{ MPa}$ ve mil üzerinde etkili eksenel yükün ortalama değeri ve standart sapması, $F = N(50; 4,1) \text{ kN}$ olarak verilmektedir.

Mil ile 0,999 ($z=-3,09$) olasılıkla çalışılabilmesi için tasarım faktörü, $\bar{n}$ ne olmalıdır.

Çözüm:

$$C_S = 5,90/78,4 = 0,0753 \quad C_F = 4,1/50 = 0,082$$

Tasarım faktörü,

$$\bar{n} = \frac{1 \mp \sqrt{1 - (1 - z^2 C_S^2)(1 - z^2 C_F^2)}}{(1 - z^2 C_S^2)}$$

$$\bar{n} = \frac{1 + \sqrt{1 - (1 - (-3,09)^2 (0,0753)^2)(1 - (-3,09)^2 (0,082)^2)}}{(1 - (-3,09)^2 (0,0753)^2)} = 1,416$$

Mil çapı,

$$d = \sqrt{\frac{4\bar{F}}{\pi \bar{\sigma}_{AK} / \bar{n}}} = \sqrt{\frac{4 \times 50000}{\pi \times 78,4 / 1,416}} = 33,9 \text{ mm}$$

Kontrol:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 33,9^2}{4} = 902,6 \text{ mm}^2$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{F}}{A} = \frac{50000}{902,6} = 55,4 \text{ N/mm}^2$$

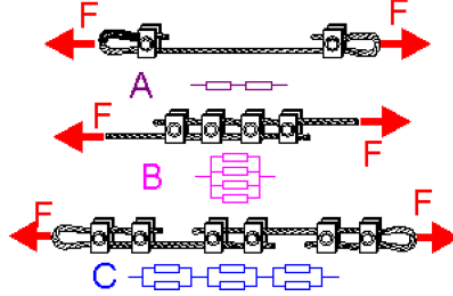
$$\hat{\sigma}_P = C_P \bar{\sigma} = 0,082 \times 55,4 = 4,54 \text{ N/mm}^2$$

$$Z = -\frac{\mu_S - \mu_P}{(\hat{\sigma}_S^2 + \hat{\sigma}_P^2)^{1/2}} = -\frac{78,4 - 55,4}{(5,90^2 + 4,54^2)^{1/2}} = -3,09 \text{ veya } R = 0,999$$

Çok sayıda elemandan oluşan sistemlerde güvenilirlik,

Çok sayıda elemandan oluşan sistemler güvenilirlik açısından üç şekilde değerlendirilir,

- Seri bağlantılı sistemler,
- Paralel bağlantılı sistemler
- Seri ve paralel bağlantılı sistemlerin kombinasyonu.



Şekil 11.15. Çok sayıda elemandan oluşan sistemlerde güvenilirlik.

Seri bağlantılı sistemlerde eşdeğer hasar oranı ve güvenilirlik değerlerinin hesaplanması.

$$\begin{array}{c} \lambda \\ \boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \dots \quad \boxed{n} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\lambda_t} \\ \lambda_t = \sum_{i=1}^n \lambda_i \\ R_t(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot \dots \cdot R_n(t) \end{array}$$

Şekil 11.16. Seri bağlantılı sistemlerde eşdeğer hasar oranı ve güvenilirlik

Paralel bağlantılı sistemlerde eşdeğer hasar oranı ve güvenilirlik değerlerinin hesaplanması.

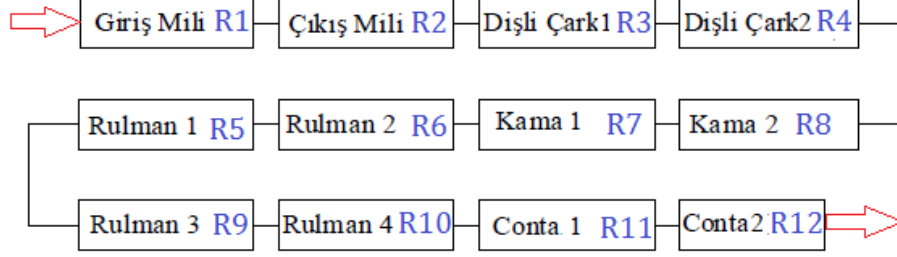
$$\begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{2} \\ \dots \\ \boxed{n} \end{array} \quad \begin{array}{l} \lambda_t = \frac{n\lambda e^{-\lambda t}(1-e^{-\lambda t})}{1-(1-e^{-\lambda t})^n} \\ \lambda_t > \lambda \end{array}$$

$$R_t(t) = 1 - [1-R_1(t)][1-R_2(t)] \dots [1-R_n(t)]$$

Şekil 11.17. Paralel bağlantılı sistemlerde eşdeğer hasar oranı ve güvenilirlik

Örnek 7.13. Tek kademeli bir dişli kutusu için güvenilirlik değerini hesaplayınız.

Dişli kutusunda bulunan elemanlar; Giriş ve çıkış milleri, Giriş ve çıkış milleri ile dişli çarklar arasındaki kama, dört adet rulmanlı yatak ve iki adet yağ keçesi.



$$R_t = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 \cdot R_6 \cdot R_7 \cdot R_8 \cdot R_9 \cdot R_{10} \cdot R_{11} \cdot R_{12}$$

Örnek 7.14. Yapılan değerlendirme ve ölçümler sonucunda bir firmanın üretmiş olduğu elektrikli bisikletlerde hasar oranları güç aktarım sistemi için, $\lambda_1 = 2 \times 10^{-6} h^{-1}$, gövde yapısı için $\lambda_2 = 1,1 \times 10^{-6} h^{-1}$, fren sistemi için, $\lambda_3 = 8 \times 10^{-6} h^{-1}$ ve akü ve elektriksel kontrol sistemi için, $\lambda_4 = 3 \times 10^{-6} h^{-1}$ olarak verilmektedir. Üretimden çıkan bir bisikletin 1 yıl içinde hasar olasılığını hesaplayınız.

Çözüm,

Sistemde hasar oranları verilmekte olan ekipmanlar üzerinde seri akış söz konusudur.

Bu durumda, toplam hasar oranı; $\lambda_t = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 4,11 \times 10^{-5} h^{-1}$

Hasar olasılığı, $F_t = 1 - \exp(-\lambda_t t) = 1 - \exp(-1,41 \times 10^{-5} * 12 * 30 * 24) = 0,11$

12. Tasarım optimizasyonu

Tasarım optimizasyonu mümkün olan en iyi tasarımın seçilmesidir,

- En iyi tasarım için kriterimiz nedir, Amaç fonksiyonu
- İmkanlar nelerdir, Kısıtlayıcılar (Tasarımda ihtiyaçlar)
- Farklı tasarımları nasıl tanımlarız, Tasarım değişkenleri

12.1. Deterministik tasarım optimizasyonu

Yapısal optimizasyonda amaç, en iyi yapısal tasarımı seçmektir.

Burada, kısıtlar belirlendikten sonra, optimizasyon fonksiyonu ve amaç fonksiyonu belirlenir.

Optimizasyonda temel ifadeler;

- Minimize edilecek amaç fonksiyonu $f(x)$

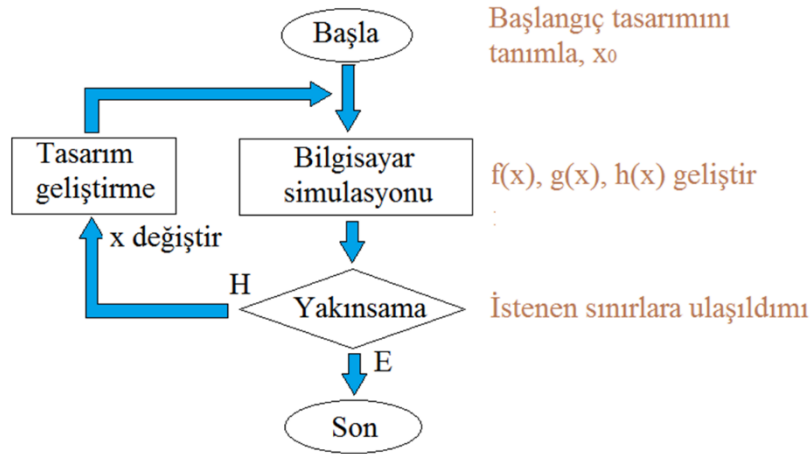
- Eşitsizlik kısıtlayıcıları $g(x) \leq 0$
- Eşitlik kısıtlayıcıları $h(x) = 0$

Burada x tasarım değişkenlerini ifade etmektedir.

Optimal tasarım çözümü amacına ulaşmak için en çok kullanılan optimizasyon teknikleri,

- Boyut optimizasyonu
- Şekil optimizasyonu
- Topoloji optimizasyonu

Optimizasyon prosedürü, şekil 11.2 de açıklanmaktadır.



Şekil 12.1. Yapısal optimizasyon prosesi.

Örnek 12.1. Şekilde görülmekte olan, her iki ucunda mafsallı bağlanmış kolonu $P = 2500$ kgf yük etkisinde iken minimum maliyet için tasarlayınız. Kolonun, akma dayanımı, $\sigma_y = 500$ kgf / cm², elastisite modülü, $E = 0.85 \times 10^6$ kgf / cm² ve yoğunluğu, $\rho = 0.0025$ kgf / cm³ olan bir malzemeden yapılmıştır. Kolonun uzunluğu 250 cm'dir. Kolonda dış kuvvetlerden dolayı oluşan gerilme, akma gerilmesinin yanı sıra burkulma gerilmesinden de az olmalıdır. Kolonun ortalama çapı 2 ila 14 cm arasında sınırlandırılmıştır ve et kalınlıkları 0,2 ila 0,8 cm dışında olan kolonlar piyasada mevcut değildir. Kolonun maliyeti, malzeme ve inşaat maliyetlerini içerir ve $5G + 2d$ olarak alınabilir; burada G , kilogram cinsinden kolonun ağırlığı ve d ortalama çapıdır.

Cevap,

Tasarım değişkenleri, çap ve et kalınlığıdır.

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d \\ t \end{Bmatrix}$$

Minimize edilecek amaç fonksiyonu,

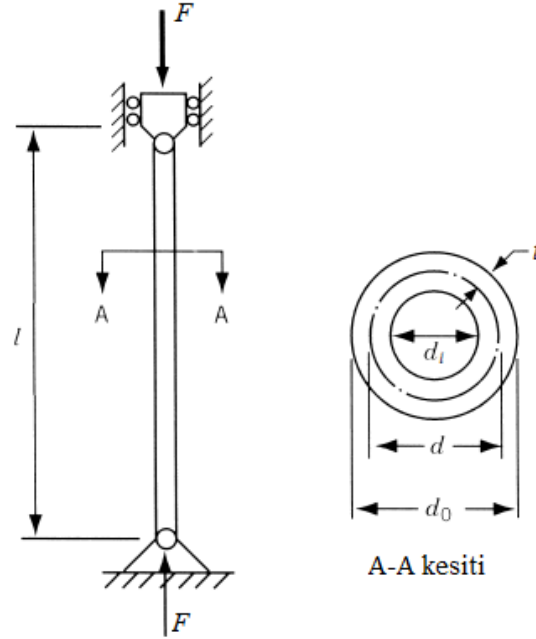
$$f(x) = 5W + 2d = 5\rho l \pi d t + 2d = 9,82 x_1 x_2 + 2x_1$$

Sınırlamalar,

$$\text{Etkili gerilme} \leq \text{Akma dayanımı}$$

Etkili gerilme $\leq$ Burkulma dayanımı

$$\text{Etkili gerilme, } \sigma_1 = \frac{F}{\pi dt} = \frac{2500}{\pi x_1 x_2}$$



$$\text{Burkulma gerilmesi, } \sigma_2 = \frac{\text{Kritik burkulma yükü}}{\text{Kesit alanı}} = \frac{\pi^2 EI}{(\pi dt) l^2}$$

$$I = \frac{\pi}{64} (d_o^4 - d_i^4) = \frac{\pi}{8} dt (d^2 + t^2) = \frac{\pi}{8} x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2)$$

Buna göre dayanımla ilgili sınırlar,

$$g_1(X) = \frac{2500}{\pi x_1 x_2} - 500 \leq 0 \quad x_1 x_2 = 1,593$$

Buradan, P₁, Q₁ eğrisi oluşturulabilir.

x1	2	4	6	8	10	12	14
x2	0,797	0,398	0,266	0,199	0,159	0,133	0,114

$$g_2(X) = \frac{2500}{\pi x_1 x_2} - \frac{\pi^2 (0,85 \times 10^6) (x_1^2 + x_2^2)}{8 \times 250^2} \leq 0 \quad x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2) = 47,3$$

Buradan, P₂, Q₂ eğrisi oluşturulabilir.

x1	2	4	6	8	10	12	14
x2	2,410	0,716	0,219	0,093	0,047	0,027	0,017

Boyutlarla ilgili sınırlar,

$$2 \leq d \leq 14$$

$$0,2 \leq t \leq 0,8$$

$$g_3(X) = -x_1 + 2 \leq 0$$

$$g_4(X) = x_1 - 14 \leq 0$$

$$g_5(X) = -x_2 + 0,2 \leq 0$$

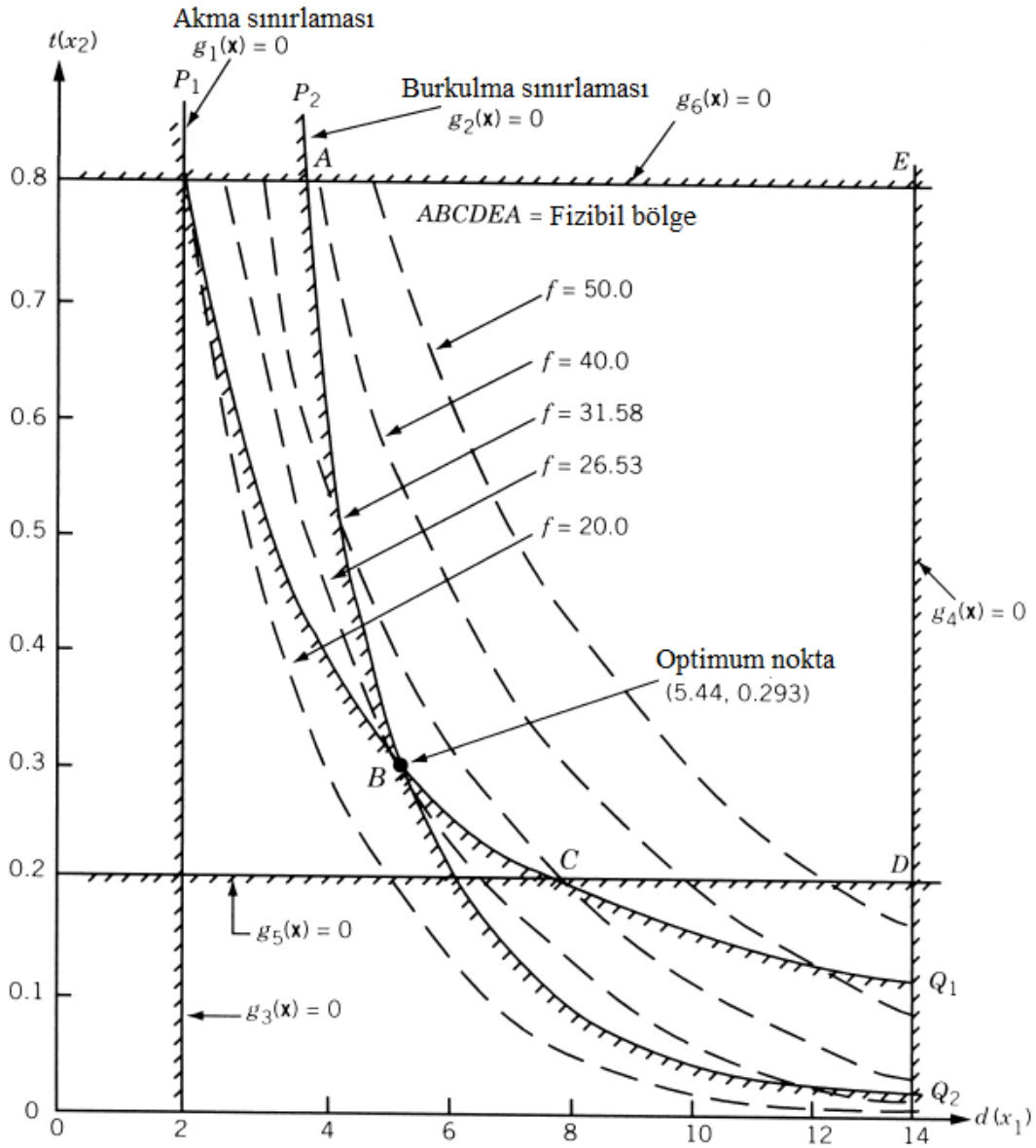
$$g_6(X) = x_2 - 0,8 \leq 0$$

Minimize edilecek amaç fonksiyonunu yeniden ele alırsak,

$$f(x) = 9,82x_1x_2 + 2x_1 = c = \text{sabit}$$

$g_1(X)$ ve $g_2(X)$ koşullarını sağlayan B noktasında $c=26,53$ dür. Bu durumda optimum çözüm B noktasında ortaya çıkabilmekte olup buna göre, optimal çap ve kalınlık değerleri aşağıdakiş gibi verilir.

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d \\ t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5,44 \text{ cm} \\ 0,29 \text{ cm} \end{Bmatrix}$$



12.2. Stokastik tasarım optimizasyonu

Bu bölümde stokastik optimizasyon prosesi açıklanmaktadır. Optimizasyon öncesi hazırlıklar aşamasında kullanılmakta olan, hipotez testleri, korelasyon ve regresyon kavramlarından da burada kısaca bahsedilmektedir.

Hipotez testleri veya sınaama yöntemleri

Hipotez, bir veya daha fazla anakütle hakkında ileri sürülen, ancak doğruluğu önceden bilinmeyen iddiadır. Ortaya atılan iddiaların, örnekten elde edilen bilgilere bağlı olarak, belirli bir hata payı ile doğrulanmasına hipotez testi denir. Hipotez testi örneklerden elde edilen bilgiler ile teoriyi kıyaslayıp karar vermeyi içerir.

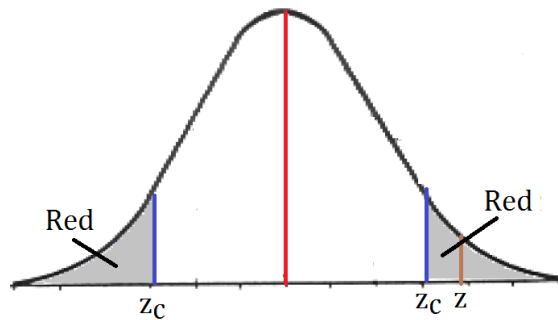
Sınaama uygulamalarında 2 varsayım bulunur:

- H_0 , sıfır varsayımı (Null-hypothesis)
- H_1 , alternatif varsayım (Alternative hypothesis)

Bu varsayımlar karşılaştırıldığında biri kabul edilirse, diğeri reddedilir. H_0 varsayımı kabul edilirse ilişki rastlantısal kabul edilir. Gözlem yapılan noktaların regresyon doğrusuna uyumu önemsizdir ya da model geçersizdir denir. Yapılan çabalar veya işlemler sonucu mevcut durumdan herhangi bir değişiklik söz konusu değildir. Ancak karşıt H_1 savı H_0 'ın tersini savunur ve H_0 'ın yanlış olduğu gösterilir. H_1 e göre yapılan işlemler rastlantısal değil, belirleyici veya anlamlıdır. Gözlem yapılan noktalar regresyon doğrusu ile tanımlanabilir yani model geçerlidir.

Akış şeması,

- H_0 ı doğru kabul et ve test istatistiğinden z veya t yi hesapla.
- Kritik değer (anlamlılık düzeyi) α yı kabul et ve z_{cr} veya t_{cr} hesapla.
- Karar. Eğer z veya t kritik değerlerin (z_{cr} veya t_{cr}) ötesinde ise H_0 red edilir.



Şekil12.2. H_0 hipotezinin red bölgeleri (gri bölge).

Örnek 7.14. Bir torna tezgahında belirli bir parçadan ortalama 80 adet/gün işlenmektedir.

Tezgah modernize edildikten sonra 36 gün boyunca yapılan testler e göre parça sayısının 90

adet/gün ve standart sapmasının 20 adet/gün olduğu gözlenmiştir. Yapılan modernizasyonun üretim verimine katkısı olmuş mudur.

Çözüm,

Birinci hipotez modernizasyonun herhangi bir etkisi olmadığını savunan H_0 dır. Sıfır hipotezi statükoyu yani mevcut durumu savunur. Yani buna göre modernizasyon sonrası da üretim $\mu = 80$ adet/gün olacaktır. Yapılan test aldatıcıdır.

Karşıt hipotez H_1 e göre ise modernizasyon etkili olmuş ve ortalama üretim $\mu > 80$ adet/gün dir.

Test değeri, t:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{D_\sigma / \sqrt{n}} > z_\alpha$$

Burada;

$$\bar{x} = 80, \mu = 90, D_\sigma = 20, n = 36$$

$$z = \frac{80 - 90}{20 / \sqrt{36}} = -3$$



Bu durumda modernizasyonun etkisini yok kabul edersek bu durumda $1 - 0,997 = 0,003$ (%0,3) lük olasılık söz konusudur. Genel durumlarda H_0 hipotezinin kabul edilmesi için bu değerin en az $p = 0,05$ (%5) olması gereklidir. Halbuki hesapla bulunan değer $0,003 < 0,05$ olduğu için H_0 hipotezi red edilir yani modernizasyonun etkisi kesinlikle görülmüştür. Başka bir bakış açısı ile $p = 0,05$ için $z = -1,64$ olup, -3 bu değerin dışındadır H_0 hipotezi red edilir.

Korelasyon ve Regresyon

Korelasyon,

İki veya daha fazla değişken arasındaki linear ilişkinin varlığı, yönü ve şiddeti (pearson) korelasyon analizi ile belirlenir. X ve Y ilgilenilen değişkenleri göstermek üzere korelasyon katsayısının formülü aşağıda verilmiştir.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n X.Y - n.\bar{X}.\bar{Y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n X^2 - n.\bar{X}^2)(\sum_{i=1}^n Y^2 - n.\bar{Y}^2)}}$$

Burada, $-1 \leq r \leq 1$

$r=-1$ ise ters yönlü mutlak bir ilişki

$r=0$ ise ilişki yok

$r=1$ ise aynı yönlü mutlak bir ilişki

(Ara değerlerde uygun yaklaşımlar yapılabilir, örneğin, $r=-0,75$ zıt yönlü vasatın üzerinde bir ilişki olarak tanımlanabilir.)

(Non linear ilişkiler için spearman korelasyonu ya da sobol indisleri kullanılabilir.)

Örnek 7.15. B segmenti otomobillerde yapılan bir araştırmaya göre, bagaj hacmi büyüklüğü ile ağırlıkları arasında araştırma sonuçları tabloda verilmektedir.

Bagaj hacmi (X)	281	199	285	280	295	237	270
Ağırlık (Y)	3969	3430	4021	3972	4035	3872	3910

Bu sonuçlara göre;

Korelasyon katsayısını hesaplayarak yorumlayınız.

Cevaplar

No	Bagaj hacmi (X)	Ağırlık (Y)	X ²	Y ²	X:Y
1	281	3969	78961	15752961	1115289
2	199	3430	39601	11764900	682570
3	285	4021	81225	16168441	1145985
4	280	3972	78400	15776784	1112160
5	295	4035	87025	16281225	1190325
6	237	3872	56169	14992384	917664
7	270	3910	72900	15288100	1055700
	1847	27209	494281	106024795	7219693

$$\bar{X} = \frac{1847}{7} = 263,857 \quad \bar{Y} = \frac{27209}{7} = 3887$$

$$r = \frac{7219693 - 7x263,857x3887}{\sqrt{(494281 - 7x263,857^2)x(106024795 - 7x3887^2)}} = 0,945$$

Sonuç; B segmenti otomobillerde, bagaj hacmi büyüklüğü ile ağırlıkları arasında aynı yönlü oldukça sıkı bir ilişki vardır.

Regresyon

Bir sistemde x rastgele $x_1 x_2 x_3 \dots x_n$ verilerinden oluşan küme olsun. y ise hem rastlantısal hem de x e bağlı $y_1 y_2 y_3 \dots y_n$ kümesi olsun. y nin değişimini, x in bir fonksiyonu olarak açıklama işlemine regresyon denir.

Regresyon işlemi ile bulunan, regresyon fonksiyonu doğrusal ya da eğrisel formda olabilir.

Doğrusal regresyon fonksiyonu, $y = ax + b + u$

Eğrisel regresyon fonksiyonu, $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 + u$

Burada, u hata ya da rastgele farktır. u değeri ne kadar küçükse y değeri gerçek eğriye o kadar yakın olur.

Optimizasyon,

Stokastik yöntemlerde regresyon sonrası elde edilen fonksiyon optimize edilebilmektedir.

Örnek 7.16. Bir tasarım probleminde, x_1, x_2, x_3 olarak üç adet parametre mevcuttur. Problemin sınır koşulları; $x_1 + x_2 + x_3 \leq 550$; $x_3 \leq 175$ ve $1,1 \cdot x_2 + x_3 \leq 400$

Amaç fonksiyonu; $1,25 \cdot x_1 + 2,1 \cdot x_2 + 2,25 \cdot x_3$

Amaç fonksiyonunun maksimum değerini hesaplayınız.

	A	B	C	D	E
1	Değişkenler			Değişkenler	
2	x1	0		x1	162,5
3	x2	0		x2	212,5
4	x3	0		x3	125
5	Sınır koşulları			Sınır koşulları	
6	$x1+x2+x3 \leq 550$	0		$x1+x2+x3 \leq 550$	500
7	$x3 \leq 175$	0		$x3 \leq 175$	125
8	$1,1 \cdot x2 + x3 \leq 400$	0		$1,1 \cdot x2 + x3 \leq 400$	350
9	Maksimize edilecek amaç			Maksimize edilecek amaç	
10	$1,25 \cdot x1 + 2,1 \cdot x2 + 2,25 \cdot x3$	0		$1,25 \cdot x1 + 2,1 \cdot x2 + 2,25 \cdot x3$	930,63
11	Solver Parameters				
12					
13					
14	Set Objective: \$E\$10				
15	To: ☒ Max ☐ Min ☐ Value Of: 0				
16					
17	By Changing Variable Cells: \$E\$2:\$E\$4				
18					
19					
20	Subject to the Constraints:				
21	\$E\$6 <= 500				
22	\$E\$7 <= 125				
23	\$E\$8 <= 350				
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30	☒ Make Unconstrained Variables Non-Negative				
31	Select a Solving Method: Simplex LP				
32					
33					
34	Solving Method				
35	Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP				
36	Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver				
37	problems that are non-smooth.				
38					
	Help Solve Close				

Örnek 7.17. Bir tasarım probleminde, x_1, x_2, x_3, x_4 olarak dört adet parametre mevcuttur.

Problemin sınır koşulları; $x_1 x_2 x_3 x_4 > 25$; $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 40$

Amaç fonksiyonu; $x_1 x_4 (x_1 + x_2 + x_3) + x_3$

Amaç fonksiyonunun minimum değerini hesaplayınız.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x1*x4*(x1+x2+x3)+x3 (Fonksiyon)					x1*x4*(x1+x2+x3)+x3			
2	Amaç	0				Amaç	17,014017		
3	Değişken	Alt değer	Başlangıç	Üst değer		Değişken	Alt değer	Başlangıç	Üst değer
4	x1	1	0	5		x1	1	1	5
5	x2	1	0	5		x2	1	4,74274	5
6	x3	1	0	5		x3	1	3,82149	5
7	x4	1	0	5		x4	1	1,37936	5
8	Sınırlar					Sınırlar			
9	x1*x2*x3*x4>25					x1*x2*x3*x4>25			
10	0 Büyük		25			25	Büyük	25	
11	x1^2+x2^2+x3^2+x4^2=40					x1^2+x2^2+x3^2+x4^2=40			
12	0 Eşit		40			40	Eşit	40	

Solver Parameters

Set Objective:

To: ☐ Max ☒ Min ☐ Value Of:

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

☐ Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

Solving Method

Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

